

# Langages Formels - TD2 - Automates

## 1 Automates et langages reconnaissables

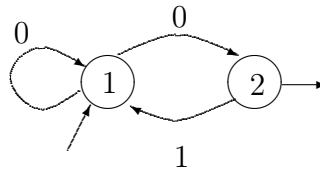
**Exercice 1.1** 1. Dessiner l'automate  $\langle A, Q, D, F, \delta \rangle$  où

- $A = \{a, b, c\}$ ,
- $Q = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,
- $D = \{1, 2\}$ ,
- $F = \{1, 3\}$ ,
- $\delta = \{(1, a, 2), (1, a, 4), (2, a, 3), (3, b, 1), (4, b, 1)\}$

2. Les mots suivants sont-ils reconnus par cet automate (si oui, donnez un chemin le reconnaissant. Si non, expliquez pourquoi il n'est pas reconnu) :  $\varepsilon$ ,  $a$ ,  $b$ ,  $aa$ ,  $aba$ ,  $abb$ ,  $abab$ .

3. Quels sont les mots de longueur 4 reconnus par cet automate ?

**Exercice 1.2** Décrivez de manière formelle, l'automate dessiné suivant :



Est-ce que les mots suivants sont reconnus :  $\varepsilon$ ,  $ab$ ,  $0001001^2$ ,  $0^510^{1453}100$  ?

*Remarque : pour  $u$  un mot et  $n$  un entier, on note  $u^n$  la concaténation de  $n$  occurrences consécutives du mot  $u$ .*

**Exercice 1.3** Donnez une condition nécessaire et suffisante pour que le mot vide soit reconnu par un automate.

**Exercice 1.4** Donnez un automate reconnaissant le langage des mots de longueur paire sur l'alphabet  $\{a, b\}$ .

**Exercice 1.5** Donnez un automate reconnaissant le langage :

$$\{u \in \{a, b\}^* \mid |u| \bmod 2 = 0\}$$

**Exercice 1.6** Donner un automate  $Aut$  sur l'alphabet  $\{a, e, r, m\}$  qui reconnaît les mots et uniquement les mots  $arme$ ,  $are$  et  $ame$ . (i.e. qui reconnaît le langage  $\{arme, are, ame\}$ )

Existe-t-il un automate plus petit qui reconnaît le même langage ? (i.e. existe-t-il un automate plus petit équivalent à  $Aut$  ?) Si oui, donnez le plus petit possible. Justifiez.

**Exercice 1.7** Donnez un automate reconnaissant le langage :

$$\{u \in \{a, b\}^* \mid |u|_a \bmod 3 = 1, |u|_b \bmod 2 = 0\}$$

**Exercice 1.8** Donnez un automate reconnaissant les nombres entiers écrits sur l'alphabet  $\{0, 1, 2, \dots, 9\}$  de manière normalisée, c'est-à-dire sans 0 inutile.

**Exercice 1.9** Donnez un automate reconnaissant les nombres entiers écrits sur l'alphabet  $\{0, 1, 2, \dots, 9\}$  multiples de 3.

*Rappel. Un nombre entier écrit en base 10 est un multiple de 3 si et seulement si la somme de ses chiffres est un multiple de 3.*