TD n° 3 - Calculs distribués

Ce TD est une illustration des applications qui utilisent des calculs distribués pour les accélérer.

Exercice 1. *Multiplication des matrices*

Cette opération est souvent utilisée dans les applications graphiques, calculs d'images...

Rappels
"Le produit de deux matrices ne peut se définir que si le nombre de colonnes de la première matrice est le même que le nombre de lignes de la deuxième matrice, c'est-à-dire lorsqu'elles sont de type compatible.
Si $A = (a_{ij})$ est une matrice de dimensions (m, n) et $B = (b_{ij})$ est une matrice de dimensions (n, p), alors leur produit, noté $AB = (c_{ij})$ est une matrice de dimensions (m, p) donnée par :

$$\forall i, j : c_{ij} = \sum_{k=1}^{n} a_{ik} \cdot bkj$$

1. Ecrivez la méthode `times(Matrix B)` de la classe `Matrix` en utilisant la classe disponible dans `Matrix.java`. (L'appel de la multiplication de `A` et de `B` sera : `A.times(B)`). Testez votre méthode.

Le produit peut être **calculé par blocs**, en utilisant la formule analytique suivante (source Wikipédia).

Si l'on considère les matrices $M = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}$ et $N = \begin{pmatrix} A' & B' \\ C' & D' \end{pmatrix}$ sachant que $A, A', B, B', C, C', D, D'$ sont des (sous-)matrices qui vérifient :

— le nombre de colonnes de A et C est égal au nombre de lignes de A' et B'
— le nombre de colonnes de B et D est égal au nombre de lignes de C' et D'

on a alors le produit :

$$M \cdot N = \begin{pmatrix} AA' + BC' & AB' + BD' \\ CA' + DC' & CB' + DD' \end{pmatrix}$$

Cette décomposition permet de calculer le produit d'une façon distribuée. c

2. Proposez la méthode qui calcule le produit selon une décomposition en blocs des opérandes. Pour simplifier, supposons que le nombre de colonnes de M et de cette façon le nombre de lignes de N sont pairs et on divise ces colonnes et lignes en deux parties de cardinalité égale. La division en deux parties des lignes de M et des colonnes de N peut être différente (essayer plusieurs valeurs) Une idée pour organiser les calculs : chaque sous-produit peut être associé à une tâche qui le calculera et une méthode principale synchronise les résultats des sous-produits pour créer le produit final.

3. Supposons que l'opération caractéristique est la multiplication des doubles. Comptez ces opérations et comparez la complexité des deux algorithmes (première version et version distribuée).

Remarque : ici, la complexité est le nombre maximal de multiplications exécutées par une tâche évoquée de la méthode.