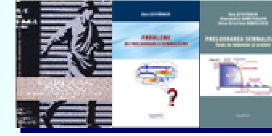
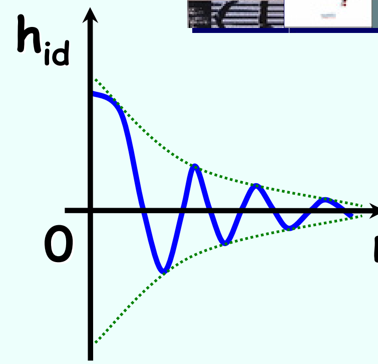


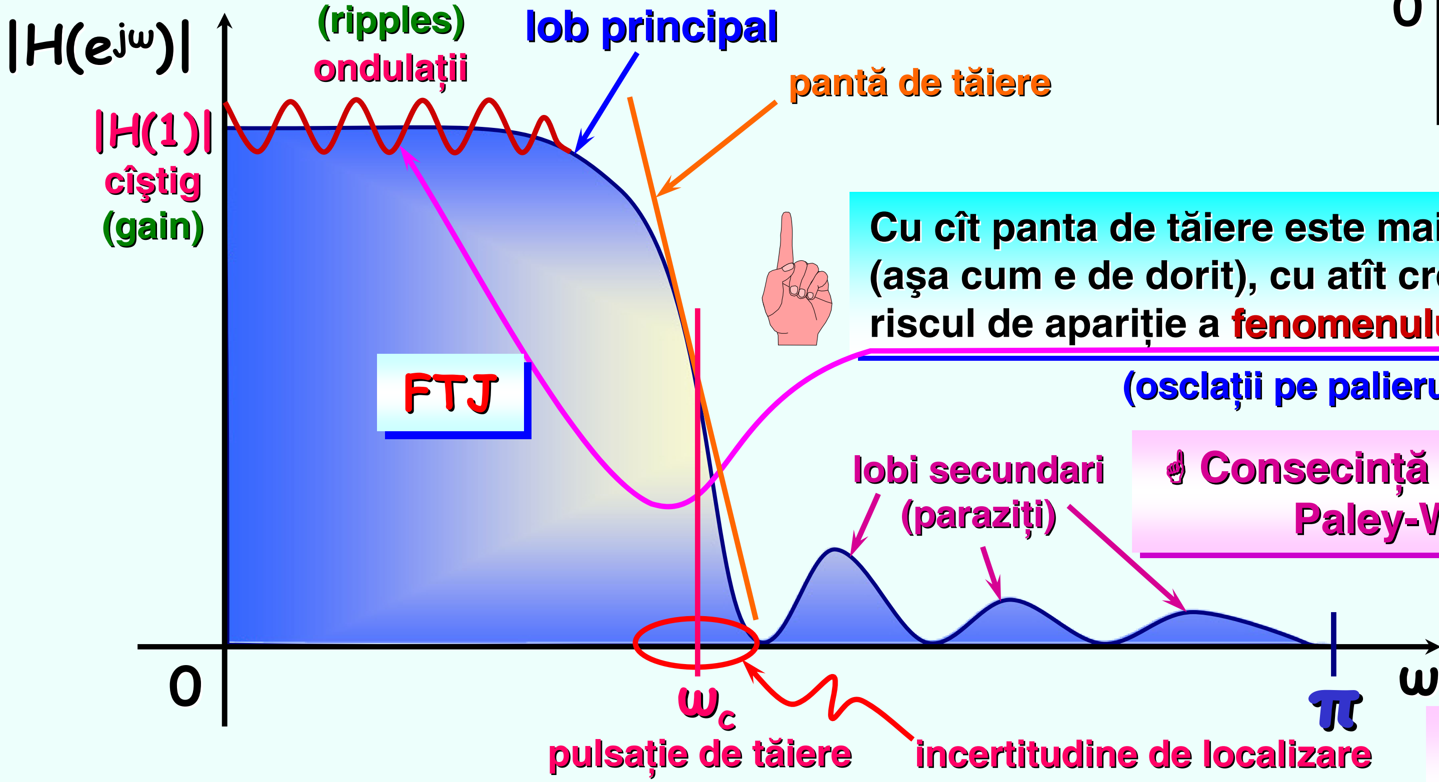
Proiect PS no. 1

® Caractersitici ale unui filtru numeric



➔ Secvența pondere este, de regulă, provenită din cea a unui filtru ideal stabil, deci de la un semnal **de durată infinită, stabil**.

➔ Spectrul răspunsului în frecvență este **realizabil fizic**, filtrul fiind și **cauzal**.



Cu cît panta de tăiere este mai abruptă (aşa cum e de dorit), cu atît creşte riscul de apariție a **fenomenului Gibbs**.

(osclații pe palierul lobului principal)

☝ Consecință a Teoremei Paley-Wiener.

☝ Consecință a Principiului de incertitudine.

➔ Faza răspunsului în frecvență este de dorit să fie **liniară**.

Întîrzierea de grup (group delay)

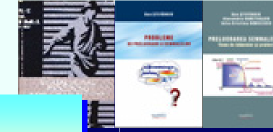
$$\gamma_h(\omega) = -\frac{d\varphi_H}{d\omega}(\omega) \quad \forall\omega\in\mathbb{R}$$

$$\gamma_h(\omega) = \text{ct.} \quad \forall\omega\in\mathbb{R}$$

Exercițiu

- Ce legătură există între faza răspunsului în frecvență şi timpul mort al unui filtru?

❶❶.❶ PRJ.PS#1: Proiectarea filtrelor FIR prin metoda ferestrei



Care este secvența pondere a unui FTJ ideal?

Exercițiu

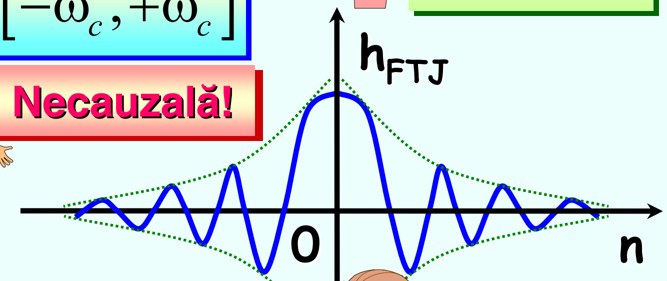
$$H_{\mathrm{FTJ}}\left(e^{j\omega}\right)=\begin{cases}1 & , \ \omega\in[-\omega_c,+\omega_c]\\ 0 & , \ \omega\in[-\pi,+\pi]\setminus[-\omega_c,+\omega_c]\end{cases}$$

$$h_{\mathrm{FTJ}}[n]=\frac{\omega_c}{\pi}\frac{\sin(\omega_c n)}{\omega_c n}=\frac{\omega_c}{\pi}\mathrm{Sc}(\omega_c n)$$

$\forall n\in\mathbb{Z}$

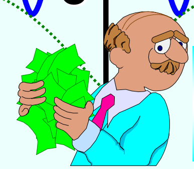
$0<\omega_c<\pi$

Necauzală!



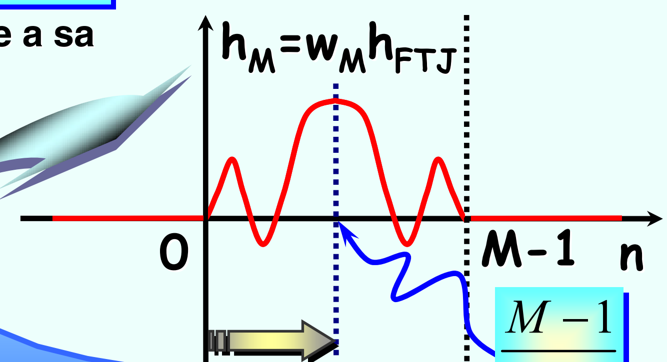
Cum se poate ajunge la cauzalitate?

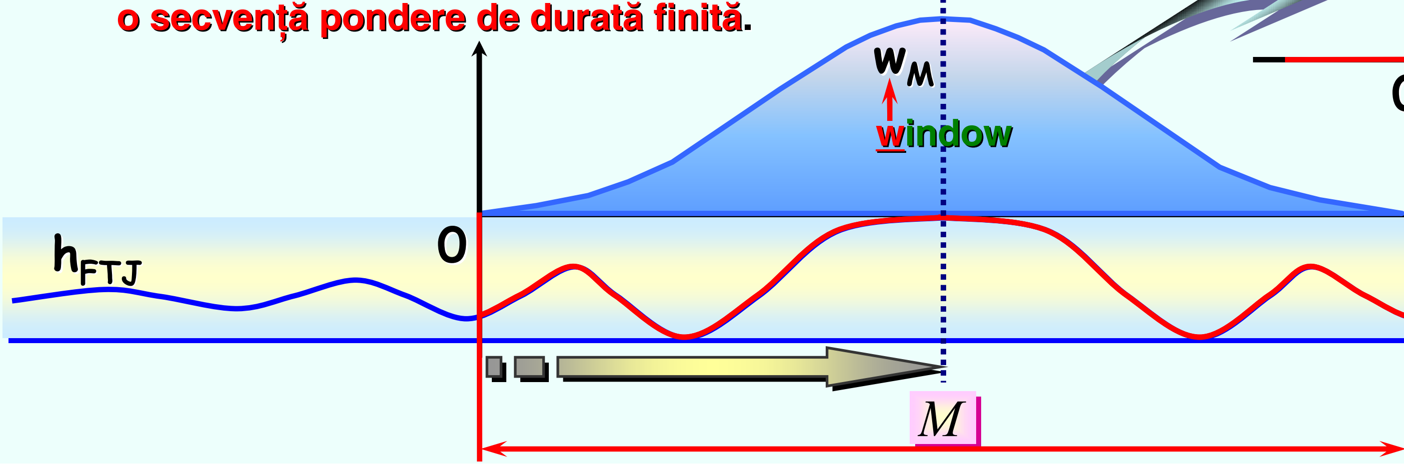
Folosind ferestre de semnal cauzale și simetrice.



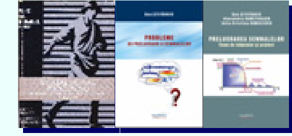
Dar simetrică.

- O fereastră de durată M este construită deasupra suportului $\overline{0,M-1}$.
- Secvența pondere este apoi întîrziată astfel încît axa de simetrie a sa să se suprapună peste axa de simetrie a ferestrei.
- Fereastra acționează acum ca o mască ce extrage o secvență pondere de durată finită.





❶❶.❶ PRO.PS#1: Proiectarea filtrelor FIR prin metoda ferestrei



Care este utilitatea simetriei?

Datorită ei, filtrul va putea avea **faza liniară** (**întîrzierea de grup constantă**).

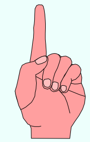
Exerciţiu

$$\mathscr{F}\left(q^{-m}h\right)\left(e^{j\omega}\right)=e^{-j\omega m}H\left(e^{j\omega}\right)\quad\forall\,\omega\in\mathbb{R}$$

Teorema întîrzierii

Mai mult

Faza cauzată de întîrziere **variază liniar** cu deplasamentul (**offset**-ul) temporal.



Întîrzierea (ca şi **anticiparea**) semnalului este **cuantificată de faza TF aferente**.

- Dacă **TF** originală are faza liniară sau nulă (**datorită simetriei secvenţei pondere**), după întîrzierea secvenţei pondere, faza va continua să fie liniară.

Exerciţiu

- Arătaţi că, dacă un semnal este simetric, **TF** aferentă are valori reale (deci faza nulă).

$$h_{\mathrm{FTJ}}[n]=\frac{\omega_c}{\pi T_s}\mathrm{Sc}\left(\omega_c n\right)\quad\forall\,n\in\mathbb{Z}$$

Care este întîrzierea provocată de fereastră?

Evident $\dfrac{M-1}{2}$

☝ **Ar fi bine ca M să fie impar, pentru a putea fructifica Teorema întîrzierii.**

$$0<\omega_c=\Omega_c T_s<\pi$$

- Dacă nu se îndeplineşte condiţia de imparitate, trebuie apelat la **filtrul continual ideal** corespunzător celui discret.

Exerciţiu

$$H_{\mathrm{FTJ}}\left(j\Omega\right)=\begin{cases}1 & ,\ \Omega\in\left[-\Omega_c,+\Omega_c\right]\\ 0 & ,\ \Omega\in\mathbb{R}\setminus\left[-\Omega_c,+\Omega_c\right]\end{cases}$$

$$h_{\mathrm{FTJ}}(t)=\frac{\Omega_c}{\pi}\frac{\sin\left(\Omega_c t\right)}{\Omega_c t}=\frac{\Omega_c}{\pi}\mathrm{Sc}\left(\Omega_c t\right)\quad\forall\,t\in\mathbb{R}$$

- Apoi, se eşantionează funcţia pondere **cu respectarea regulii Shannon-Nyquist**.

❶❶.❶ PRO.PS#1: Proiectarea filtrelor FIR prin metoda ferestrei

Aşadar $\mathrm{Supp}(w_M) = [0, (M-1)T_s]$ ⇒ **Deplasament temporal** $\tau_M = \dfrac{(M-1)T_s}{2}$

☝ **Acum este conservată simetria secvenței pondere.**

$$h_M[n] = \frac{\omega_c}{\pi T_s}\mathrm{Sc}\left[\omega_c\left(n - \frac{M-1}{2}\right)\right] w_M(nT_s)$$

$\forall n \in \mathbb{Z}$

În plus **Exercițiu**

$$\mathrm{TCFC}\left(q^{-\tau_M} h_{\mathrm{FTJ}}\right)\left(j\frac{\omega}{T_s}\right) = e^{-j\omega\frac{\tau_M}{T_s}} H_{\mathrm{FTJ}}\left(j\frac{\omega}{T_s}\right) = e^{-j\omega\frac{M-1}{2}} H_{\mathrm{FTJ}}\left(j\frac{\omega}{T_s}\right)$$

$\forall \omega \in [-\pi, +\pi]$

Propoziția 4 (relația de aliere în frecvență)

&

Regula de eşantionare Shannon-Nyquist

secvența pondere a FTJ discretizat

$$\mathrm{TCFD}\left(h_{T_s}\right)\left(e^{j\omega}\right) = \frac{1}{T_s}\mathrm{TCFC}\left(q^{-\tau_M} h_{\mathrm{FTJ}}\right)\left(j\frac{\omega}{T_s}\right)$$

$\forall \omega \in [-\pi, +\pi]$

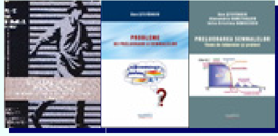
$$\mathrm{TCFD}\left(h_{T_s}\right)\left(e^{j\omega}\right) = \frac{e^{-j\omega\frac{M-1}{2}}}{T_s} H_{\mathrm{FTJ}}\left(j\frac{\omega}{T_s}\right) = \begin{cases} \dfrac{e^{-j\omega\frac{M-1}{2}}}{T_s}, & \omega \in [-\omega_c, +\omega_c] \\ 0, & \omega \in [-\pi, +\pi] \setminus [-\omega_c, +\omega_c] \end{cases}$$

☝ **Se observă faza liniară.**

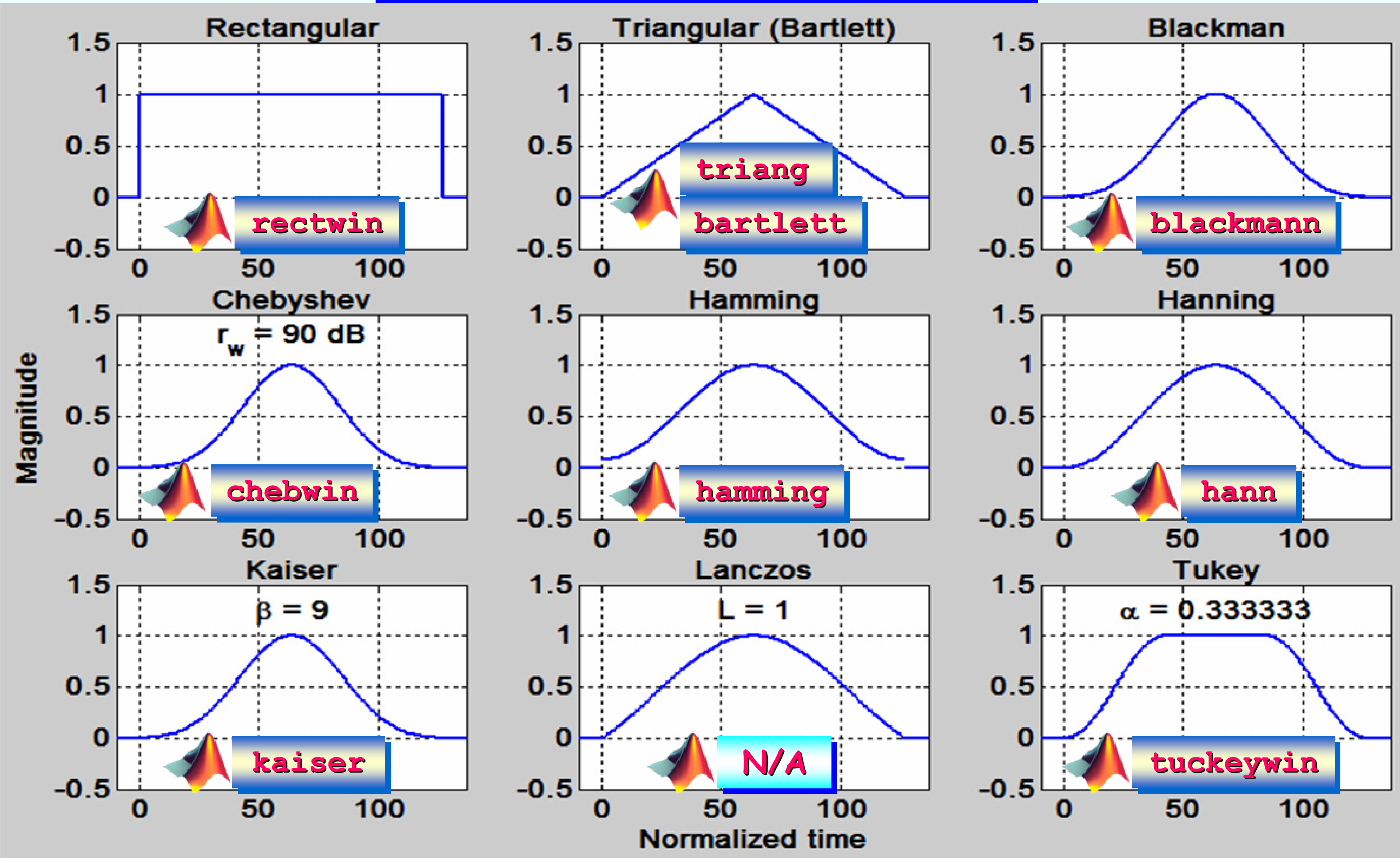
Să nu uităm că secvența pondere finală se obține prin multiplicarea cu fereastra.

$h_M \equiv h_{T_s} \cdot w_M$

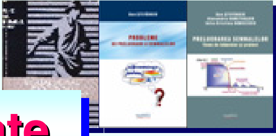
Trebuie aplicată Teorema inversă de convoluție.



Ferestre de semnal frecvent utilizate

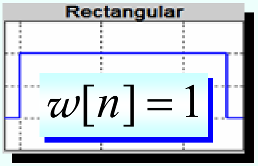


☝ Se înmulțesc cu semnalul sau cu secvența pondere.

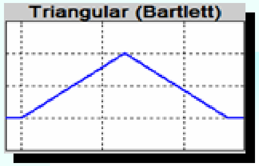


Expresiile matematice ale ferestrelor de semnal frecvent utilizate

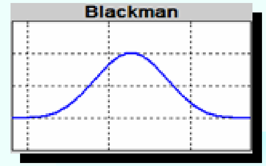
Pentru $n \in \mathrm{Supp}(w_M) = \overline{0, M-1}$



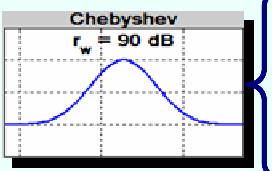
$$w[n] = 1$$



$$w[n] = 1 - \frac{2\left|n - \frac{M-1}{2}\right|}{M-1}$$



$$w[n] = 0.42 - 0.5\cos\frac{2n\pi}{M-1} + 0.08\cos\frac{4n\pi}{M-1}$$

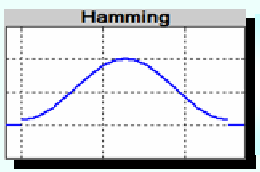


➔ Algoritm recursiv bazat pe polinoamele Cebîşev.

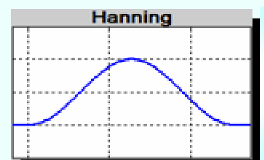
➔ Este necesară precizarea unui parametru suplimentar. r

atenuarea calculată în dB a primului lob parazit,
în raport cu lobul principal al spectrului ferestrei

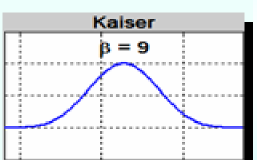
Uzual $r \in [80, 100]$ dB



$$w[n] = 0.54 - 0.46\cos\frac{2n\pi}{M-1}$$



$$w[n] = \frac{1}{2}\left(1 - \cos\frac{2n\pi}{M-1}\right)$$



$$w[n] = \frac{\sinh\left[\beta\sqrt{\left(\frac{M-1}{2}\right)^2 - \left(n - \frac{M-1}{2}\right)^2}\right]}{\sinh\left[\beta\frac{M-1}{2}\right]}$$

înălțimea relativă (în dB)
a primului lob parazit

Uzual $\beta \in [2, 10]$ dB

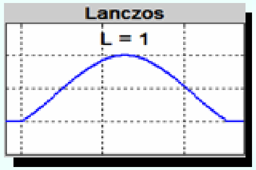
$$\sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$$

sinus hiperbolic

$\beta = 0$ ⇒ **Fereastra dreptungiulară**

Expresiile matematice ale ferestrelor de semnal frecvent utilizate

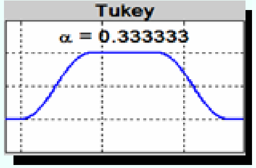
Pentru $n \in \mathrm{Supp}\left(w_M\right) = \overline{0, M-1}$



$$w[n] = \left[\frac{\sin 2\pi\left(\dfrac{2n-M+1}{2(M-1)}\right)}{2\pi\left(\dfrac{2n-M+1}{2(M-1)}\right)} \right]^{L}$$

parametru de control al deschiderii ferestrei

Uzual $L \in [0.8, 1.2]$



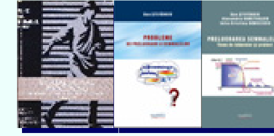
$$w[n] = \begin{cases} 1 & , \quad \left| n - \dfrac{M-1}{2} \right| \le \alpha \dfrac{M-1}{2} \\ \sin^2\left(\dfrac{n}{(1-\alpha)(M-1)}\pi\right) & , \quad 0 \le n < \dfrac{(1-\alpha)(M-1)}{2} \\ \sin^2\left(\dfrac{n-M+1}{(1-\alpha)(M-1)}\pi\right) & , \quad \dfrac{(1+\alpha)(M-1)}{2} < n \le M-1 \end{cases}$$

parametru de control al ponderii flancurilor ferestrei dreptunghiulare centrale față de lungimea suportului

Exercițiu

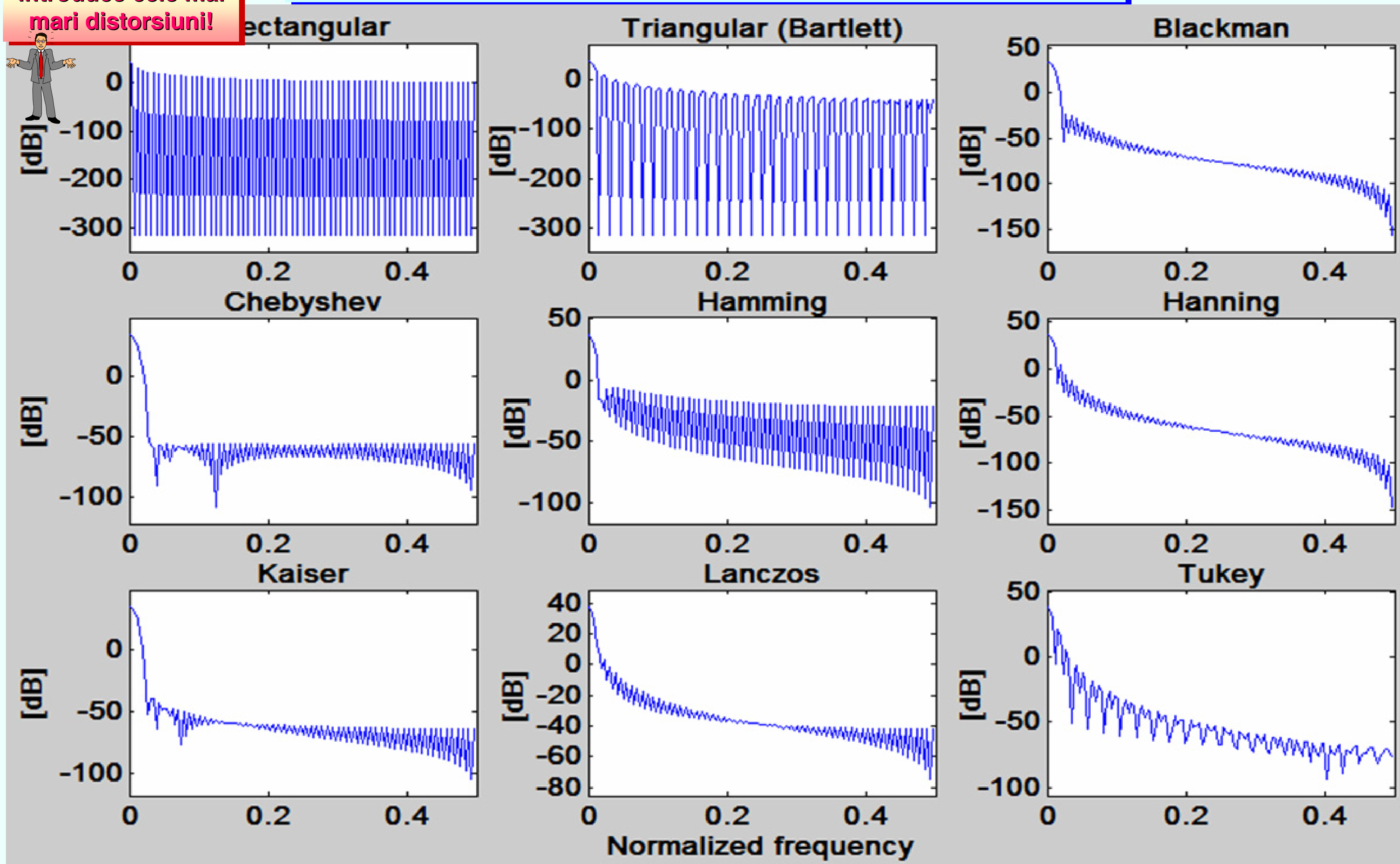
- Scrieți un program MATLAB cu ajutorul căruia să trasați graficele celor 9 ferestre şi ale spectrelor asociate.

Uzual $\alpha \sim 33\%$



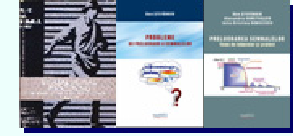
Fereastra naturală introduce cele mai mari distorsiuni!

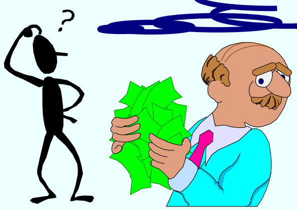
Spectrele ferestrelor culisante frecvent utilizate



☝ Intră în convoluție cu TF a semnalului sau a secvenței pondere.

❶❶.❶ PRO.PS#1: Proiectarea filtrelor FIR prin metoda ferestrei





Care este fereastra ideală?

Ideal ar fi ca integrala de convoluție să returneze **valorile adevărate** ale TF asociate semnalului original.

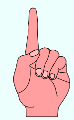
$$G\left(e^{j\omega}\right) = \frac{1}{2\pi}\left[H \tilde{*} \mathscr{F}(w)\right]\left(e^{j\omega}\right) = H\left(e^{j\omega}\right) \quad \forall\, \omega \in \mathbb{R}$$

$$G\left(e^{j\omega}\right) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{+\pi} H\left(e^{j\varphi}\right) \mathscr{W}\left(e^{j(\omega-\varphi)}\right) d\varphi = H\left(e^{j\omega}\right) \quad \forall\, \omega \in \mathbb{R}$$

$$\mathscr{W}\left(e^{j\omega}\right) = 2\pi\delta_0(\omega) \quad \forall\, \omega \in \mathbb{R}$$

impulsul Dirac spectral

- Rezultatul obținut relevă un paradox:
  - ➔ ferestrele culisante **înguste** conduc la **spectre cu rezoluție mică**, dar cu **regularitate ("netezime") apropiată de cea a spectrului ideal**;
  - ➔ ferestrele culisante **largi** conduc la **spectre cu rezoluție mare**, dar cu **regularitate ("netezime") sensibil diferită de cea a spectrului ideal**.



Aşa cum era de aşteptat, **fereastra ideală** este **nerealizabilă fizic**.

Compromisul rezoluție-regularitate

☝ **Principiul de incertitudine.**

☝ **Sunt de dorit spectre estimate cît mai netede, cu localizare în frecvență cît mai bună.**

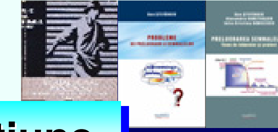
Ferestrele practice trebuie să aibă următoarele caracteristici, care să le apropie de impulsul Dirac spectral:

➔ **Lob spectral principal cît mai înalt şi cît mai îngust.**

➔ **Lobi spectrali secundari cît mai scunzi.**

Exercițiu

- Acordați note de la 1 la 10 ferestrelor anterioare, în funcție de apropierea de impulsul Dirac spectral.



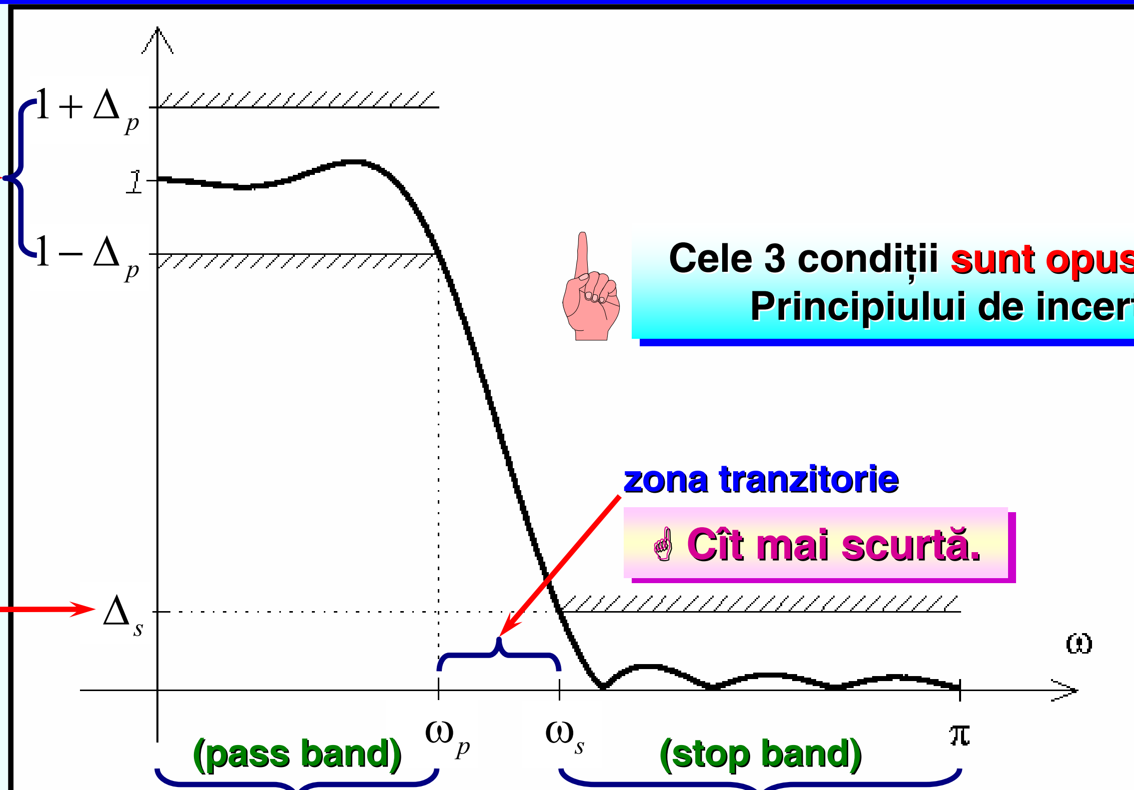
Aşadar Trebuie să ne mulțumim cu un **filtru imperfect**, dar a cărui imperfecțiune poate fi încadrată între nişte **toleranțe impuse acceptabile**.

tub de control al fenomenului Gibbs în banda de trecere

☝ Cît mai îngust.

atenuarea maximă admisibilă în banda de stop

☝ Cît mai mică.



banda de trecere

banda de stop

Cele 3 condiții **sunt opuse**, din cauza Principiului de incertitudine.

zona tranzitorie

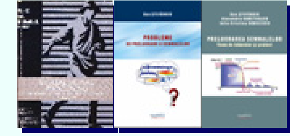
☝ Cît mai scurtă.

Problema proiectării filtrelor cu toleranțe impuse

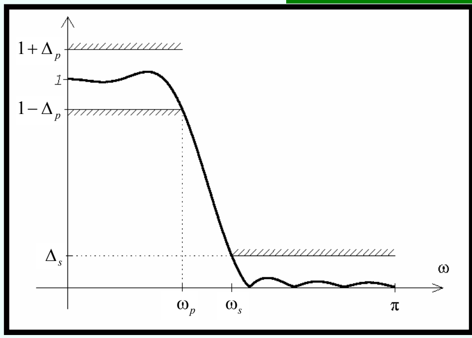
PPFTI

- Plecînd de la perechea de pulsații $\{\omega_p, \omega_s\}$ şi perechea de toleranțe corespunzătoare $\{\Delta_p, \Delta_s\}$, se cere să se proiecteze un filtru care satisface cerințele de precizie din figura de mai sus. Filtrul poate avea un ordin prestabilit sau un ordin cît mai mic.

➊➊.➊ PRO.PS#1: Proiectarea filtrelor FIR prin metoda ferestrei



Algoritmul de proiectare a filtrelor FIR, de tip FTJ, prin metoda ferestrei, cu toleranțe impuse



Date de intrare

- F_p [Hz] (frecvența de trecere a filtrului analogic corespunzător)
- F_s [Hz] (frecvența de stop a filtrului analogic corespunzător)
  - Implicit: $F_s = 1.1 \cdot F_p$
- Δ_p [%] (toleranța fenomenului Gibbs, în banda de trecere)
  - Implicit: $\Delta_p = 5\%$
- Δ_s [%] (toleranța de atenuare, în banda de stop)
  - Implicit: $\Delta_s = \Delta_p$
- T_s [s] (perioada de eşantionare)
  - Implicit: $T_s = \dfrac{2}{2.1 \cdot (F_p + F_s)}$
- w (tipul de fereastră dorit)
  - Implicit: fereastra Hamming
- M (opțional: ordinul filtrului)

☝ Față de lobul principal, unitar.

Inițializare

$$\Omega_c = 2\pi \frac{F_p + F_s}{2} = \pi (F_p + F_s)$$

(media aritmetică)

1. Se deduce expresia funcției pondere a FTJ analogic ideal.

$$h_{\mathrm{FTJ}}(t) = \frac{\Omega_c}{\pi} \frac{\sin(\Omega_c t)}{\Omega_c t} = \frac{\Omega_c}{\pi} \mathrm{Sc}(\Omega_c t) \quad \forall t \in \mathbb{R}$$

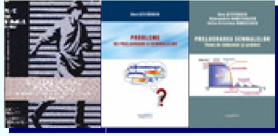
2. Se deduce expresia secvenței pondere a FTJ numeric ideal (prin eşantionare).

$$h_{\mathrm{FTJ}}[n] = \frac{\omega_c}{\pi T_s} \mathrm{Sc}(\omega_c n) \quad \forall n \in \mathbb{Z}$$

$\omega_c = \Omega_c T_s$ (pulsația de tăiere normalizată)

3. Se evaluează pulsațiile critice normalizate. $\omega_p = 2\pi F_p T_s$ $\omega_s = 2\pi F_s T_s$

❶❶.❶ PRO.PS#1: Proiectarea filtrelor FIR prin metoda ferestrei



Algoritmul de proiectare a filtrelor FIR, de tip FTJ, prin metoda ferestrei, cu toleranțe impuse

(continuare)

Există M?

NU

1. Se inițializează ordinul filtrului. $m = 1$
2. Se inițializează stegulețul de îndeplinire a condițiilor de toleranță. $\varepsilon = 0$

Buclă iterativă

Cît timp $\varepsilon = 0$

1. Se configurează fereastra în funcție de m (lărgimea suportului). w_m
2. Se evaluează valorile secvenței pondere a FTJ de tip FIR, cu ajutorul ferestrei.

$$h_m[n] = \frac{\omega_c}{\pi T_s}\,\mathrm{Sc}\left[\omega_c\left(n - \frac{m-1}{2}\right)\right] w_m(nT_s) \quad \forall\, n \in \overline{0, m-1}$$

3. Se normalizează secvența pondere.

$$h_m \leftarrow= \frac{h_m}{\sum_{n=1}^{m-1} h_m[n]}$$

DA

1. Se configurează fereastra în funcție de M (lărgimea suportului). w_M
2. Se evaluează valorile secvenței pondere a FTJ de tip FIR, cu ajutorul ferestrei.

$$h_M[n] = \frac{\omega_c}{\pi T_s}\,\mathrm{Sc}\left[\omega_c\left(n - \frac{M-1}{2}\right)\right] w_M(nT_s) \quad \forall\, n \in \overline{0, M-1}$$

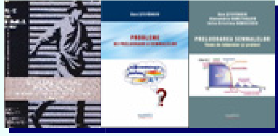
3. Se normalizează secvența pondere.

$$h_M \leftarrow= \frac{h_M}{\sum_{n=1}^{M-1} h_M[n]}$$

4. Se evaluează **TFD** asociată secvenței pondere normalizate.

$$H_M[k] = \sum_{n=0}^{M-1} h_M[n] w_m^{nk} \quad \forall\, k \in \overline{0, M-1}$$

5. Se testează îndeplinirea condițiilor de toleranță.



Algoritmul de proiectare a filtrelor FIR, de tip FTJ, prin metoda ferestrei, cu toleranţe impuse

(final)

NU — Există M? — DA

(final)

DA: Date de ieşire

- h_M (secvenţa pondere)
- H_M (răspunsul în frecvenţă)
- ➔ Mesaj de avertizare, în caz de neîndeplinire a condiţiilor de toleranţă.

NU:

Buclă iterativă

Cît timp $\varepsilon = 0$

4. Se evaluează TFD asociată secvenţei pondere normalizate.

$$H_m[k] = \sum_{n=0}^{m-1} h_m[n] w_m^{nk}$$

$$\forall k \in \overline{0, m-1}$$

5. Se testează îndeplinirea condiţiilor de toleranţă.

NU — Se îndeplinesc? — DA

NU: $m \leftarrow m+1$

DA: $\varepsilon = 1$

Date de ieşire

- h_m (secvenţa pondere)
- H_m (răspunsul în frecvenţă)
- m (ordinul minimal al filtrului)

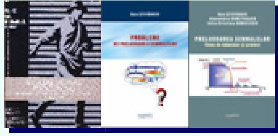
- Testarea condiţiilor de toleranţă se realizează folosind spectrul secvenţei pondere (derivat din TFD) şi pulsaţiile critice normalizate (pentru a delimita cele două benzi – de trecere şi de stop).

Totuşi

Nu există un rezultat general de convergenţă a algoritmului.

Ar trebui impus un ordin maxim.

➊➊.➊ PRO.PS#1: Proiectarea filtrelor FIR prin metoda ferestrei



- În general, ordinul filtrelor **FIR trebuie să fie destul de mare**, dacă se impun condiții restrictive de toleranță.

☝ **Din cauza absenței polilor în funcția de transfer.**

Funcții utile

- `fir1`
- `fir2`
- `freqz` ➔ Reprezentare în frecvență.
- `filter` ➔ Filtrare.
- `conv` ➔ Convoluție.

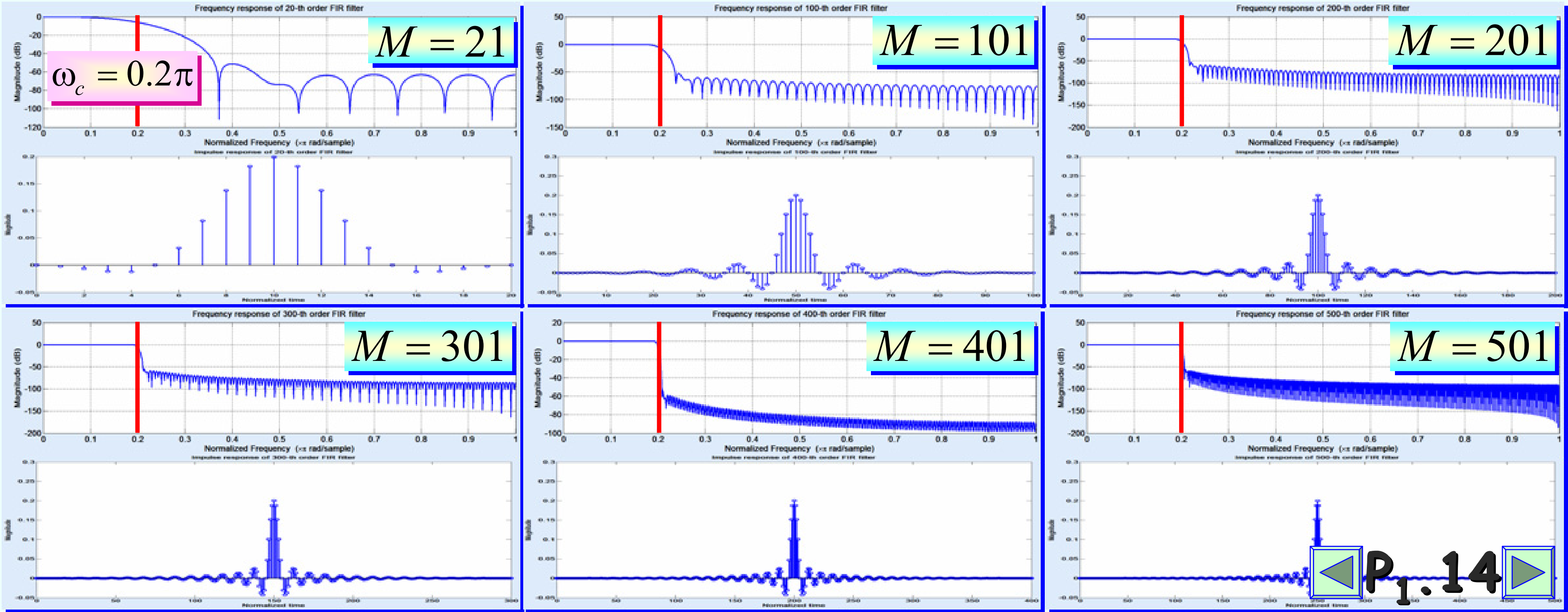
☝ **Folosesc fereastra Hamming în mod implicit.**

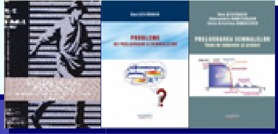
Exerciții

- Reluați algoritmul precedent și proiectați un nou algoritm, care sa produca filtre **FIR** de tip **FTS** (**trece-sus**).
- Reluați algoritmul precedent și proiectați un nou algoritm, care să producă filtre **FIR** de tip **FTB** (**trece-bandă**).

Exemple

Filtre FIR de tip FTJ, de diferite ordine, proiectate folosind fereastra lui Hamming





Proiect

Faza 1 (Răspunsurile la impuls și în frecvență ale ferestrelor uzuale)

Considerați cele 9 ferestre descrise anterior, pentru $M = 16$.

→ Pentru fereastra lui Cebîșev, se vor alege mai multe valori ale atenuării r, între 80dB și 100dB.

→ Pentru fereastra lui Kaiser, se vor alege mai multe valori ale parametrului β, între 0 și 10dB.

→ Pentru fereastra lui Lanczos, se vor alege mai multe valori ale parametrului L, între 0 și 3.

→ Pentru fereastra lui Tuckey, se vor alege mai multe valori ale parametrului α, între 0% și 100%.

0.4p

a. Trasați răspunsurile la impuls ale celor 9 ferestre, ca în Figura 4.3, dar cu ajutorul funcției **stem**. De exemplu, pentru fereastra Hamming, trebuie să executați instrucțiunile :

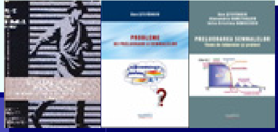
≫ **w=hamming(M)**;
≫ **stem(w)**;

Nu copiați de la unul la altul!

0.4p

b. Trasați amplitudinile răspunsurilor în frecvență ale ferestrelor de mai sus, ca în Figura 4.4, normând răspunsurile astfel încât amplitudinea la frecvență nulă să fie unitară. De exemplu, pentru răspunsul la impuls w, se pot utiliza instrucțiunile :

≫ **w=w/sum(w)**; **% Normare**
≫ **[W,om]=freqz(w)**; **% Calcul raspuns in frecventa**;



0.4p

c. Comentați și comparați proprietățile în frecvență ale ferestrelor. Observați că, în general, lățimea lobului principal și înălțimea lobilor secundari sunt în relație inversă, i.e. un lob principal îngust e însoțit de lobi secundari înalți, iar un lob principal lat apare împreună cu lobi secundari scunzi.

Faza 2 (Filtre proiectate cu diverse ferestre)

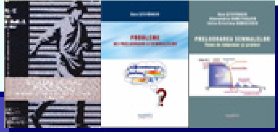
1.8p

a. Folosind Metoda ferestrei, proiectați FTJ de tip FIR de ordin $M = 16$, cu pulsația de tăiere $\omega_c = 0.4\pi$, folosind toate tipurile de ferestre studiate la tema anterioară. (Puteți utiliza funcția Matlab **fir1** sau scrie o funcție echivalentă.) Comparați caracteristicile de frecvență ale filtrelor obținute și evaluați calitățile lor. Observați că răspunsurile cu atenuare mare în banda de trecere au benzi de tranziție largi, iar cele cu benzi de tranziție înguste au atenuări mici.

1p

b. Alegeți o fereastră și, menținând $\omega_c = 0.4\pi$, măriți ordinul filtrului, de exemplu, la valoarea $M = 24$, apoi la valoarea $M = 32$. Comentați modificările caracteristicii de frecvență.

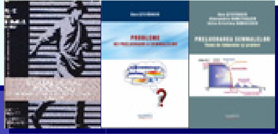
Nu alegeți toți aceeaşi fereastră, în speranța de a putea copia!



Faza 3 (Utilizarea Metodei ferestrei pentru rezolvarea PPFTI)

Dorim să rezolvăm o PPFTI, pentru un FTJ. Așadar, se cunosc ω_p, ω_s, Δ_p și Δ_s, cu semnificațiile din Figura 4.2. Folosind Metoda ferestrei, se poate proceda (sub-optimal) astfel :

1. Se aleg ordinul M și frecvența de tăiere ω_c, astfel încât $\omega_p < \omega_c < \omega_s$.
2. Utilizând Metoda ferestrei, cu datele M și ω_c, se proiectează un filtru FIR, H.
3. Se verifică dacă filtrul H satisface cerințele PPFTI. Pentru aceasta, se calculează abaterea maximă de la răspunsul ideal, în benzile de trecere și stopare. De exemplu, presupunând că h este răspunsul la impuls al filtrului, eroarea în banda de trecere $[0, \omega_p]$ este următoarea :
   ≫ **grila_frecv=0 :om_p/1000 :om_p ; % Se genereaza suficient de multe puncte.**
   ≫ **H=freqz(h,1,grila_frecv) ;**
   ≫ **Delta_pr=max(abs(1-abs(H))) % Delta_p realizat ;**
4. Dacă s-a obținut un filtru valid, se poate încerca găsirea unei soluții de ordin mai mic. Se micșorează M și se reia procedura de la pasul 2.
5. Dacă nu s-a obținut niciun filtru valid, se poate amenda procedura prin creșterea ordinului filtrului și/sau modificarea pulsației de tăiere ω_c și/sau alegerea unei alte ferestre. Cu aceste schimbări, se reia procedura de la pasul 2.



1p

a. Scrieți o funcție MATLAB care primește ca argumente răspunsul la impuls al unui filtru FIR și frecvențele ω_p, ω_s, definind benzile de trecere, respectiv stopare ale unui FTJ. Funcția va întoarce abaterile maxime realizate Δ_{pr} și Δ_{sr} în benzile de trecere, respectiv stopare.

5p

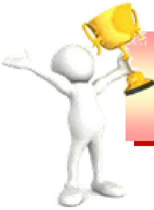
b. Folosind algoritmul sugerat mai sus și funcția scrisă la punctul **a**, proiectați un FTJ de tip FIR care să rezolve PPFTI, cu $\omega_p = 0.3\pi$, $\omega_s = 0.5\pi$, $\Delta_p = 0.05$ și $\Delta_s = 0.05$. (Scrieți un program care să proiecteze un singur filtru, dându-se M, ω_c și tipul ferestrei. Modificați "manual" argumentele, în căutarea unei soluții mai bune.)

Nu copiați unul de la altul!

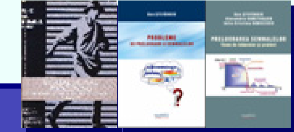
≤10p

Faza 4 (Concurs de proiectare)

Plecând de la datele unei PPFTI (i.e. ω_p, ω_s, Δ_p și Δ_s), se dorește găsirea *celui mai bun* FTJ de tip FIR. *Acesta trebuie să aibă ordinul cel mai mic.* La ordine egale, câștigă filtrul cu abateri mai mici de la răspunsul ideal (mai precis, cel pentru care valoarea $\Delta_{pr} + \Delta_{sr}$ este mai mică).



Un singur punctaj maxim pe grupă!



5p

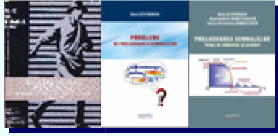
Faza 5 <opțională> (Un filtru nestandard)

Utilizând metoda ferestrei, proiectați un filtru FIR cu $M = 20$, pornind de la răspunsul ideal :

$$H_{id}\left(e^{j\omega}\right) = \begin{cases} 1 & ,|\omega| \leq \pi/2 \\ 0 & ,\pi/2 < |\omega| \leq \pi \end{cases} . \tag{4.14}$$

Analizați caracteristicile lui și încercați să propuneți cel mai bun filtru posibil, variind parametrii : M, ω_p, ω_c, ω_s, Δ_p, Δ_s, fereastra utilizată (dintre cele 9 propuse). Cel mai bun filtru trebuie să îndeplinească ambele condiții de toleranțe impuse, să aibă ordinul M cât mai mic și să producă o bandă de tranziție $\left[\omega_p, \omega_s\right]$ cât mai îngustă, pentru toleranțe Δ_p, Δ_s, cât mai mici.

❶❶.❶ PRO.PS#1: Proiectarea filtrelor FIR prin metoda ferestrei



Nu copiați !!!