Wzór interpolacyjny Lagrange'a

Niech $x_0, x_1, ..., x_n$ są różnymi liczbami i f(x) jest funkcją, której wartości są znane w tych punktach. Wówczas istanieje dokładnie jeden wielomian $P_n(x)$ stopnia co najwyżej n spełniający własność interpolacji i

$$P_n(x) = \sum_{k=0}^{n} f(x_k) L_{n,k}(x)$$

gdzie $L_{n,k}$ jest n-tym wielomianem interpolacyjnym Lagrange'a danym wzorem:

$$L_{n,k} = \frac{(x - x_0)...(x - x_{k-1})(x - x_{k+1})...(x - x_n)}{(x_k - x_0)...(x_k - x_{k-1})(x_k - x_{k+1})...(x_k - x_n)} = \prod_{i=0, i \neq k}^{n} \frac{(x - x_k)}{(x_i - x_k)}$$

Przyjmując oznaczenie $\omega_n(x) = (x - x_0)(x - x_1)...(x - x_n)$ wielomian $L_{n,k}$ możemy zapisać w postaci

$$L_{n,k}(x) = \frac{\omega_n(x)}{(x - x_k)\omega_n'(x_k)}$$

Przybliżając funkcję f(x) wielomianem interpolacyjnym $P_n(x)$ możemy obliczać jej wartość z dokładnością:

$$R_n(x) = f(x) - P_n(x)$$

Można wykazać, że wartość popełnianego błędu metody przy interpolacji wyraża się zależnością:

$$R_n(x) = \frac{f^{(n+1)}(\xi)}{(n+1)!} \omega_n(x)$$

gdzie $\xi \in [x_0, x_n]$ jest punktem pośrednim. W praktyce, ponieważ nie znamy wartości ξ, dla oszacowania modułu błędu metody posługujemy się wzorem:

$$|R_n(x)| \leqslant \frac{M_{n+1}}{(n+1)!} |\omega_n(x)|$$

gdzie

$$M_{n+1} = \max_{x_0 \leqslant x \leqslant x_n} |f^{(n+1)}(x)|$$

Wzory te można stosować jedynie wówczas, gdy znana jest postać analityczna funkcji f(x). Na dokładność obliczeń oprócz błędu metody oraz błędów zaokrągleń istotny wpływ może wywierać również błąd początkowy, spowodowany zbyt małą dokładnością określenia wartości funkcji w węzłach interpolacji.