

INSTITUTO FEDERAL DE SANTA CATARINA

PAULA CRISTINA GRANDO

**Desenvolvimento de Software didático para análise de linhas de  
transmissão, baseado em Carta de Smith**

São José - SC

dezembro/2018



# **DESENVOLVIMENTO DE SOFTWARE DIDÁTICO PARA ANÁLISE DE LINHAS DE TRANSMISSÃO, BASEADO EM CARTA DE SMITH**

Trabalho de conclusão de curso apresentado à Coordenação do Curso de Engenharia de Telecomunicações do campus São José do Instituto Federal de Santa Catarina para a obtenção do diploma de Engenharia de Telecomunicações.

Orientadora: Profa. Dra. Evanaska Maria Barbosa Nogueira

Coorientador: Prof. Me Diego da Silva de Medeiros

São José - SC

dezembro/2018

Paula Cristina Grando

Desenvolvimento de Software didático para análise de linhas de transmissão, baseado em Carta de Smith/ Paula Cristina Grando. – São José - SC, dezembro/2018-  
63 p. : il. (algumas color.) ; 30 cm.

Orientador: Profa. Dra. Evanaska Maria Barbosa Nogueira

Monografia (Graduação) – Instituto Federal de Santa Catarina - IFSC  
Campus São José  
Engenharia de Telecomunicações, dezembro/2018.

1. Carta de Smith. 2. Impedância. 3. Eletromagnetismo Aplicado. 4. Linhas de Transmissão.  
I. Orientador. II. Instituto Federal de Santa Catarina. III. Campus São José. IV. Software para  
aprimoramento do ensino de linhas de transmissão, baseado em Carta de Smith

PAULA CRISTINA GRANDO

## **DESENVOLVIMENTO DE SOFTWARE DIDÁTICO PARA ANÁLISE DE LINHAS DE TRANSMISSÃO, BASEADO EM CARTA DE SMITH**

Este trabalho foi julgado adequado para obtenção do título de bacharel em Engenharia de Telecomunicações, pelo Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Santa Catarina, e aprovado na sua forma final pela comissão avaliadora abaixo indicada.

São José - SC, 7 de dezembro de 2018

---

**Profa. Dra. Evanaska Maria Barbosa  
Nogueira, Dra.**  
Orientadora  
Instituto Federal de Santa Catarina

---

**Diego da Silva de Medeiros, MSc.**  
Co-orientador  
Instituto Federal de Santa Catarina

---

**Clayrton Monteiro Henrique, MSc.**  
Instituto Federal de Santa Catarina

---

**Roberto Wanderley da Nóbrega, Dr.**  
Instituto Federal de Santa Catarina

---

**Saul Silva Caetano, Dr.**  
Instituto Federal de Santa Catarina



*Que a gente nunca se esqueça  
que o amor deve ser o centro de tudo.  
(Autor Desconhecido)*





# AGRADECIMENTOS

Começo agradecendo primeiramente a Deus, por ter me amparado durante toda essa longa caminhada e me dado forças para não desistir mesmo nas horas mais difíceis.

Aos meus pais Paulo Jonas Grando e Nair Elena Grando, que desde cedo me incentivaram ao estudo e que dedicaram anos de trabalho árduo para me proporcionar um estudo de qualidade. E que por diversas vezes que abriram mão de um sonho para que eu pudesse realizar o meu. Também ao meu irmão, Pedro Henrique Grando, meu companheiro de vida, que me ensinou desde cedo sobre o amor, paciência, companheirismo e sobre nunca desistir independente do tamanho do meu problema. Vocês deixaram o legado do amor, o qual, carregarei para minha vida. Sem vocês eu jamais teria chego tão longe.

Ao meu namorado, Lucas Mendes Miranda Franco, que aqueceu todas as crises existências que surgiram ao longo dessa graduação.

Aos amigos, que são a família que nos permitimos escolher. A todos vocês, obrigada. Em especial, agradeço aos companheiros de graduação, Bruno Espíndola e Natan Martins Jory que sempre se prontificaram a me ajudar. E os meus companheiros de estágio, que sempre me incentivaram e se prontificaram a me ajudar.

A minha amiga-irmã Emily Martins por estar ao meu lado da infância a vida adulta, muito antes dos vestibulares, provas e faculdade, sempre aplaudindo minhas conquistas como se fossem dela. A minha amiga-mãe Mayara Moreira, que me deu todo o apoio emocional para que eu conseguisse entregar esse trabalho.

A rede de apoio criado pelas meninas do curso de engenharia de Telecomunicações, para que todas pudessemos nós nos sentir acolhidas durante a graduação.

Agradeço aos professores e funcionários do Instituto Federal de Santa Catarina, que de alguma forma participaram da minha caminhada nestes cinco anos, sem eles não seria possível chegar até aqui. Em especial a minha professora e orientadora Doutora Evanaska Maria Barbosa, pelos ensinamentos compartilhados no decorrer do curso, pela figura representativa que você é em um curso de predominância masculina, pelo acolhimento com o presente tema, pelo carinho e amor com que se dedicou a este trabalho. E ao meu co-orientador, que me auxiliou muito na conclusão deste trabalho, compartilhando o seu conhecimento de forma leve e descontraída. Obrigado a vocês por serem grandes motivadora nesta trajetória.

E por fim, dedico esse trabalho ao meu companheiro de IFSC, Mateus Araújo Silva, que entrou comigo na instituição em fevereiro de 2010 e se manteve do meu lado até o dia de hoje. Obrigada por ser parceiro de todos os trabalho executados na graduação e por me fazer seguir firme até o final desse curso, você uma inspiração para mim.

A vocês, todo meu amor e eterna gratidão.



# RESUMO

A Carta de Smith é uma calculadora gráfica que busca resolver cálculos complexos e, nesta perspectiva, permite auxiliar o ensino sobre linhas de transmissão. Esta funcionalidade faz com que esta ferramenta seja amplamente utilizada no meio acadêmico. Este trabalho visou desenvolver um *software* para facilitar a utilização da Carta de Smith em situações didáticas de ensino e aprendizagem. O processo de desenvolvimento desse *software* foi dividido em três etapas. A primeira etapa consiste na modelagem da carta e na localização dos principais elementos de uma linha de transmissão. Na segunda etapa, foram codificadas formas para permitir diferentes tipos de casamento de impedância, e neste caso, ambas as etapas foram alcançadas através do uso do *software Matlab*. A terceira etapa foi alcançada através do uso da ferramenta *GUIDE*, disponibilizada pelo *Matlab* para criar uma interface gráfica. O *software* obtido ao final deste trabalho atende aos objetivos propostos, permitindo a aplicação de uma ferramenta digital no processo de ensino e aprendizagem.

**Palavras-chave:** Carta de *Smith*. Impedância. Eletromagnetismo Aplicado. Linhas de Transmissão. Ferramenta didática.



# ABSTRACT

The Smith's Chart is a graphing calculator that seeks to solve complex calculations and, from this perspective, allows assist teaching on transmission lines. This feature makes this tool widely used in academia. This work aimed to develop a software to facilitate the use of the Smith Chart in didactic teaching and learning situations. The development process of this software was divided into three stages. The first step consists of modeling the chart and locating the main elements of a transmission line. In the second step, were encoded ways to allow different types of impedance matching, and in this case, both steps were achieved through the use of *Matlab*. The third step was achieved by using the *GUIDE* tool, made available by the *Matlab* to create a graphical interface. The software obtained at the end of this work fulfills the proposed objectives, allowing the application of a digital tool in the teaching and learning process.

**Keywords:** Chart Smith. Impedance. Applied Electromagnetism. Transmission lines. Didactic tool.



# LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Círculos correspondentes a parte real . . . . .	27
Figura 2 – Porção de círculos correspondente a parte imaginária . . . . .	27
Figura 3 – Base da Carta de Smith . . . . .	28
Figura 4 – Polaridade da Parte Imaginária . . . . .	28
Figura 5 – Carta de Smith . . . . .	29
Figura 6 – Parâmetros distribuídos de um segmento de uma linha de transmissão . . . . .	30
Figura 7 – Casamento Stub em Paralelo com duas terminações . . . . .	32
Figura 8 – Localizando a admitância na Carta . . . . .	33
Figura 9 – Situações de casamento básicas . . . . .	34
Figura 10 – Casamento com a impedância na região $1 \pm jb$ . . . . .	35
Figura 11 – Circuito equivalente do Caso 1 . . . . .	35
Figura 12 – Casamento com a impedância na região do círculo girado $1 \pm jb$ . . . . .	36
Figura 13 – Circuito equivalente do Caso 2 . . . . .	36
Figura 14 – Fluxograma proposto . . . . .	39
Figura 15 – Base da Carta . . . . .	41
Figura 16 – Círculos utilizados durante a manipulação da carta . . . . .	47
Figura 17 – Intersecção entre o círculo girado e o o círculo real da admitância . . . . .	49
Figura 18 – Layout da interface desenvolvida no MATLAB . . . . .	51
Figura 19 – Interface desenvolvida no MATLAB - Casamento em Paralelo . . . . .	52
Figura 20 – Interface desenvolvida no MATLAB - Casamento com elemento concentrado . . . . .	52
Figura 21 – Pontos de equivalência do circuito final do casamento com stub paralelo com terminação em curto . . . . .	56
Figura 22 – Pontos de equivalência do circuito final do casamento com stub paralelo com terminação em aberto . . . . .	57
Figura 23 – Pontos de equivalência do circuito final do casamento com elemento concentrado . . . . .	59





# LISTA DE TABELAS

Tabela 1	– Disciplinas que utilizam Carta de Smith no mundo . . . . .	22
Tabela 2	– Disciplinas que utilizam Carta de Smith no Brasil . . . . .	22
Tabela 3	– Valores normalizados de indutância e capacitância . . . . .	37
Tabela 4	– Relação entre os <i>switch cases</i> e os casamentos de impedância . . . . .	43
Tabela 5	– Comparação entre os resultados obtidos pelo <i>software</i> e manuseio da Carta de Smith - Casamento <i>Stub</i> paralelo em curto com a parte imaginária positiva . . . . .	55
Tabela 6	– Comparação entre os resultados obtidos pelo <i>software</i> e manuseio da Carta de Smith - Casamento <i>Stub</i> paralelo em aberto . . . . .	56
Tabela 7	– Comparação entre os resultados obtidos pelo <i>software</i> e cálculos manuais - Casamento por elemento concentrado, fora do círculo $1 \pm jb$ e do círculo $1 \pm jb$ girado . . . . .	58
Tabela 8	– Comparação entre os resultados obtidos pelo <i>software</i> e cálculos manuais - Casamento por elemento concentrado, impedância dentro do círculo girado . . . . .	58
Tabela 9	– Comparação entre os resultados obtidos pelo <i>software</i> e manuseio da Carta de Smith - Casamento por elemento concentrado, impedância dentro do círculo $1 \pm jb$ . . . . .	58
Tabela 10	– Comparativo entre os testes . . . . .	61



# LISTA DE SÍMBOLOS

$\Gamma$	Coeficiente de reflexão
$\Gamma_L$	Coeficiente de reflexão na carga
$ \Gamma_L $	Módulo do coeficiente de reflexão
$ \Gamma_{Re} $	Parte real do coeficiente de reflexão
$ \Gamma_{Im} $	Parte imaginária do coeficiente de reflexão
$\lambda$	Comprimento de onda
$a$	Raio do círculo
$(m, n)$	Pontos centrais do círculo
$Z_{in}$	Impedância de entrada
$Z_0$	Impedância da linha
$Z_L$	Impedância da carga
$z_L$	Impedância da carga normalizada
$z_0$	Impedância da linha normaliza
$\ell$	Comprimento da linha de transmissão
$d$	Distância da carga até o <i>stub</i>
$Re$	Parte real da impedância
$Im$	Parte imaginária da impedância
$r$	Parte real da impedância normalizada
$b$	Parte imaginária da impedância normalizada
$\theta$	Ângulo do coeficiente de reflexão na carga
$\beta$	Constante de fase
$\Delta z$	Comprimento infinitesimal da linha
$R'$	Resistência por unidade de comprimento
$L'$	Indutância por unidade de comprimento
$G'$	Condutância por unidade de comprimento
$C'$	Capacitância por unidade de comprimento
$C$	Capacitância
$L$	Indutância
$V_0^+$	Tensão incidente
$I_0^+$	Corrente incidente



# SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>21</b>
1.1	Objetivos	21
1.2	Motivação	23
1.3	Organização do trabalho	23
<b>2</b>	<b>FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA</b>	<b>25</b>
2.1	História da Carta de Smith	25
2.2	A Construção da Carta de Smith	25
2.3	Utilizando a Carta de Smith	30
2.3.1	Parâmetros da linha de transmissão	30
2.3.2	Localizando os principais elementos de uma linha de transmissão	31
2.3.3	Casamento de Impedância	32
2.3.3.1	Casamento <i>stub</i> em paralelo	32
2.3.3.2	Casamento por elemento concentrado	34
<b>3</b>	<b>ALGORITMO PARA MANUSEIO DA CARTA DE SMITH</b>	<b>39</b>
3.1	Construção da Base da Carta	39
3.1.1	Conversão de impedâncias	40
3.2	Localizando os principais parâmetros de linha	42
3.3	Casamento de impedância	43
3.3.1	Casamento com <i>stub</i>	43
3.3.1.1	Casamento com <i>stub</i> em paralelo aberto	43
3.3.1.2	Casamento com <i>stub</i> em paralelo em curto	46
3.3.2	Casamento com elemento concentrado $L$	46
3.3.2.1	Caso 1: Impedância da carga normalizada no interior do círculo $1 \pm jb$	48
3.3.2.2	Caso 2: Impedância da carga normalizada no interior do círculo girado	49
3.3.2.3	Caso 3: Impedância externo ao círculo $1 \pm jb$ e ao círculo girado	50
3.3.3	Criação da interface gráfica	50
3.3.4	Utilizando a interface	51
<b>4</b>	<b>RESULTADOS</b>	<b>55</b>
4.1	Teste 1 - Casamento <i>stub</i> em paralelo com a terminação em curto	55
4.2	Teste 2 - Casamento em <i>stub</i> paralelo com a terminação em aberto	56
4.3	Teste 3 - Casamento por elemento concentrado	57
4.4	Conclusão dos testes	59
<b>5</b>	<b>CONCLUSÕES</b>	<b>61</b>
	<b>REFERÊNCIAS</b>	<b>63</b>



# 1 INTRODUÇÃO

Apesar do crescimento das redes sem fios, as linhas de transmissão continuam sendo amplamente utilizadas, na conexão de um computador à Internet, na conexão de uma antena à algum equipamento ou, até mesmo, para fazer a conexão entre componentes eletrônicos em uma placa de circuito impresso. Para que um sistema consiga transferir a energia necessária para o seu funcionamento é necessário que a linha de transmissão, a carga utilizada e a resistência da fonte possuam a mesma impedância, para que não ocorra retorno de tensão para a fonte. Devido a sua importância, diversas universidades abordam o ensino de linha de transmissão em suas ementas curriculares e utilizam como ferramenta de ensino uma calculadora gráfica conhecida como Carta de *Smith*. Esta carta, apesar de ser uma ferramenta utilizada no meio acadêmico, é extremamente útil para o ensino dos aspectos das linhas de transmissão para máquinas (BADII; OLOOMI, 1998).

A Carta de Smith é um gráfico de impedâncias normalizadas, a qual permite calcular o casamento de impedância entre dois componentes distintos em um sistema de transmissão e pode ser utilizada a fim de aprimorar a compreensão do comportamento dos elementos de uma linha de transmissão. Ela foi utilizada pela primeira vez na década de trinta para combinar a impedância de uma antena com a linha de transmissão. Desde então, esta ferramenta passou a ser utilizada extensivamente como uma calculadora gráfica, visando solucionar problemas que envolvam linhas de transmissão.

Apesar de hoje os computadores serem totalmente capazes de lidar com a complexidade dos cálculos envolvendo linhas de transmissão, a Carta de Smith continua sendo amplamente utilizada nos cursos de engenharia ao redor do mundo. Ela se encontra na ementa curricular de três das cinco melhores universidades do mundo da área de engenharia. No Brasil, ela também se faz presente nas ementas das unidades curriculares de diversas universidades, sendo aplicada em todas as cinco melhores universidades de engenharia do país. Os cursos que mais fazem uso de Carta de Smith são: Engenharia Elétrica, Engenharia Eletrônica, Engenharia de Telecomunicações e Engenharia da Computação. Em algumas universidades, ela pode ser encontrada inclusive no curso de Física. Nas Tabela 1 e Tabela 2, é possível observar essas relações.

A justificativa que orientou as reflexões deste trabalho implica em contribuir com ações que possibilitam produzir melhorias no âmbito do ensino sobre linha de transmissão. Apesar de ser um disciplina que utiliza diversas ferramentas técnicas para exemplificar o funcionamento de linhas de transmissão, a Carta de Smith ainda é utilizada de forma manual, o que na minha visão faz com que o aluno foque mais no passo a passo para localizar os pontos necessários, do que na compreensão do comportamento das linhas de transmissão. Dado o exposto, este propósito se deu através da criação de um *software* para automatizar a localização dos principais elementos de uma linha de transmissão e solucionar problemas de casamento de impedância.

## 1.1 Objetivos

O principal objetivo deste trabalho foi facilitar a compreensão do comportamento das linhas de transmissão, através do uso de um *software*. O *software* desenvolvido neste trabalho tem como principal objetivo ser uma ferramenta de funcionamento simples e intuitiva que permita aos alunos dos cursos de engenharias manuseá-la de diversas maneiras a fim de compreenderem melhor o comportamento das linhas de transmissão e o uso da Carta de Smith. Para auxiliar no aprendizado, o *software* calcula os

Tabela 1 – Disciplinas que utilizam Carta de Smith no mundo

Instituição	Ranking <sup>1</sup>	Cursos que utilizam carta de smith como ferramenta	Disciplina
National University of Singapore	2	Electrical & Computer Engineering	EE2011-ENGINEERING ELECTROMAGNETICS
			EE4104 - MICROWAVE CIRCUITS & DEVICES
			EE2032 - Signals & Communications Design Lab
			PC322 - Microwave Theory and Technology
Massachusetts Institute of Technology	3	Electrical Engineering	6.776 - High Speed Communication Circuits and Systems
			6.013 - Microwave Communications and Radar
University of California–Berkeley	5	Electrical Engineering and Computer Sciences	EE142 - Integrated Circuits for Communications
			EECS117 - Introductory Electromagnetics

<sup>1</sup> Posição no ranking global com base nos cursos de engenharia U.S.NEWS (2018b)

Tabela 2 – Disciplinas que utilizam Carta de Smith no Brasil

Instituição	Ranking <sup>2</sup>	Cursos que utilizam carta de smith como ferramenta	Disciplina
Universidade de São Paulo (USP)	201	Engenharia Elétrica e de Computação	SEL0310 - Ondas Eletromagnéticas
		Engenharia de Energia e Automação Elétricas	PEA2303 - Engenharia Eletromagnética
		Engenharia de Sistemas Eletrônicos	PSI3483 - Ondas Eletromagnéticas em Meios Guiados
		Engenharia Telecomunicações e Controle	PTC2314 - Ondas e Linhas
Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP)	299	Engenharia Elétrica e Computação	EE754 - Ondas Guiadas
Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC)	531	Engenharia Elétrica	EEL7411 - Tópicos Especiais em Telecomunicações IV (Circuitos para comunicação)
Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ)	364	Engenharia Elétrica	Teoria Eletromagnética II
		Engenharia Eletrônica	CPE770 - Circuitos de Radio-frequência
Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS)	368	Física	FIP20630 - Tópicos em Física da Matéria Condensada: Deposição de Filmes Finos por Pulverização Catódica

<sup>2</sup> Posição no ranking global com base nos cursos de engenharia U.S.NEWS (2018a)



principais parâmetros de uma linha de transmissão e os valores dos componentes adicionados a uma linha de transmissão com o intuito de realizar o casamento de impedância, detalhando quando possível o passo a passo do que foi feito para chegar aos valores encontrados pelo *software*.

Para viabilizar a execução do objetivo principal, foram definidos os seguintes objetivos específicos:

1. Implementar um algoritmo para confecção e manuseio de Carta de Smith através do uso do programa *Matlab*;
2. Implementar um algoritmo que solucione diferentes tipos de casamento de impedâncias, permitindo que o usuário escolha qual tipo de casamento de impedância deseja utilizar;
3. Criar uma interface de fácil utilização para o usuário.

## 1.2 Motivação

Este trabalho surgiu como uma forma de aliar duas áreas de grande importância para minha formação acadêmica. Uma delas é *Meios de Transmissão Guiados*, disciplina pela qual tenho interesse e trabalhei em projetos de extensão dentro do Instituto Federal de Santa Catarina, e a outra é a área de ensino, na qual também tive o prazer de atuar através de projetos de extensão.

Sabendo quais áreas eu gostaria de abordar no meu trabalho de conclusão de curso, foi necessário restringir um tema. Dentro da área de meios de transmissão escolhi abordar Carta de Smith, por ela ser uma ferramenta capaz de solucionar diferentes tipos de problemas e por atualmente ser utilizada como uma ferramenta didática, facilitando a integração com a área de ensino.

Definido o tema do trabalho, foi necessário escolher qual abordagem seria utilizada e definiu-se que seria desenvolvido um *software* capaz de localizar os principais parâmetros de linha e que permitisse diferentes tipos de casamento de impedância a fim de facilitar a compreensão do comportamento das linhas de transmissão.

Para validar minha escolha, foi necessário saber se havia realmente a necessidade de implementar um algoritmo para a confecção e o manuseio da carta. Para isso foi necessário realizar um estudo sobre a importância da Carta de Smith no meio acadêmico, fato esse que foi comprovado.

## 1.3 Organização do trabalho

Dados os objetivos propostos, no Capítulo 2 será apresentado um histórico, bastante resumido, da criação da Carta de Smith e o embasamento teórico envolvido no processo de criação da carta. Além disso, o Capítulo 2 também se dedica a explicar conceitos de grande relevância para o desenvolvimento e a compreensão deste projeto. No Capítulo 3 são apresentados os cálculos matemáticos e as lógicas de programação utilizados na criação do *software*. No Capítulo 4 são apresentados os resultados obtidos com a execução deste trabalho de conclusão de curso. Por fim, o Capítulo 5 são apresentadas as principais conclusões e também algumas sugestões para trabalhos futuros.



## 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Este capítulo apresenta conceitos e técnicas de casamento de impedância que são usados no desenvolvimento desta pesquisa. Primeiramente será abordado a história da origem da Carta de Smith, seguida das equações utilizadas para a obtenção da mesma e uma explicação básica sobre os conceitos que o uso da carta envolvem. Por fim serão apresentadas as técnicas de casamento de impedância a partir do uso da carta.

### 2.1 História da Carta de Smith

A Carta de Smith é uma ferramenta gráfica que traduz de forma simples o comportamento de linhas de transmissão e elementos de circuitos microondas. Ela foi desenvolvida por Phillip Hagar Smith, para solucionar problemas relacionados a linhas de transmissão que na época só podiam ser resolvidos através de cálculos matemáticos exaustivos. A ideia de criar uma ferramenta mais fácil para trabalhar com linhas de transmissão surgiu quando Smith trabalhava no Departamento de Pesquisa de Rádio da *Bell Telephone Laboratories*, e participava da criação de um sistema de antenas, que tinha como finalidade, facilitar a comunicação dos Estados Unidos com a Europa e com a América do Sul através de ondas curtas (SOCIETY, 2017).

Na época, a única referência para solucionar problemas desse tipo eram os cálculos desenvolvidos por J.A. Fleming's. A fim de simplificar o trabalho com linhas de transmissão, Smith dedicou-se incansavelmente a criar um gráfico capaz de resolver qualquer problema relacionado às linhas de transmissão. Com base na equação de Fleming, ele desenvolveu sua primeira solução gráfica na forma de um gráfico retangular. A primeira versão do gráfico possuía limitações, que foram solucionadas por Smith em 1936 e com isso, a nova versão do gráfico passou a ser baseada em coordenadas polares, na qual todos os valores dos componentes de impedância poderiam ser acomodados. Apesar da segunda versão apresentar resultados satisfatórios, Smith acreditava que poderia melhorar a solução encontrada através de um sistema de círculos ortogonais. Com isso em mente, ele juntou-se com colegas de trabalho, E.B. Ferrell e J.W. McRae, e desenvolveram uma nova versão da carta, que possibilitou acomodar todos os dados de zero a infinito em um único gráfico (SOCIETY, 2017).

Em 1937 foi construído o primeiro projeto com base na carta, porém apenas em 1939, Phillip H. Smith conseguiu publicar o seu trabalho na revista *Electronics*. Em 1944, Smith publicou um segundo artigo relatando a possibilidade de utilizar o gráfico com coordenadas de impedância ou admitância (SOCIETY, 2017).

Desde a sua criação, a Carta de Smith tem sido utilizada como uma calculadora analógica e encontrou aplicações nos campos de engenharia de microondas e comunicações (BADII; OLOOMI, 1998). Embora vivamos em uma era digital e os computadores serem capazes de resolver inúmeros cálculos complexos de forma rápida e assertiva, o gráfico desenvolvido por Smith continua sendo utilizado no meio acadêmico, principalmente por cursos de engenharias, pois mostrou-se uma excelente ferramenta didática para demonstrar e ensinar o comportamento de linhas de transmissão (BADII; OLOOMI, 1998).

### 2.2 A Construção da Carta de Smith

O gráfico de Smith é um sistema de coordenadas que mapeia os coeficientes de reflexão de tensão, sobre o qual impedâncias normalizadas ( $z = r + jb$ ) são plotadas. Segundo Sadiku (2006), o sistema de

coordenadas é constituído por dois conjuntos de círculos: um conjunto refere-se a parte real, e o outro à parte imaginária.

O coeficiente de reflexão complexo em uma carga está relacionado à carga e à impedância característica da linha conforme descrito na Equação 2.1.

$$\Gamma_L = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} \quad (2.1)$$

Este coeficiente representa o quanto de tensão retornará para a linha em função da tensão que chega a carga.

Ao normalizar a impedância da carga em função da impedância característica, tem-se a Equação 2.2.

$$z_L = \frac{Z_L}{Z_0} = r \pm jb \quad (2.2)$$

Ao substituir a Equação 2.2 na Equação 2.1, se obtém a Equação 2.3.

$$\Gamma_L = \frac{z_L - 1}{z_L + 1} \quad (2.3)$$

Ao expandir  $\Gamma$  (coeficiente de reflexão em qualquer ponto arbitrário da linha de transmissão) em parcelas reais e imaginárias, se obtém a Equação 2.4.

$$\Gamma = \Gamma_{Re} + j\Gamma_{Im} \quad (2.4)$$

$$z = \frac{1 + \Gamma}{1 - \Gamma} = r + jb = \frac{1 + \Gamma_{Re} + j\Gamma_{Im}}{1 - \Gamma_{Re} - j\Gamma_{Im}} \quad (2.5)$$

Isolando a parte real, a expressão resultante é a Equação 2.6.

$$r = \frac{1 - \Gamma_{Re}^2 - \Gamma_{Im}^2}{(1 - \Gamma_{Re}^2) + \Gamma_{Im}^2} \quad (2.6)$$

E ao isolar a parte imaginária, obtém-se a Equação 2.7.

$$jb = \frac{j2\Gamma_{Im}}{(1 - \Gamma_{Re}^2) + \Gamma_{Im}^2} \quad (2.7)$$

Ao igualar os valores de  $r$  e  $jb$  a equação geral do círculo exposto pela Equação 2.8.

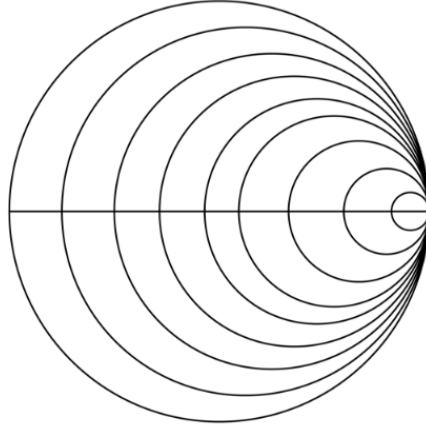
$$(x - m)^2 + (y - n)^2 = a^2 \quad (2.8)$$

Resulta no conjunto de círculos que refere-se a parte real da Equação 2.9.

$$\left(\Gamma_{Re} - \frac{r}{1+r}\right)^2 + \Gamma_{Im}^2 = \left(\frac{1}{1+r}\right)^2 \quad (2.9)$$

Sabendo que  $(m, n)$  e  $a$  descritos na Equação 2.8 são respectivamente, centro do círculo e o raio, temos que o conjunto de círculos reais são formados por circunferências centradas em  $(\frac{r}{1+r}, 0)$  e com raio  $\frac{1}{1+r}$ , como pode-se observar na Figura 1. Nesta figura o círculo com  $r = 0$  também está demonstrado, a ele damos o nome de círculo delimitador, pois é o círculo mais externo, englobando os demais. A área

Figura 1 – Círculos correspondentes a parte real



Fonte: Gamblin (2015)

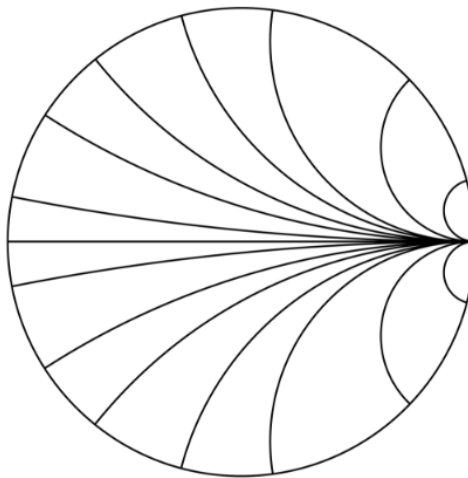
abrangida pelo círculo delimitador representa todos os pontos possíveis para  $\Gamma$ , os quais devem ter uma magnitude menor ou igual a um. Os círculos traçados dentro dele representam os círculos reais com  $r$  variável na faixa  $0 \leq r \leq \infty$  (WENTWORTH, 2009).

Por sua vez, o conjunto referente a parte imaginária pode ser descrita pela Equação 2.10.

$$(\Gamma_{Re} - 1)^2 + \left(\Gamma_{Im} - \frac{1}{x}\right)^2 = \left(\frac{1}{x}\right)^2 \quad (2.10)$$

Comparando a Equação 2.10 com a Equação 2.8, temos que as circunferências referentes à parte imaginária são centradas em  $(1, \frac{1}{x})$  e com raio  $(\frac{1}{x})$ , sendo  $x$  um valor real positivo. Na Figura 2 pode-se observar os círculos imaginários.

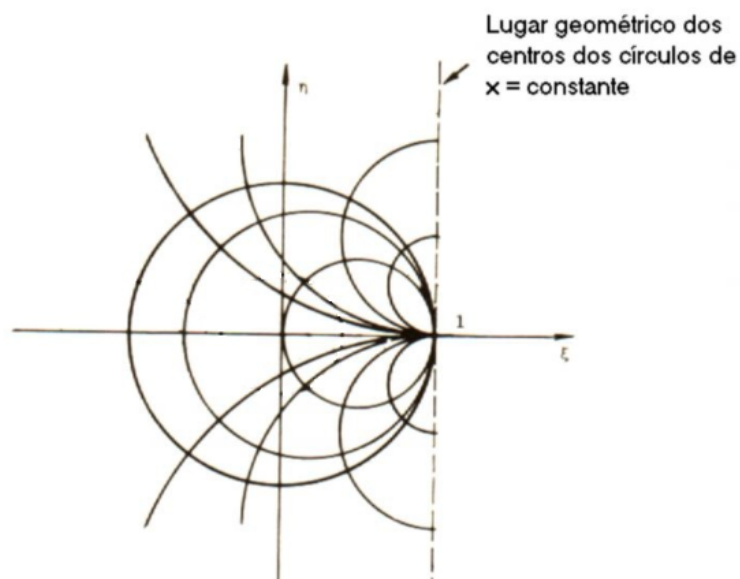
Figura 2 – Porção de círculos correspondente a parte imaginária



Fonte: Gamblin (2015)

Ao unificar ambos os conjuntos de círculos temos a base da Carta de Smith completa, como se observa na Figura 3.

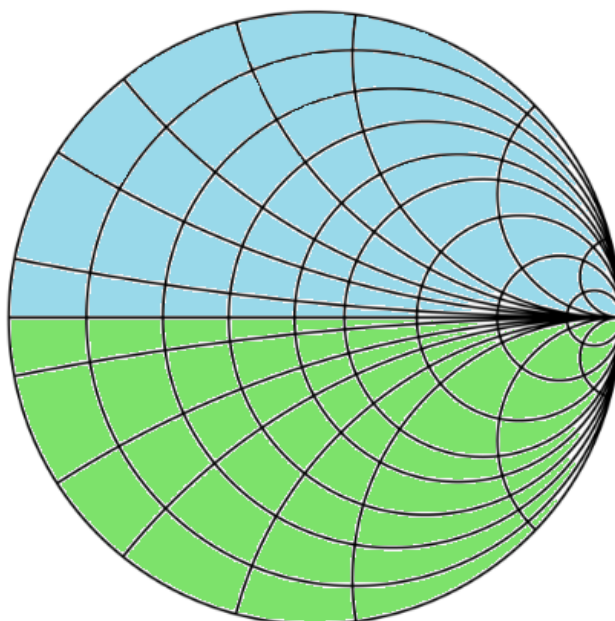
Figura 3 – Base da Carta de Smith



Fonte: Sadiku (2006)

O gráfico de Smith ainda pode ser dividido em duas partes, com base na polaridade da parte imaginária da impedância. Esta divisão está presente na Figura 4. A metade superior da carta (em azul) refere-se a parte positiva, enquanto a metade inferior (em verde) refere-se a parte negativa.

Figura 4 – Polaridade da Parte Imaginária



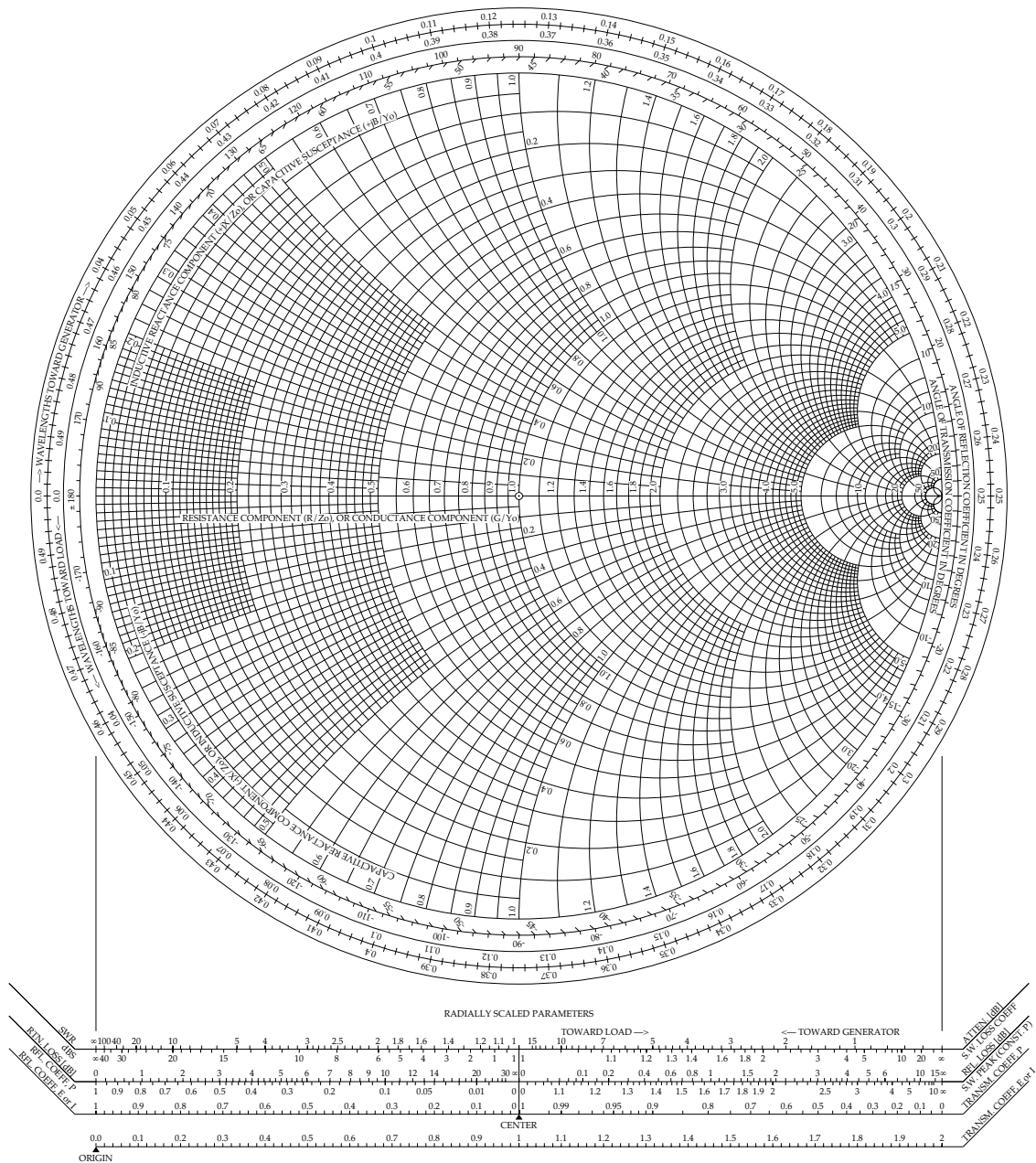
Fonte: Gamblin (2015)

Ao adicionar as escalas na parte externa ao círculo delimitador, e as escalas na parte inferior da carta, temos finalmente a Carta de Smith completa, como podemos ver na Figura 5.

Figura 5 – Carta de Smith

## The Complete Smith Chart

### Black Magic Design



Fonte: Smith (1937)

## 2.3 Utilizando a Carta de Smith

A Carta de Smith permite verificar como as impedâncias são transformadas ao longo de uma linha de transmissão. Além disso, esta ferramenta permite relacionar a impedância com o coeficiente de reflexão ( $\Gamma$ ), a razão de tensão de onda estacionária (VSWR<sup>1</sup>) e as posições onde ocorrem os máximos e os mínimos da tensão. Além disso, determina os pontos de casamento de impedância e possibilita dimensionar elementos que serão adicionados à linha de transmissão para possibilitar o casamento de impedância, estes elementos podem ser um pedaço de linha ou a adição de elementos reativos (BADII; OLOOMI, 1998).

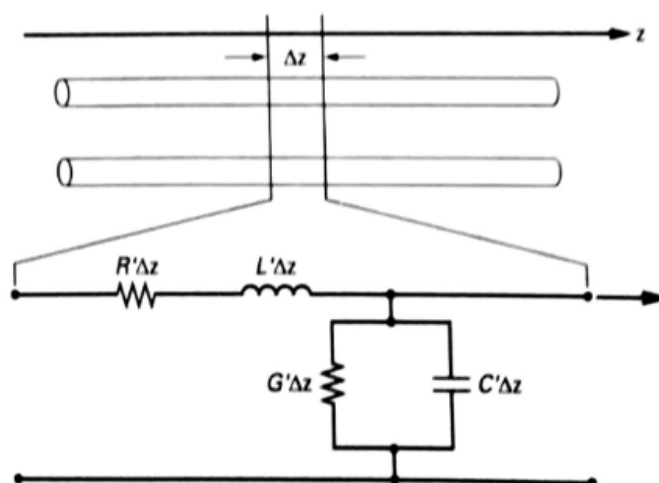
Apesar de possibilitar a resolução de diversos problemas relacionados às linhas de transmissão, a Carta de Smith é mais utilizada para solucionar problemas assumindo uma linha de transmissão sem perdas. Visto que modelar linhas de transmissão com perdas com base na Carta de Smith não é prático (WENTWORTH, 2009).

### 2.3.1 Parâmetros da linha de transmissão

Uma maneira para transmitir uma informação de um ponto a outro reduzindo as perdas de percurso é através do uso de estruturas, conhecidas como linhas de transmissão, dado que elas guiam a energia da fonte até a carga. O cabo coaxial e par trançado são exemplos típicos de estruturas usadas com essa finalidade (SADIKU, 2006).

As linhas de transmissão, podem ser descritas em termos dos parâmetros da linha. Estes parâmetros são resistência por unidade de comprimento ( $R'$ ), indutância por unidade de comprimento ( $L'$ ), condutância por unidade de comprimento ( $G'$ ) e capacitância por unidade de comprimento ( $C'$ ). As linhas de transmissão são modeladas como uma cascata de circuitos - que por sua vez são formados por parâmetros de linha. Cada circuito é constituído por uma resistência e indutância em série com uma condutância e capacitância, estas em paralelo, conforme mostrado na Figura 6.

Figura 6 – Parâmetros distribuídos de um segmento de uma linha de transmissão



Fonte: WENTWORTH (2009)

As linhas de transmissão apresentam uma oposição a passagem da corrente, a qual dá-se o nome de

<sup>1</sup> Voltage standing wave ratio



impedância. Todo material apresenta impedância, seja ela em maior ou menor grau. Materiais condutores apresentam baixa impedância, sendo facilmente atravessados por corrente elétrica, enquanto materiais isolantes (não condutores) apresentam uma alta impedância, dificultando a passagem da corrente elétrica. A resistência a passagem de corrente depende de quão resistivo é determinado material.

Se levarmos em conta que cada material possui uma impedância própria e distinta, concluímos que ao ligar uma linha de transmissão a uma carga dificilmente ambas terão a mesma impedância a não ser que tenham sido previamente projetadas com as mesmas características. Em uma condição ideal, a impedância característica da linha ( $Z_0$ ) de transmissão e a impedância da carga ( $Z_L$ ) devem ter valores iguais para garantir que toda a potência de entrada seja entregue a carga. Com isto, suprime-se a perda por reflexão da carga e obtêm-se a máxima transferência de potência (POZAR, 2004).

Para garantir que um sistema tenha a máxima transferência de potência, é necessário que entre a carga e a extremidade da linha de transmissão sejam inseridos elementos que adapte a impedância da carga para que se torne semelhante a impedância da linha. A ação de igualar ambas as impedâncias corresponde ao casamento de impedância. Muitos são os métodos para efetuar o casamento de impedância (POZAR, 2004). Porém antes de efetuar o casamento de impedância propriamente dito, é necessário localizar alguns elementos de linha de transmissão na carta, tendo em vista que estes elementos serão utilizados durante o processo de casamento de impedância.

### 2.3.2 Localizando os principais elementos de uma linha de transmissão

O gráfico de Smith pode ser pensado como dois gráficos distintos. Primeiro localiza-se a impedância normalizada em qualquer ponto ao longo de uma linha de transmissão. A parte real da impedância é marcada na circunferência centrada em  $(\frac{r}{1+r}, 0)$  e com raio  $1 + r$ , e a parte imaginária de impedância deve ser marcada na circunferência centrada em  $(1, \frac{1}{x})$  e com raio  $\frac{1}{x}$ .

Localizada a impedância, é necessário traçar o círculo do coeficiente de reflexão para qualquer ponto ao longo da linha. O coeficiente de reflexão é formado por uma magnitude ( $|\Gamma|$ ) e um ângulo  $\theta_r$ . O valor de  $|\Gamma|$  é a distância do centro da carta até a impedância normalizada. Por isso, para evitar cálculos, Smith adicionou à carta uma escala de magnitude do coeficiente de reflexão, que é fornecida logo abaixo do gráfico principal, como pode ser observado na Figura 5. O ângulo do coeficiente de reflexão  $\Gamma$  é indicado na escala *ângulo de coeficiente de reflexão* apresentada na parte externa do círculo  $|\Gamma| = 1$  na carta (WENTWORTH, 2009).

Ao localizar o valor da impedância normalizada na carta é importante traçar um círculo de  $|\Gamma|$  constante. Para isso mantém-se o coeficiente de magnitude constante enquanto o ângulo do coeficiente de reflexão varia de  $0^\circ$  a  $360^\circ$ . Deste modo, gera-se um círculo centrado no centro do gráfico. Com isso, o mover-se sobre o círculo traçado se torna semelhante ao se deslocar sobre a linha de transmissão. Todavia pode-se se movimentar na carta em dois sentidos, o horário e o anti-horário. Girar no sentido horário implica em movimentar-se na linha de transmissão na direção à fonte (gerador), enquanto no sentido anti-horário significa movimentar-se na linha na direção da carga (WENTWORTH, 2009). Uma volta completa em torno deste círculo é equivalente a mover um comprimento elétrico de  $\lambda/2$  na linha de transmissão.

A razão de tensão da onda estacionária (VSWR) pode ser determinada lendo-se o valor de máximo de  $r$  em  $\theta_R = 0^\circ$  que cruza o eixo  $\Gamma_{Re}$  constante, sendo o valor máximo em que o círculo da impedância normalizada cruza o eixo real. O valor mínimo de  $r$  ocorre a uma distância de  $\lambda/4$  a partir desse ponto,  $180^\circ$  a partir do valor máximo (WENTWORTH, 2009).

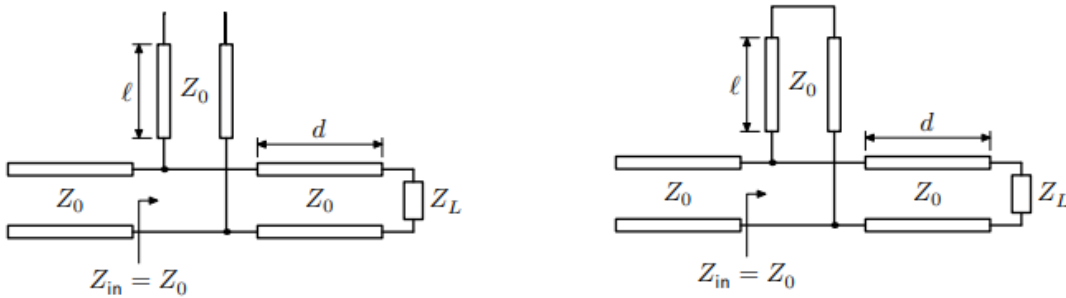
### 2.3.3 Casamento de Impedância

Auxiliar no casamento de impedância é uma das principais funcionalidades da Carta de Smith. Através da manipulação da Carta de Smith é possível encontrar valores que impedâncias que adicionadas a linha de transmissão fazem com que a linha fique corretamente casada com a carga. Deste modo o fluxo de corrente total vai para a carga sem que retorne corrente para a linha e para a fonte, o que reduz possíveis danos ao sistema. Neste projeto foram realizados três tipos de casamentos através do uso da carta, sendo eles: casamento *stub*<sup>2</sup> em paralelo em curto, casamento *stub* em paralelo em aberto, casamento por elemento concentrado.

#### 2.3.3.1 Casamento *stub* em paralelo

*Stub* são pequenos pedaços de linha de comprimento  $l$  que são adicionados a uma distância  $d$  da carga e que podem ter dois tipos de terminações, em curto ou aberto. Para efetuar o casamento de impedância, os *stubs* são posicionados em paralelo com a linha principal. Na Figura 7 pode-se ver os dois circuitos que utilizam o *stub* em paralelo como método de casamento de impedância. A imagem da esquerda, mostra o casamento *stub* em paralelo com a terminação em aberto e a imagem da direita o casamento *stub* em paralelo com terminação em curto.

Figura 7 – Casamento Stub em Paralelo com duas terminações



Fonte: Gabrielli (2014)

Quando opta-se por utilizar *stub* em paralelo, trabalha-se em termos de admitância<sup>3</sup>, por facilitar os cálculos. Como a Carta de Smith pode ser vista como uma carta de admitância normalizada, para determinar o valor desta admitância de forma gráfica, traça-se o círculo de  $|\Gamma|$  constante e move-se  $180^\circ$  sobre o círculo (WENTWORTH, 2009). Este procedimento está descrito na Figura 8.

Para realizar o casamento com *stub* em paralelo, é necessário mensurar o comprimento  $l$  do *stub* e a distância  $d$  da carga que o *stub* deve ser adicionado. Para descobrir o valor dessas variáveis com o auxílio da Carta de Smith, é necessário seguir alguns passos, os quais são descritos a seguir.

O primeiro passo é localizar o valor da impedância normalizada ( $z_L$ ) e traçar o círculo do coeficiente de reflexão. Posteriormente, encontra-se o valor da admitância normalizada ( $y_L$ ). A partir da admitância, move-se pelo círculo de coeficiente constante em sentido horário até encontrar a interseção com o círculo  $1 \pm jb$ . A distância percorrida entre o ponto de admitância e o ponto de interseção é a distância  $d$  em comprimento de onda ( $\lambda$ ) que o *stub* ficará da carga.

<sup>2</sup> Conhecido como toco

<sup>3</sup> Inverso da impedância  $y_L = \frac{1}{z_L}$



o ponto  $0.25\lambda$ . É necessário medir a distância deste ponto até o ponto referente a  $0 \mp jb$ , lembrando que essa distância deve ser calculada levando em consideração o sentido horário e é dada em comprimentos de onda.

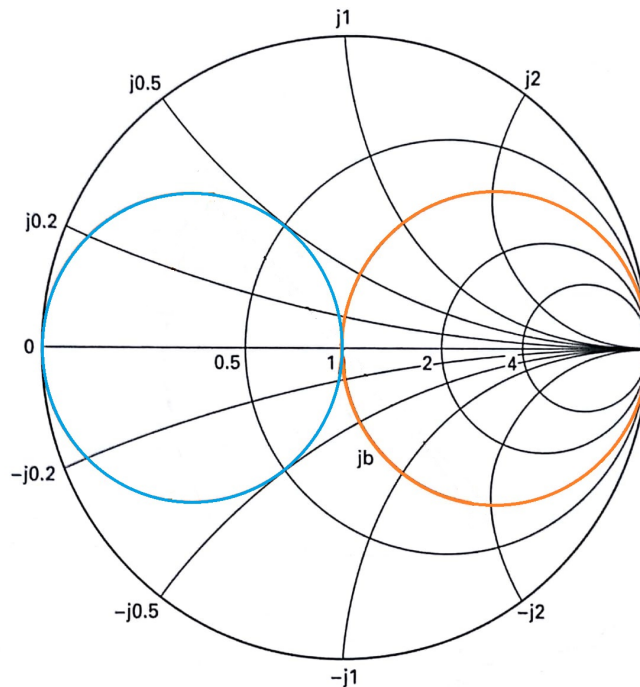
### 2.3.3.2 Casamento por elemento concentrado

Apesar da adição de *stubs* a linhas de transmissão ser uma opção para solucionar o problema de casamento de impedância, ele não é sempre o casamento conveniente, pois exige uma necessidade de espaço no circuito para sua implementação. Uma opção para contornar este problema, é utilizar os elementos concentrados, pois estes elementos, se comparados ao tamanho de um *stub* são consideravelmente menores (WENTWORTH, 2009).

Para criar a rede de casamento de impedância com elemento concentrado (*seção L*), utiliza-se capacitores e indutores, podendo estes serem colocados em série ou em paralelo. Quando se trabalha com a impedância normalizada, adiciona-se um elemento em série. Quando for com a admitância normalizada, o elemento concentrado é adicionado em paralelo.

Existem três situações de casamento básicas, dependendo do ponto em que a impedância normalizada encontra-se, estas regiões estão representadas na Figura 9. A primeira região é a parte interna ao círculo laranja (círculo  $1 \pm jb$ ). A segunda região, representada pela parte interna do círculo azul (círculo girado que é a admitância do círculo  $1 \pm jb$ ). A última área, é composta por toda a parte da carta que não está dentro das duas outras regiões.

Figura 9 – Situações de casamento básicas



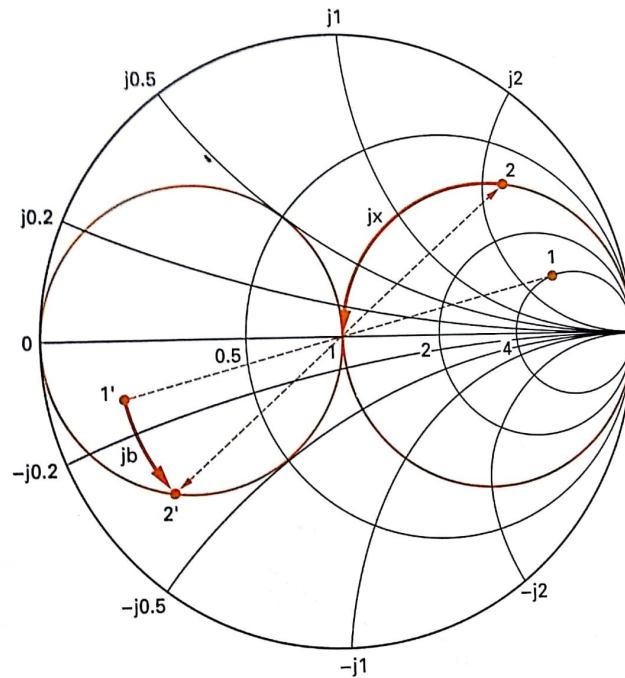
Fonte: WENTWORTH (2009)

Quando se trabalha com rede de casamento de impedância, o objetivo é mover-se para o centro da carta onde o  $|\Gamma| = 0$ . Para isso é necessário localizar em qual região a impedância se encontra, e a partir disto, seguir determinados passos.

A Figura 10 indica os passos básicos, caso a a impedância normalizada esteja na região em laranja (caso 1). Considere a impedância normalizada no ponto 1, o primeiro passo é localizar a admitância (ponto

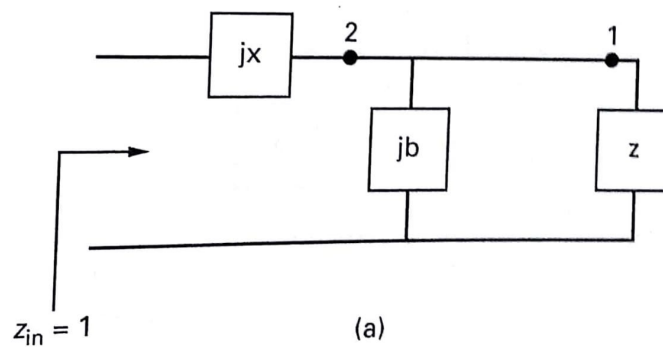
1'). O próximo passo é seguir pelas linhas reais da carta até chegar sobre o círculo girado (ponto 2'), para isso adiciona-se um elemento em paralelo de valor  $jb$  para que possamos caminhar do ponto de admitância até o ponto sobre o círculo girado. Localizado o ponto sobre o círculo girado, é necessário achar o ponto admitante ao ponto 2' (ponto 2) para chegar ao centro da carta seguindo as linhas reais da mesma a partir do ponto 2', é necessário adicionar um elemento em série de valor  $jx$ , desde modo atinge-se o objetivo de chegar ao centro da carta.

Figura 10 – Casamento com a impedância na região  $1 \pm jb$



Fonte: WENTWORTH (2009)

Figura 11 – Circuito equivalente do Caso 1

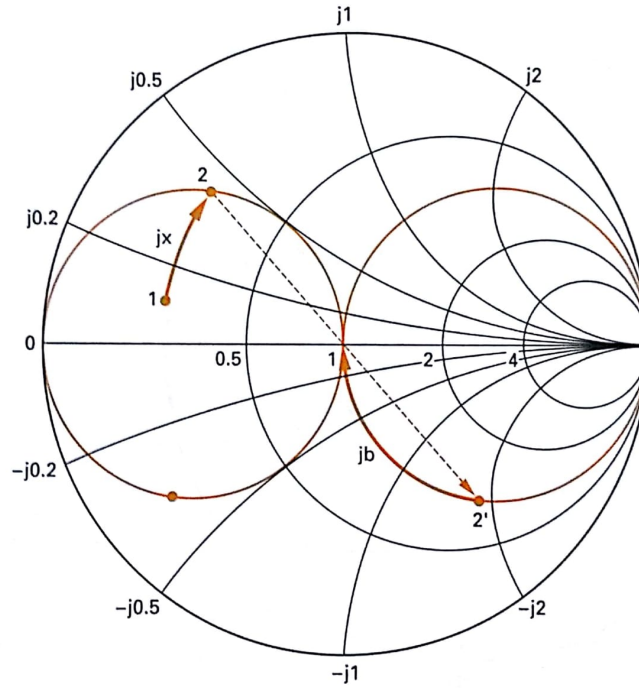


Fonte: WENTWORTH (2009)

O caso 2 é quando a impedância está dentro da região do círculo girado (círculo azul). Nesta situação é necessário seguir os passos descritos na Figura 12 para chegar aos valores dos elementos concentrados. Localizada a impedância (ponto 1), é necessário adicionar um elemento em série de valor  $jx$ , para mover-se pelas linhas da carta de parte real constante, até o ponto sobre o círculo girado (ponto 2). Com o ponto 2 localizado, é preciso achar seu ponto admitante (ponto 2'). Por fim adiciona-se um

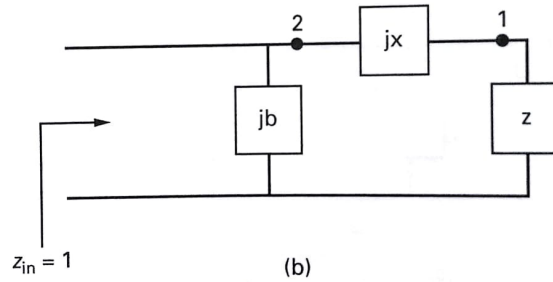
elemento em paralelo de valor  $jb$  para chegar ao centro da carta.

Figura 12 – Casamento com a impedância na região do círculo girado  $1 \pm jb$



Fonte: WENTWORTH (2009)

Figura 13 – Circuito equivalente do Caso 2



Fonte: WENTWORTH (2009)

Caso a impedância não esteja em nenhuma das regiões descritas, quer dizer que a impedância encontra-se na terceira região. Quando a impedância se encontra nesta região podemos utilizar qualquer uma das abordagens descritas nos dois outros casos (WENTWORTH, 2009).

Sabendo que será adicionado elementos em paralelo ou em série, é preciso definir quais os elementos serão adicionados e o seu valor. Para isso, usa-se a Tabela 3 para calcular os valores de  $C$  e  $L$ . Porém antes de calcular os valores dos elementos concentrados, é necessário calcular o valor de  $jx$  e o valor de  $jb$ , para isso é necessário calcular a distância entre os pontos. Por exemplo, se analisarmos a Figura 12, o valor de  $jx$  é a diferença entre o ponto 2 e o ponto 1, e o valor de  $jb$  é a distância do ponto 2' até o centro da carta. Como seguimos sempre pela linha da carta a parte real é sempre a mesma entre os pontos subtraídos, de modo que ficamos apenas com a parte imaginária.

Tendo o valor de  $jx$  e de  $jb$ , deve-se igualar a uma das equações descritas na Tabela 3. Para os elementos em série utilizamos a coluna referente à carta da impedância, e para os elementos em paralelo

Tabela 3 – Valores normalizados de indutância e capacitância

	Carta de impedância	Carta de Admitância
<b>Indutor</b>	$\frac{j\omega L}{Z_0}$	$\frac{-jZ_0}{\omega L}$
<b>Capacitor</b>	$\frac{-j}{\omega C Z_0}$	$j\omega C Z_0$

utilizamos a coluna referente à carta da admitância. E o que vai definir se o elemento em série ou paralelo será um capacitor ou um indutor, será o sinal de  $jx$  e de  $jb$ . Por exemplo, um elemento em série, com o valor de  $jx$  negativo será um capacitor, caso contrário será um indutor.

Com base nos conceitos e técnicas de casamento de impedância expostos neste capítulo, foi possível codificar a carta e as suas funcionalidades, criando-se assim o *software* detalhado no capítulo a seguir.

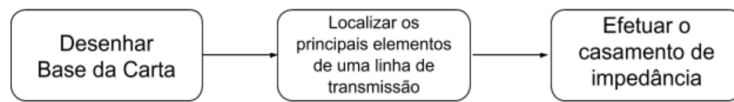




## 3 ALGORITMO PARA MANUSEIO DA CARTA DE SMITH

Neste capítulo será apresentado a implementação do algoritmo desenvolvido para simular a utilização da Carta de Smith. Inicialmente é detalhado como foi construída a base da Carta de Smith. Em seguida, explica-se como foram realizados os cálculos dos principais elementos de uma linha de transmissão, e como eles são plotados na carta. E, por fim, é detalhada a implementação de cada um dos tipos de casamentos de impedância propostos. As etapas abordadas neste capítulo estão ilustradas na Figura 14.

Figura 14 – Fluxograma proposto



### 3.1 Construção da Base da Carta

A primeira etapa é o desenho da base da carta, que por sua vez é formada por conjuntos de círculos reais e conjuntos de círculos imaginários. É nesta base que serão plotados quaisquer pontos cuja localização é necessária para compreensão e utilização da carta.

Para codificar a base da carta e assim como as demais funções foi utilizado o software *MATLAB*. Para criar a base da carta no *MATLAB*, foi necessário codificar as expressões matemáticas originalmente desenvolvidas por Phillip Hagar Smith. As Equação 2.9 e Equação 2.10 descrevem os conjuntos de círculos necessários para construção da carta. Plotados ambos os conjuntos de círculos, tem-se as coordenadas da carta plotadas no eixo  $\Gamma_{Re}$  e  $\Gamma_{Im}$  (WENTWORTH, 2009).

Para construir o círculo que delimita o corpo da carta, baseou-se na Equação 2.8. Deste modo, criou-se um círculo centralizado nos pontos (0,0) e com o raio igual a 1. Com o círculo delimitador criado, foi necessário criar o eixo real. Esse eixo delimita o círculo de forma horizontal e sobre ele são representados os pontos reais. Para plotá-lo na base da carta, foi criado um vetor que representasse o diâmetro do círculo.

Com o círculo delimitador e o eixo real criados, foi necessário criar os demais círculos tendo este como limitador, estando os demais círculos criados dentro do círculo delimitador. Os círculos reais, foram centrados em  $(r/(1+r), 0)$  sendo o raio igual a  $1/(1+r)$ , sendo  $r$  um vetor de números inteiros. Para plotar os círculos reais, foi utilizado o Código 3.1 que cria 8 círculos deslocados em 0.5, facilitando assim a visualização para o usuário do *software*, uma vez que aumentar a quantidade de círculos plotados faz com que o deslocamento entre eles seja reduzido, dificultando a visualização e interpretação dos resultados pelos usuários do *software*.

Código 3.1 – Código geração dos círculos reais

```

1 rvalues=[0.1:0.5:4];
2 avalues= [0.1:0.5:4];
3 k= [1:360];
4 theta=(k*pi/180);
5
6 for r=rvalues
7     m(k)=r./(1+r);

```

```

8      n=0;
9      a(k)=1./(1+r);
10     Re(k)=a(k).*cos(theta) + m;
11     Im(k)=a(k).*sin(theta) + n;
12     z(k)=Re(k)+j.*Im(k);
13     plot(z(k), 'k')
14     hold on
15     xpos=z2gamma(r); %converte a impedancia em coeficiente de reflexao
16     num=num2str(r);
17     h=text(xpos, 0, num, 'FontSize',5);
18     set (h, 'VerticalAlignment', 'top', 'HorizontalAlignment', 'right');
19 end

```

Com os círculos reais criados, foi necessário traçar círculos imaginários, sendo estes centrados em  $(1, 1/x)$  e com um raio de  $(1/x)$ , sendo  $x$  um vetor de números reais. Todavia, ao traçar estes círculos, uma porção deles ultrapassam os limites do círculo delimitador. Em vista disso, foi criada uma função que além de traçar os círculos imaginários, os limitassem, a essa função damos o nome de *imcirc.m*, sendo possível observá-la no Código 3.2.

Código 3.2 – Código geração dos círculos imaginários

```

20 x=[0.1:0.5:4];
21 function[h] = imcirc(x)
22 a=abs(1/x)
23 m=1
24 n=1/x
25 k=1
26 for t=1:1:360
27     angle(t)=t*pi/180;
28     Re(t)=a*cos(angle(t))+m;
29     Im(t)=a*sin(angle(t))+n;
30     z(t)=Re(t)+j*Im(t);
31     if abs(z(t)) <= 1
32         zz(k)= z(t);
33         k=k+1;
34     end
35 end
36 h=plot(zz, 'k')
37 axis('equal')
38 end
39
40 imcirc(x); %plota os circulos imaginarios positivos
41 imcirc(-x); %plota os circulos imaginarios negativos

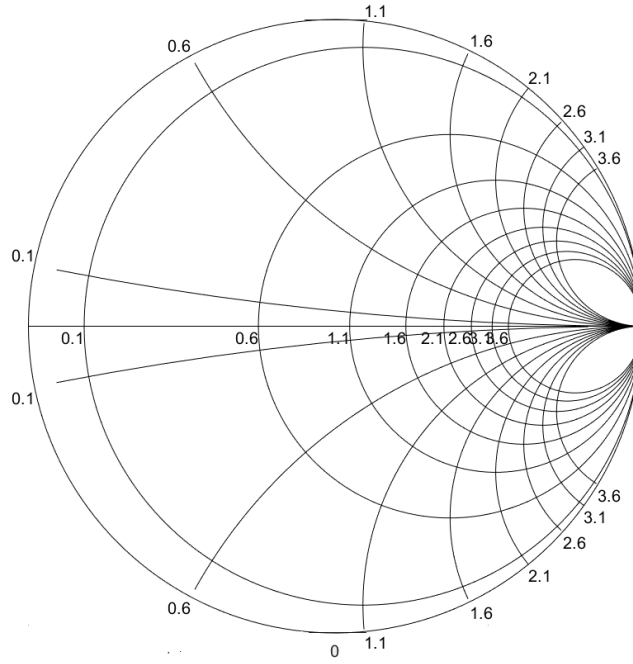
```

Plotadas todas as etapas descritas acima em uma única imagem, obtém-se o resultado ilustrado na Figura 15.

### 3.1.1 Conversão de impedâncias

É importante salientar que o *MATLAB* tem seu funcionamento baseado em um plano cartesiano e a carta apresenta outro sistema de coordenadas. Consequentemente, antes de plotar qualquer ponto na carta, este precisa ser convertido para pontos cartesianos. Para fazer a conversão de uma coordenada da carta para o plano cartesiano, foi necessário criar uma função. Esta função ao receber o valor de uma impedância qualquer, calcula através da Equação 2.3, qual é o coeficiente de reflexão daquele ponto. Com base nisso, é possível descobrir em qual ângulo a impedância encontra-se e qual a sua distância do centro

Figura 15 – Base da Carta



da carta. É importante ressaltar que este ângulo e esta distância até o centro da carta referem-se ao ângulo e o módulo do coeficiente de reflexão.

Com base nestas informações é possível calcular as posições  $x$  e  $y$  cartesianas. Para isso a função desenvolvida utiliza a Equação 3.1 e a Equação 3.2, sendo necessário fazer uma conversão do ângulo de graus para radianos.

$$x = \cos(\text{angulo}_{\text{radianos}}) * |\Gamma| \quad (3.1)$$

$$y = \sin(\text{angulo}_{\text{radianos}}) * |\Gamma| \quad (3.2)$$

Do mesmo modo, para fazer a conversão de um ponto no plano cartesiano para uma coordenada da carta, foi necessário criar uma função. A entrada desta função são os pontos cartesianos  $(x, y)$  e o ângulo em que eles se encontram.

Para plotar a parte imaginária positiva é necessário verificar se o ângulo em que o ponto cartesiano encontra-se é menor que  $180^\circ$ , caso contrário a parte imaginária será negativa. A parte real sempre será positiva independente da posição que a coordenada  $(x, y)$  esteja localizada.

Para transformar os pontos  $x$  e  $y$ , em coordenadas da carta, foi preciso reescrever a Equação 2.9 em termos de  $x$  e  $y$ , chegamos na Equação 3.3.

$$\left(x - \frac{r}{r+1}\right)^2 + y^2 = \left(\frac{1}{r+1}\right)^2 \quad (3.3)$$

Sabendo que  $r$ , refere-se ao círculo real em que a impedância está localizada, deve-se descobrir o seu valor para que se possa encontrar a parte real da impedância. Deste modo, foi necessário isolá-lo como

está exposto na Equação 3.4.

$$r = \frac{(y^2 + x^2 - 4x + 4)^{0.5} - 1}{y^2 + x^2 - 4x + 3} \quad (3.4)$$

Com o valor real localizado, é preciso descobrir a parte imaginária da impedância. Para isso baseou-se na Equação 2.10, sendo reescrita com base em  $x$  e  $y$ .

$$(x-1)^2 + \left(y - \frac{1}{b}\right)^2 = \left(\frac{1}{b}\right)^2 \quad (3.5)$$

Sendo  $b$  o valor referente ao círculo imaginário, foi necessário isolá-lo, assim como foi feito com o  $r$ . Deste modo ficamos com a parte imaginária representada pela Equação 3.6.

$$b = \frac{2y}{x^2 - 2x + 1 + y^2} \quad (3.6)$$

### 3.2 Localizando os principais parâmetros de linha

O primeiro ponto plotado na carta é a impedância normalizada, conforme descrito pela Equação 2.2. Este valor é localizado ao dividir a impedância da carga pela impedância da linha. Para localizá-la na carta é necessário que o usuário do *software* insira os valores referentes a impedância da linha ( $Z_0$ ) e com a impedância da carga não normalizada ( $Z_L$ ), sendo necessário que ambas as impedâncias contenham parte real e imaginária. Para plotar a impedância normalizada na carta, foi criado o Código 3.3. Ao informarmos a impedância normalizada para a função, a saída são dois valores referentes a um ponto do plano cartesiano, como descrito na Equação 3.1 e na Equação 3.2. A posição deste ponto cartesiano assemelha-se a posição localizada ao utilizar as coordenadas da carta. Além dos pontos cartesianos, esta função retorna a magnitude e o ângulo do coeficiente de reflexão.

Código 3.3 – Código gerado para localizar qualquer impedância na carta

```

42 function [x_1,y_1,angulo,rho] = imag_cartesiano(imp_normal)
43 coef_reflex=(imp_normal-1)/(imp_normal+1);
44 rho=abs(coef_reflex);
45 theta=angle(coef_reflex); %radianos
46 angulo=theta*(180/pi); %rad pra graus
47
48 if (angulo>=0)
49     x_1= cos(angulo_rad) * rho;
50     y_1= sin(angulo_rad) * rho;
51 else
52     angulo_positivo= angulo_rad+2*pi;
53     x_1= cos(angulo_positivo) * rho;
54     y_1= sin(angulo_positivo) * rho;
55 end

```

A admitância é também um parâmetro muito importante e bastante utilizado durante o manuseio da carta, ela se caracteriza por ser o inverso da impedância. Para localizá-la, deve-se deslocar a impedância em  $180^\circ$ , desta forma, foi criado uma função que encontra pontos cartesianos opostos aos da impedância.

Outro ponto localizado na carta é o *VSWR*. Sua localização é definida como o ponto de intersecção entre o círculo de  $|\Gamma|$  constante e o eixo real. Como o valor da magnitude do coeficiente é a saída da função descrita no Código 3.3 foi necessário plotar um ponto cartesiano em que o  $x$  seria igual a magnitude e o

$y$  igual a zero. Como citado na subseção 2.3.2, o ponto de  $VSWR$  coincide com o ponto de máximo de tensão da linha e o valor mínimo ocorre em um ponto a  $180^\circ$  de  $VSWR$ .

### 3.3 Casamento de impedância

O usuário do *software* pode escolher entre três tipos de casamento de impedância sendo eles, casamento com *stub* em paralelo com terminação em aberto, casamento com *stub* em paralelo com terminação em curto, e casamento com elemento concentrado em L (um elemento em série e outro elemento em paralelo).

Na implementação do código, foi criado um *switch case* que permite o usuário escolher entre os tipos de casamento. Na Tabela 4 podemos ver a relação entre cada possibilidade de *switch case* e os casamentos de impedância disponíveis.

Tabela 4 – Relação entre os *switch cases* e os casamentos de impedância

<i>Switch Case</i>	Tipo de Casamento
1	Casamento com <i>stub</i> em paralelo e terminação em curto
2	Casamento com <i>stub</i> em paralelo e terminação em aberto
3	Casamento com elemento concentrado em L

Fonte: autor

Além de plotar o resultado do casamento, preocupou-se também em como o usuário poderia aprender com este processo de forma didática e lógica. Deste modo, decidiu-se mostrar as etapas necessárias para chegar ao resultado final dos componentes do circuito do casamento de impedância. Para isso, foi utilizado a descrição de obtenção de casamento de impedância descrita por WENTWORTH (2009), e com base nela todos os passos foram numerados, possibilitando ao usuário final reproduzir o que foi feito pelo *software*. Esses passos serão descritos para cada caso de casamento de impedância a seguir.

#### 3.3.1 Casamento com *stub*

Como apontado na subseção 2.3.3, existem dois tipos de casamento com *stub* em paralelo, subdivididos com base em sua terminação, sendo aberto ou em curto.

##### 3.3.1.1 Casamento com *stub* em paralelo aberto

Primeiramente, para obter os tamanhos dos *stubs* que serão adicionados a linha para realizar o casamento de impedância, é necessário a localização do valor cartesiano da impedância normalizada.

Em seguida, é necessário traçar um círculo de  $|\Gamma|$  constante. Este círculo é centralizado no ponto cartesiano  $(0,0)$  e a dimensão do seu raio é baseado no módulo do coeficiente de reflexão. Esse é o principal motivo do Código 3.3 retornar a magnitude e o ângulo do coeficiente de reflexão da impedância normalizada, uma vez que esses valores são necessários para traçarmos o círculo de  $|\Gamma|$  constante.

Com o círculo traçado, localiza-se também o ponto de admitância. Quando resolvemos este tipo de casamento manualmente, utilizamos o círculo de reflexão constante para facilitar a localização da admitância, uma vez que esta é exatamente o ponto oposto da impedância sobre este círculo (a  $180^\circ$  da impedância).

A partir da  $y_L$ , é necessário mover-se sentido horário ao longo do círculo de  $|\Gamma|$  constante até o ponto de intersecção com o círculo de  $1 \pm jb$ . Para facilitar a visualização deste procedimento pelo usuário,

o círculo de  $1 \pm jb$  foi traçado e plotado em azul. Para plotá-lo foi utilizado a Equação 3.7.

$$r.\cos(\theta) + r.\sin(\theta) = 1 \quad (3.7)$$

Porém, para que ele fique deslocado para o lado direito da carta, o seu centro não pode ser  $(0, 0)$ , por este motivo o centro foi deslocado para  $(0.5, 0)$ , conforme demonstrado na Equação 3.8, e foi utilizado o raio igual a 0.5.

$$(r.\cos(\theta) + 0.5) + r.\sin(\theta) = 1 \quad (3.8)$$

Com ambos os círculos traçados, foi necessário descobrir o ponto de intersecção. Para isso foi utilizado a Equação 3.9, que se refere à equação geral do círculos. Onde  $r$  é o raio, e  $a$  e  $b$  os pontos do centro do círculo.

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2 \quad (3.9)$$

Com base na Equação 3.9, descobriu-se a equação de ambos os círculos, e utilizando um sistema de equação, foi possível descobrir os pontos de intersecção apenas com base no valor do raio. A equação geral para o círculo de  $|\Gamma|$  constante está descrita na Equação 3.10.

$$x^2 + y^2 = r^2 \quad (3.10)$$

$$x^2 + y^2 - r^2 = 0 \quad (3.11)$$

A equação geral do círculo de  $1 \pm jb$  está descrita na Equação 3.14.

$$(x + 0.5)^2 + y^2 = 0.5^2 \quad (3.12)$$

$$x^2 + x + 0.25 + y^2 = 0.25 \quad (3.13)$$

$$x^2 + x + y^2 = 0 \quad (3.14)$$

Resolvendo o sistema de equação com base na Equação 3.11 e Equação 3.14 temos os valores genéricos para todos os pontos de intersecção de ambos os círculos que podem ser vistos abaixo.

$$x = r^2 \quad (3.15)$$

$$y = \sqrt{(-r^4 + r^2)} \quad (3.16)$$

Com os pontos de intersecção localizados, é necessário medir a distância entre o ponto de admitância e o ponto de intersecção. Para isso utilizamos a escala *CODG*. Como citado no subseção 2.3.3, essa escala encontra-se na parte externa do círculo delimitador, e ela permite calcular as distâncias entre os pontos da carta. Quando utilizamos a carta de forma manual, essa escala se encontra na parte de fora

do círculo delimitador. Porém ao codificarmos essa escala, foi necessário encontrar uma relação direta entre o ângulo de um determinado ponto assinalado na carta e o valor contido na tabela *CODG*. Sabendo que esta escala varia de  $0\lambda$  até  $0.5\lambda$ , sendo o  $0\lambda$  localizado no  $180^\circ$  e o  $0.25\lambda$  no  $0^\circ$  e que a carta possui ângulos variáveis entre  $0^\circ$  a  $360^\circ$ , obteve-se a relação expressa pela Equação 3.17.

$$CODG = \frac{(\text{angulo} \times 0.5)}{360} \quad (3.17)$$

Com a escala construída, é necessário encontrar a distância entre o ponto de admitância e o ponto de intersecção, em unidades de comprimentos de onda. Para isso, utilizou-se a função descrita no Código 3.4.

Código 3.4 – Código de geração da escala *CODG*

```

56 function [d1,d2] = escala_CODG(angulo,angulo_toco_rad,angulo_ponto2_rad)
57
58 angulo_admitancia=angulo+180; %calculo do angulo da admitancia
59
60 if angulo_admitancia<=180 %se o angulo_admitancia ta na parte de cima do grafico
61     ajuste_angulo=180-angulo_admitancia;
62     tam=(ajuste_angulo*0.5)/360;
63
64     if angulo_toco_rad<=180 %se a intersecao esta na parte de cima do grafico
65         ajuste_angulo1=180-angulo_toco_rad;
66         tam1=(ajuste_angulo1*0.5)/360;
67         d1=tam1-tam;
68     else %se a intersecao esta na parte de baixo do grafico
69         ajuste_angulo_1=360-angulo_toco_rad+180;
70         tam_1=(ajuste_angulo_1*0.5)/360;
71         d1=tam_1-tam;
72     end
73
74     if angulo_ponto2_rad<=180 %se a intersecao esta na parte de cima do grafico
75         ajuste_angulo2=180-angulo_ponto2_rad;
76         tam2=(ajuste_angulo2*0.5)/360;
77         d2=tam2-tam;
78     else %se a intersecao esta na parte de baixo do grafico
79         ajuste_angulo_2=360-angulo_ponto2_rad+180;
80         tam_2=(ajuste_angulo_2*0.5)/360;
81         d2=tam_2-tam;
82     end
83
84 else %se o angulo_admitancia ta na parte de baixo do grafico
85     ajuste_angulo_admitancia=360-angulo_admitancia+180;
86     tam_admitancia_1=(ajuste_angulo_admitancia*0.5)/360;
87
88     if angulo_toco_rad<=180 %se a intersecao esta na parte de cima do grafico
89         ajuste_angulo1=180-angulo_toco_rad;
90         tam1=(ajuste_angulo1*0.5)/360;
91         d1=tam1-tam_admitancia_1;
92     else %se a intersecao esta na parte de baixo do grafico
93         ajuste_angulo_1=360-angulo_toco_rad+180;
94         tam_1=(ajuste_angulo_1*0.5)/360;
95         d1=tam_1-tam_admitancia_1;
96     end
97
98     if angulo_ponto2_rad<=180 %se a intersecao esta na parte de cima do grafico
99         ajuste_angulo2=180-angulo_ponto2_rad;

```

```

100     tam2=(ajuste_angulo2*0.5)/360;
101     d2=tam2-tam_admitancia_1;
102     else %se a interseccao esta na parte de baixo do grafico
103     ajuste_angulo_2=360-angulo_ponto2_rad+180;
104     tam_2=(ajuste_angulo_2*0.5)/360;
105     d2=tam_2-tam_admitancia_1;
106     end
107 end
108
109 end

```

Conhecendo-se o valor na escala *CODG* de ambos os pontos, calcula-se a diferença dos comprimentos de onda do ponto de intersecção dos círculos e do ponto de admitância. Esta distância representa o comprimento  $d$  da linha (em função de  $\lambda$ ) do primeiro *stub* em série a partir da carga.

Sabendo-se a posição em que será adicionado o *stub* em paralelo, é necessário saber o seu tamanho ( $l$ ). Para isso localiza-se o ponto  $0 \mp jb$ , em que  $\pm jb$  representa a parte imaginária do ponto de intersecção. Localizado este ponto é preciso saber a distância entre ele e o ponto mais à esquerda do eixo real, que representa o ponto  $0\lambda$  na tabela *CODG*. A distância é medida a partir do ponto  $0\lambda$ , pois quando temos um circuito em aberto o seu ponto de impedância localiza-se do lado direito do eixo real ( $\infty + \infty j$ ), porém como se está trabalhando com o *stub* em paralelo, trabalha-se em função da admitância, neste caso, o ponto oposto ao ponto ( $\infty + \infty j$ ) é exatamente o ponto de  $0\lambda$ , que é o ponto mais a esquerda do eixo real. O valor encontrado é o comprimento  $l$  do *stub*, como se pode observar na Figura 7 ele será adicionado a uma distância  $d$  a partir da carga.

O *software* calcula a admitância para os dois pontos de intersecção com o círculo  $(1 \pm jb)$ . O usuário deve decidir quais valores ele pretende adicionar ao seu sistema, sendo que para cada solução haverá comprimentos de linha diferentes para o casamento de impedância.

### 3.3.1.2 Casamento com *stub* em paralelo em curto

O procedimento para executar o casamento com o *stub* em curto assemelha-se ao procedimento executado no casamento com *stub* em paralelo aberto. A única diferença que existe entre ambos é a obtenção do valor do comprimento  $l$  do *stub*, na última etapa do procedimento.

No caso do casamento paralelo em curto, o ponto que representa o curto é o  $0\lambda$ , este ponto está localizado do lado esquerdo carta. Como estamos trabalhando com o *stub* em paralelo, trabalhamos com o ponto oposto a ele que encontra-se do lado oposto ao  $0\lambda$ , sendo este o ponto  $\infty + \infty j$ . O ponto  $\infty + \infty j$  baseado na tabela *CODG*, referente-se a posição de  $0.25\lambda$ . Desta forma é necessário apenas calcular a distância do ponto  $\infty + \infty j$  (admitância do curto) até o ponto  $0 \mp jb$ , onde  $\pm jb$  representa a parte imaginária do ponto de intersecção do círculo do coeficiente de reflexão ( $\Gamma$ ) constate e o círculo do  $1 \pm jb$ .

Assim como no casamento com *stub* em paralelo em aberto, o *software* calcula o tamanho das linhas a ser adicionadas para os dois pontos de intersecção com o círculo  $1 \pm jb$ .

### 3.3.2 Casamento com elemento concentrado $L$

Para o casamento com elemento concentrado, foi escolhido o casamento com elemento concentrado em  $L$ , por estar mais presente nos livros didáticos, porém existem outros, como por exemplo o casamento com elemento concentrado em  $\Pi$ , que é mais estável do que o  $L$ , e que poderá ser aplicado em um trabalho futuro.

A vantagem de se utilizar o casamento por elementos concentrados em  $L$ , é a necessidade de



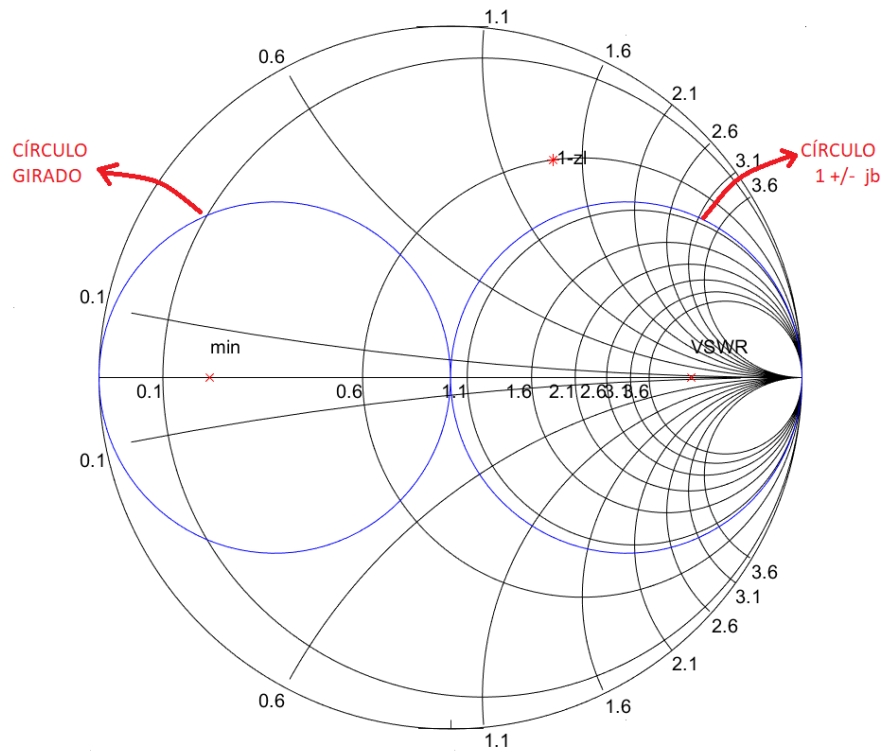
utilização de apenas 2 componentes para realizar o casamento, sendo um elemento em série e outro em paralelo.

Assim como nos casamentos com *stub*, a primeira etapa é a localização da impedância normalizada na carta. Após localizada a impedância, é importante desatacar dois círculos. O primeiro círculo, é o círculo de  $1 \pm jb$  e o outro, é o círculo girado de  $1 \pm jb$ , este círculo representa a admitância do círculo  $1 \pm jb$ . Ambos são localizados utilizando a Equação 3.7, sendo um, centrado em  $(0.5, 0)$  e o outro centralizado em  $(-0.5, 0)$ , ambos com  $r$  igual a 0.5. O primeiro círculo é exatamente o mesmo traçado no casamento de impedância com *stub*, este é formado com base na Equação 3.18.

$$(r \cdot \cos(\theta) - 0.5) + r \cdot \sin(\theta) = 1 \quad (3.18)$$

A Figura 16 destaca os dois principais círculos. Estes serão utilizados como base para toda a manipulação a fim encontrar os valores dos elementos concentrados. Por isso é importante que estes estejam destacados no *software*, para que o usuário perceba de forma mais evidente a sua relevância para encontrar os pontos necessários nesse tipo de casamento de impedância.

Figura 16 – Círculos utilizados durante a manipulação da carta



Com os círculos traçados, é possível observar que temos três regiões distintas em que a impedância normalizada pode estar:

**Caso 1:** No círculo  $1 \pm jb$

**Caso 2:** No círculo girado

**Caso 3:** Fora dos círculos

Cada caso é tratado de uma forma particular pelo *software*, porém os passos seguem a mesma lógica, que é seguir pelas linhas da carta até que chegar ao círculo  $1 \pm jb$  e depois ao centro da carta de

Smith, onde tem-se em sistema casado. Com relação a este tipo de casamento de impedância, é necessário sempre adicionar elementos seguindo nas linhas da carta mantendo a parte real constante para não adicionar perdas resistivas ao circuito.

### 3.3.2.1 Caso 1: Impedância da carga normalizada no interior do círculo $1 \pm jb$

Para codificar o procedimento de casamento de impedância quando a carga está localizada no interior do círculo  $1 \pm jb$ , segue-se o procedimento teórico. Primeiramente localiza-se a impedância na Carta de Smith. Caso a parte real da impedância normalizada seja maior que 1, quer dizer que esta se encontra dentro do círculo  $1 \pm jb$ . O próximo passo é localizar o seu ponto de admitância que por sua vez estará localizado dentro do círculo girado. A partir de então é necessário seguir pelas linhas da carta de parte real constante até chegar a borda do círculo girado. Para codificar essa etapa, foi localizada a intersecção entre o círculo girado e o círculo real do ponto de admitância. Foi necessário criar outra função de intersecção, uma vez que estes círculos possuem uma equação do círculo diferente da utilizada no casamento com *stub*.

A equação do círculo girado (Equação 3.19) em coordenadas cartesianas se assemelha a equação do círculo  $1 \pm jb$ , a única diferença é a apenas o sinal do termo  $x$ , o que indica que este círculo é apostado ao círculo  $1 \pm jb$ .

$$x^2 + x + y^2 = 0 \quad (3.19)$$

Ao isolar  $y^2$  na Equação 3.19, temos a Equação 3.20.

$$y^2 = -x^2 - x \quad (3.20)$$

Para localizar o ponto de intersecção, foi feita uma troca de variáveis na Equação 3.3, com base na Equação 3.20, de modo que ficamos com a equação descrita na Equação 3.21.

$$\left(x - \frac{r}{r+1}\right)^2 - x^2 - x = \left(\frac{1}{r+1}\right)^2 \quad (3.21)$$

Ao isolar a variável  $x$ , temos a Equação 3.22.

$$x = \frac{r-1}{3r+1} \quad (3.22)$$

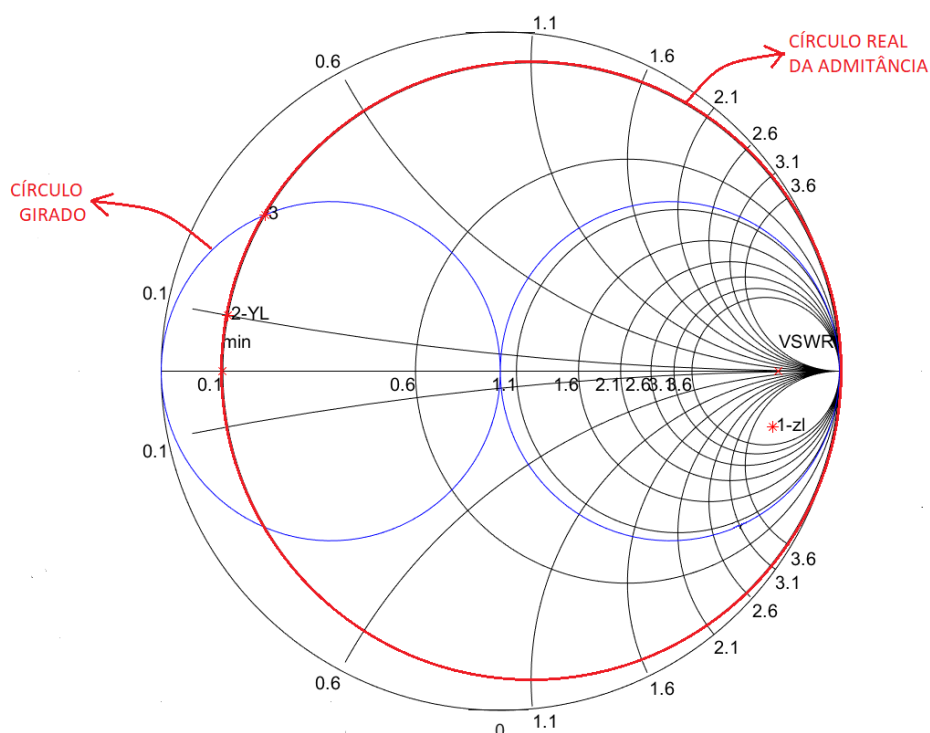
e ao isolar  $y$  na Equação 3.20, temos a Equação 3.23.

$$y = \sqrt{-x^2 - x} \quad (3.23)$$

Como pode-se observar na Figura 17 os círculos se tocam em dois pontos distintos, uma vez que a Equação 3.23 resulta em dois pontos, um negativo e outro positivo. Como relação ao código do *software*, ele calcula a menor distância entre a admitância e os pontos de intersecção, e a partir deste ponto é feita as demais manipulações.

Quando localizado o ponto na borda do círculo girado, é necessário achar a sua admitância. O ponto referente a essa admitância encontra-se no círculo  $1 \pm jb$ , e a partir dele é necessário seguir pela linha da carta até o centro da mesma para zerar a parte imaginária.

Figura 17 – Intersecção entre o círculo girado e o o círculo real da admitância



Neste caso temos a adição de dois elementos concentrados, o primeiro em paralelo e o segundo em série. Para saber os valores dos elementos adicionados, é necessário saber se a diferença entre o ponto de admitância até a intersecção é positiva ou negativa, se por positiva é um capacitor, caso contrário será um indutor. Para saber se o elemento em série será um capacitor ou um indutor é preciso saber se a diferença entre o ponto de admitância da intersecção até o centro da carta é positivo ou negativo. Se for positivo será um indutor, porém se for negativo será um capacitor.

### 3.3.2.2 Caso 2: Impedância da carga normalizada no interior do círculo girado

Caso a parte real da impedância normalizada seja menor que 1, ela pode estar localizada em qualquer ponto fora do círculo  $1 \pm jb$ . Para saber se essa impedância está ou não dentro do círculo girado, é necessário saber se a parte real da sua admitância é maior que 1, em caso afirmativo a impedância está dentro do círculo girado.

Se a impedância normalizada estiver dentro do círculo girado, devemos seguir pelas linhas da carta mantendo a parte real constante até a borda do círculo girado. A lógica usada para seguir sobre as linhas da carta é a mesma que usamos quando a admitância está no círculo girado, que é localizar o ponto de intersecção. Porém a intersecção neste caso, é entre o círculo girado e o círculo real da impedância, resultado em um elemento em série por não ter sido calculado a admitância.

Localizados os pontos de intersecção, é calculada a menor distância entre a impedância dentro do círculo girado e os dois pontos de intersecção. Feito isso, é necessário achar o ponto de admitância da intersecção de menor distância e a partir dele seguir até o centro da carta, que é o ponto de casamento de impedância.

Neste caso, será adicionado um elemento concentrado em série e um outro elemento concentrado em paralelo. Para saber qual elemento será adicionado em série, é necessário saber a diferença entre o

ponto de impedância até o ponto de intersecção, se a diferença for positiva o elemento será um indutor, caso contrário será um capacitor. Para saber se o elemento em paralelo será um capacitor ou um indutor é preciso saber se a diferença entre o ponto de admitância da intersecção até o centro da carta é positiva ou negativa. Se for positiva será um capacitor, porém se for negativa será um indutor.

### 3.3.2.3 Caso 3: Impedância externo ao círculo $1 \pm jb$ e ao círculo girado

Todavia se a impedância normalizada, não se encontra em nenhum dos círculos anteriores, quer dizer que esta encontra-se em algum lugar na região fora dos círculos. Neste caso pode-se escolher o procedimento de qualquer um dos casos anteriores. Sendo possível seguir pelas linhas da carta até encontrar um ponto sobre o círculo girado ou até o círculo  $1 \mp jb$  e a segunda etapa ser de acordo com o caso escolhido.

### 3.3.3 Criação da interface gráfica

A interface gráfica foi criada utilizando a ferramenta *GUIDE Tools* disponibilizada pelo *MATLAB*.

Para criar a interface, a primeira etapa é analisarmos quais os dados o usuário do *software* deveria informar ao sistema, e quais os dados que o sistema traria como resposta.

Os dados de entrada são:

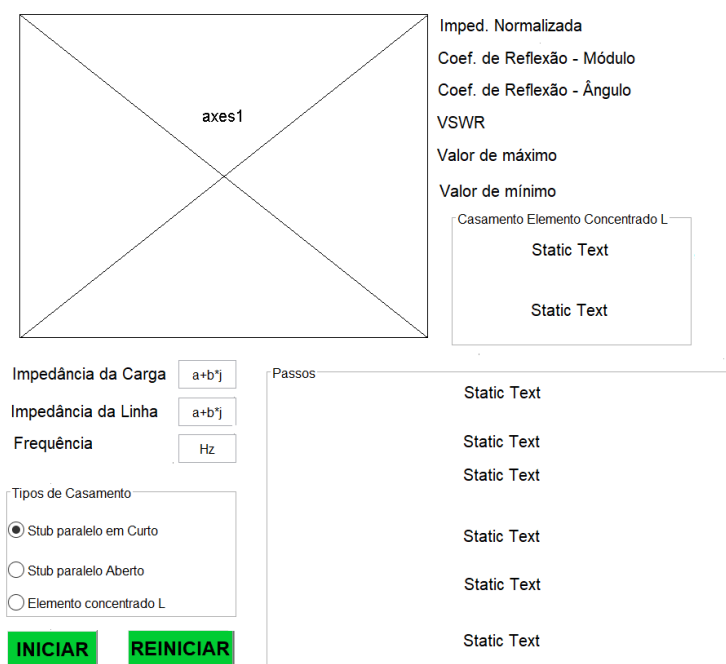
- Impedância da Carga;
- Impedância da Linha;
- Frequência;
- Tipo de casamento.

Os dados de saída são:

- Impedância Normalizada;
- Módulo do coeficiente de reflexão;
- Ângulo do coeficiente de reflexão;
- VSWR;
- Valor de máximo;
- Valor de mínimo;
- Gráfico com o passo a passo do casamento de impedância;
- Descrição do que foi feito;
- Comprimento dos *stubs*;
- Valores dos elementos encontrados para o casamento de impedância escolhido.

Com os dados de entrada e saída definidos, foi necessário definir o *layout* da interface. Na Figura 18 é possível observar como foi definido o *layout*.

Figura 18 – Layout da interface desenvolvida no MATLAB



Com o *layout* pronto, o código foi adaptado para ser integrado a interface, então todos os *plots* antes existentes foram alterados para a função *disp* que permite informar em qual posição do *layout* aquela informação deverá parecer.

O código referente a plotagem dos casamentos, foram trazidos para dentro do código da interface, para facilitar o manuseio do *software* durante a programação. As lógicas utilizada para se obter os demais dados, ficaram no código de origem, porém foi necessário criar variáveis do tipo *handles* para que estas variáveis pudessem ser vistas na interface.

Concluída a codificação da interface, temos o resultado final do *software*, que pode ser observado na Figura 19 e na Figura 20.

### 3.3.4 Utilizando a interface

Para utilizar a interface é necessário fornecer alguns dados de entradas, sendo eles, o valor da impedância da carga e o valor da impedância da linha. Caso prefira trabalhar com o casamento por elemento concentrado, além dos valores de impedância é importante saber em qual frequência o sistema irá trabalhar. A interface conta com três campos especificados para que estes dados sejam especificados.

Informado os valores de entrada, clique no botão iniciar, este botão é responsável por fazer os cálculos dos principais parâmetros de linhas. O resultado é exposto no canto superior direito, sendo cada parâmetro especificado. Após calculados os principais parâmetros de uma linha de transmissão, escolha entre um dos casamentos de impedância disponível, ao selecionar uma das opções, os pontos e os círculos necessários para se chegar ao resultado final são plotados sobre a carta.

Assim que os pontos são plotados sobre a carta, no canto inferior direito da interface é descrito todo o passo a passo para se alcançar o resultado obtido pelo *software*. Por sua vez, o resultado final é plotado em uma caixa específica logo abaixo dos parâmetros de linha.

Para permitir a utilização do *software* com novos valores de impedância ou outro tipo de casamento, a interface contém um botão reiniciar. Este botão reinicia o *software*, de modo que todas as variáveis são

Figura 19 – Interface desenvolvida no MATLAB - Casamento em Paralelo

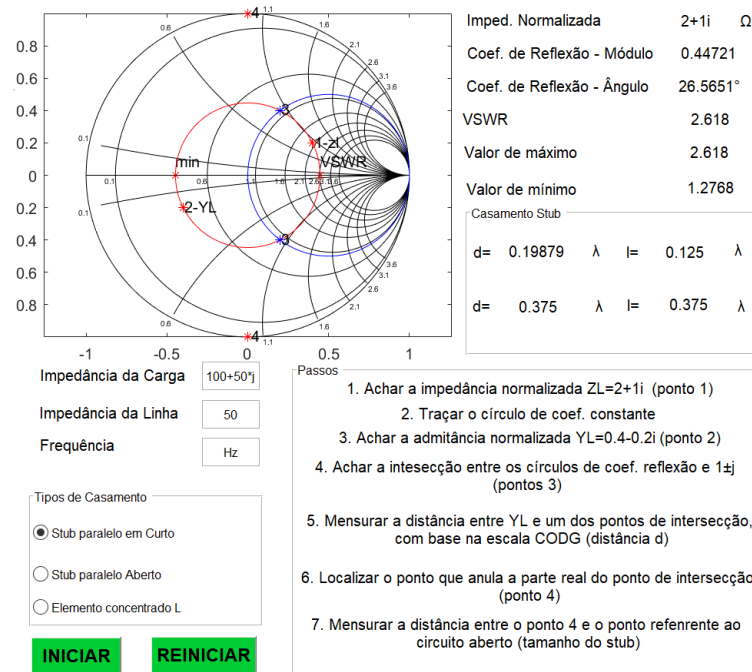
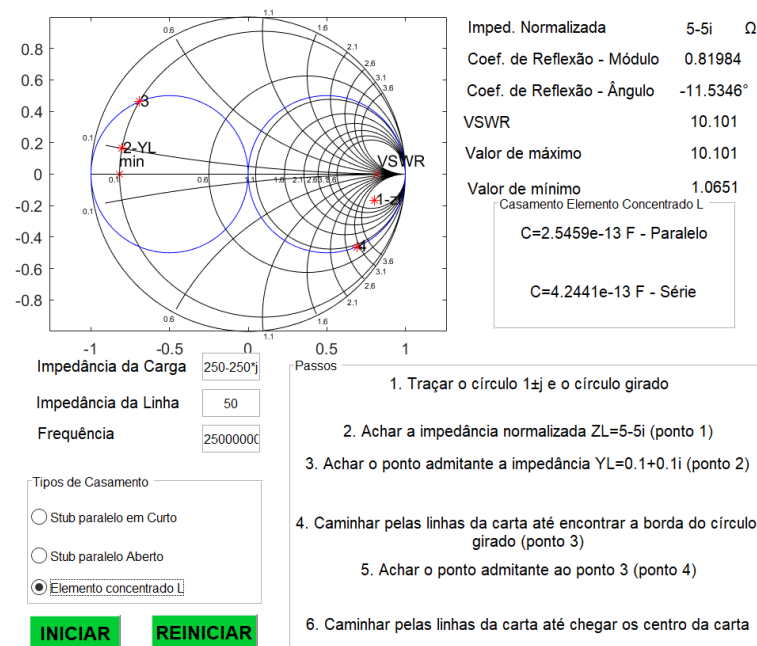


Figura 20 – Interface desenvolvida no MATLAB - Casamento com elemento concentrado



---

zeradas, permitindo que novos valores sejam inseridos.





## 4 RESULTADOS

Neste capítulo serão apresentados os resultados obtidos durante a execução do trabalho. Para validar o funcionamento do *software*, foram feitos testes com cinco valores distintos de impedâncias. Nestes testes foram comparados os valores obtidos pelo *software* e os valores obtidos através do manuseio da carta física.

### 4.1 Teste 1 - Casamento stub em paralelo com a terminação em curto

Para validar o funcionamento do casamento com *stub* em paralelo em curto, foram feitos dois testes. Inicialmente foi feito uma comparação entre os valores encontrados de forma manual e os valores encontrados através do uso do *software*. Outra forma utilizada para validar o funcionamento do *software* foi através de cálculos matemáticos, que buscam provar que após efetuado o casamento de impedância a impedância de entrada vista da fonte é igual ou muito próxima da impedância da linha.

Ambos os testes foram feitos utilizando uma carga de  $Z_L = 100 + 50j \, \Omega$  e a linha com uma impedância de  $Z_0 = 50 \, \Omega$ .

A comparação entre os resultados obtidos pelo *software* e de forma manual estão descritos na Tabela 5.

Tabela 5 – Comparação entre os resultados obtidos pelo *software* e manuseio da Carta de Smith - Casamento *Stub* paralelo em curto com a parte imaginária positiva

Valore manuais	Valores do software	Diferença(%)
$d = 0,200 \, \lambda$	$d = 0,198 \, \lambda$	1%
$d = 0,380 \, \lambda$	$d = 0,375 \, \lambda$	1,31%
$l = 0,124 \, \lambda$	$l = 0,125 \, \lambda$	0,80%
$l = 0,374 \, \lambda$	$l = 0,375 \, \lambda$	0,26%

Ao comparar os valores, perceber-se que as diferenças entre os resultados obtidos de ambas as formas são pequenos. Tais resultados, demonstram que o através do uso do *software* ou do uso da carta manual, alcança-se resultados semelhantes. Porém esta não é a forma mais eficiente para validar o funcionamento do *software*.

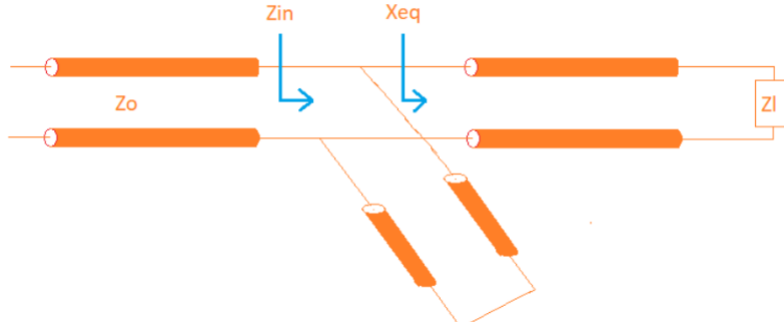
Através de cálculos matemáticos, é possível validar de forma mais confiável o funcionamento do *software*. Para efetuar essa validação matemática, parte-se do princípio básico do casamento de impedância, que é fazer com que a impedância vista da fonte do circuito ( $Z_{in}$ ) seja igual a impedância da linha  $Z_0$ . Para calcular ( $Z_{in}$ ) é necessário calcular a impedância equivalente do circuito, porém para isso, é necessário fazer cálculos intermediários de equivalência de impedância. A Figura 21 mostra os pontos de equivalência calculados para se chegar ao valor de  $Z_{in}$  vista da fonte.

Para calcular a impedância de entrada vista de qualquer ponto da linha utilizamos a Equação 4.1 como referência.

$$Z_{in} = Z_0 * \frac{Z_L + jZ_0(\beta l)}{Z_0 + jZ_L(\beta l)} \quad (4.1)$$

Para este teste, utilizou-se o comprimento do *stub*, como sendo  $l = 125\lambda$  e a distância da carga até ele de  $d = 0,198\lambda$ . Deste modo, para calcular os valor da impedância de *Xeq* temos que  $tg(\beta l) = 2,994$ .

Figura 21 – Pontos de equivalência do circuito final do casamento com stub paralelo com terminação em curto



Substituindo devidos valores na Equação 4.1 temos que:

$$Xeq = 50 * \frac{100 + 50j + j50 * (2,99)}{50 + j(100 + 50j) * (2,99)} \quad (4.2)$$

Solucionando a equação Equação 4.2 temos  $Xeq = 100 + 199,7j\Omega$

Para calcular  $XeqPar$ , também foi utilizado a Equação 4.1, porém com a  $tg(\beta l) = 1$ , de modo que temos:

$$XeqPar = 50 * \frac{j50}{50} \quad (4.3)$$

Resolvendo a equação Equação 4.3, temos que  $XeqPar = 50j\Omega$ .

Para calcular  $Z_{in}$  visto da fonte, é necessário fazer o paralelo de  $Xeq$  com  $XeqPar$ , o que resulta em uma impedância vista da entrada de  $50,06 + 0,030j\Omega$ .

Assim como no teste de comparação entre os valores obtidos de forma manual e os valores obtidos através do *software* apresentaram uma pequena variação. O resultado obtido através dos cálculos matemáticos teve uma diferença, apesar de pequena, entre  $Z_{in}$  e  $Z_0$ , sendo esta variação de  $0,06 + 0,030j$ . Esta variação não invalida o funcionamento do *software*, uma vez que ela é pequena.

## 4.2 Teste 2 - Casamento em *stub* paralelo com a terminação em aberto

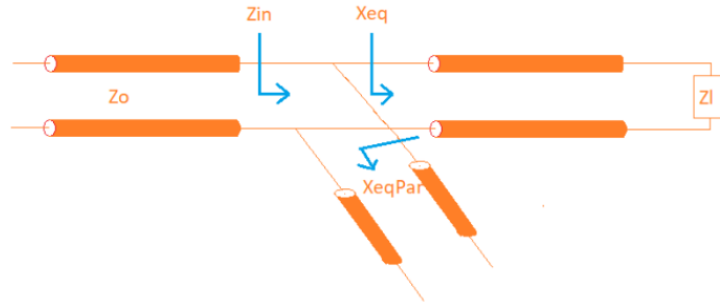
Os passos do casamento *stub* paralelo com a terminação em aberto, são os mesmos utilizados no procedimento para a terminação em curto, exceto pela forma de calcular o comprimento do *stub*. Neste caso, optou-se por realizar apenas um teste para validar a forma de cálculo do comprimento do *stub*. Para fins de testes foi utilizado a impedância de carga sendo  $Z_L = 50 + 60j\Omega$  e a impedância da linha sendo  $Z_0 = 50\Omega$ . Os resultados da comparação estão expostos na Tabela 6.

Tabela 6 – Comparação entre os resultados obtidos pelo *software* e manuseio da Carta de Smith - Casamento *Stub* paralelo em aberto

Valore manuais	Valores do software	Diferença(%)
d= 0,250 $\lambda$	d= 0,250 $\lambda$	0%
d= 0,360 $\lambda$	d= 0,413 $\lambda$	12,83%
l= 0,162 $\lambda$	l= 0,139 $\lambda$	14,19%
l= 0,330 $\lambda$	l= 0,360 $\lambda$	8,33%

Além da comparação entre os resultados obtidos de forma manual e através do *software*, foi feito cálculos para provar que os resultados encontrados a partir do *software* fazem com que a impedância do sistema vista a partir da fonte ( $Z_{in}$ ) seja igual a impedância da linha ( $Z_0$ ). Para validar a igualdade das impedâncias foi encontrado o valor da impedância equivalente vista da entrada do circuito. Para se chegar a este valor, é necessário calcular a impedância equivalente vista de outros pontos do sistema, como se pode observar na Figura 22.

Figura 22 – Pontos de equivalência do circuito final do casamento com stub paralelo com terminação em aberto



Para validar este teste, levou-se em consideração o comprimento do *stub* como sendo  $l = 0,360\lambda$  e estando posicionado a uma distância  $d = 0,25\lambda$  da carga. E usou-se como base dos cálculos a Equação 4.1, sendo  $l$  variável com forme a distância em que a impedância equivalente está sendo vista da carga.

Sabendo-se que  $Z_{in}$  pode ser descrito pela Equação 4.1 e que  $tg(\beta l)$  é  $\infty$ , temos que:

$$X_{eq} = 50 * \frac{50 + 60j + j50 * \infty}{50 + j(50 + 60j) * \infty} \quad (4.4)$$

Dividindo tudo por infinito temos que a impedância  $X_{eq} = 20,4918 - 24,5902j\Omega$ .

Para calcular  $Z_{in}$  visto a partir de  $X_{eqPar}$ , utilizamos a Equação 4.1, sabendo que a  $tg(\beta l) = -1,2$ , trocando os valores na Equação 4.1, temos que:

$$X_{eqPar} = 50 * \frac{50 + j60 + j50 * (-1.2)}{50 + j(50 + j60) * (-1.2)} \quad (4.5)$$

Resolvendo a Equação 4.5, temos  $X_{eqPar} = 41,667\Omega$ .

Por fim, para calcular  $Z_{in}$  fazemos o paralelo de  $X_{eq}$  com  $X_{eqPar}$ , o que resulta em uma impedância de vista da entrada do circuito igual a  $Z_{in} = 50\Omega$ .

Assim como no caso anterior, este também obteve um resultado satisfatório. Apesar de apresentar uma diferença entre os valores manuais e os obtidos através do *software*, o resultado obtido através dos cálculos matemáticos foi bastante satisfatório. Através dos cálculos matemáticos ficou provado que o resultado obtido pelo *software* ocasionou um casamento de impedância perfeito, uma vez que  $Z_{in} = Z_0$ , e a diferença entre os valores obtidos pelo *software* e de forma manual, foram ocasionados pois tínhamos um erro embutido no resultado obtido através do manuseio da carta manual.

### 4.3 Teste 3 - Casamento por elemento concentrado

Para testar o casamento concentrado utilizou-se três testes distintos, em cada um dos testes a impedância normalizada está localizada em umas das três regiões possíveis.

A primeira região testada foi a região fora do círculo  $1 \pm jb$  e do círculo  $1 \pm jb$  girado. Para localizar um ponto fora destes círculos foi utilizada a impedância de carga sendo  $Z_L = 30 + 70j \Omega$  e a impedância da linha sendo  $Z_0 = 50 \Omega$ , a frequência utilizada neste exemplo foi 2.5 GHz.

A comparação entre os resultados obtidos pelo *software* e de forma manual para este caso, estão expostos na Tabela 7.

Tabela 7 – Comparação entre os resultados obtidos pelo *software* e cálculos manuais - Casamento por elemento concentrado, fora do círculo  $1 \pm jb$  e do círculo  $1 \pm jb$  girado

Valores manuais	Valores do software	Diferença(%)
C (Paralelo)= 1 pF	C (Paralelo)= 1,03 pF	2,91%
C (Série)= 1,41 pF	C (Série)= 1,39 pF	1,41%

O segundo teste para validar o casamento concentrado em  $L$ , foi realizado considerando a impedância normalizada localizada dentro do círculo girado. Para alcançar este ponto foi escolhido a impedância da carga sendo  $Z_L = 10 + 0.00001j \Omega$  e a impedância da linha sendo  $Z_0 = 50 \Omega$ , a frequência utilizada foi 1 GHz.

Este teste tem uma questão de grande relevância, o *software* não foi projetado para trabalhar com cargas sem parte imaginária. Como sugestão para contornar este problema, sugere-se usar uma impedância imaginária muito pequena, sendo esta igual  $0.00001j \Omega$ . Deste modo a interferência imaginária no ponto em questão é mínima. A comparação entre os resultados deste teste podem ser observados na Tabela 8.

Tabela 8 – Comparação entre os resultados obtidos pelo software e cálculos manuais - Casamento por elemento concentrado, impedância dentro do círculo girado

Valores manuais	Valores do software	Diferença(%)
L (Série)= 3,26 nH	L (Série)= 3,18 nH	2,45%
C (Paralelo)= 6 pF	C (Paralelo)= 6,36 pF	5,66%

O último teste para validar o funcionamento do *software* utilizando casamento por elemento concentrado, é quando a impedância normalizada está localizada na região do círculo  $1 \pm jb$ . Para isso usou-se a impedância da carga sendo  $Z_L = 250 - 250j \Omega$  e a impedância de linha sendo  $Z_0 = 50 \Omega$ .

A comparação entre os resultados obtidos pelo *software* e pela forma manual estão expostos na Tabela 9.

Tabela 9 – Comparação entre os resultados obtidos pelo *software* e manuseio da Carta de Smith - Casamento por elemento concentrado, impedância dentro do círculo  $1 \pm jb$

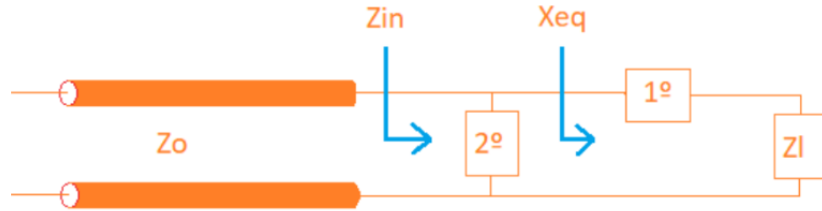
Valores manuais	Valores do software	Diferença(%)
C (Paralelo)= 0.54 pF	C (Paralelo)= 0,84 pF	34,9%
L (Série)= 22.2 nH	L (Série)= 19,1 nH	13,9%

Ao comparar os resultados, observa-se que o casamento por elemento concentrado tem uma maior variação do que o casamento por *Stub* em paralelo, apesar de ser uma diferença considerável, ela se torna praticamente insignificante devido ao fato dos componentes eletrônicos possuírem valores específicos dentro de uma gama valores. Se analisarmos o caso em que a impedância normalizada está localizada dentro do círculo  $1 \pm jb$ , o valor de um capacitor comercial escolhido seria de 1 pF o que apresenta uma diferença considerável de ambos os valores calculados. Desse modo considera-se que as respostas adquiridas através do manuseio da carta validam o funcionamento do casamento por elemento concentrado do *software*.

Assim como no *Teste 1* e no *Teste 2*, foi feito uma validação matemática para o teste 3. Como o teste 3 abrange três casos distintos, optou-se por validar apenas um dos casos, tendo em vista que o *loop* utilizado pelo software para chegar os valores dos componentes é o mesmo para os três casos.

Assim como nos casos anteriores, para se atingir a impedância de entrada vista da fonte é necessário calcular impedâncias intermediárias, estas estão descritas na Figura 23.

Figura 23 – Pontos de equivalência do circuito final do casamento com elemento concentrado



Para validar o funcionamento utilizou-se o exemplo em que a impedância da carga é  $Z_L = 30 + 70j\Omega$  e a impedância da linha é  $Z_0 = 50\Omega$ . Através do *software*, chegou-se nos valores dos elementos concentrados sendo  $C(\text{série}) = 1,03pF$  e  $C(\text{paralelo}) = 1,03pF$ .

Substituindo estes valores dos elementos na Figura 23, temos o nosso sistema equivalente, porém para validar o funcionamento do *software*, é preciso provar que o valor de  $Z_{in}$  é igual ao valor de  $Z_0$ . Para isso é preciso calcular a impedância equivalente vista da entrada do circuito.

Para chegar-se ao resultado da impedância equivalente vista da fonte, primeiro é necessário fazer a impedância entre os elementos em série. Essa impedância resulta em  $X_{eq} = 30 + 24,495j\Omega$ . Desse modo, foi feito o paralelo do capacitor de  $1,03pF$  com a impedância em série recém calculada,  $30 + 24,495j$ . Feito os cálculos, temos que a impedância vista da fonte é  $Z_{in} = 49,997 + 0,3773j$ .

Assim como no *Teste 1*, o teste 3 apresentou um erro adicionado ao resultado. Porém o erro é pequeno, sendo praticamente desprezível.

#### 4.4 Conclusão dos testes

Como pode-se observar nos testes realizados, os valores obtidos de ambas as formas não são exatamente iguais aos cálculos matemáticos. Ao fazer o casamento de forma manual, existem diversos fatores que podem modificar o resultado, como por exemplo a espessura do lápis utilizado para marcar os pontos, os arredondamentos dos valores obtidos na escala *CODG*, entre outros fatores. No *software* o erro é ocasionado pelo arredondamento que ocorre ao alterar os valores de impedância entre o plano cartesiano e as coordenadas da carta.

Mesmo com o erro ocorrido nas duas formas, os resultados obtidos foram satisfatórios, com uma diferença irrelevante comparada aos cálculos matemáticos. A precisão obtida do *software* em relação a forma manual valida a sua eficiência e uso.



## 5 CONCLUSÕES

Esta pesquisa teve como objetivo elaborar um *software* que facilitasse o ensino de linhas de transmissão nos cursos superiores de engenharia, servindo como uma ferramenta para ser utilizada durante as aulas. Para atingir este objetivo, foi utilizado o *software MATLAB* para codificar a carta, seguindo os passos descritos por (WENTWORTH, 2009). Conforme mostram os resultados obtidos na Tabela 10, o algoritmo desenvolvido traz valores bem próximos aos valores calculados de forma manual. Observando-se este fato, acredita-se que a proposta apresentada atende às necessidades dos estudantes, uma vez que o *software* permite que os usuários possam utilizá-lo como ferramenta para facilitar a compreensão do passo a passo sobre um casamento de impedância. Além disso, a ferramenta permite agilizar a resolução e a correção de exercícios que envolvam Carta de Smith.

Tabela 10 – Comparativo entre os testes

Imp. da carga	Imp. de linha	Tipo de casamento	Diferença entre medições
100+50j	50	Stub paralelo em curto	d1=0.0013 d2=0.005 l1=0.001 l2=0.001
50+60j	50	Stub paralelo em aberto	d1=0.00 d2=0.0539 l1=0.0305 l2=0.13445
30+70j	50	Elemento concentrado	C1=0.039pF C2=0.011pH
10+0.00001j	50	Elemento concentrado	C=0.3662pF L=0.0769nH
250-250j	50	Elemento concentrado	C=0.1063pF L=0.3035nH

Apesar de o *software* ter alcançado resultados satisfatórios com base no seu funcionamento a parte educacional poderia ter sido mais abordada. Todavia, uma vez que não foi realizado testes com os alunos, esta limitação dificulta medir a real contribuição acadêmica deste trabalho.

Devido à falta de tempo hábil para aplicar este *software* em sala de aula, uma vez que o conteúdo de Carta de Smith é abordado no meio do semestre, optou-se por utilizá-lo como uma ferramenta didática no próximo semestre (2019-1), na disciplina de Meios de Transmissão Guiados do Instituto Federal de Santa Catarina, e espera-se que ele atenda à demanda.

Devido às limitações de tempo, alguns tópicos de grande relevância para este trabalho, principalmente no quesito educacional não foram executados. Todavia, como sugestão de continuidade deste trabalho são propostos alguns temas.

- Implementar casamento misto.
- Implementar casamento com elemento concentrado II.
- Adicionar a imagem do circuito equivalente para cada tipo de casamento, informando nas posições corretas quais os valores de *stub's* e dos elementos concentrados.
- Colocar o *software* para rodar na nuvem.
- Utilizar o *software* durante aulas que envolvam Carta de Smith a fim de mensurar a melhora do ensino de linhas de transmissão.





## REFERÊNCIAS

BADII, V.; OLOOMI, H. M. Transmission line application matlab toolbox based on the graphical design methods of the smith chart. *Computer Applications in Engineering Education*, Wiley Online Library, v. 6, n. 1, p. 23–30, 1998. Citado 3 vezes nas páginas 21, 25 e 30.

GABRIELLI, L. H. *Linhas de Transmissão: Carta de Smith e Casamento*. 2014. Disponível em: <<http://www.decom.fee.unicamp.br/~lucashg/courses/ee754/3b-linhas-casamento.pdf>>. Citado na página 32.

GAMBLIN, T. *Mathematical Construction and Properties of the Smith Chart*. 2015. Disponível em: <<https://www.allaboutcircuits.com/technical-articles/mathematical-construction-and-properties-of-the-smith-chart/>>. Citado 2 vezes nas páginas 27 e 28.

POZAR, D. *Microwave Engineering*. Wiley, 2004. ISBN 9780471448785. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=4wzpQwAACAAJ>>. Citado na página 31.

SADIKU, M. *Elementos de Eletromagnetismo*. Bookman, 2006. ISBN 9788536302751. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=qUCCGQAACAAJ>>. Citado 3 vezes nas páginas 25, 28 e 30.

SMITH, P. H. *The Smith Chart*. 1937. Citado na página 29.

SOCIETY, S. C. A. R. *P.H.Smith and the Smith Chart*. 2017. Disponível em: <<http://smithchart.org/phsmith.shtml>>. Citado na página 25.

U.S.NEWS. *Best Global Universities for Engineering in Brazil*. 2018. Citado na página 22.

U.S.NEWS. *Best Global Universities for Engineering in World*. 2018. Citado na página 22.

WENTWORTH, S. *eletromagnetismo aplicado, abordagem antecipada das linhas de transmissão*. [S.l.]: Bookman, 2009. Citado 11 vezes nas páginas 27, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 39, 43 e 61.