

Logika i zbiory liczbowe

Zdanie. Zaprzeczenie zdania

Definicja 1.

Zdaniem nazywamy wypowiedź oznajmująca, o której możemy powiedzieć, że jest prawdziwa lub fałszywa.

Prawdę i fałsz nazywamy wartościami logicznymi. Prawdę oznaczamy 1, a fałsz 0. Zdania oznaczamy zwykle małymi literami: p, q, r, s, t, \dots . Jeśli zdanie p jest prawdziwe, to piszemy $w(p) = 1$, jeśli fałszywe, to $w(p) = 0$.

Przykład 1.

Zdaniami są następujące wypowiedzi:

- a) $2 + 3 = 5$
- b) $7 < 0$
- c) W każdym trójkącie suma kątów wewnętrznych jest równa 180

Definicja 2.

Zaprzeczeniem zdania p nazywamy zdanie „nieprawda, że p ” i oznaczamy $\neg p$; zaprzeczeniem zdania prawdziwego jest zdanie fałszywe; zaprzeczeniem zdania fałszywego jest zdanie prawdziwe.

Koniunkcja zdań. Alternatywa zdań

Zdania możemy łączyć różnymi spójnikami i ten sposób otrzymywać zdania złożone. Zdania wchodzące w skład zdania złożonego nazywamy zdaniami prostymi. Przykładem zdania złożonego jest koniunkcja zdań.

Definicja 1.

Koniunkcją zdań p oraz q nazywamy zdanie „ p i q ” i oznaczamy „ $p \wedge q$ ”; koniunkcja dwóch zdań jest prawdziwa tylko wtedy, gdy oba tworzące ją zdania są prawdziwe.

Definicja 2.

Alternatywą zdań p oraz q nazywamy zdanie „ p lub q ” i oznaczamy „ $p \vee q$ ”; alternatywa dwóch zdań jest prawdziwa wtedy, gdy co najmniej jedno ze zdań ją tworzących jest prawdziwe.

Implikacja. Równoważność zdań

Definicja 1.

Implikacją o poprzedniku p i następniku q nazywamy zdanie „jeśli p , to q ” i oznaczamy „ $p \rightarrow q$ ”; implikację uznajemy za prawdziwą wtedy, gdy poprzednik i następnik są prawdziwe oraz wtedy, gdy poprzednik jest fałszywy.

Definicja 2.

Równoważnością zdań p oraz q nazywamy zdanie „ p wtedy i tylko wtedy, gdy q ” i oznaczamy „ $p \leftrightarrow q$ ”; równoważność dwóch zdań uznajemy za prawdziwą tylko wtedy, gdy tworzące ją zdania mają tę samą wartość logiczną, tzn. oba są prawdziwe lub oba są fałszywe.

Równoważność jest fałszywa tylko wtedy, gdy tworzące ją zdania mają różną wartość logiczną.

↔