Proiectarea filtrelor FIR prin Metoda ferestrei

- Proiect PS -

Autor: Grigore Vlad-Gabriel
Grupa: 334AB

Profesori coordonatori:
Dan Stefanoiu
Vasilica Voinea

Ce este metoda ferestrei?

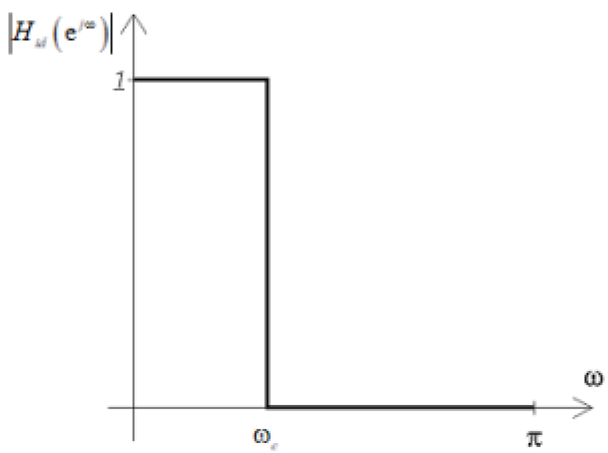
Metoda ferestrei este una dintre cele mai simple proceduri de proiectare a filtrelor FIR. Ea se bazeaza pe modularea în timp a unui raspuns ideal cu un semnal de tip fereastra, adica un semnal cu suport finit, care permite extragerea de segmente dintr-un alt semnal.

Functia de transfer a filtrului are forma generala (ordinul M este fixat în prealabil) :

$$H(z) = \sum_{n=0}^{M-1} h[n] z^{-n}.$$

Ce este un raspuns ideal?

Raspunsul ideal al filtrului este un raspuns care are spectrul de forma:



Unde w_c se numeste pulsatie “de taiere” care delimiteaza banda de trecere [0, w_c] de cea de stopare [w_c, pi].

Raspunsul ideal in frecventa:

$$H_{id}\left(e^{j\omega}\right) = \begin{cases} e^{-j\omega K} & ,|\omega| \leq \omega_c \\ 0 & ,\omega_c < |\omega| \leq \pi \end{cases} ,\forall\omega \in [-\pi, +\pi] \;,$$

Din pacate, un astfel de filtru nu este realizabil fizic din cauza teoremei Paley – Wiener:

$$\int_{-\pi}^{\pi} |ln|H(e^{jw})||d\omega \; < \; \infty$$

Astfel ca suntem nevoiti sa gasim o metoda care sa aproximeze aceasta forma a raspunsului, fapt ce constituie si obiectivul acestui proiect.

Faza 1

a)

Fereastra Dreptunghilara:

<u>Figura 0:</u>

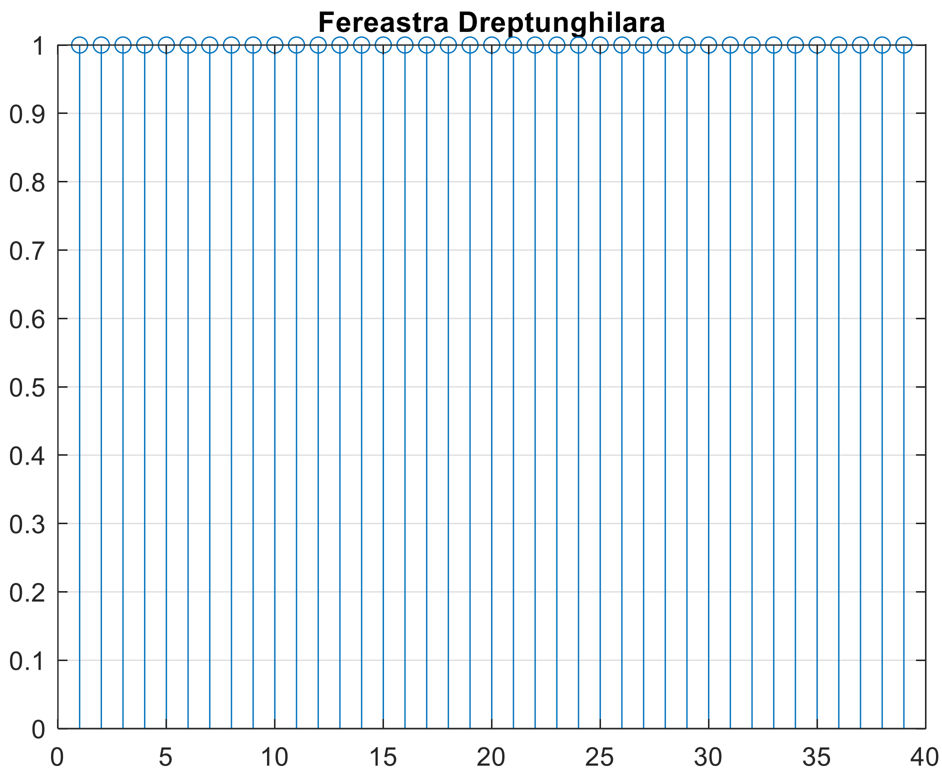
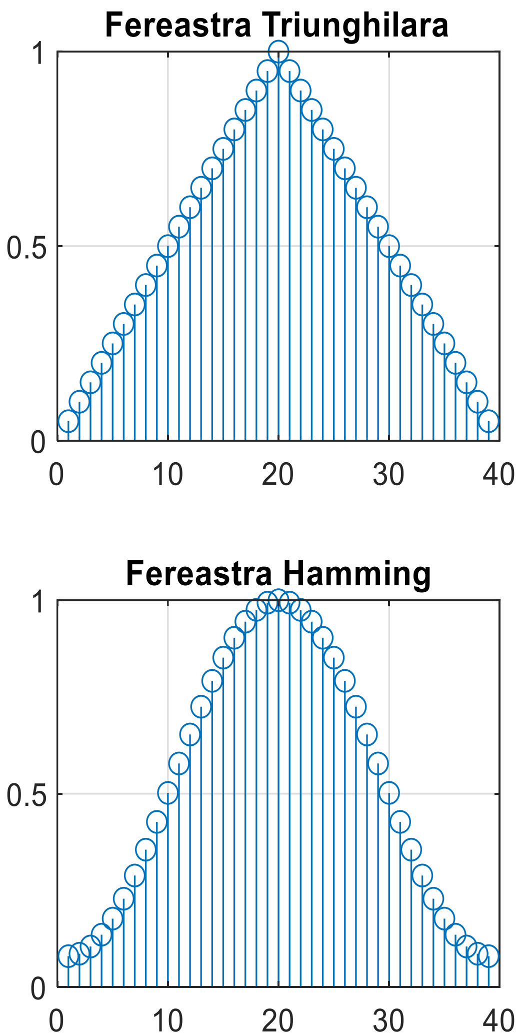
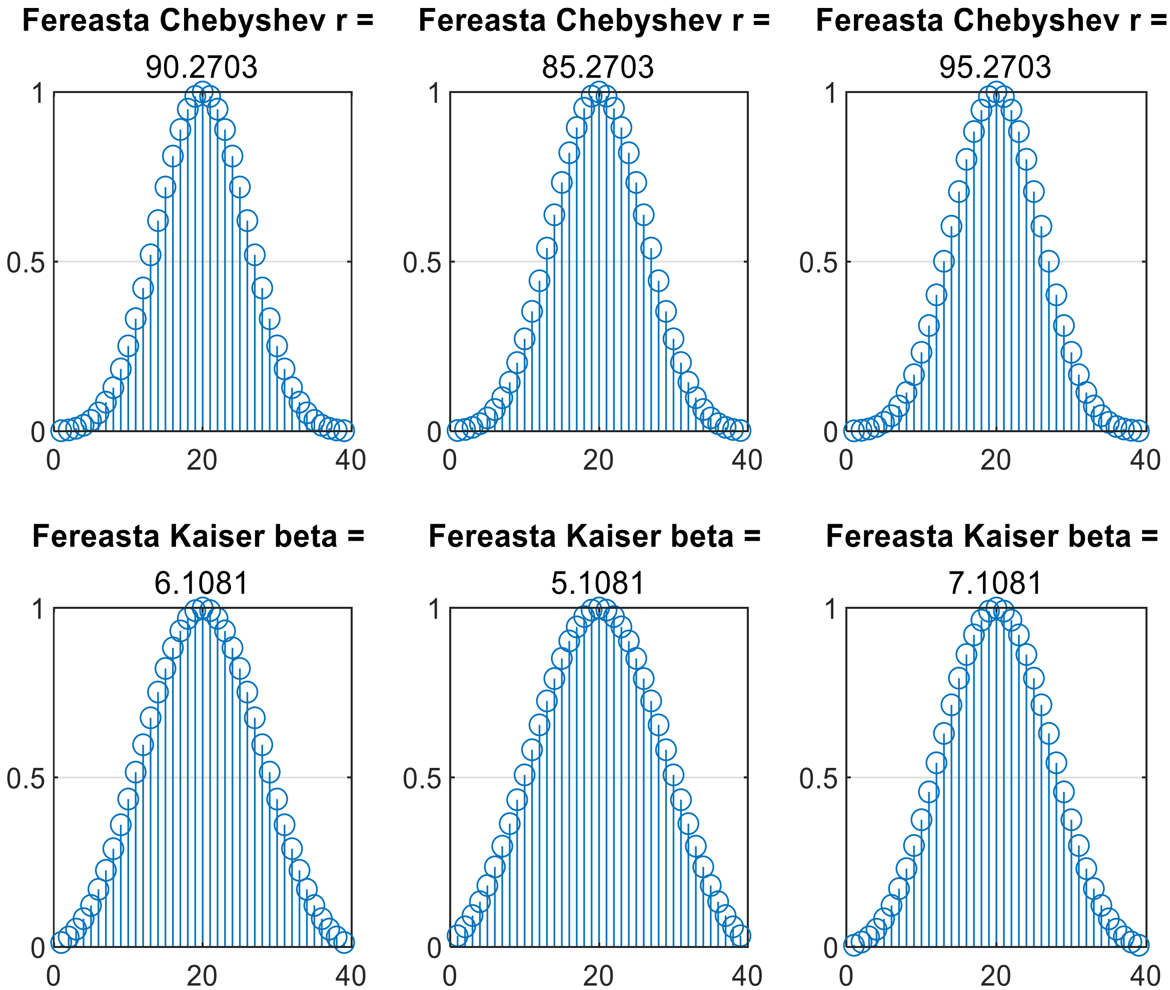


Figura 1:



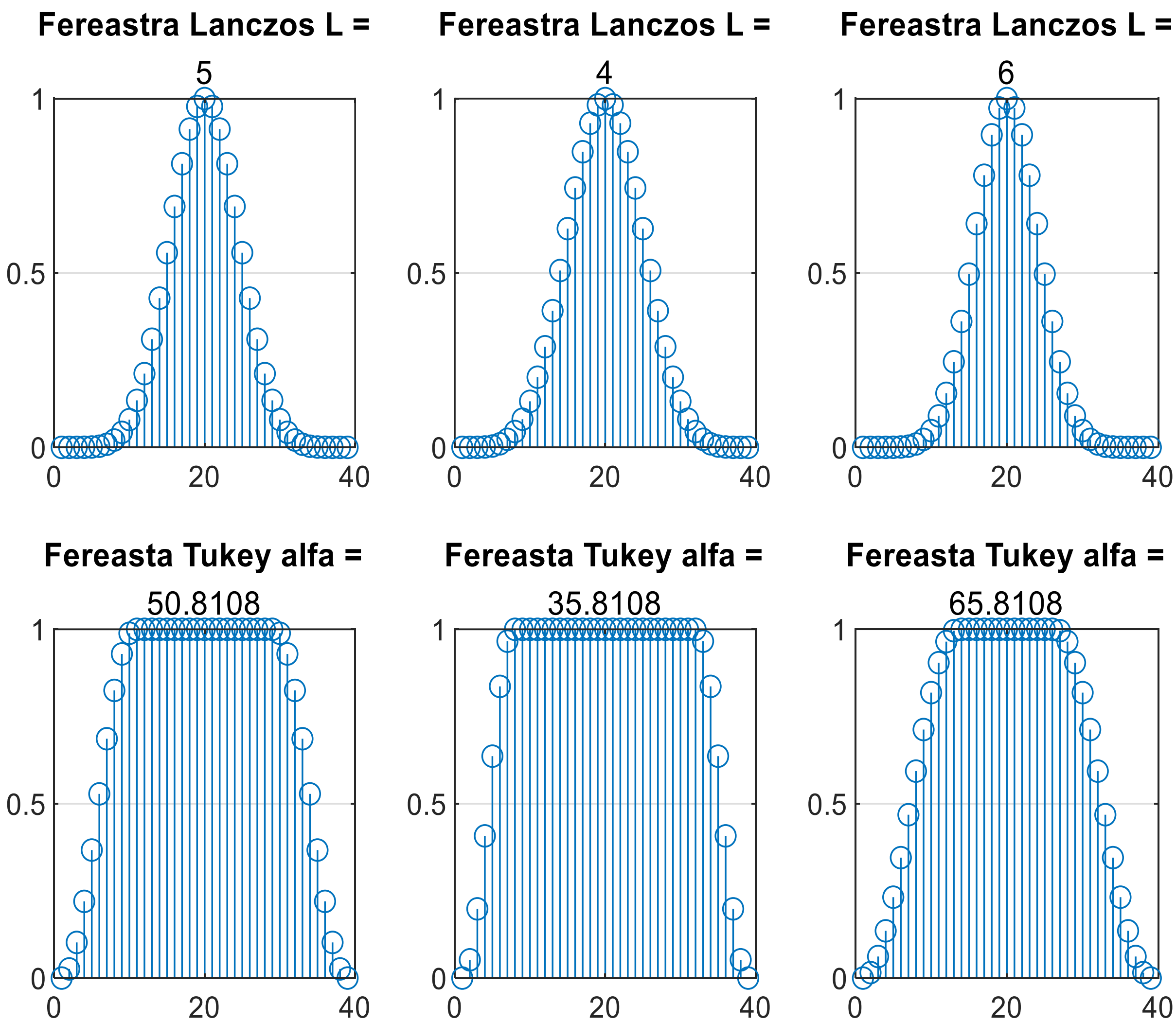
Fereastra Triunghilara
Fereastra Blackman
Fereastra Hamming
Fereastra Hanning

Figura 2:



Observatie: Atenuarile se observa mai bine in jurul liniei ce trece prin 0.5 , pentru Chebyshev, la r – 5 punctele ce erau pe 0.5 se duc mai sus si la r + 5 mai jos => asa se duc toate, iar la Kaiser e invers fata de Chebyshev.

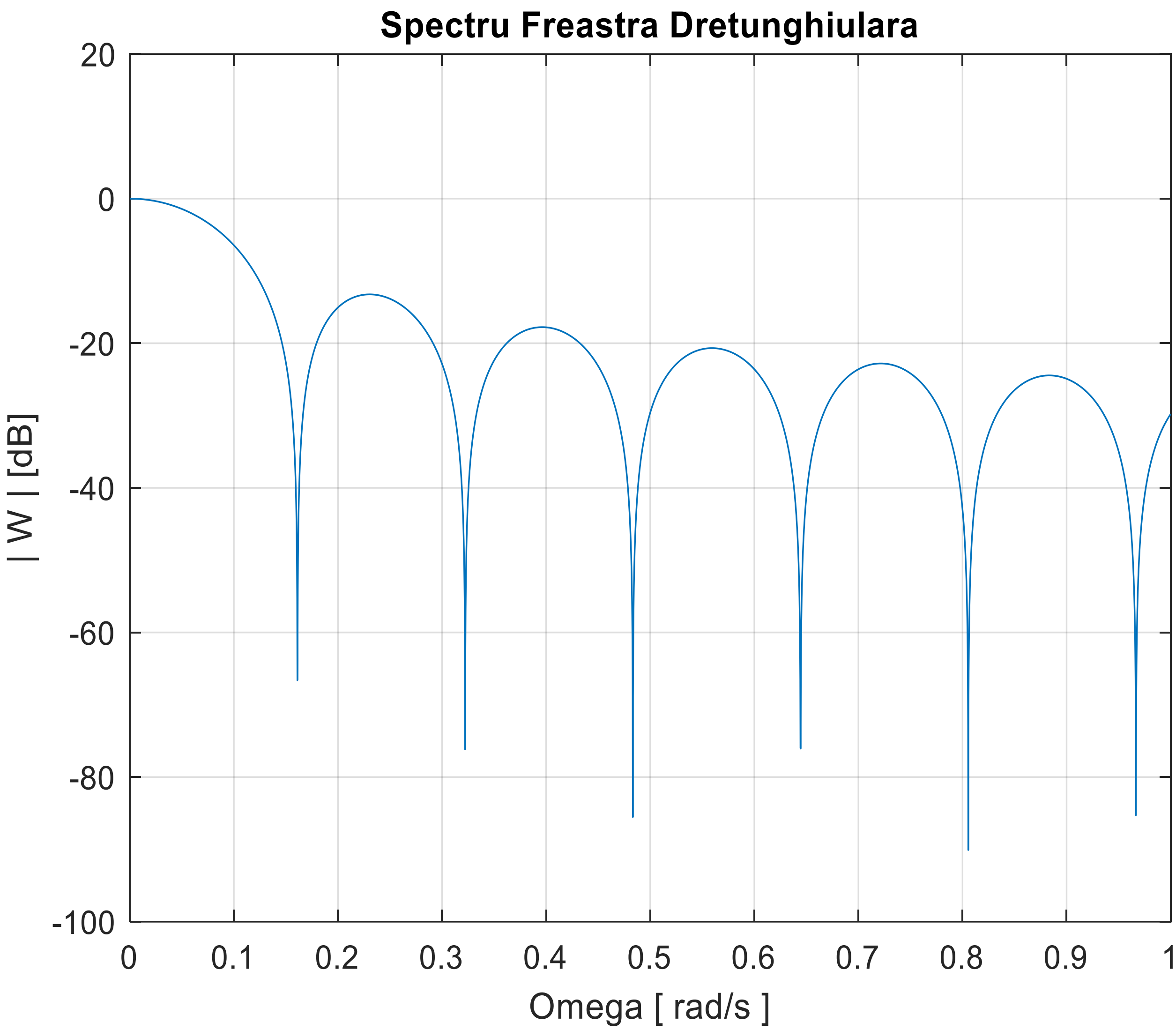
Figura 3:



Observatie: La fereastra Lanczos este similar cu cele prezentate anterior, iar la Tukey cu cat alfa scade cu atat se apropie de semnalul dreptunghiular, iar cu cat creste dreptunghiul se micsoreaza.

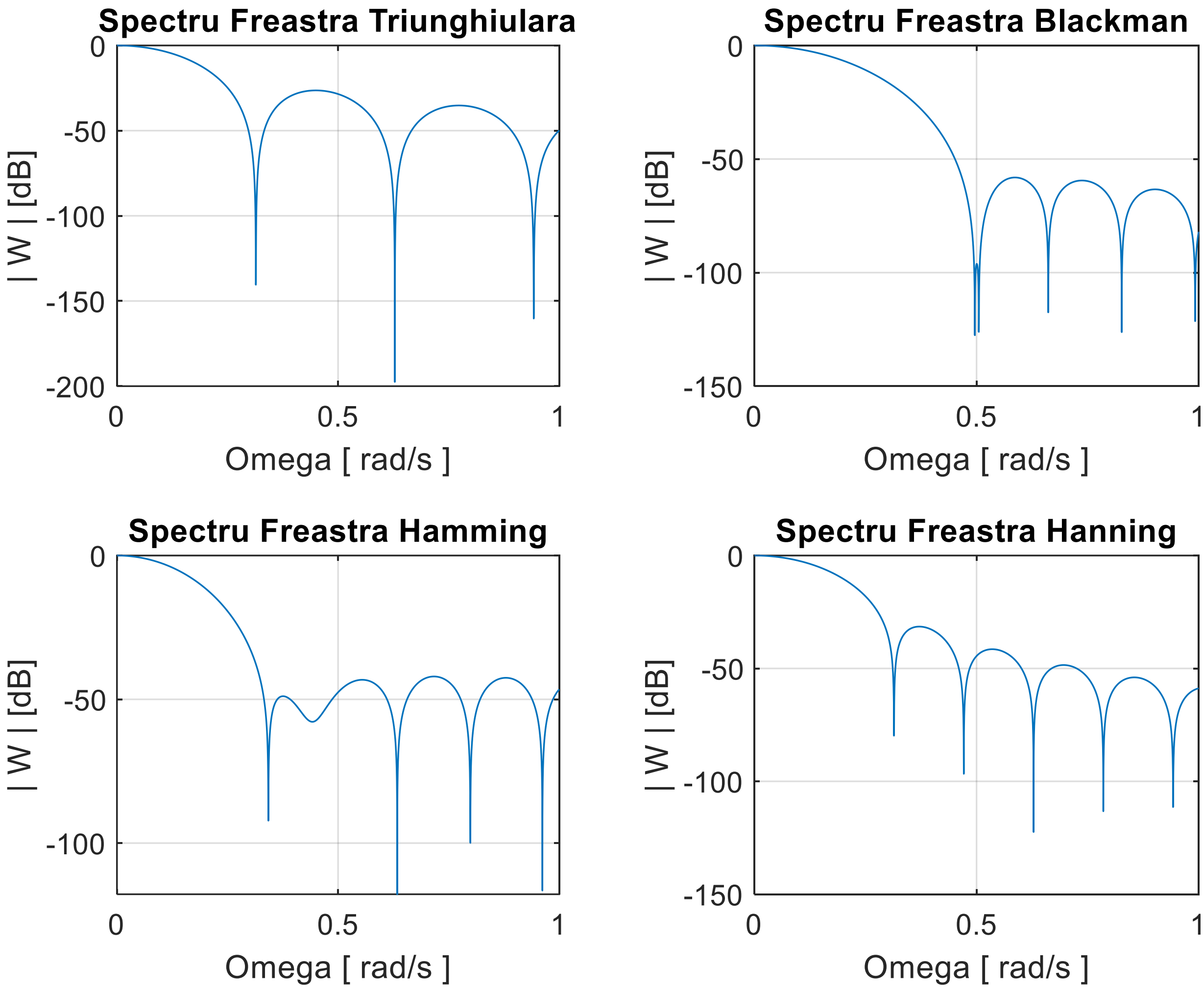
b)

Figura 0:



Dupa cum se poate observa, lobul principal este destul de ingust, iar lobii secundari aproape la fel de mari ca cel principal, fapt ce nu garanteaza o buna filtrare a datelor in frecventa si o proasta aproximare cu impulsul dirac. Chiar daca la unele frecvente atenuarea este mare, avand in Vedere ca unii lobi paraziti se apropie de 0 => nu filtreaza bine datele la frecvente medii si mari.

Figura 1:



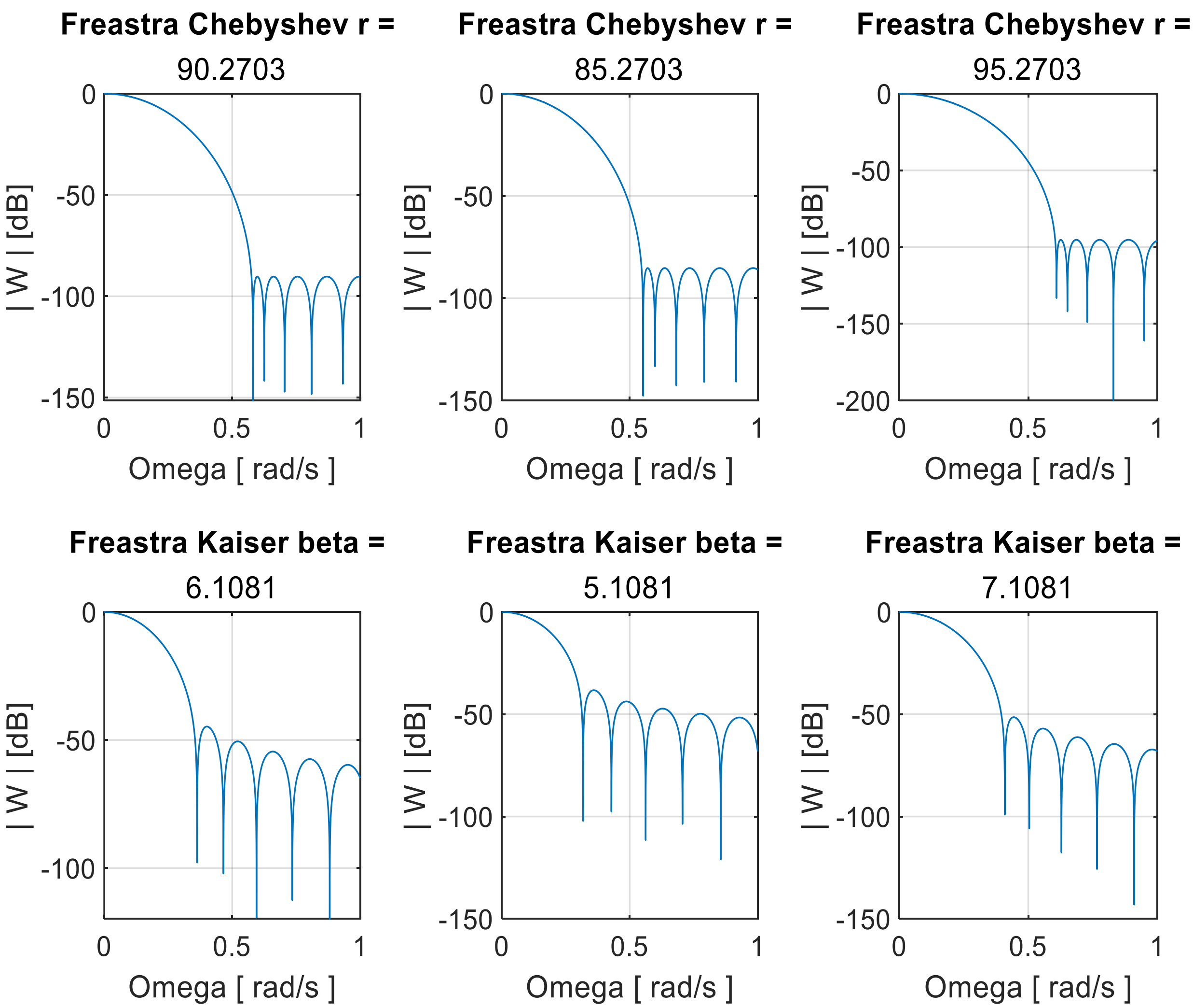
Fereastra Triunghiulara: are mai putini lobi paraziti decat cea dreptunghiulara, dar prezinta aceeasi aproximativ neregula => o filtrare mai proasta a datelor.(pentru ca lobii paraziti trec de -50dB apropiindu-se de 0)

Fereastra Blackman: Lobii paraziti sunt mai atenuati, dar lobul principal este foarte lat pana la o frecventa de 0.5 rad/s cee ce este foarte mare.

Fereastra Hamming: Are lobul principal mai ingust, iar lobii secundari sunt destul de atenuati osciland in jurul valorii de -50 dB aproximativ.

<u>Fereastra Hanning</u>: Similara cu cea Hamming, numai ca prezinta atenuari mai mici la labii paraziti, fiind in medie > 50dB , avand un aspect similar cu cea dreptunghiulara.

<u>Figura 2</u>:



Spectrele respectivelor ferestre.

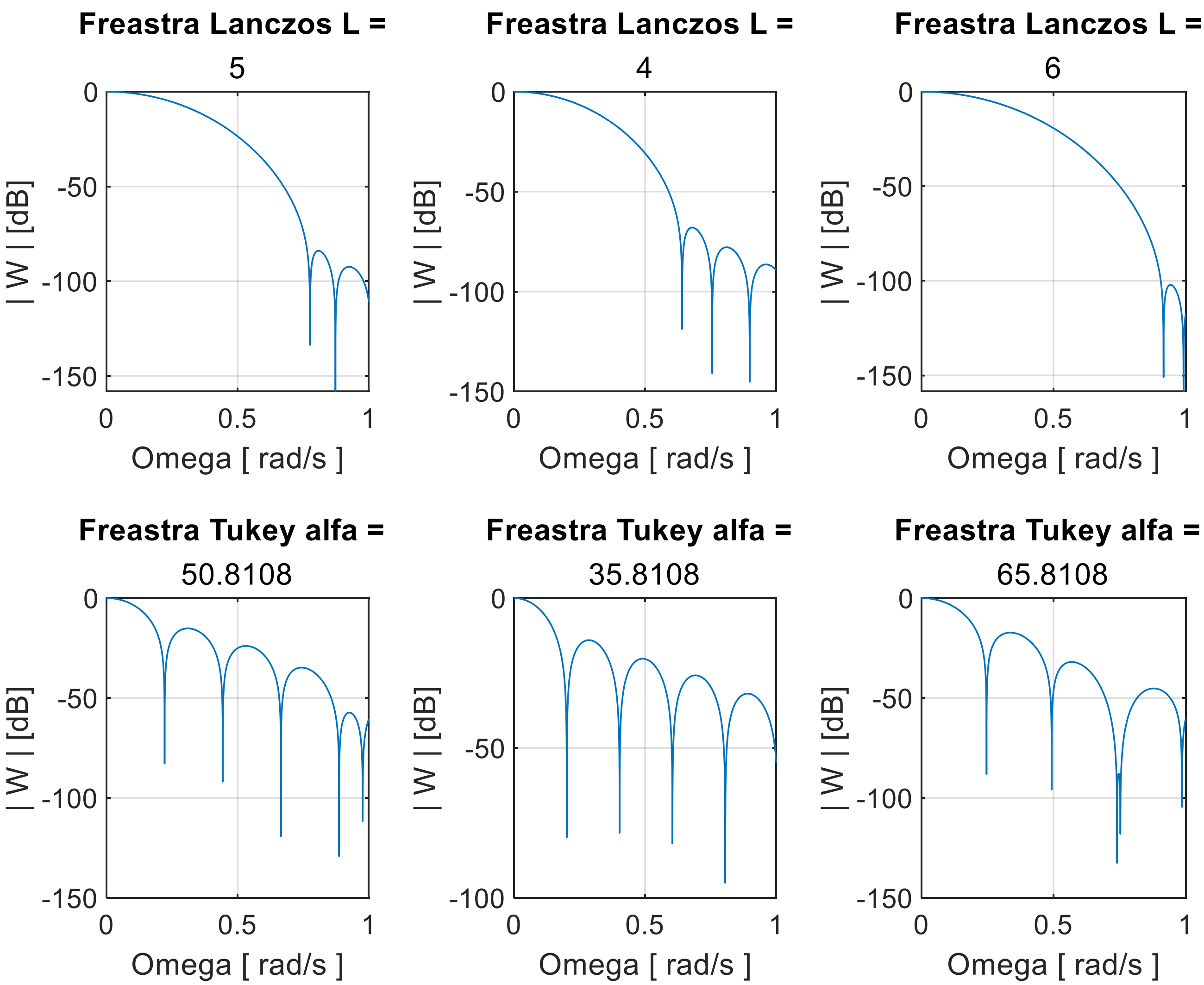
<u>Fereastra Chebyshev</u>: Are lobul principal foarte lat, depasind 0.5 rad/s in latime, dar are atenuarile foarte mici cee ace inseamna ca filtreaza bine datele de la frecvente mari.

De asemenea, observam ca odata cu modificarea lui r se modifica si latimea lobului principal, cat si atenuarile, pentru r – 1 fiind cea mai buna alegere de fereastra avand lobul principal cel mai subtire si atenuarile aproape cele mai mari.

Fereastra Kaiser: Are lobul principal mult mai subtire decat Chebyshev, dar nu are atenuarile la fel de puternice.

De asemenea, observam ca daca beta creste atenuarile scad, si invers.

Figura 3:



Fereastra Lanczos: Lobul principal e foarte lat si practice lasa sa treaca aproape toata frecventele, cu exceptia celor mari. Lobii secundari sunt putini la numar, dar au o atenuare destul de mare.

De asemenea, observam ca atunci cand creste L creste si latimea lobului principal si cu cat scade, scade latimea lobului principal.

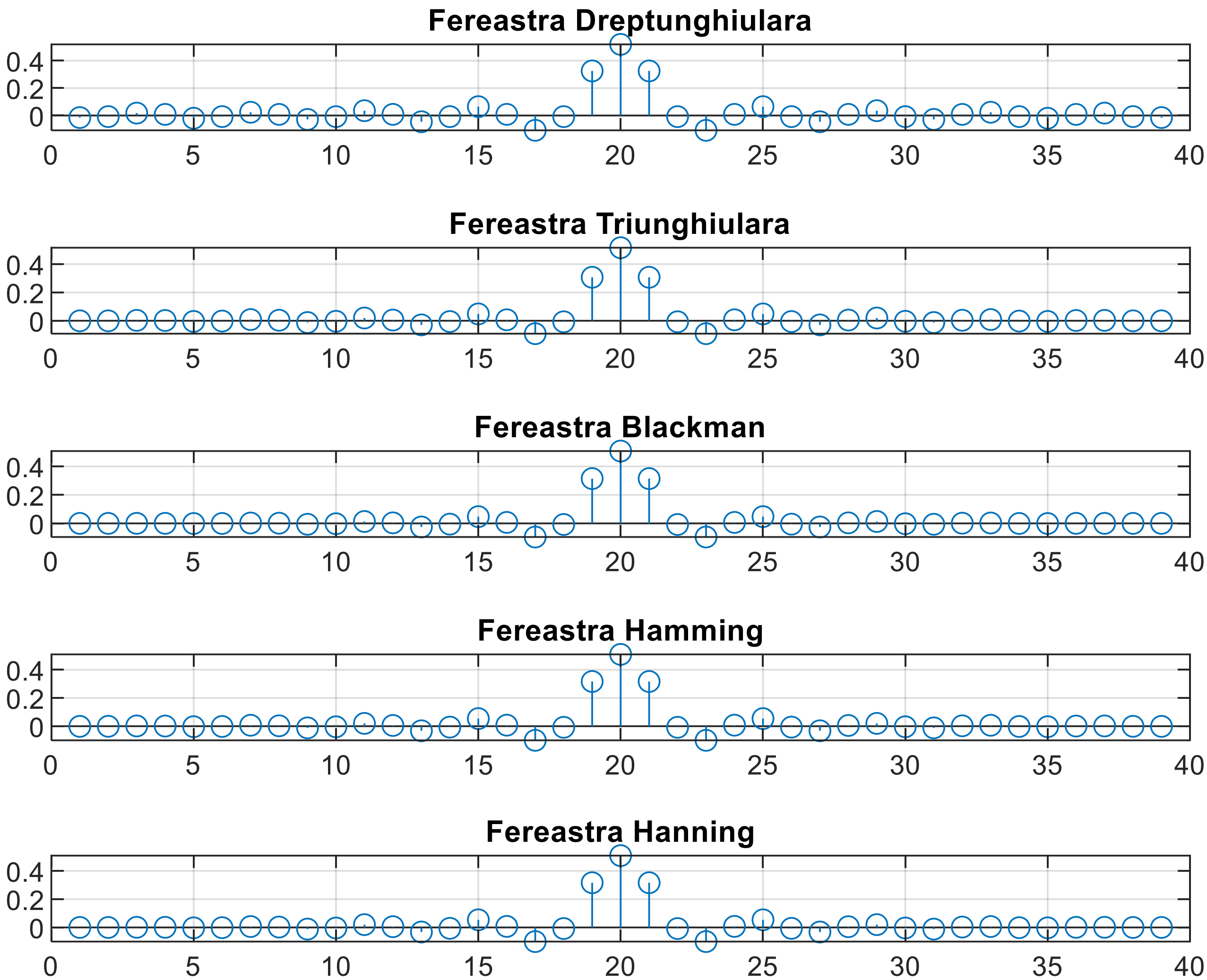
Fereastra Tukey: Are lobul principal destul de subtire, dar lobii secundari au o atenuare relative medie cu unele frecvente care se duc la -150 dB iar altele peste – 50 dB.

De asemenea, cu cat alfa creste, cu atat se apropie mai mult de fereastra dreptunghiulara, iar cu cat scade se departeaza.

Faza 2

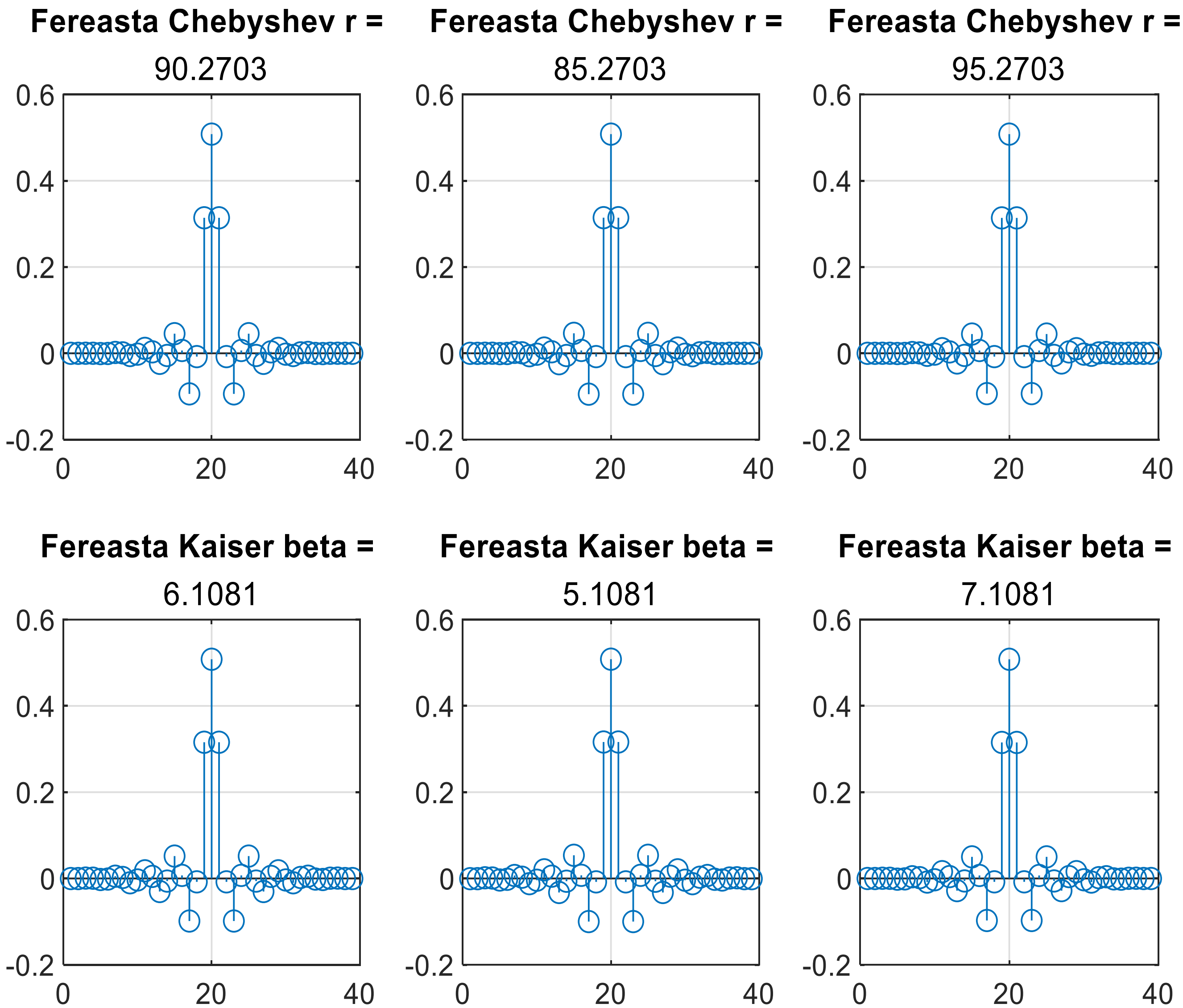
a)

Figura 8:



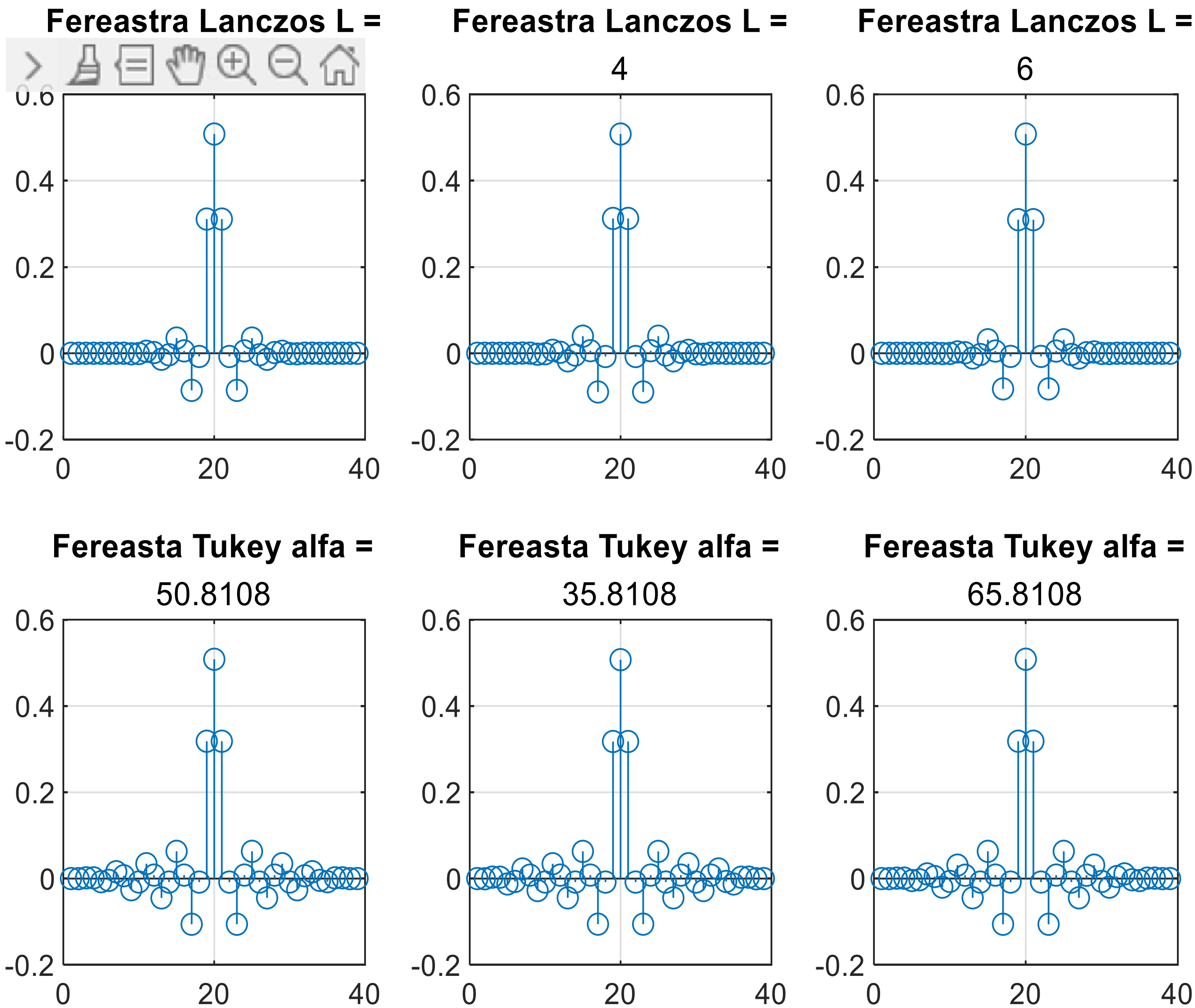
Observatie: In mare, toate filtrele arata similar.

Figura 9:



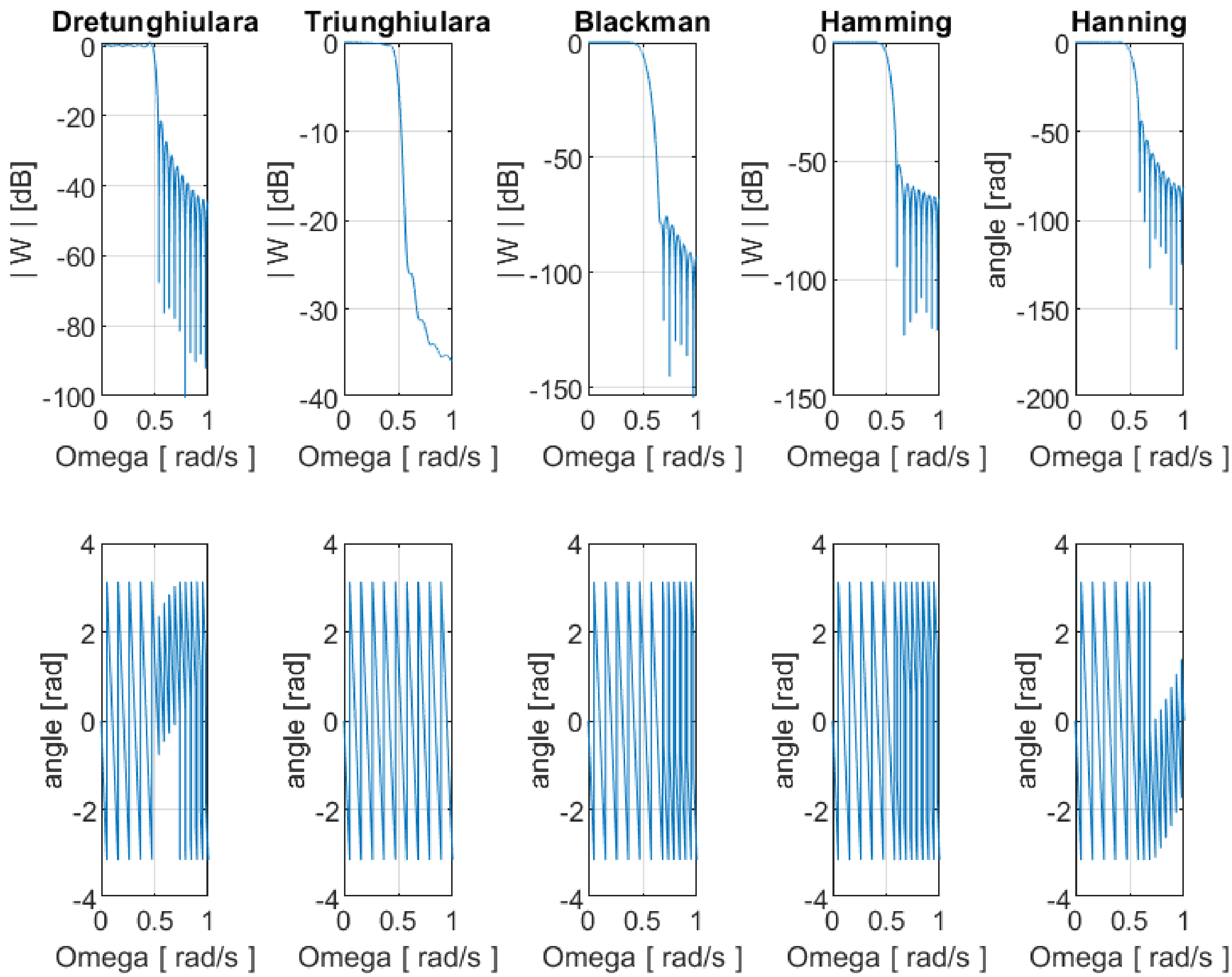
Similar cu figura anterioara.

Figura 10:



Similar anterior.

Figura 11:



Fereastra Dreptunghiulara: la lobul principal prezinta fenomenul Gibbs, banda de trecere se muleaza pe freqc_c si atenuarea lobilor paraziti este relative mica comparative cu celelalte.

Fereastra Triunghiulara: lobul principal nu pare sa prezinte fenomenum Gibbs, banda de trecere este la fel ca cea anterioara, dar nu prea prezinta lobi paraziti, dar nici atenuare prea mare.

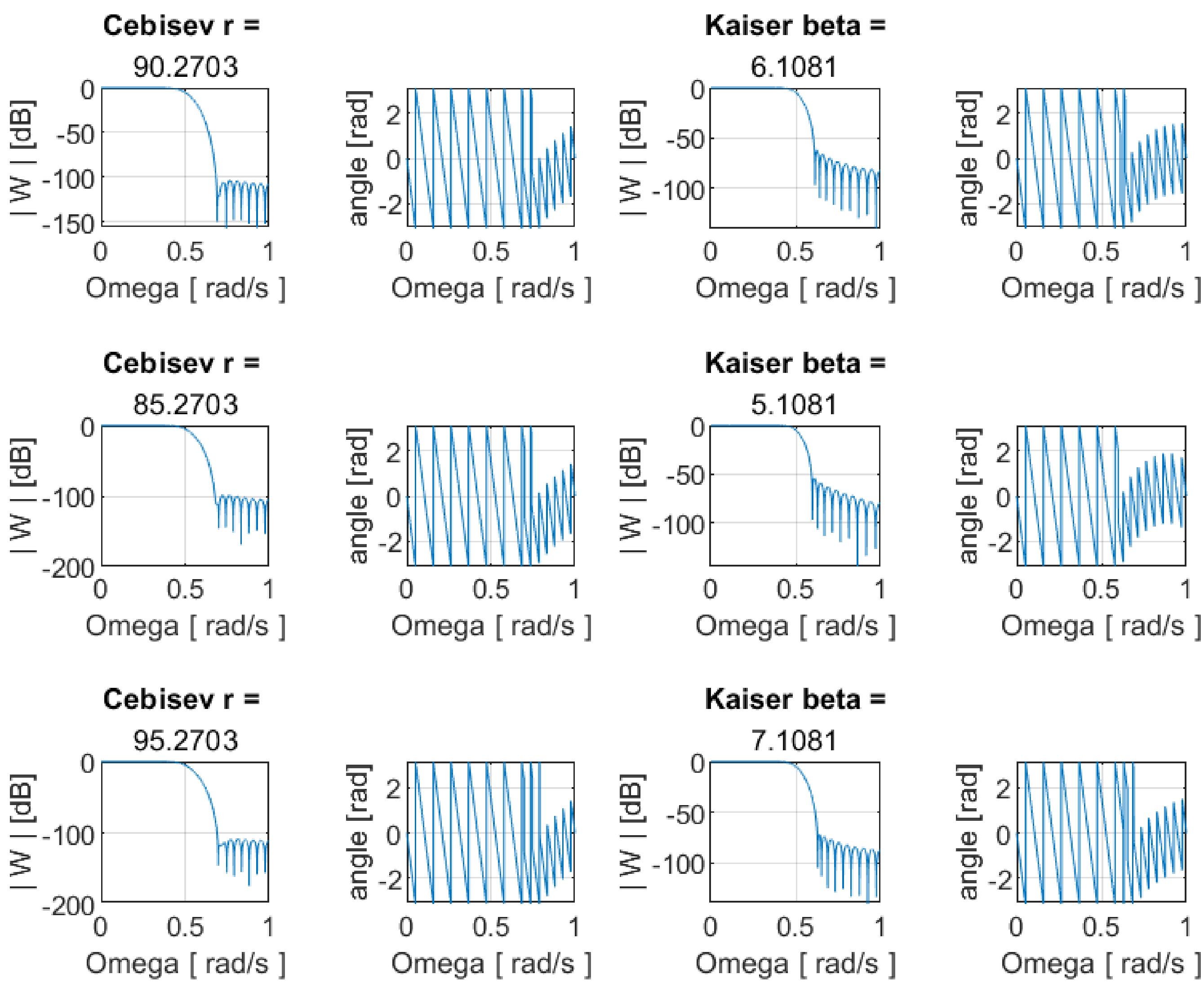
Fereastra Blackman: lobul principal nu prea pare afectat de fenomenul Gibbs, banda de trecere este mai larga decat freq_c, dar lobii paraziti prezinta o atenuare mare.

Fereastra Hamming: Similar cu Blackman, dar atenuarea lobilor paraziti este mai mica si banda de trecere mai apropiata de freq_c.

Fereastra Hanning: Similar cu Hamming, dar atenuarea lobilor este mai mare.

Fazele sunt liniare pe portiuni, cee ace corespunde aproximativ cu filtrul ideal.

Figura 12:



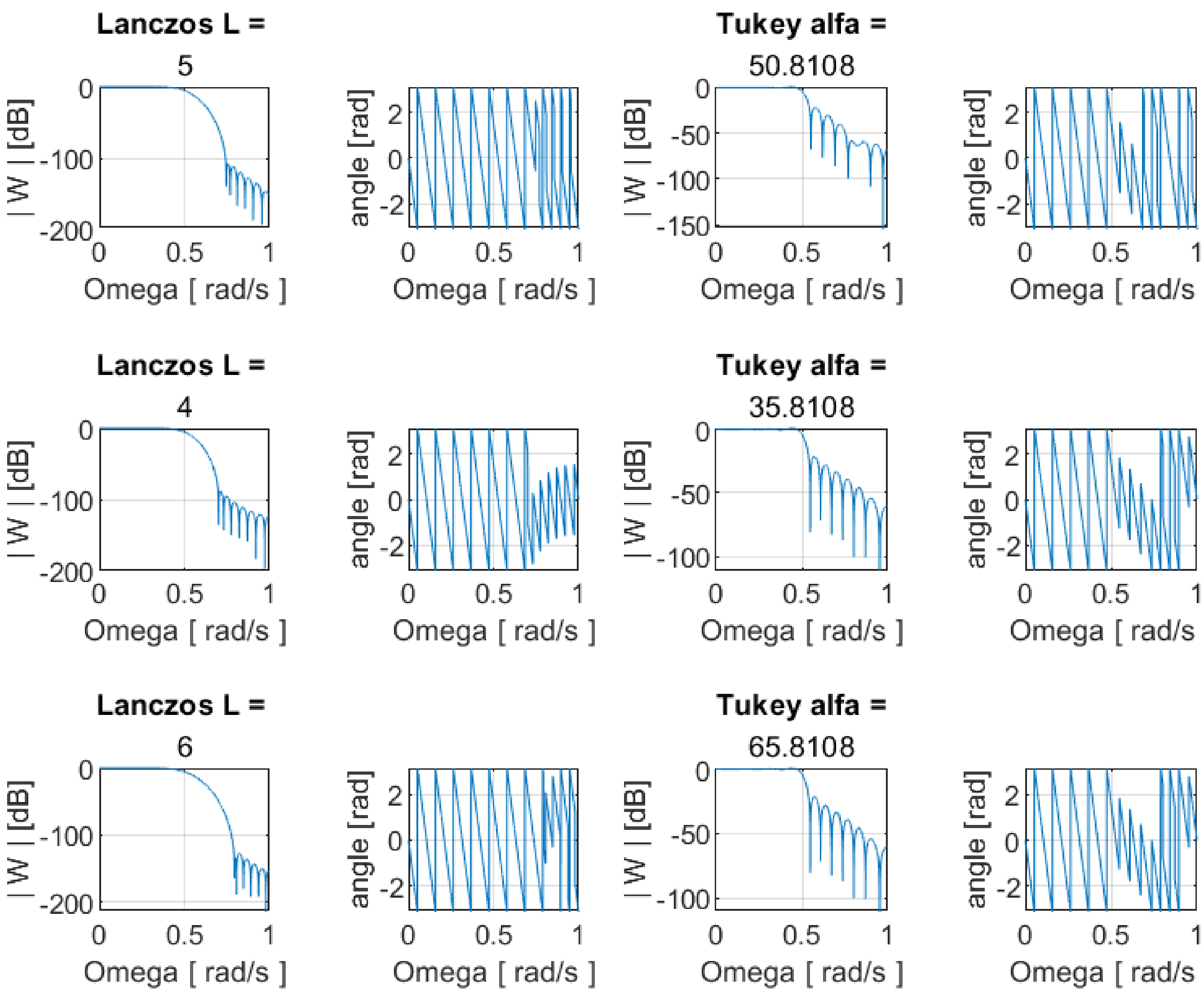
Fereastra Chebyshev: Lobul principal are o banda de trecere mai mare decat freq_c ,fara fenomen Gibbs, dar atenuarile sunt foarte mari la lobii paraziti.

De asemenea, daca r creste se mareste putin banda de trecere si atenuarile scad, iar invers banda de trecere se mareste, dar atenuarile scad.

<u>Fereastra Kaiser</u>: banda de trecere mai apropiata de freq_c decat Chebyshev, fara fenomen Gibbs, iar atenuariile lobilor paraziti sunt considerabile.

De asemenea, daca beta creste banda de trecer creste, dar si atenuarile, iar invers banda de trecere se apropie de freq_c, dar atenuarile se diminueaza.

<u>Figura 13</u>:



Fereastra Lanczos: Lobul principal are banda de trecere cu mult peste freq_c , nu prezinta fenomen Gibbs, dar are atenuari bune pentru lobii paraziti.

De asemenea, cu cat L creste cu atat creste banda de trecere si lobii se atenueaza sim ai mult si viceversa.

Fereastra Tukey: Are banda de trecere apropiata de freq_c, dar atenuarile nu sunt foarte mari.

Cu cat alfa scade => fereastra dreptunghiulara. Si cu cat alfa creste scad atenuarile si-si pastreaza din proprietatea lobului principal.

Clasament:

1. Kaiser cu beta + 1 – banda de trecere apropiata de freq_c si atenuari mai mici decat Blackman, dar are mai multi lobi paraziti deci mai multe atenuari
2. Blackman – cea mai apropiata banda de trecere de freq_c si atenuari mici
3. Kaiser beta – 1 – banda de trecere mai mare decat la 2
4. Hamming – similar cu Blackman, dar atenuari mai mici
5. Kaiser beta + 1 – similar 3 dar banda de trecere mai mare
6. Chebyshev r – banda de trecere mai mare decar freq_c, dar atenuari foarte mici
7. Chebyshev r + 5 – similar 6, dar lobi mai putini atenuati
8. Chebyshev r – 5 – similar 7
9. Hanning – similar cu Hamming, dar lobi nu chia rasa de atenuati
10. Lanczos L + 1 – banda de trecere mare, dar lobi paraziti foarte atenuati
11. Lanczos L – similar 10, dar atenuare mai slaba
12. Lanczos L – 1 similar 11

13. Tukey alfa + 15 – banda de trecere apropiata de freq_c, dar atenuari ale lobilor mai slabe decat la celelalte

14. Tukey alfa – similar 13

15 Tukey alfa – 15 – similar 13

16. Triunghiulara – Lobi paraziti foarte putin atenuati

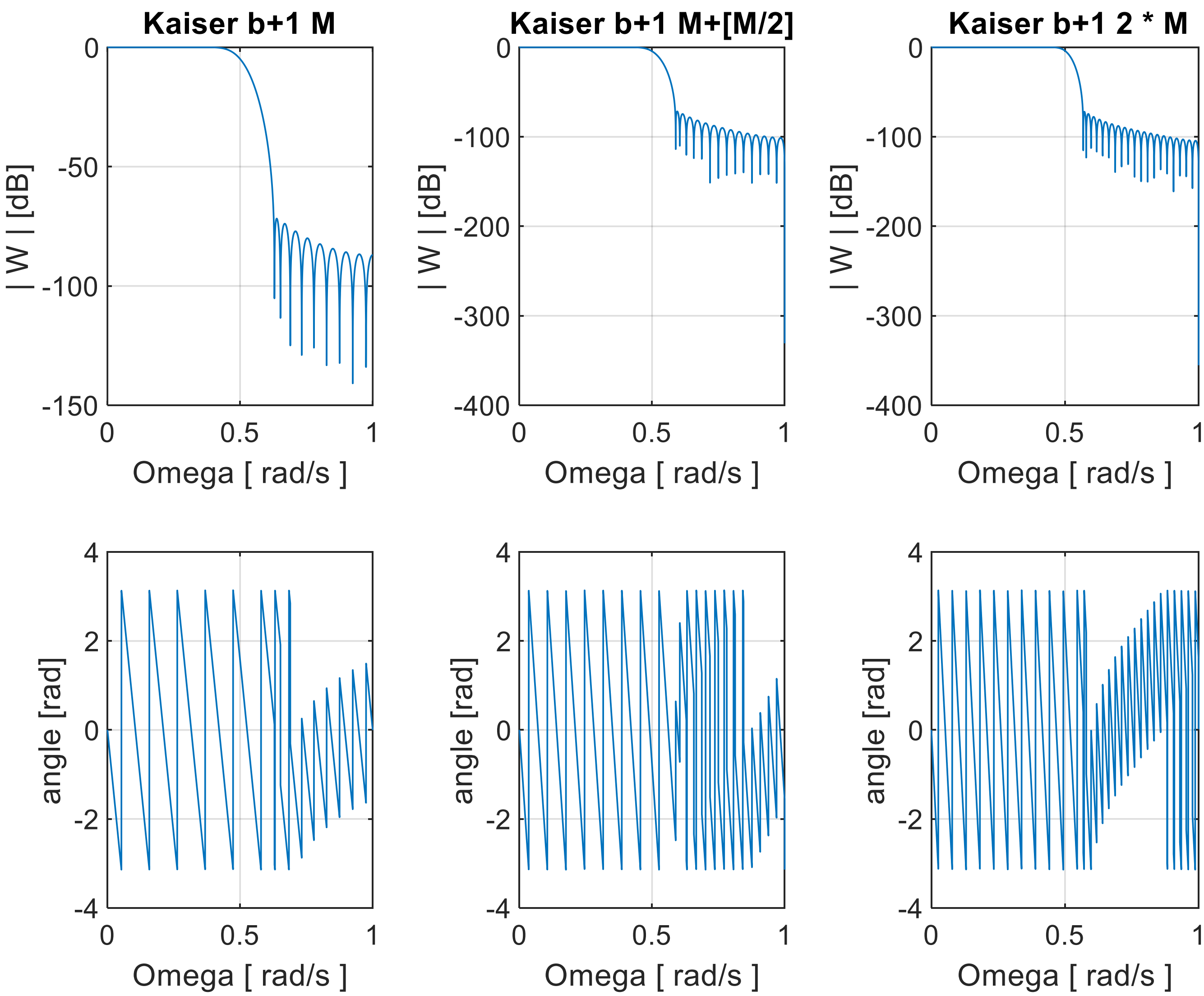
17. Dreptunghiulara – Lob principal afectat de fenomenul Gibbs si lobi secundari foarte putin atenuati

Clasificare 1

1. Kaiser
2. Blackman
3. Kaiser
4. Hamming
5. Chebyshev
6. Hanning
7. Lanczos
8. Tukey
9. Triunghiulara
10. Dreptunghiulara

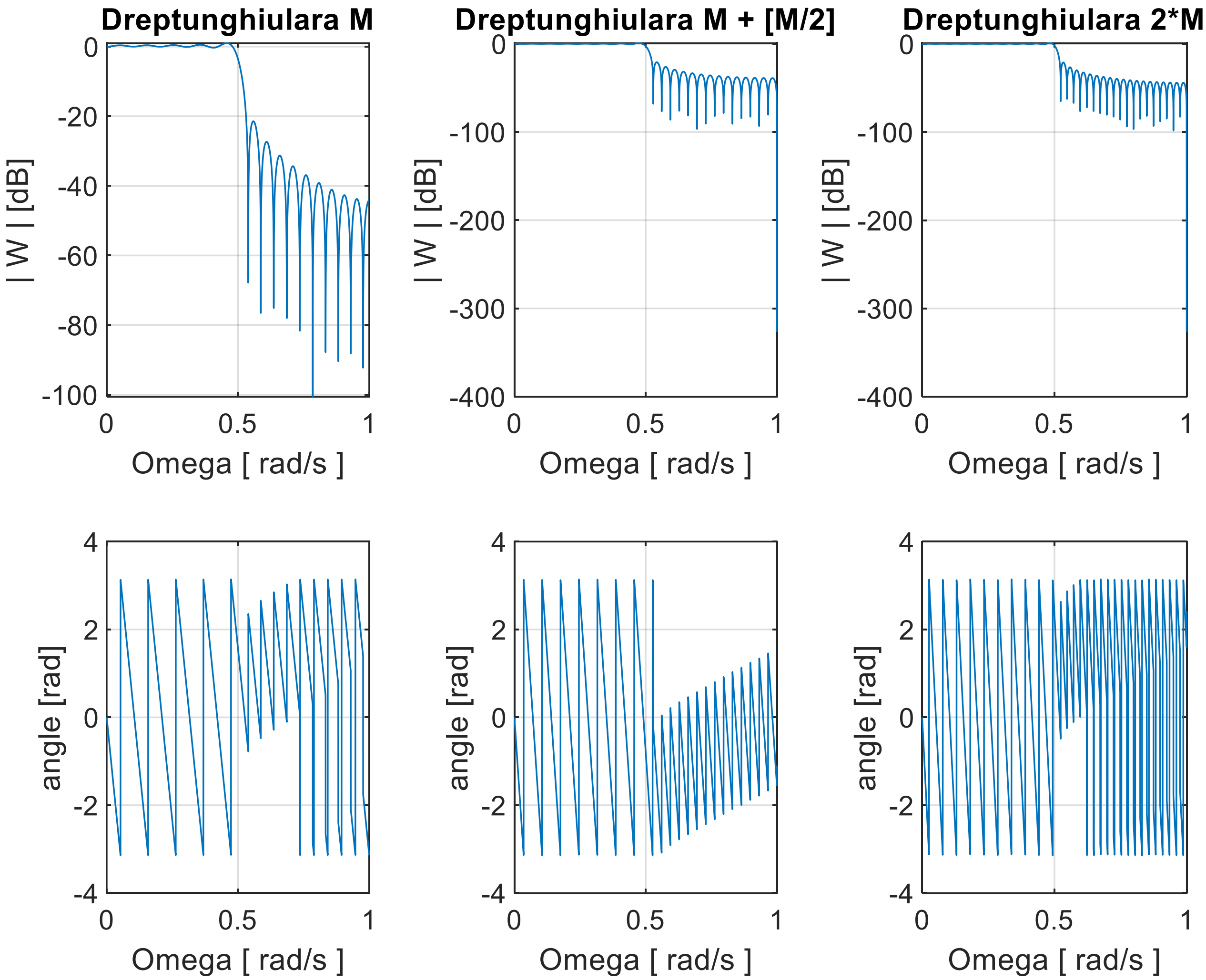
b)

Figura 15:



Dupa cum se observa cu cat creste M cu atat cresc si atenuarile si se mareste numarul lobilor secundari.

Figura 16:



Se intampla similar cu figura antecedenta, dar si fenomenul Gibbs pare sa se mai diminueze.

Cel mai bun filtru Dreptunghi: 2 * M -> 1

Cel mai slab Kaiser beta + 1: primul -> 2

1 prezinta fenomenul Gibbs in lobul principal, iar Kaiser nu.

Atenuarile ale lobilor secundari sunt mai mari la Kaiser decat la 1.

1 are banda de trecere mai subtire decat 2.

2 are mai multi lobi paraziti decat 1.

Faza 3

b)

```
M_val_nou =

    78   148    75   147   148    75   147   148   147


Delta_pr_nou =

    0.0416    0.0496    0.0488    0.0001    0.0496    0.0488    0.0001    0.0496    0.0001


Delta_sr_nou =

    0.0413    0.0001    0.0485    0.0502    0.0001    0.0485    0.0502    0.0001    0.0502
```

Prima valoare pe coloana e filtrul care a verificat din prima.

```
for i = 1:3 % parcurgem M_val
    for j = 1:3 % parcuegem omega_c
        w = kaiser( M_val(i), beta + 1 ); % proiectam
        h = fir1( M_val(i) - 1, omega_c(j) / pi, w );
        h = h / sum( h );
        [ Delta_pr, Delta_sr ] = Faza3a( h, omega_p, omega_s );
        if( Delta_pr <= Delta_p/100 && Delta_sr <= Delta_s/100 ) % verificam daca verifica criterile
            display([ ' Filtrul ' num2str(i) ', ' num2str(j) ' verifica ']);
            m_ver = M_val(i);
            Delta_pr_ver = Delta_pr;
            Delta_sr_ver = Delta_sr;
        else % daca nu le verifica cautam gradul pentru care o face
            m = M_val(i);
            while( Delta_pr > Delta_p/100 || Delta_sr > Delta_s/100 )
                m = m + 1;
                w = kaiser( m, beta + 1 );
                h = fir1( m - 1, omega_c(j) / pi, w );
                h = h / sum( h );
                [ Delta_pr, Delta_sr ] = Faza3a( h, omega_p, omega_s );
            end
            Delta_pr_nou(l) = Delta_pr;
            Delta_sr_nou(l) = Delta_sr;
            M_val_nou( l ) = m;
            l = l + 1;
        end
    end
end
```

Filtrele mai sus se repeta din 3 in 3 de la 2 in colo pentru ca corespund acelorasi pulsatii de taiere.

Nemodificate valorile arata asa:

```
for i = 1:3 % parcurgem M_val
    for j = 1:3 % parcuegem omega_c
        w = kaiser( M_val(i), beta + 1 ); % proiectam
        h = fir1( M_val(i) - 1, omega_c(j) / pi, w );
        h = h / sum( h );
        [ Delta_pr( i, j ), Delta_sr( i, j ) ] = Faza3a( h, omega_p, omega_s );
    end
end
Delta_pr
Delta_sr
```

```
Delta_pr =

    0.3422    0.2068    0.1065
    0.2704    0.1062    0.0253
    0.2030    0.0416    0.0015


Delta_sr =

    0.1062    0.2064    0.3417
    0.0252    0.1059    0.2697
    0.0015    0.0413    0.2022


ans =

    0.4485    0.4132    0.4482
    0.2956    0.2121    0.2950
    0.2044    0.0829    0.2036
```

Ans = suma lor.

Prima linie: M

A doua linie: M + [M/2]

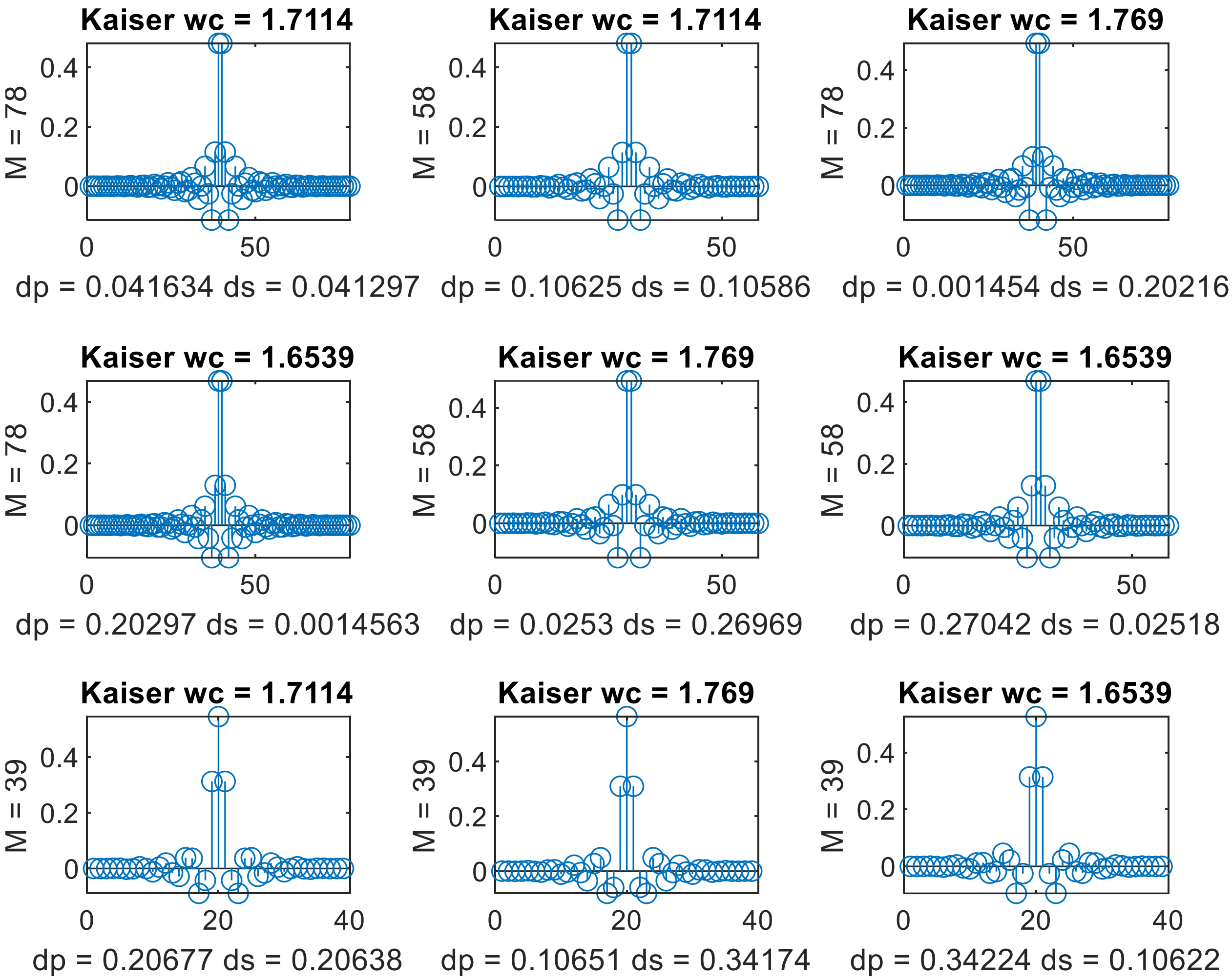
A treia linie: 2 * M

Singurul filtru care verifica e (3,2)

<u>Clasament:</u>

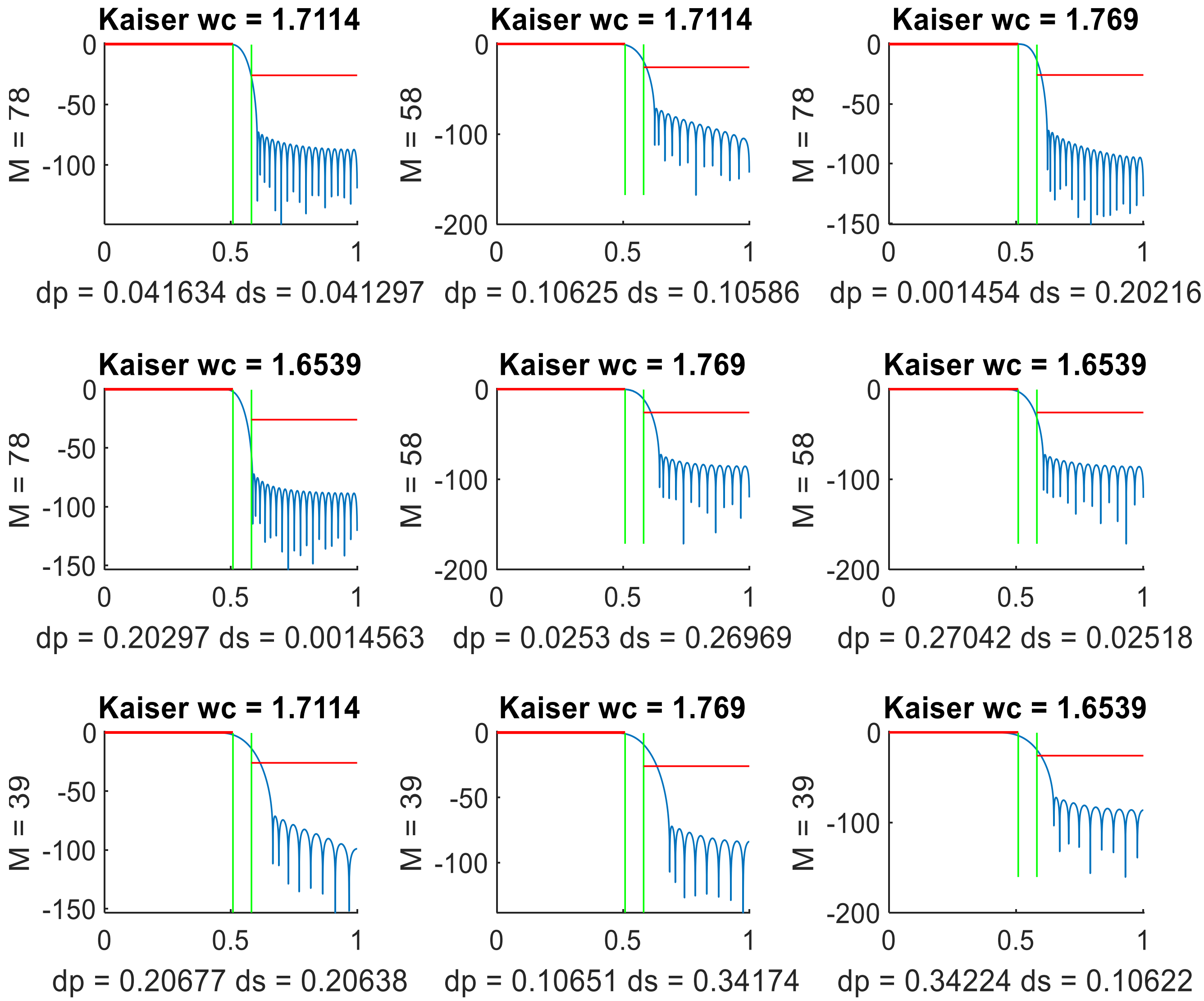
1. (3,2)
2. (2,2) ordin = 58 si sum = 0.2121
3. (3,3)
4. (3,1)
5. (2,3)
6. (2,1)
7. (1,2)
8. (1,3)
9. (1,1)

Figura 16:



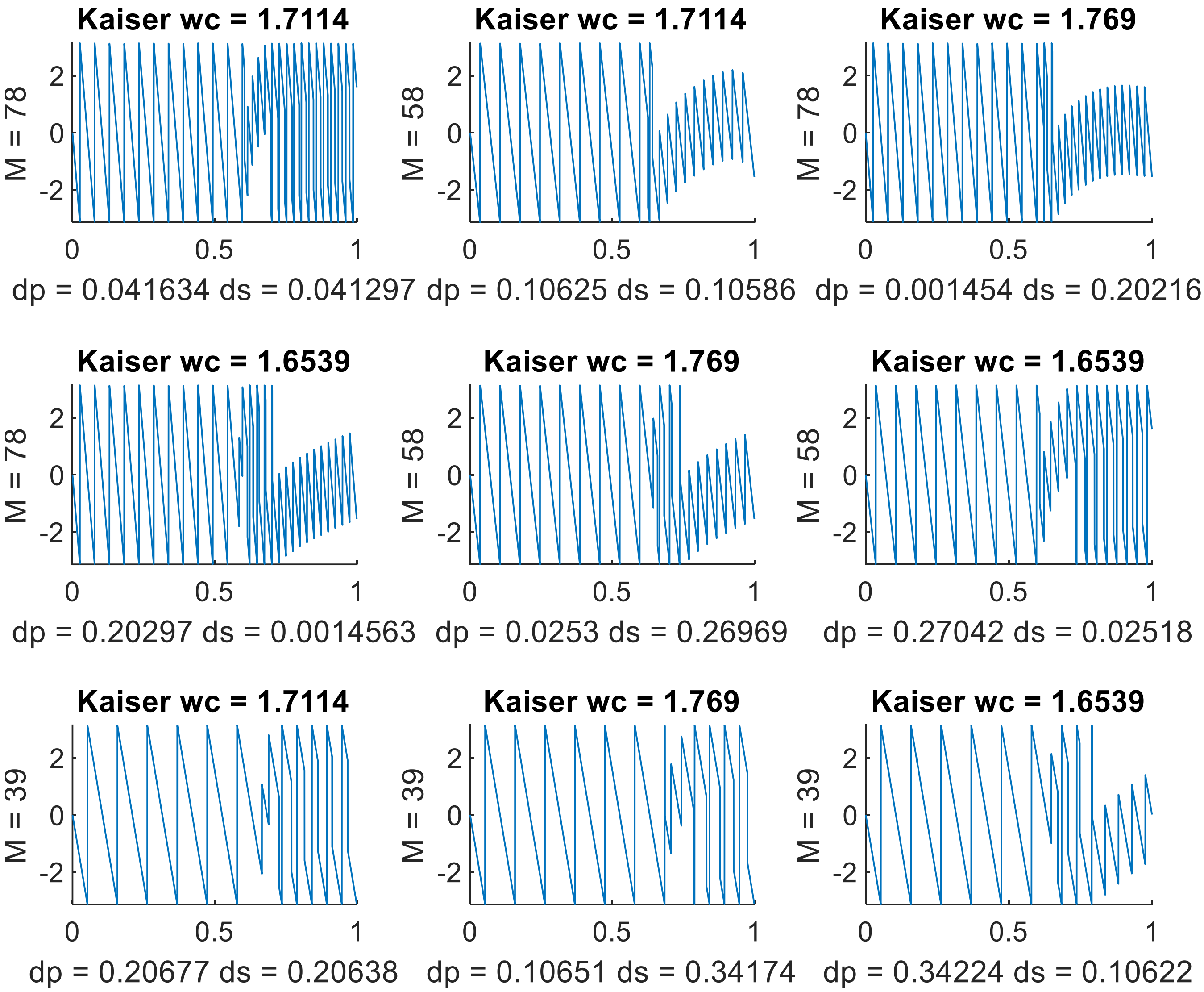
Kaiser wc = 1.7114
M = 78
dp = 0.041634 ds = 0.041297
Kaiser wc = 1.7114
M = 58
dp = 0.10625 ds = 0.10586
Kaiser wc = 1.769
M = 78
dp = 0.001454 ds = 0.20216
Kaiser wc = 1.6539
M = 78
dp = 0.20297 ds = 0.0014563
Kaiser wc = 1.769
M = 58
dp = 0.0253 ds = 0.26969
Kaiser wc = 1.6539
M = 58
dp = 0.27042 ds = 0.02518
Kaiser wc = 1.7114
M = 39
dp = 0.20677 ds = 0.20638
Kaiser wc = 1.769
M = 39
dp = 0.10651 ds = 0.34174
Kaiser wc = 1.6539
M = 39
dp = 0.34224 ds = 0.10622

Figura 17:



Kaiser wc = 1.7114
M = 78
dp = 0.041634 ds = 0.041297
Kaiser wc = 1.7114
M = 58
dp = 0.10625 ds = 0.10586
Kaiser wc = 1.769
M = 78
dp = 0.001454 ds = 0.20216
Kaiser wc = 1.6539
M = 78
dp = 0.20297 ds = 0.0014563
Kaiser wc = 1.769
M = 58
dp = 0.0253 ds = 0.26969
Kaiser wc = 1.6539
M = 58
dp = 0.27042 ds = 0.02518
Kaiser wc = 1.7114
M = 39
dp = 0.20677 ds = 0.20638
Kaiser wc = 1.769
M = 39
dp = 0.10651 ds = 0.34174
Kaiser wc = 1.6539
M = 39
dp = 0.34224 ds = 0.10622

Figura 18:


Kaiser wc = 1.7114
M = 78
dp = 0.041634 ds = 0.041297
Kaiser wc = 1.7114
M = 58
dp = 0.10625 ds = 0.10586
Kaiser wc = 1.769
M = 78
dp = 0.001454 ds = 0.20216
Kaiser wc = 1.6539
M = 78
dp = 0.20297 ds = 0.0014563
Kaiser wc = 1.769
M = 58
dp = 0.0253 ds = 0.26969
Kaiser wc = 1.6539
M = 58
dp = 0.27042 ds = 0.02518
Kaiser wc = 1.7114
M = 39
dp = 0.20677 ds = 0.20638
Kaiser wc = 1.769
M = 39
dp = 0.10651 ds = 0.34174
Kaiser wc = 1.6539
M = 39
dp = 0.34224 ds = 0.10622

Faza 4

Gold: Kaiser cu beta – 1

Silver: Hamming

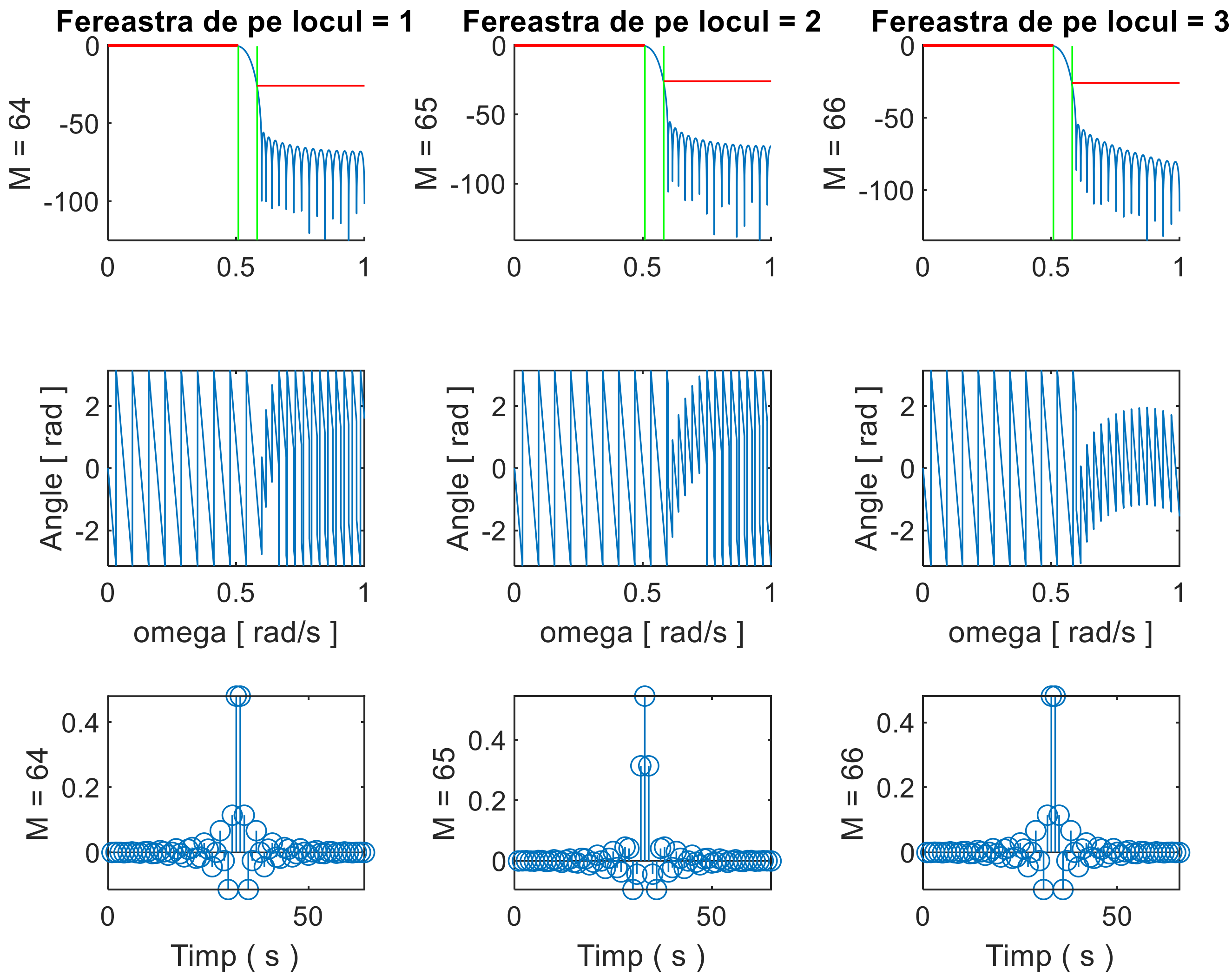
Bronze: Hanning

Din mai multe testari a algoritmului:

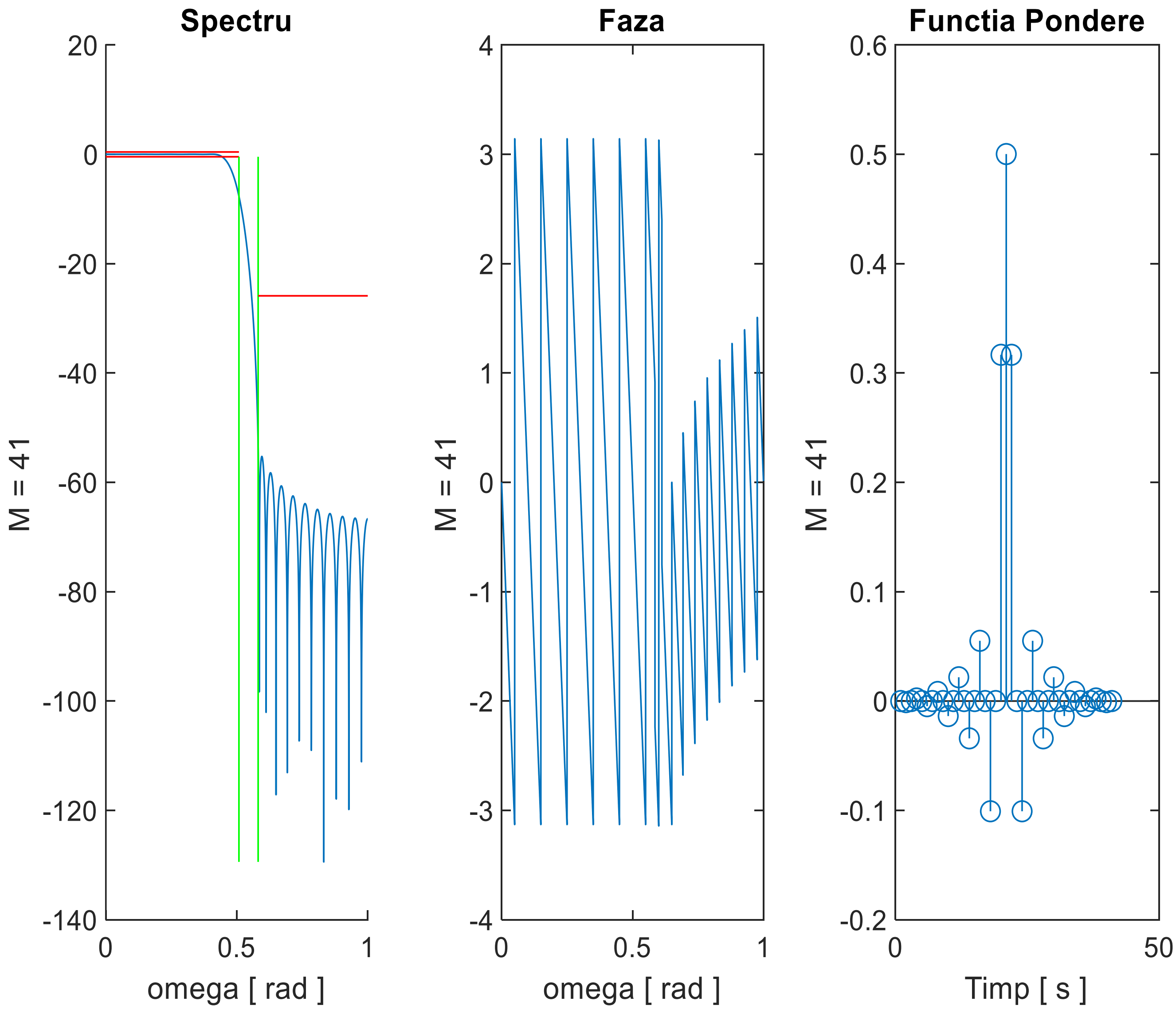
```
for i = 1:size( w, 2 )
    m = 3;
    Delta_pr = 1;
    Delta_sr = 1;
    while( Delta_pr > Delta_p/100 || Delta_sr > Delta_s/100 )
        win = hamming( m );
        %display(['iteratia ', num2str(i)])
        h = fir1( m - 1, omega_c(i) / pi, win );
        h = h / sum( h );
        [ Delta_pr, Delta_sr ] = Faza3a( h, omega_p, omega_s );
        m = m + 1;
    end
    m_val( i ) = m;
    dp( i ) = abs( Delta_pr + Delta_sr );
    ds( i ) = abs( Delta_pr - Delta_sr );
    err( i ) = norma_ideal(  h, omega_p, omega_s );
end
Val = [ m_val; dp; ds; err ];
weights = [ 0.05 0.25 0.25 0.45 ];
Val_n = weights * Val;
[ fil_min, index ] = min( Val_n );
```

Indexul e mereu 51

i = 1:100


Fereastra de pe locul = 1
Fereastra de pe locul = 2
Fereastra de pe locul = 3
M = 64
M = 65
M = 66
Angle [rad]
omega [rad/s]
Timp (s)

Faza 5



<u>Concluzii</u>: Dupa cum am putut observa, nu putem sa cream un filtru ideal si mereu trebuie sa facem compromisuri in functie de criteriul de specificatie.