



Grafos e Algoritmos Computacionais

Busca em Largura

Prof. André Britto

Busca em Largura

Critério: escolha da próxima aresta baseada na incidência no vértice menos recentemente alcançado na busca.”.

Busca em Largura

Nomenclatura:

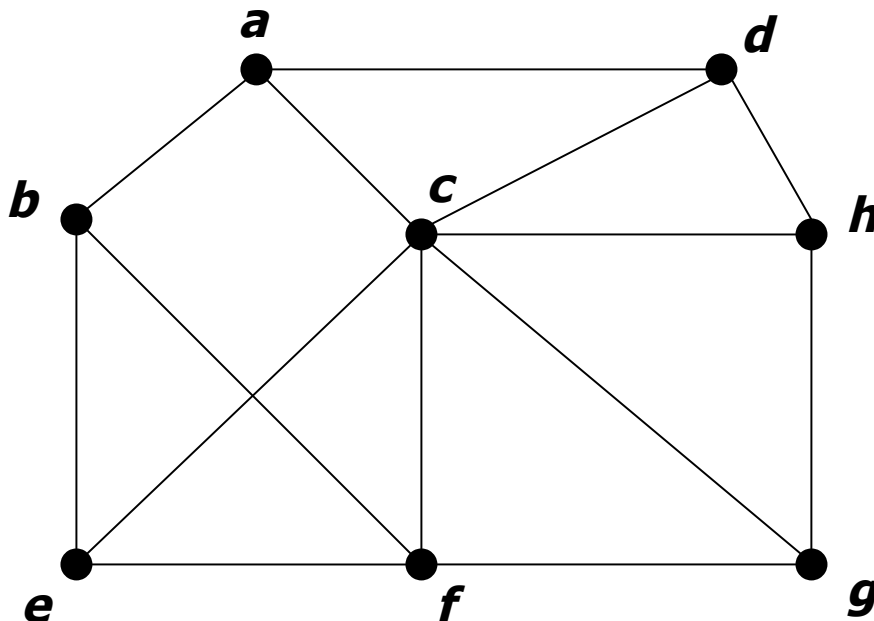
Pai e filho: Um nó y abaixo de um nó x é chamado filho de x . x é dito pai de y .

Irmão: Nós com o mesmo pai são ditos irmãos.

Nível de um nó: A raiz de uma árvore tem nível 1. Se um nó tem nível i , seus filhos têm nível $i + 1$.

Busca em Profundidade

Ex.: ■ aresta pai(ou da árvore) ■ aresta tio ■ aresta irmão ■ aresta primo

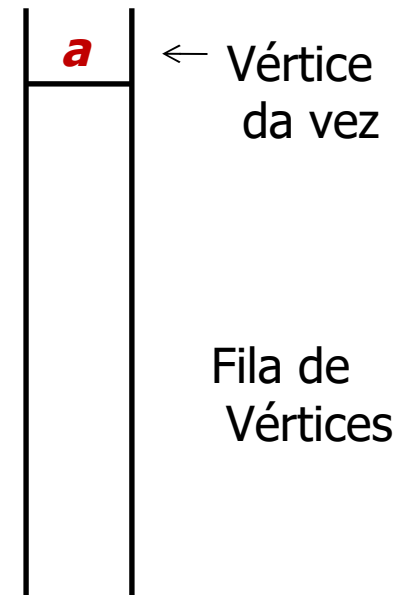
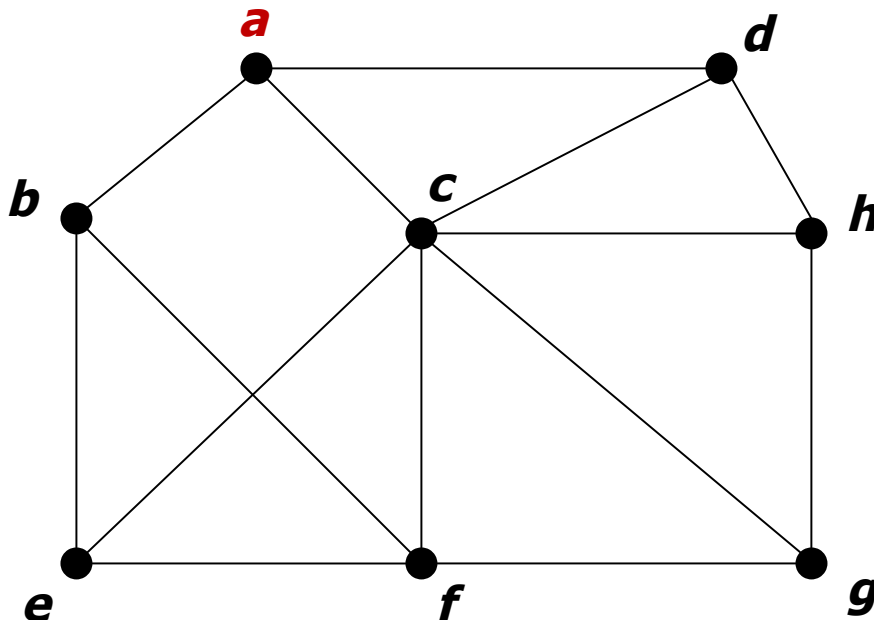


← Vértice da vez

Fila de Vértices

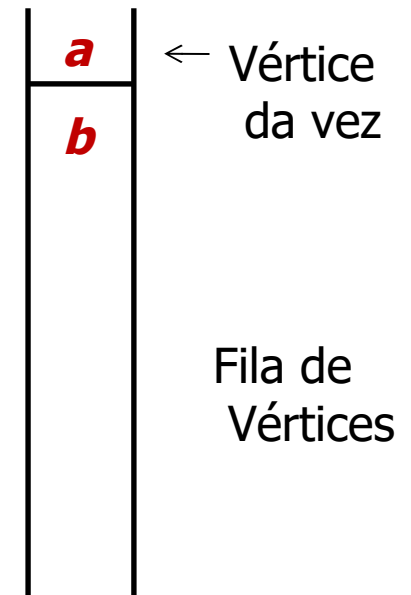
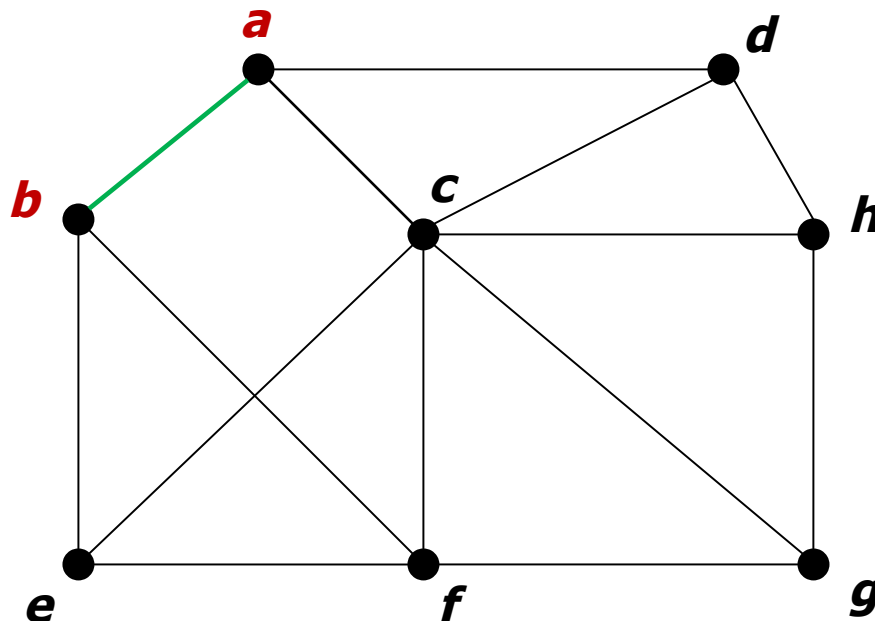
Busca em Profundidade

Ex.:  aresta pai(ou da árvore)  aresta tio  aresta irmão  aresta primo



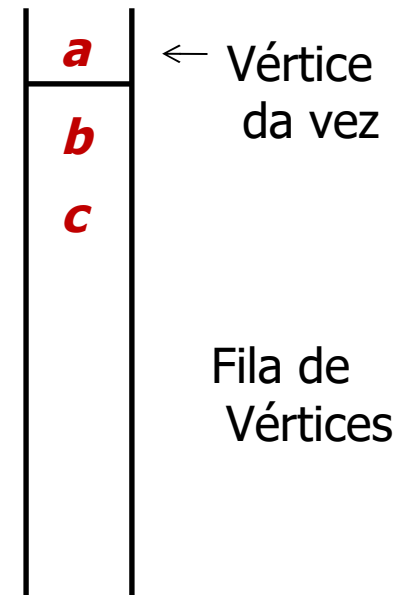
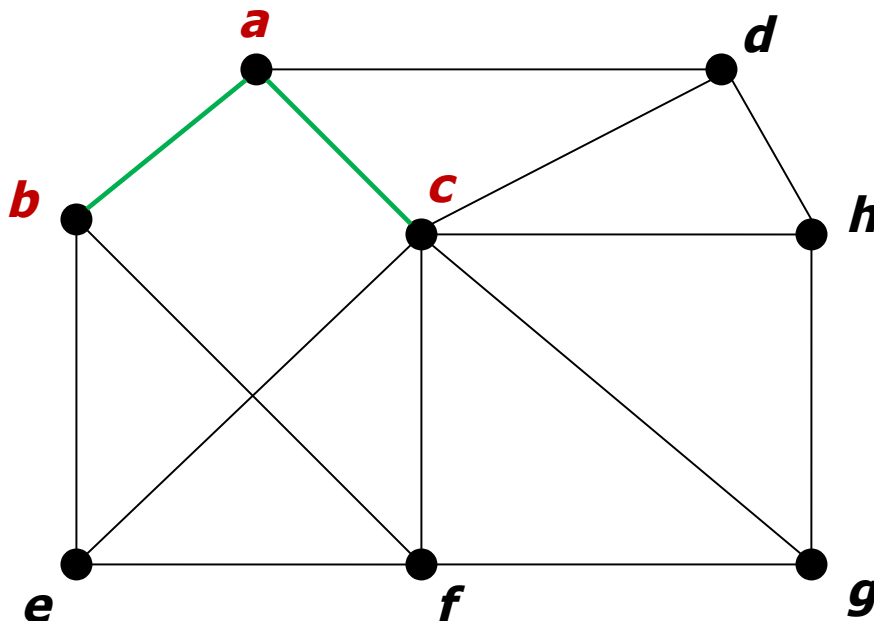
Busca em Profundidade

Ex.: ■ aresta pai(ou da árvore) ■ aresta tio ■ aresta irmão ■ aresta primo



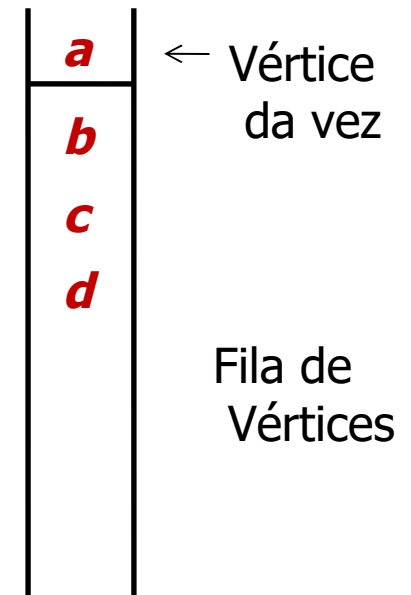
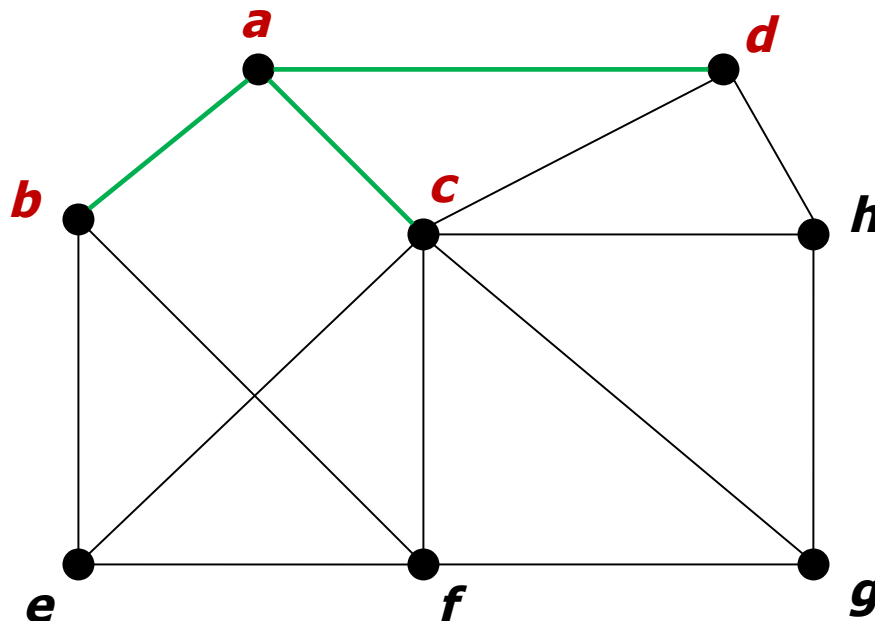
Busca em Profundidade

Ex.: ■ aresta pai(ou da árvore) ■ aresta tio ■ aresta irmão ■ aresta primo



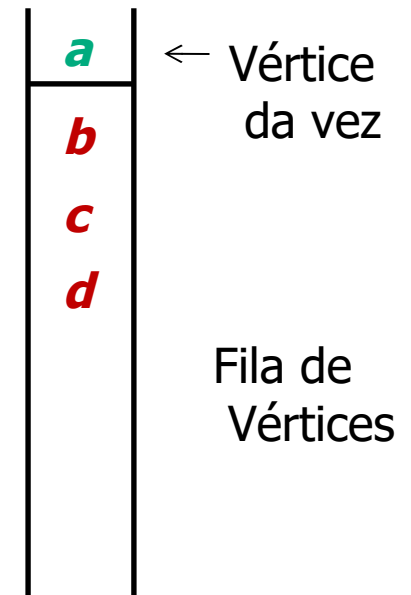
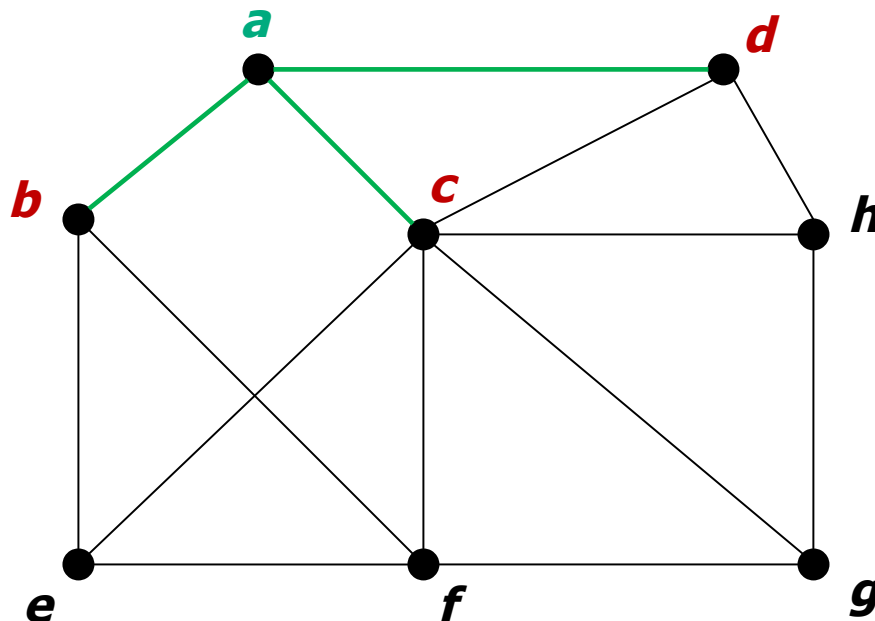
Busca em Profundidade

Ex.: ■ aresta pai(ou da árvore) ■ aresta tio ■ aresta irmão ■ aresta primo



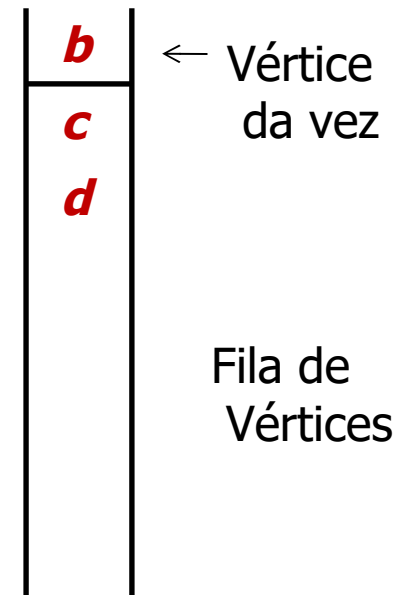
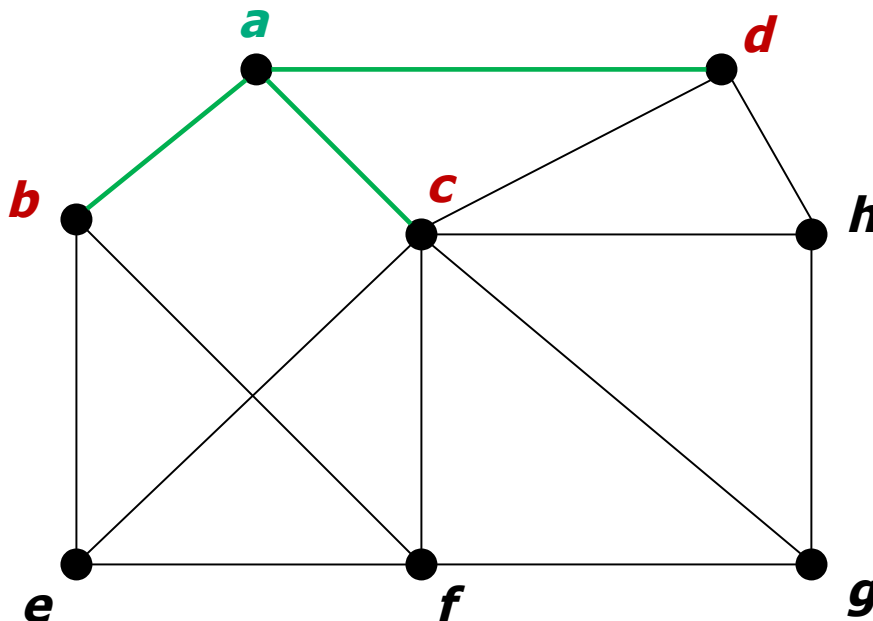
Busca em Profundidade

Ex.: ■ aresta pai(ou da árvore) ■ aresta tio ■ aresta irmão ■ aresta primo



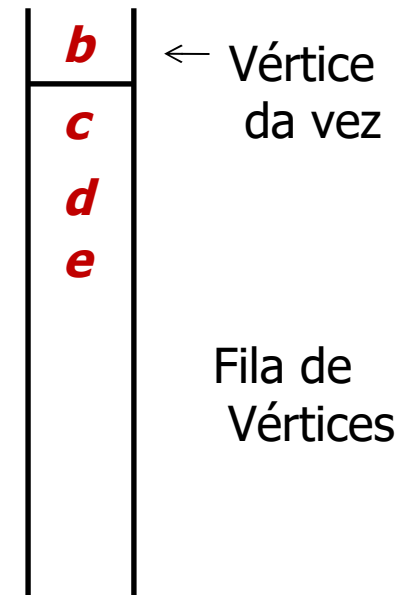
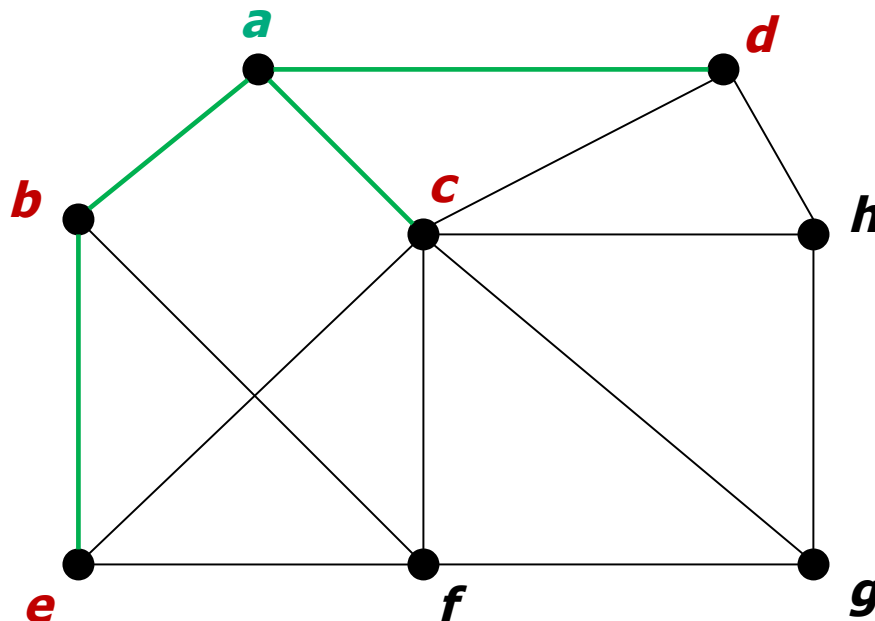
Busca em Profundidade

Ex.: ■ aresta pai(ou da árvore) ■ aresta tio ■ aresta irmão ■ aresta primo



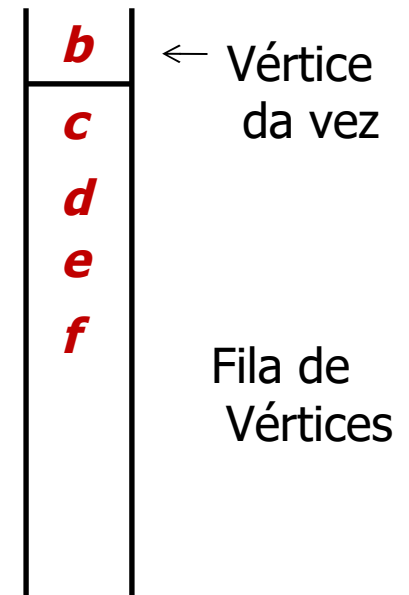
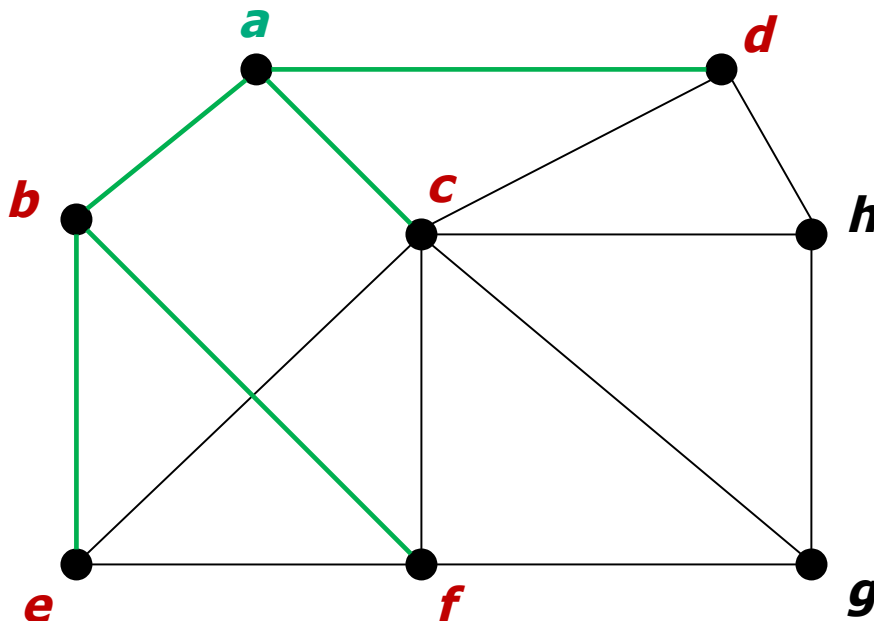
Busca em Profundidade

Ex.: ■ aresta pai(ou da árvore) ■ aresta tio ■ aresta irmão ■ aresta primo



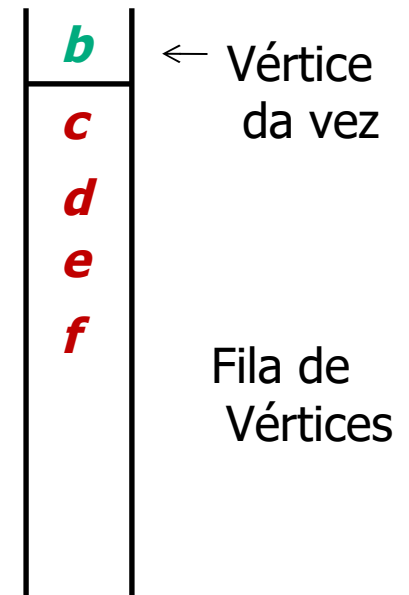
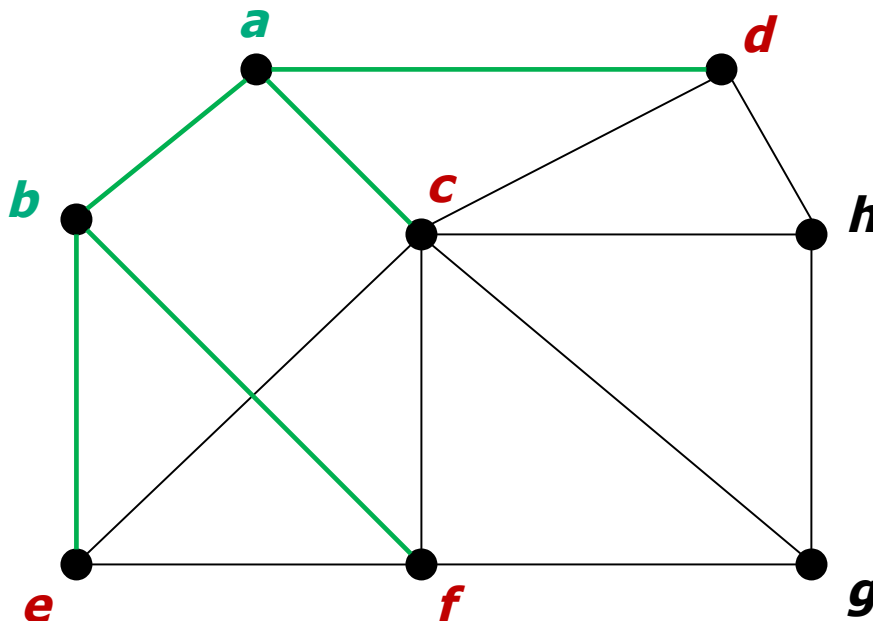
Busca em Profundidade

Ex.: ■ aresta pai(ou da árvore) ■ aresta tio ■ aresta irmão ■ aresta primo



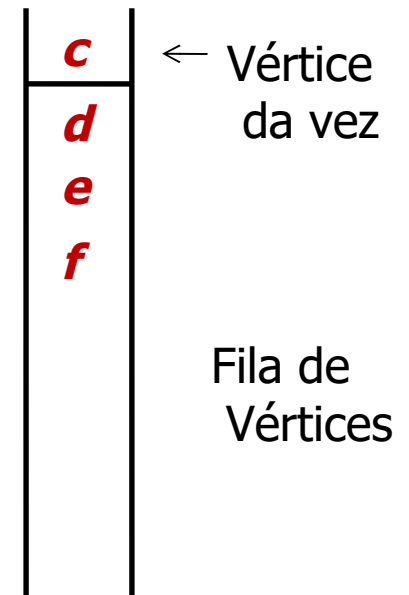
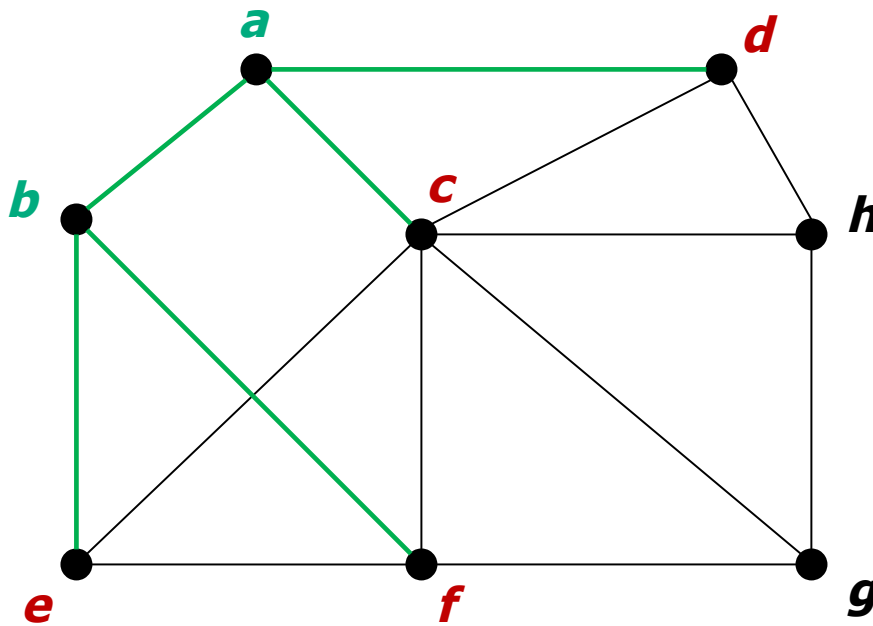
Busca em Profundidade

Ex.: ■ aresta pai(ou da árvore) ■ aresta tio ■ aresta irmão ■ aresta primo



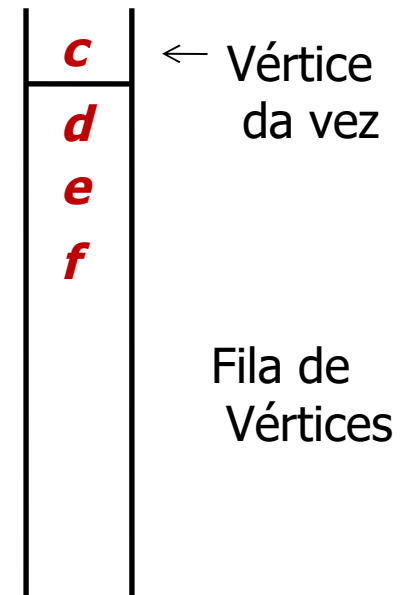
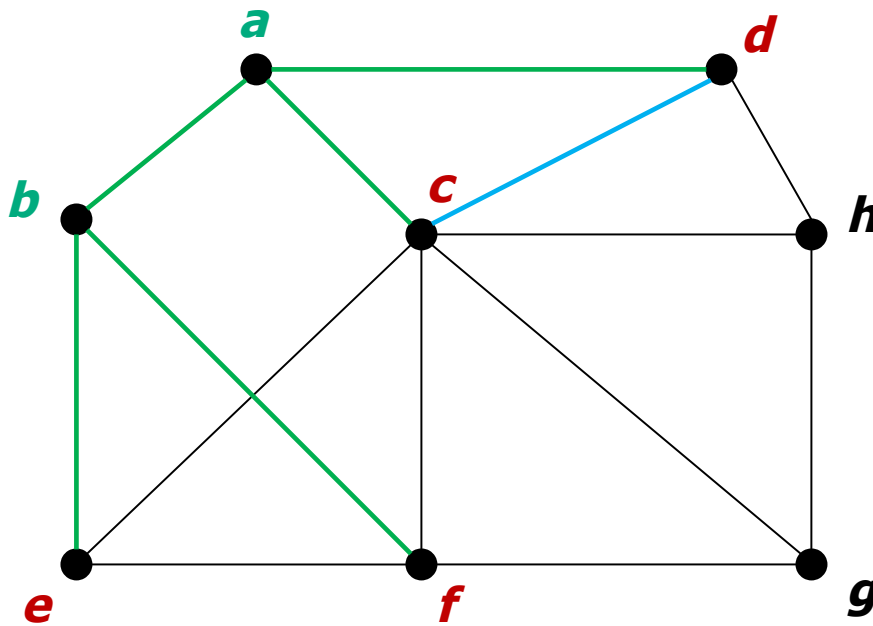
Busca em Profundidade

Ex.: ■ aresta pai(ou da árvore) ■ aresta tio ■ aresta irmão ■ aresta primo



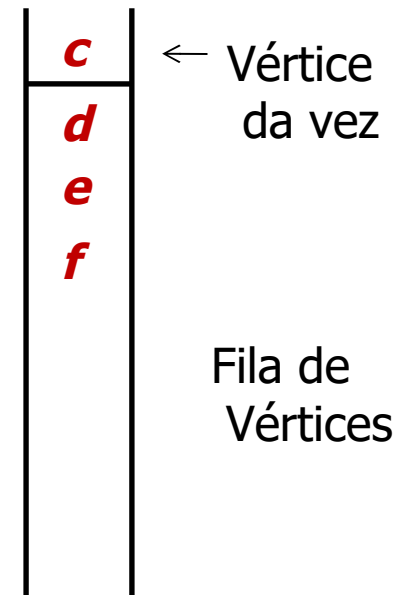
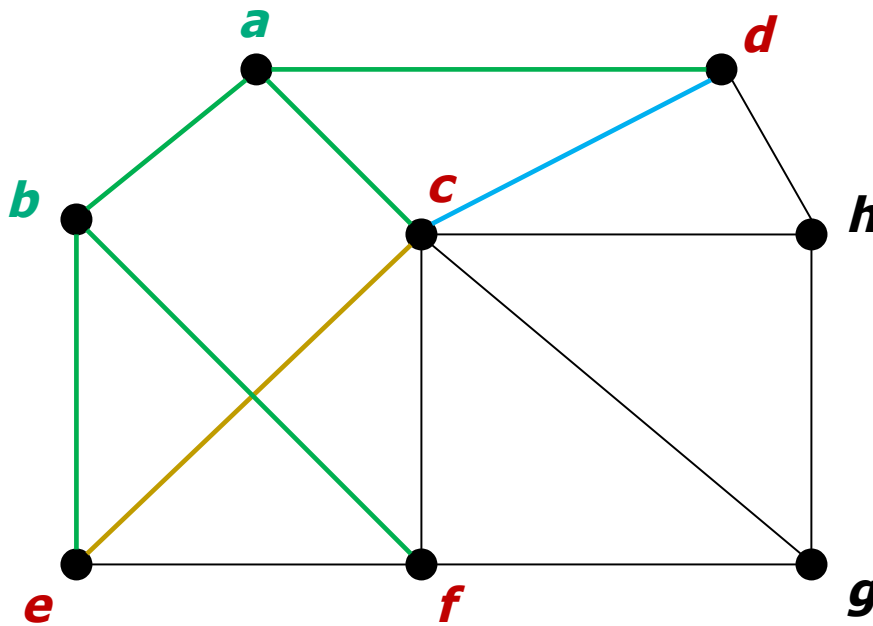
Busca em Profundidade

Ex.: ■ aresta pai(ou da árvore) ■ aresta tio ■ aresta irmão ■ aresta primo



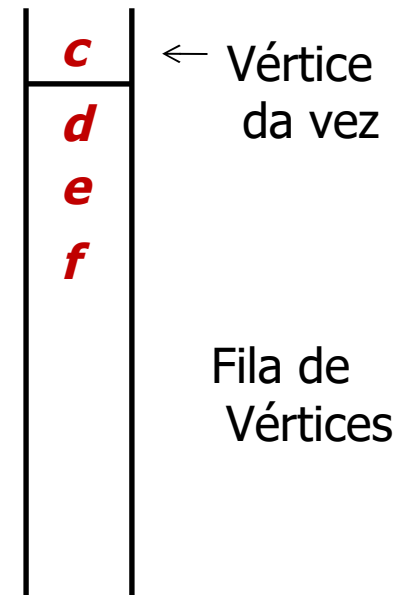
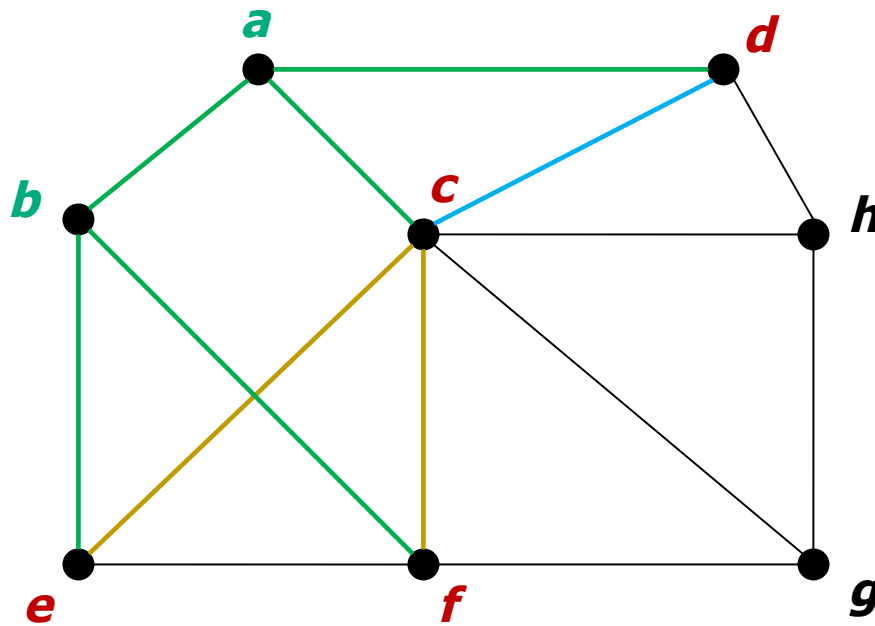
Busca em Profundidade

Ex.: ■ aresta pai(ou da árvore) ■ aresta tio ■ aresta irmão ■ aresta primo



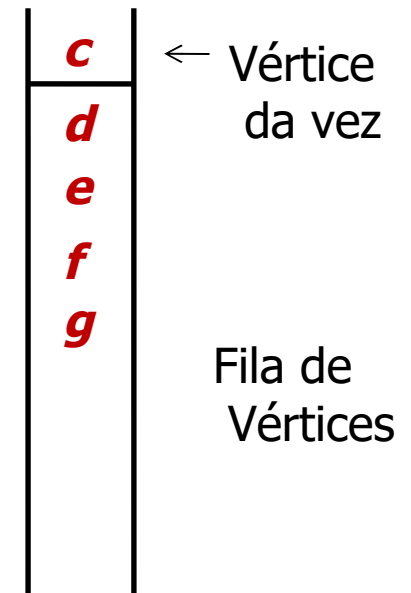
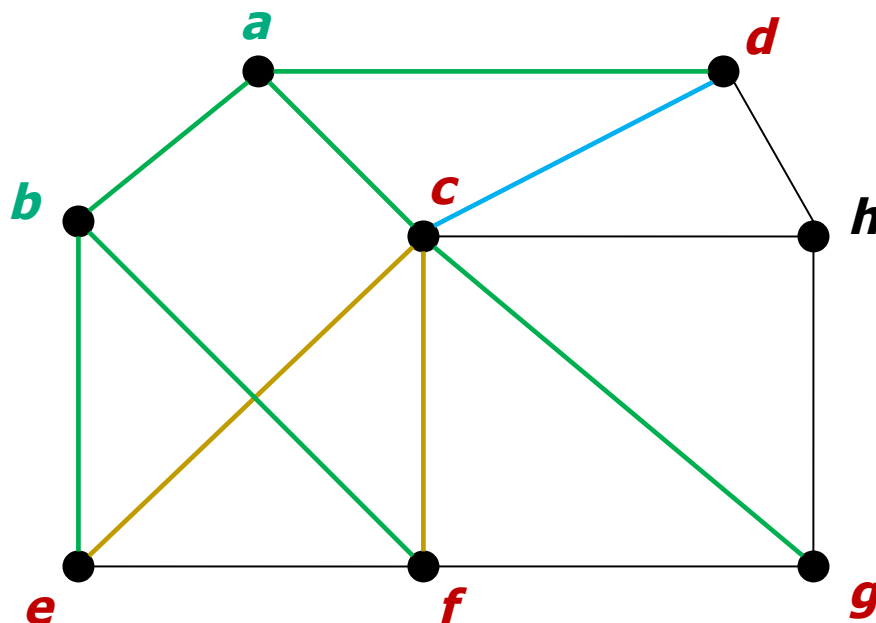
Busca em Profundidade

Ex.: ■ aresta pai(ou da árvore) ■ aresta tio ■ aresta irmão ■ aresta primo



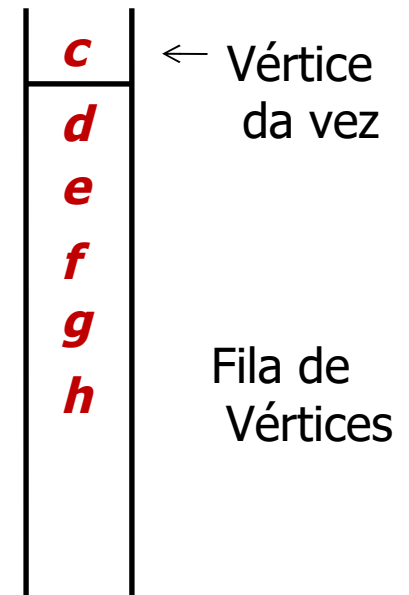
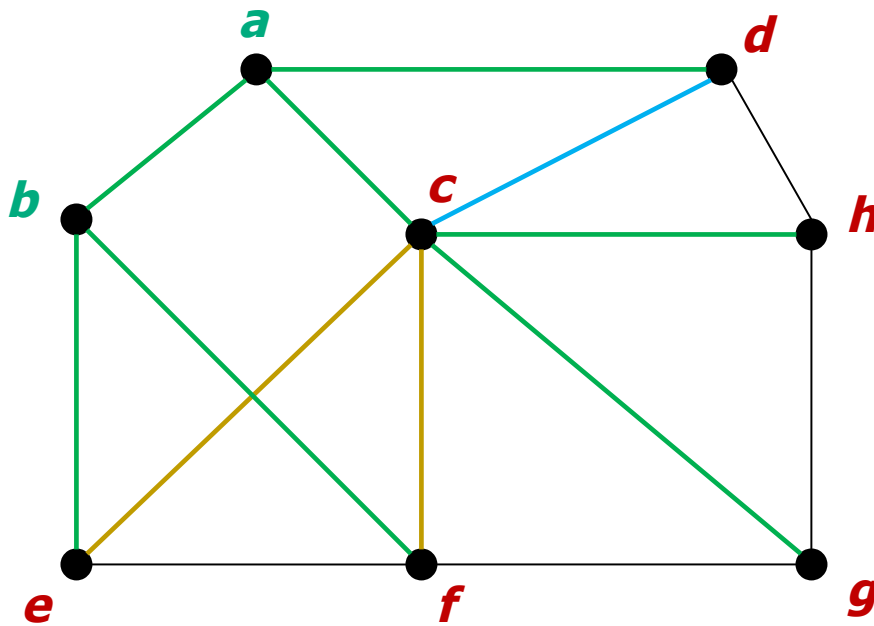
Busca em Profundidade

Ex.: ■ aresta pai(ou da árvore) ■ aresta tio ■ aresta irmão ■ aresta primo



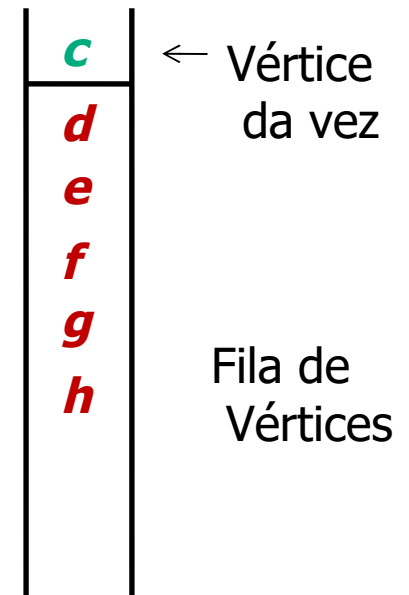
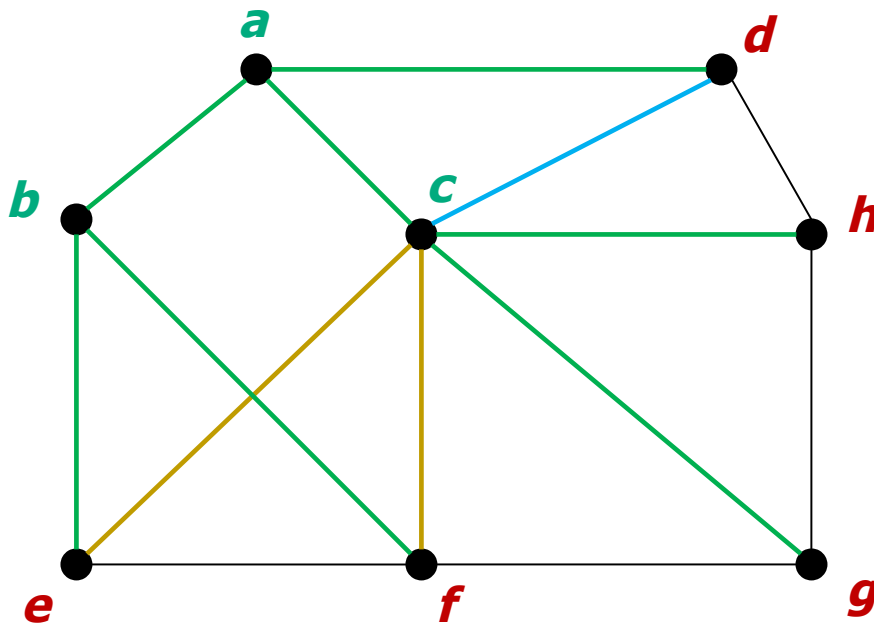
Busca em Profundidade

Ex.: ■ aresta pai(ou da árvore) ■ aresta tio ■ aresta irmão ■ aresta primo



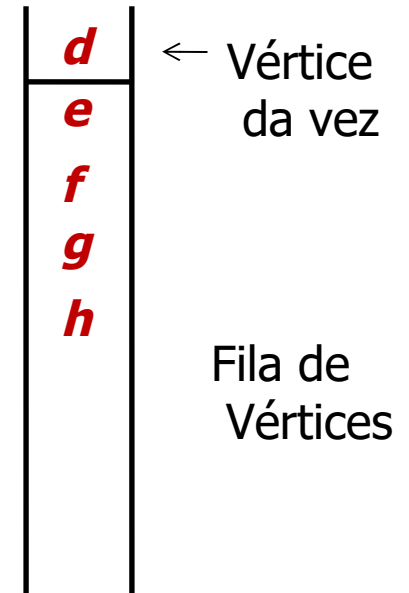
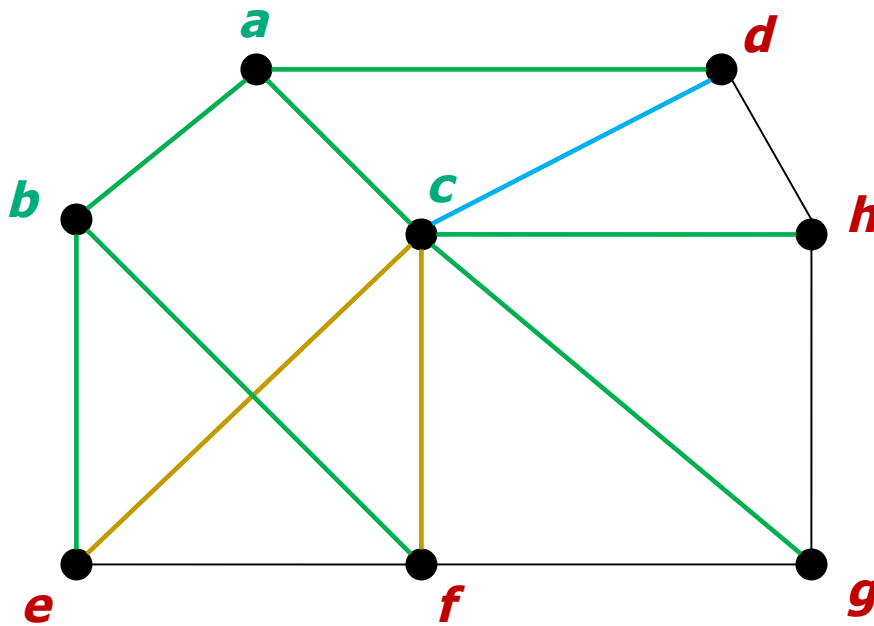
Busca em Profundidade

Ex.: ■ aresta pai(ou da árvore) ■ aresta tio ■ aresta irmão ■ aresta primo



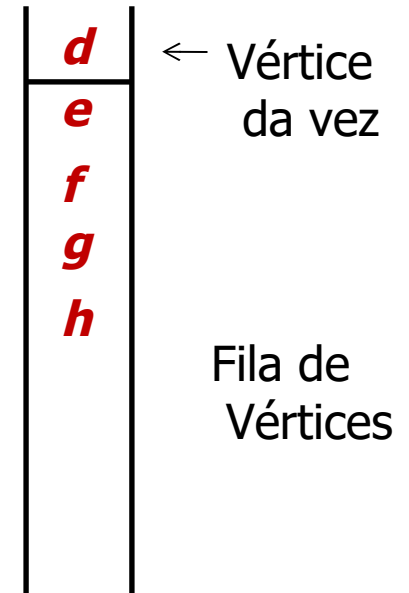
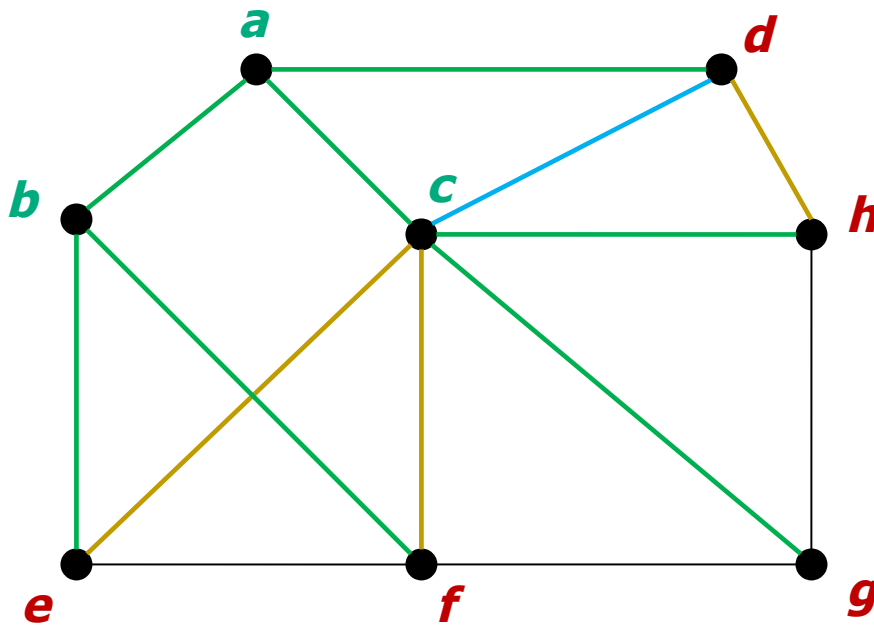
Busca em Profundidade

Ex.: ■ aresta pai(ou da árvore) ■ aresta tio ■ aresta irmão ■ aresta primo



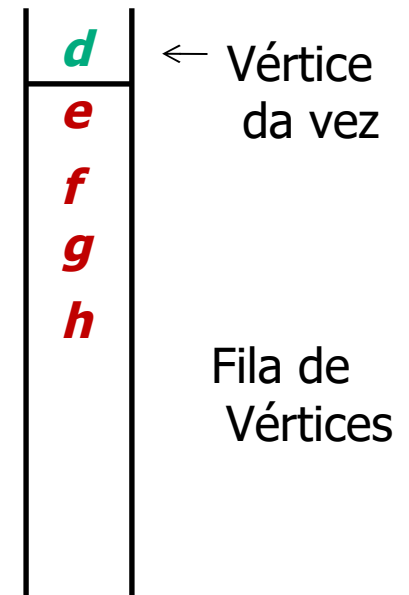
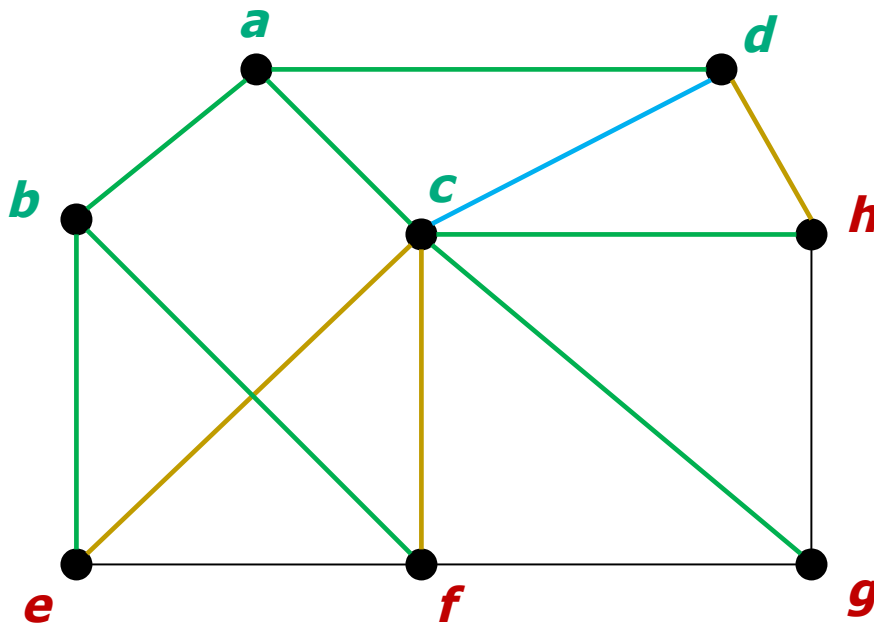
Busca em Profundidade

Ex.: ■ aresta pai(ou da árvore) ■ aresta tio ■ aresta irmão ■ aresta primo



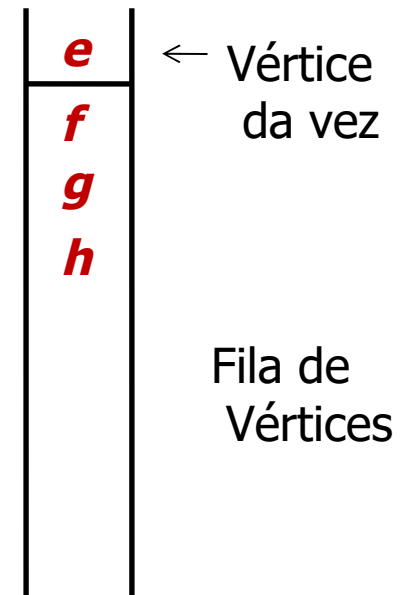
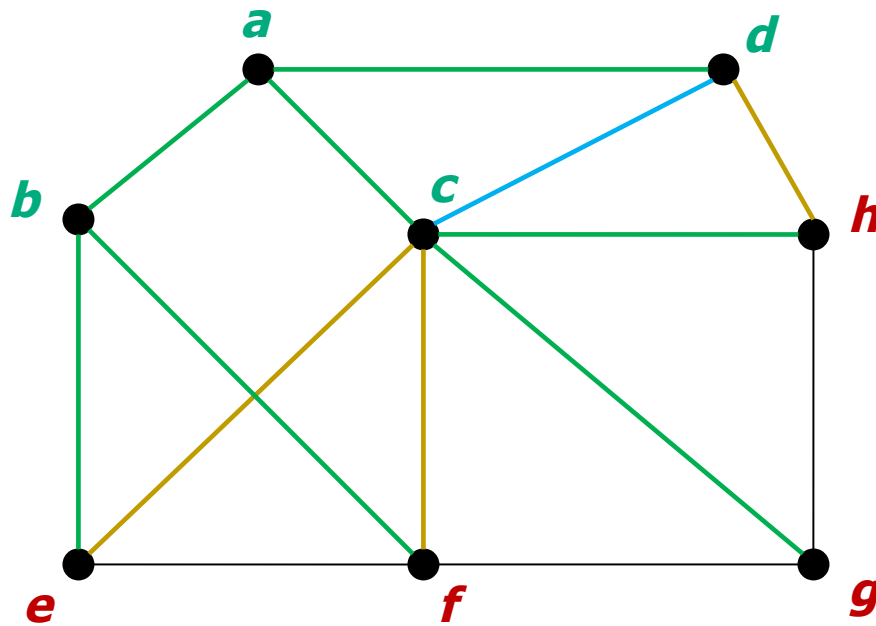
Busca em Profundidade

Ex.: ■ aresta pai(ou da árvore) ■ aresta tio ■ aresta irmão ■ aresta primo



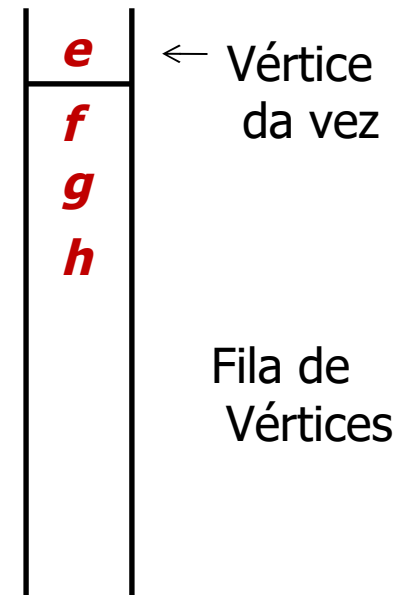
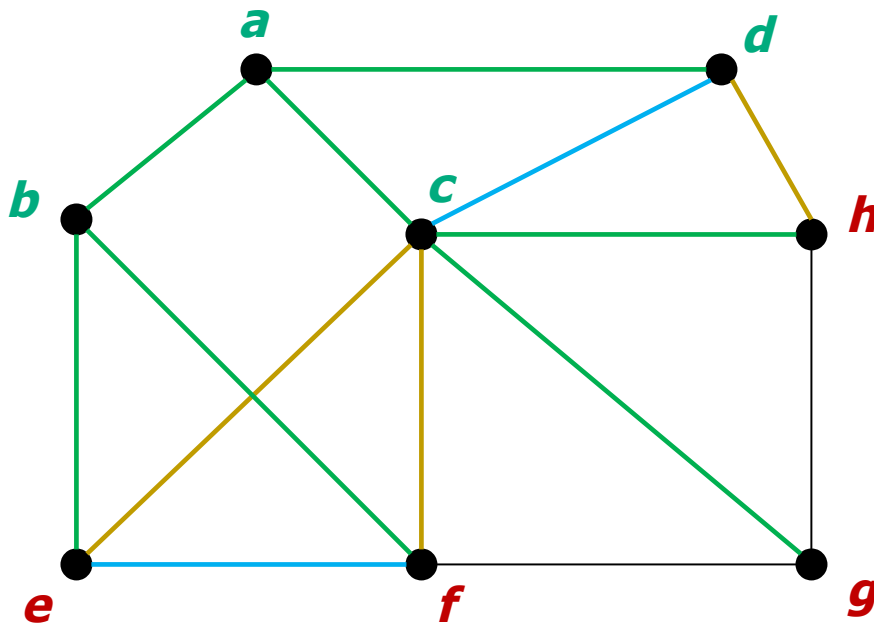
Busca em Profundidade

Ex.: ■ aresta pai(ou da árvore) ■ aresta tio ■ aresta irmão ■ aresta primo



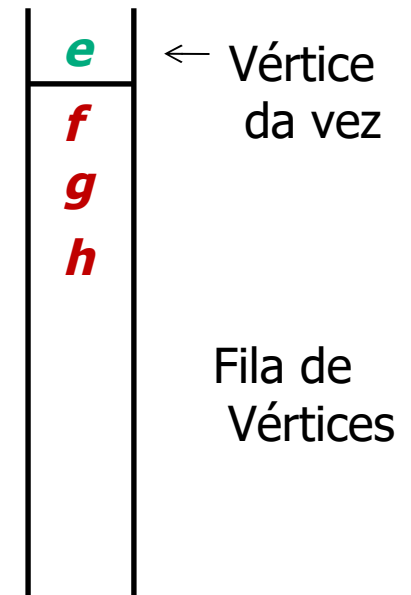
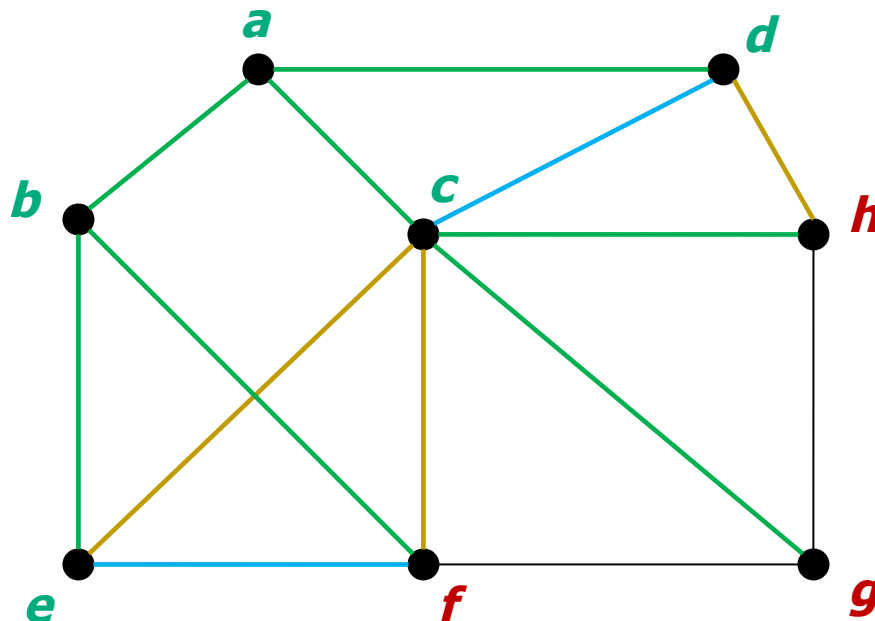
Busca em Profundidade

Ex.: ■ aresta pai(ou da árvore) ■ aresta tio ■ aresta irmão ■ aresta primo



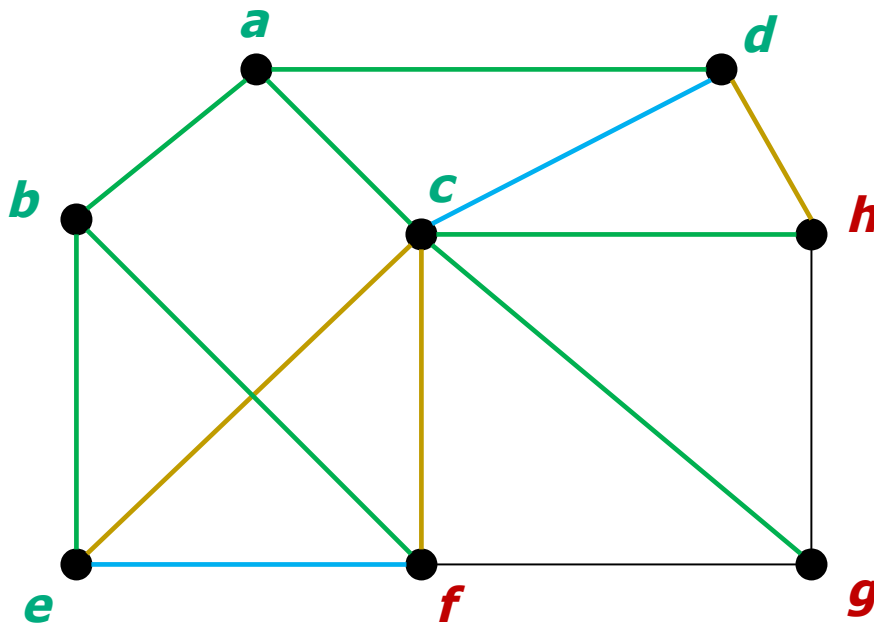
Busca em Profundidade

Ex.: ■ aresta pai(ou da árvore) ■ aresta tio ■ aresta irmão ■ aresta primo



Busca em Profundidade

Ex.: ■ aresta pai(ou da árvore) ■ aresta tio ■ aresta irmão ■ aresta primo

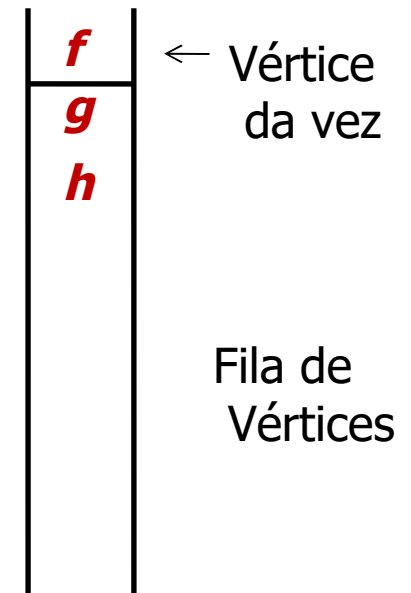
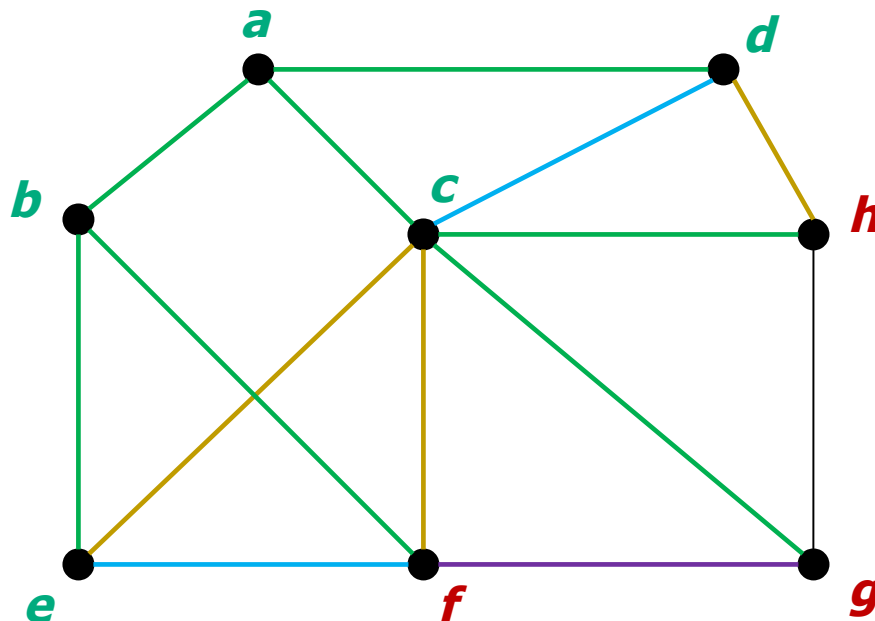


f	← Vértice da vez
g	
h	

Fila de Vértices

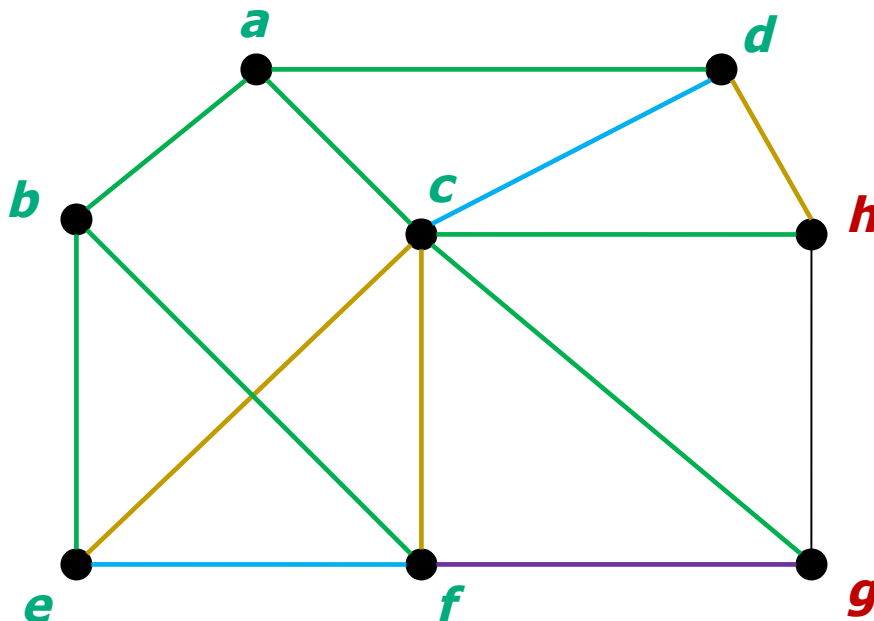
Busca em Profundidade

Ex.: ■ aresta pai(ou da árvore) ■ aresta tio ■ aresta irmão ■ aresta primo



Busca em Profundidade

Ex.: ■ aresta pai(ou da árvore) ■ aresta tio ■ aresta irmão ■ aresta primo

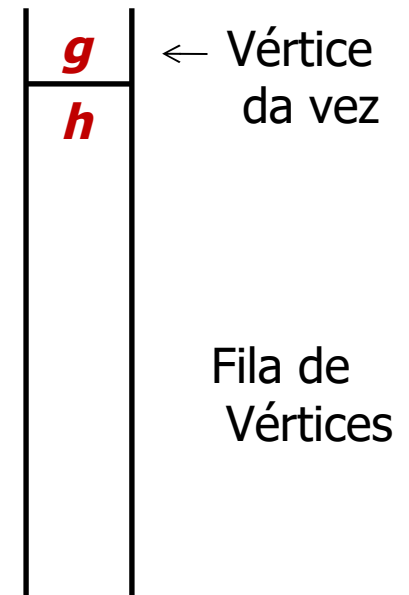
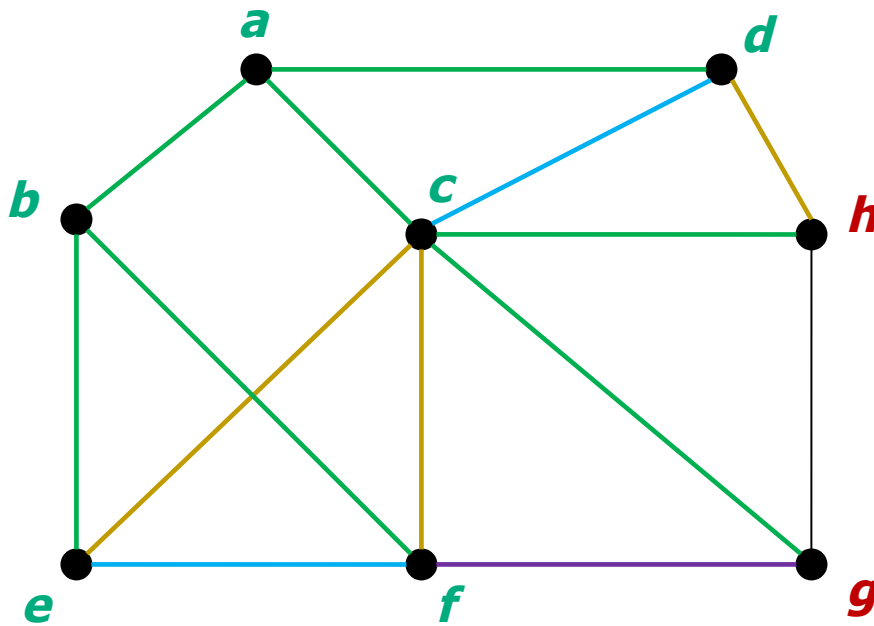


<i>f</i>	← Vértice da vez
<i>g</i>	
<i>h</i>	

Fila de Vértices

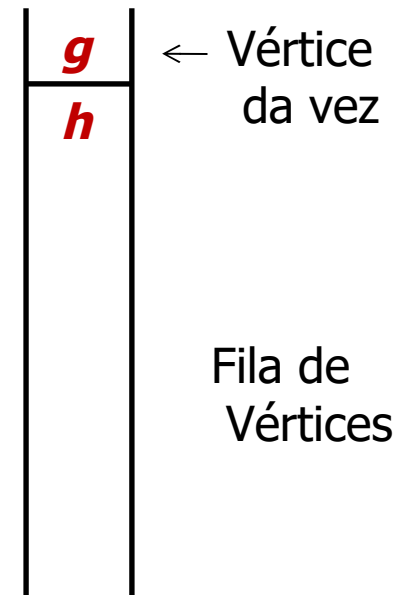
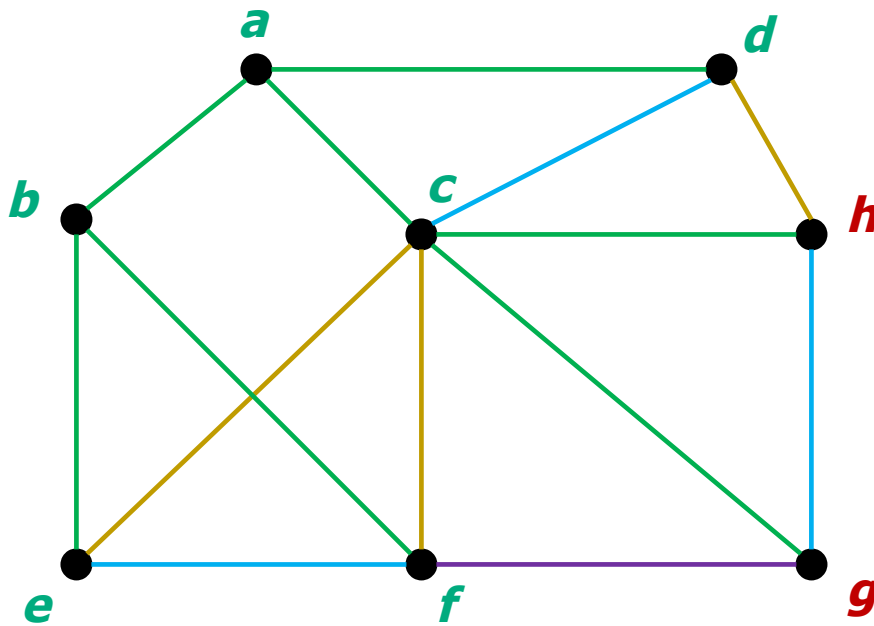
Busca em Profundidade

Ex.: ■ aresta pai(ou da árvore) ■ aresta tio ■ aresta irmão ■ aresta primo



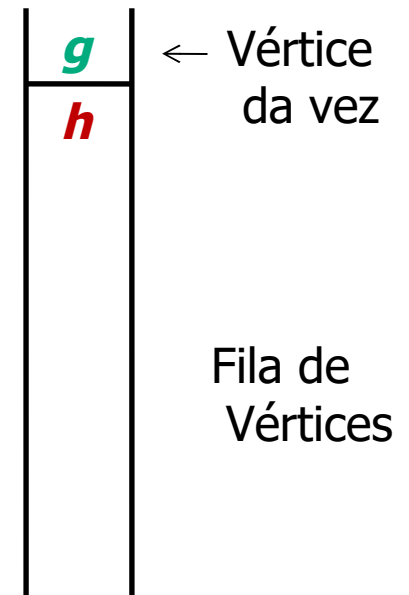
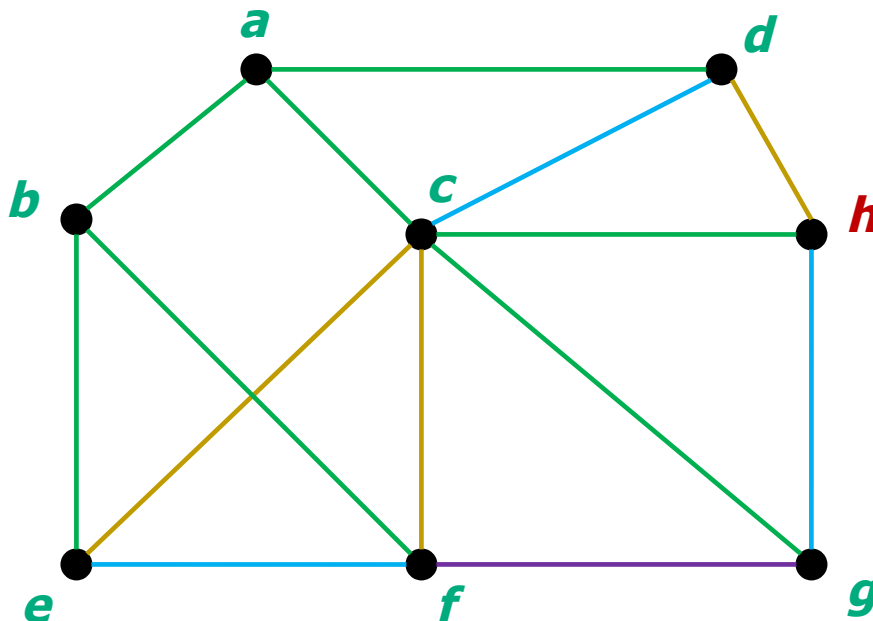
Busca em Profundidade

Ex.: ■ aresta pai(ou da árvore) ■ aresta tio ■ aresta irmão ■ aresta primo



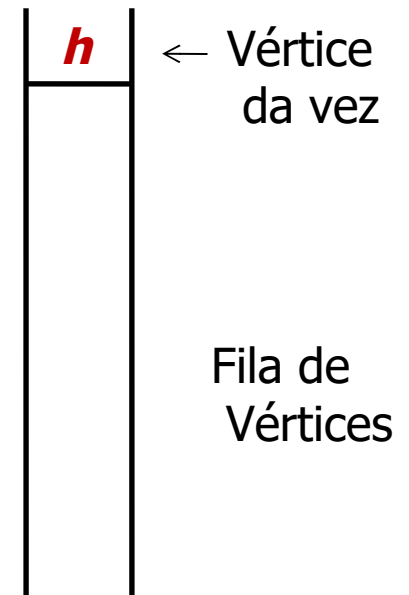
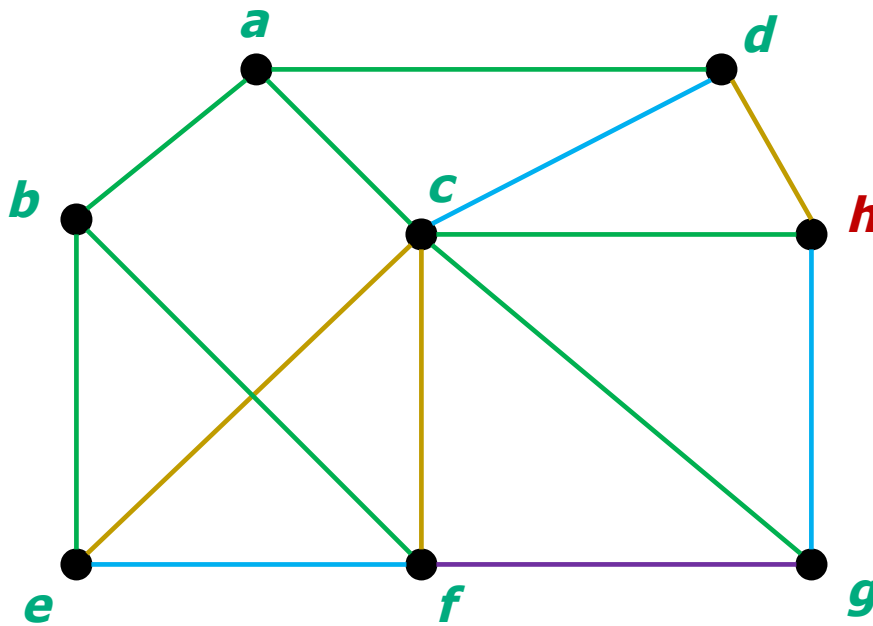
Busca em Profundidade

Ex.: ■ aresta pai(ou da árvore) ■ aresta tio ■ aresta irmão ■ aresta primo



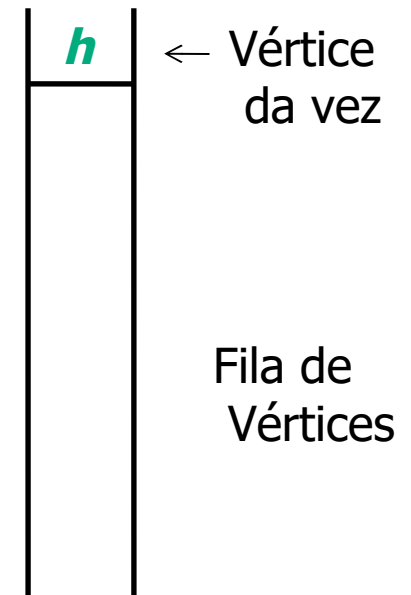
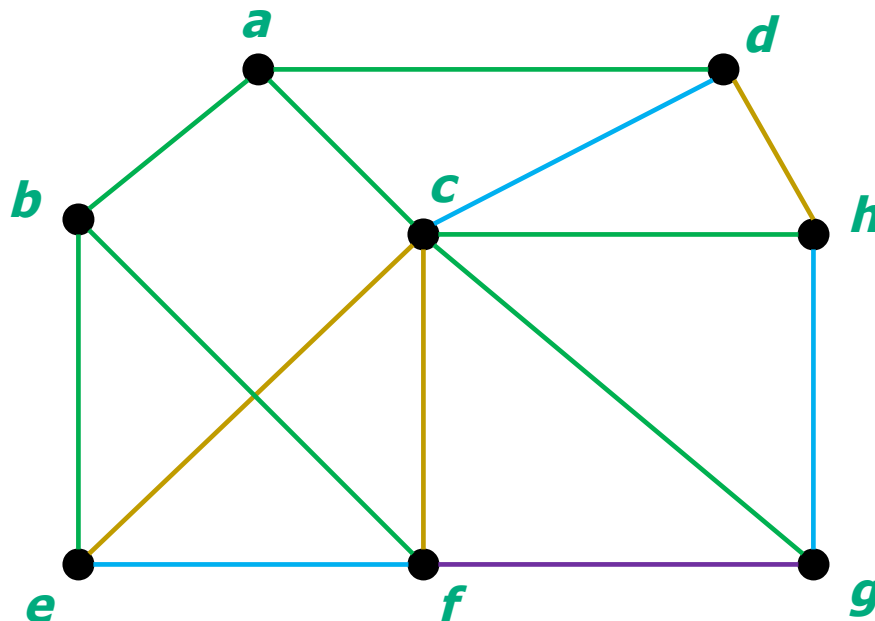
Busca em Profundidade

Ex.: ■ aresta pai(ou da árvore) ■ aresta tio ■ aresta irmão ■ aresta primo



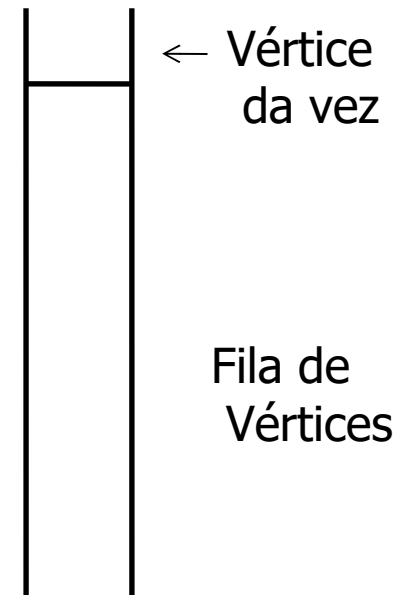
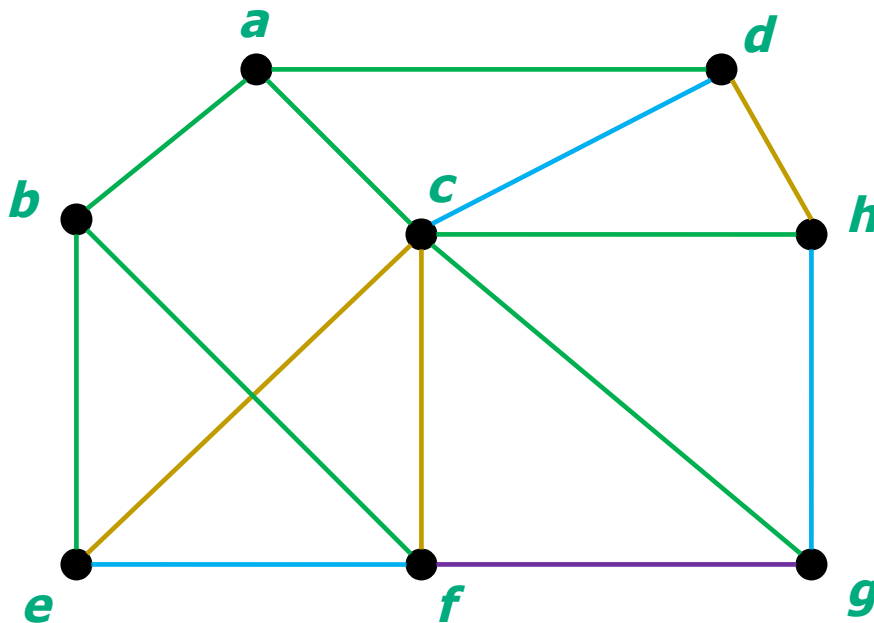
Busca em Profundidade

Ex.: ■ aresta pai(ou da árvore) ■ aresta tio ■ aresta irmão ■ aresta primo



Busca em Profundidade

Ex.: ■ aresta pai(ou da árvore) ■ aresta tio ■ aresta irmão ■ aresta primo



Busca em Largura

```
algoritmo buscaEmLargura( $G, v$ ) {BL ou BFS}
{dados: um grafo  $G$  conexo e um vértice  $v$  raiz da busca}
início
  marque  $v$ ;
  coloque  $v$  na Fila;
  enquanto a Fila não estiver vazia faça
    início
      remova o 1º vértice  $w$  da Fila;
      para todas aresta  $(w, x)$  faça
        Se  $x$  é não marcado então
          início
            marque  $x$ ;
            adicione  $(w, x)$  à árvore de largura;
```

Busca em Largura

```
    coloque x na Fila
    fim
  Senão
    visite(w, x) ;
  fim
fim
```

Busca em Largura

```
    coloque x na Fila  
    fim  
Senão  
    visite (w, x) ;
```

```
    fim
```

```
fim
```

- Complexidade ?

Busca em Largura

```
    coloque x na Fila  
  fim  
Senão  
  visite(w, x) ;
```

```
fim
```

```
fim
```

- Complexidade ? **$O(n+m)$**

Busca em Largura

Proposição 1

A árvore de largura T obtida pelo algoritmo é uma árvore geradora de G .

Prova

Análoga à da árvore de profundidade

Busca em Largura

Proposição 2

Seja G um grafo conexo, $(v, w) \in EG$ e T uma árvore de largura em G , então $nível(v)$ e $nível(w)$ diferem de no máximo uma unidade.

Prova

Seja v alcançado antes de w na B.L. correspondente à árvore T . Então, $nível(v) \leq nível(w)$. Suponha por absurdo que $nível(w) > nível(v) + 1$. Nesse caso, $w \in adj(v)$ e não foi considerado na exploração de v , **contradição**. \square

Busca em Largura

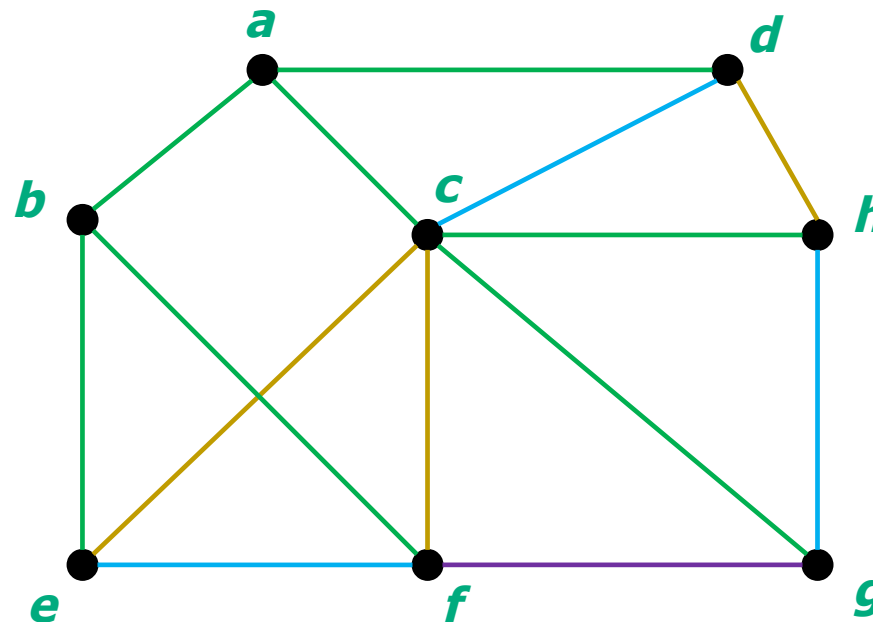
- Pela **Proposição 2** temos que B.L. divide o conjunto de vértices de G em:
 - arestas (v, w) tais que $|nível(v) - nível(w)| = 1$
 - arestas (v, w) tais que $|nível(v) - nível(w)| = 0$

Busca em Largura

- Na realidade temos **4** tipos de arestas (v, w) :
 - aresta **pai** (ou arestas da árvore) quando v é pai de w em T .
 - aresta **tio** quando $nível(w) = nível(v) + 1$ e $(v, w) \notin aT$.
 - aresta **irmão** quando v e w possuem o mesmo pai em T .
 - aresta **primo** quando $nível(v) = nível(w)$ e v e w não possuem o mesmo pai em T .

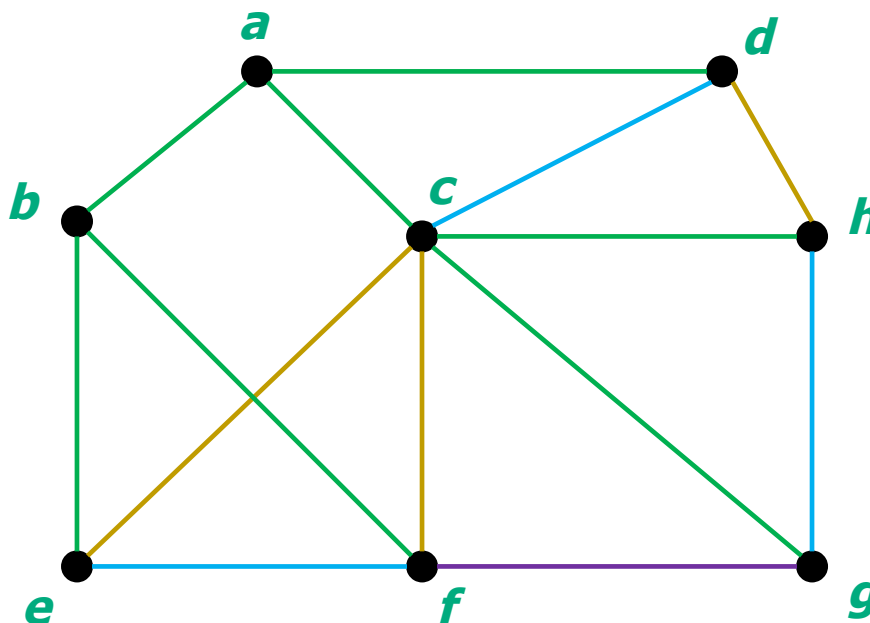
Busca em Largura

Ex.: ■ aresta pai(ou da árvore) ■ aresta tio ■ aresta irmão ■ aresta primo



Busca em Largura

- **Largura(v)** : o nº de ordem em que v for retirado da fila (importante para algumas aplicações).



vértice	a	b	c	d	e	f	g	h
Largura(v)	1	2	3	4	5	6	7	8

Busca em Largura

- Se o grafo não for conexo ?

Busca em Largura

- Se o grafo não for conexo ?

Floresta de Largura

Referências

- Seções 4.7 do Szwarcfiter, J. L., *Grafos e Algoritmos Computacionais*, Ed. Campus, 1983.
- Seção 22.2 do Cormen, *Introduction to Algorithms*, MIT Press, 2001.

Adaptado do material da Profa. Leila Silva.

Seção 1.7 do *Grafos: conceitos, algoritmos e aplicações*. Goldbarg, E. e Goldbarg M. Elsevier, 2012