



Grafos e Algoritmos Computacionais

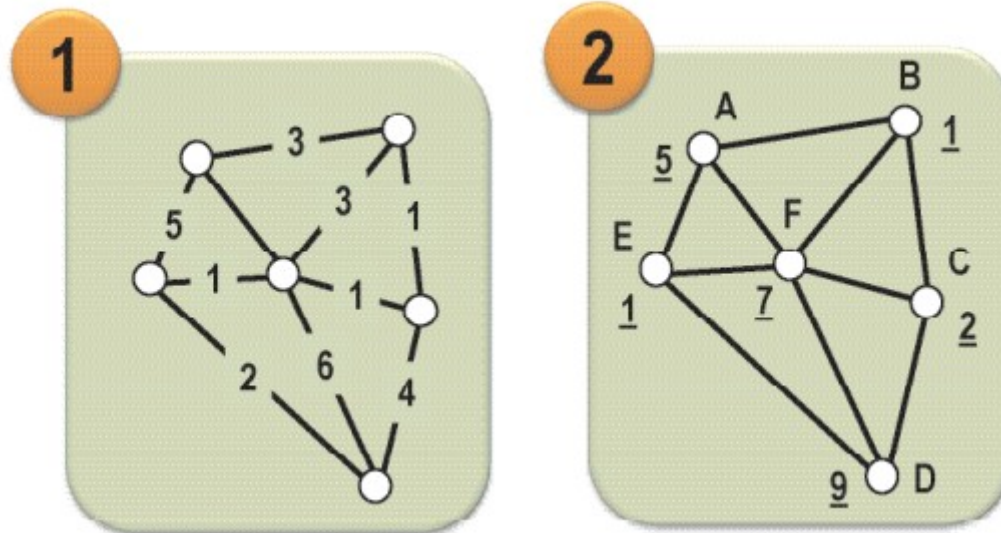
Técnica de Ordenação por Caixas

Prof. André Britto

Grafo Ponderado

Grafo Ponderado

- Um Grafo $G = (VG, EG)$ é ponderado se existem valores numéricos (pesos) associados à suas arestas ou vértices.



Grafo Ponderado

Matriz de Pesos

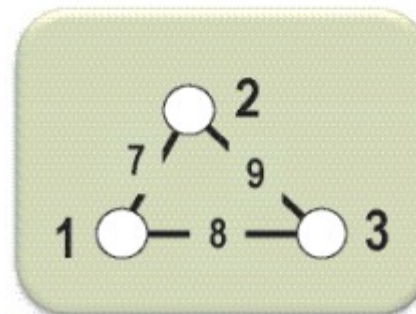
Quando o grafo é ponderado, é possível aproveitar a estrutura em matriz de adjacência, incidência e lista de adjacência para representar os pesos na própria estrutura.

Grafo Ponderado

Matriz de Pesos

No caso da matriz de adjacência substituem-se os elementos "1"s pelo peso da aresta associada. Denominaremos essa matriz no presente texto matriz de pesos.

	1	2	3
1	0	7	8
2	7	0	9
3	8	9	0



Técnica de Ordenação

Técnica de Ordenação

- Ordenação dos vértices segundo algum critério (que depende da aplicação).
- Critérios mais comuns:
 - arestas (pesos)
 - vértices (grau)

Técnica de Ordenação

Técnica de Ordenação

- Método de ordenação frequentemente utilizado em grafos – **Ordenação por Caixas**

Ordenação Por Caixas

Método de Ordenação por Caixas

- $S \rightarrow$ conjunto dos números inteiros a serem ordenados.
- $a, b \rightarrow$ elementos mínimo e máximo de S respectivamente.
- $S_a, S_{a+1}, \dots, S_b \rightarrow$ Caixas.

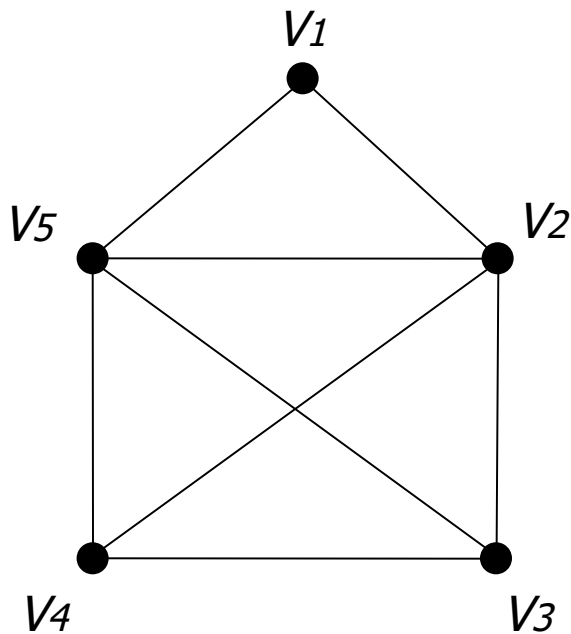
Ordenação Por Caixas

Algoritmo

- No início as caixas estão vazias.
- Cada elemento de S com valor j é inserido em S_j .
- Após inserção de todos os elementos esvazia-se as caixas.

Ordenação Por Caixas

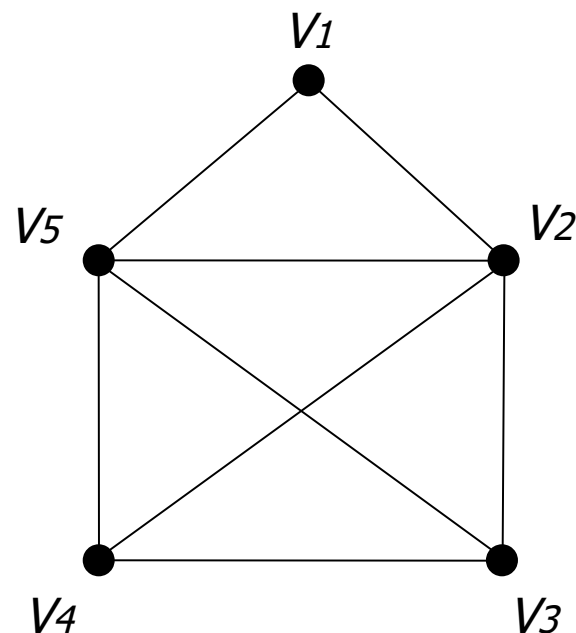
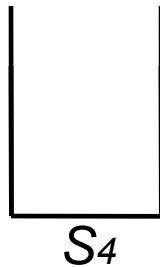
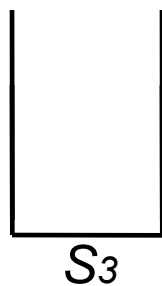
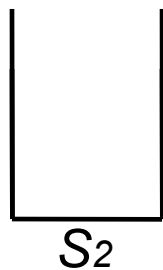
Exemplo



- Critério : Grau dos vértices
- Faixa de graus : 2-4
- $a = 2, b = 4$

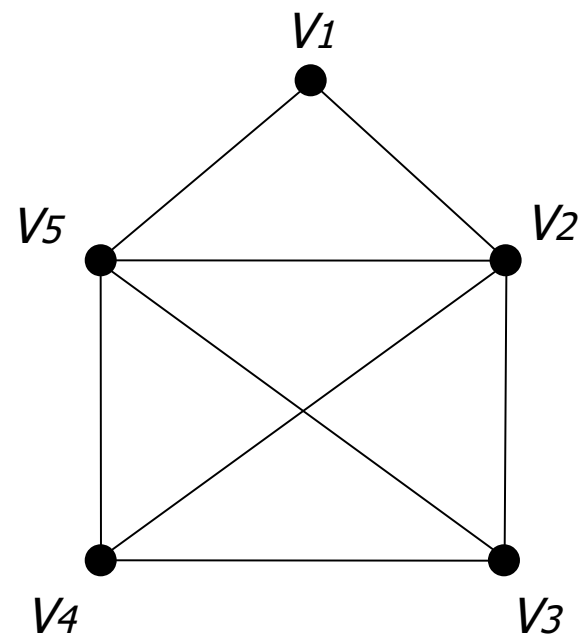
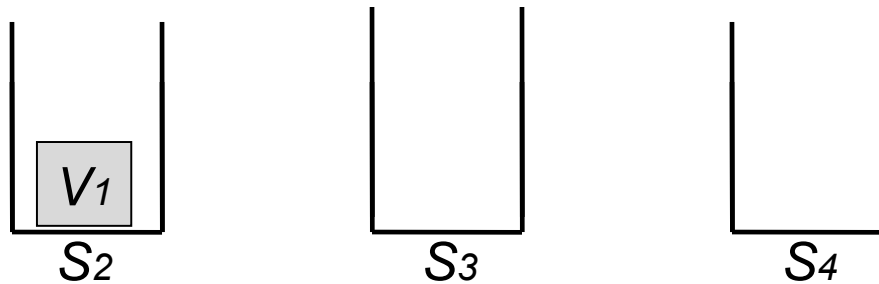
Ordenação Por Caixas

Ordenação por Caixas



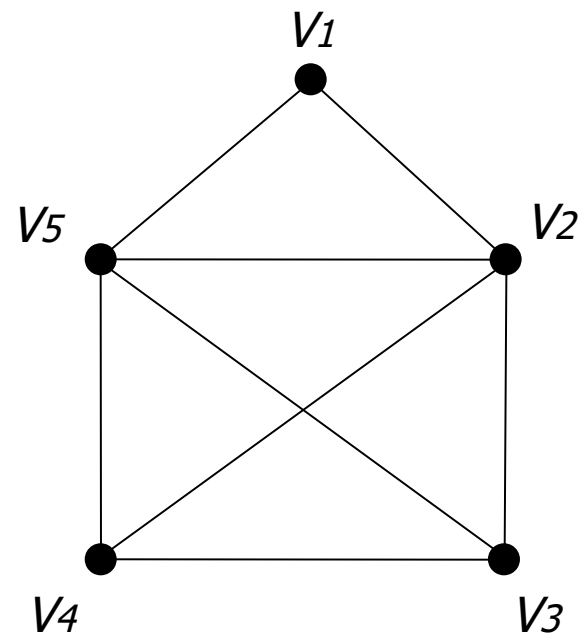
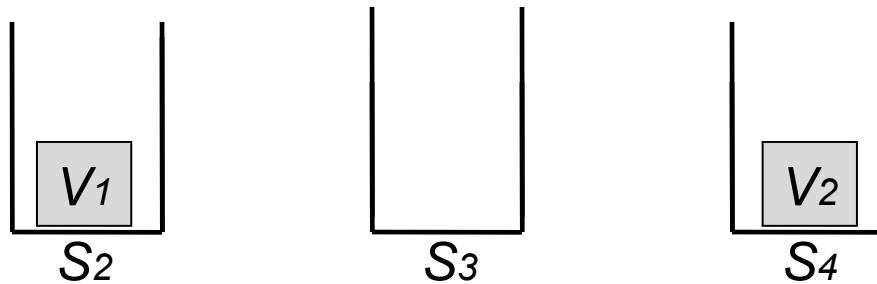
Ordenação Por Caixas

Ordenação por Caixas



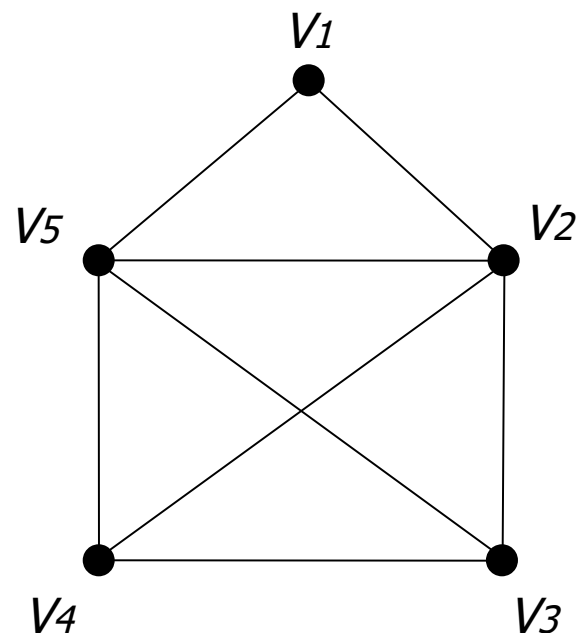
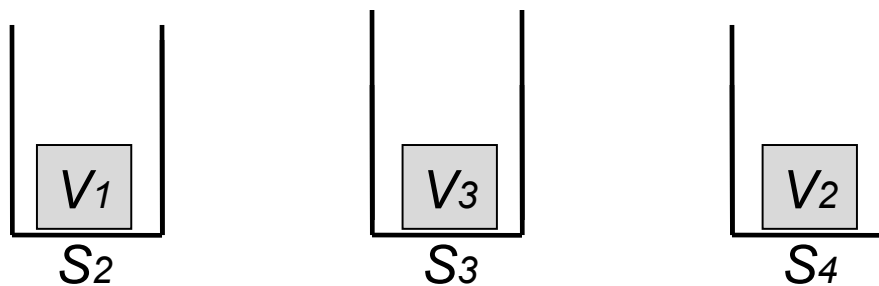
Ordenação Por Caixas

Ordenação por Caixas



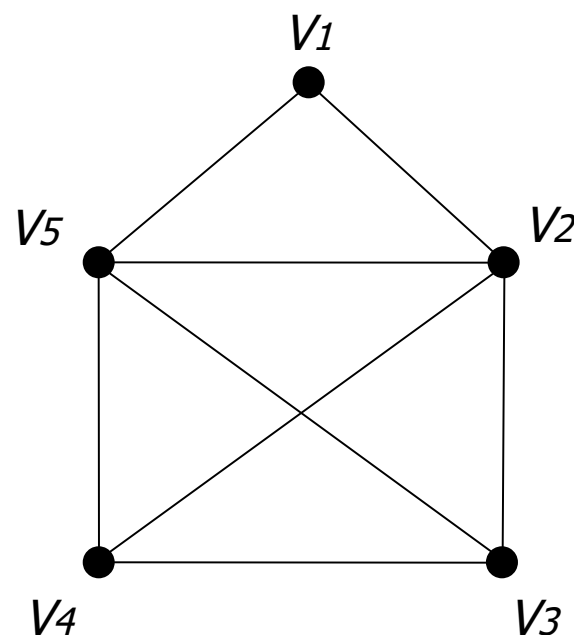
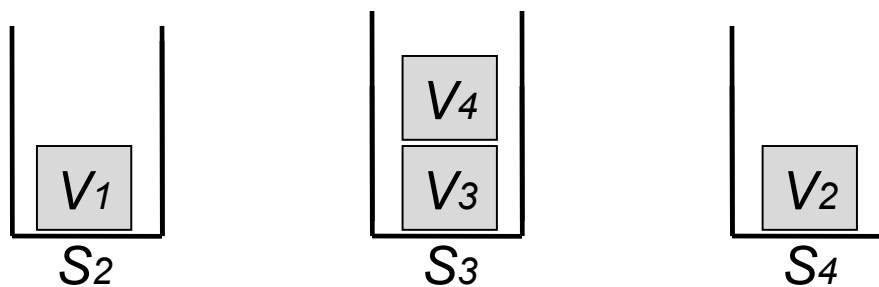
Ordenação Por Caixas

Ordenação por Caixas



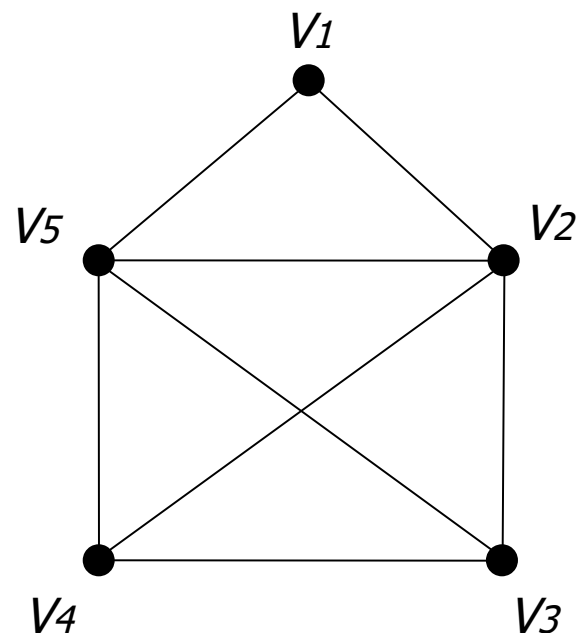
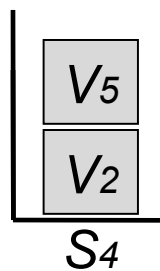
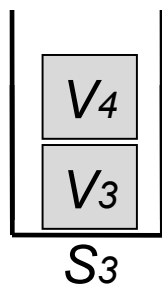
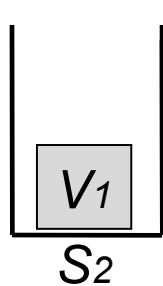
Ordenação Por Caixas

Ordenação por Caixas



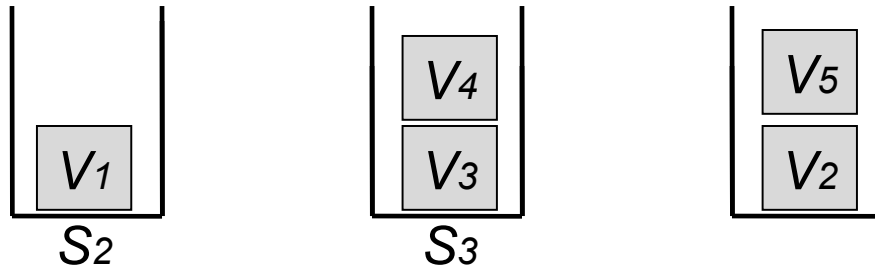
Ordenação Por Caixas

Ordenação por Caixas



Ordenação Por Caixas

Ordenação por Caixas



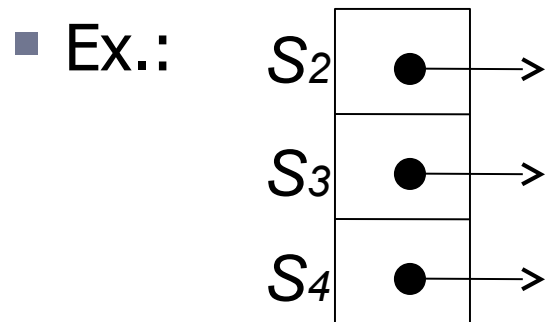
■ Saída: $\underbrace{V_1}_{S_2}, \underbrace{V_3, V_4}_{S_3}, \underbrace{V_2, V_5}_{S_4}$

■ Como implementar ?

Ordenação Por Caixas

Implementação

- Supõe grafo armazenado em EA.
- Caixas \rightarrow vetor de ponteiros para listas de vértices.



Ordenação Por Caixas

```
algoritmo OrdenaçãoPorCaixas(EA, n, a, b)
{dados: grafo G representado na EA, ordem do
grafo (n), graus mínimo (a) e máximo (b) dos
vértices}
início
    para i = a, a+1, ..., b faça
        S[i] := nulo;
    para i = 1, 2, ..., n faça
        início
            calculoGrau(EA(vi), grau);
            insereLista(S[grau], vi);
        fim
    para i = a, a+1, ..., b faça
        esvazieLista(S[i]);
fim
```

Ordenação Por Caixas

```
algoritmo OrdenaçãoPorCaixas(EA, n, a, b)
{dados: grafo G representado na EA, ordem do
 grafo (n), graus mínimo (a) e máximo (b) dos
 vértices}
início
    para i = a, a+1, ..., b faça
        S[i] := nulo;
    para i = 1, 2, ..., n faça
        início
            calculaGrau(EA(vi), grau);
            insereLista(S[grau], vi);
        fim
    para i = a, a+1, ..., b faça
        esvazieLista(S[i]);
fim
```

} $O(n)$

Ordenação Por Caixas

```
algoritmo OrdenaçãoPorCaixas(EA, n, a, b)
{dados: grafo G representado na EA, ordem do
grafo (n), graus mínimo (a) e máximo (b) dos
vértices}
início
    para i = a, a+1, ..., b faça
        S[i] := nulo;
    para i = 1, 2, ..., n faça
        início
            calculaGrau(EA(vi), grau);
            insereLista(S[grau], vi);
        fim
    para i = a, a+1, ..., b faça
        esvazieLista(S[i]);
fim
```

} $O(n)$

} $O(n+m)$

Ordenação Por Caixas

```
algoritmo OrdenaçãoPorCaixas(EA, n, a, b)
{dados: grafo G representado na EA, ordem do
grafo (n), graus mínimo (a) e máximo (b) dos
vértices}
início
    para i = a, a+1, ..., b faça
        S[i] := nulo;
    para i = 1, 2, ..., n faça
        início
            calculaGrau(EA(vi), grau);
            insereLista(S[grau], vi);
        fim
    para i = a, a+1, ..., b faça
        esvazieLista(S[i]);
fim
```

} $O(n)$

} $O(n+m)$

} $O(n)$

Ordenação Por Caixas

algoritmo OrdenaçãoPorCaixas(EA, n, a, b)
{**dados:** grafo G representado na EA, ordem do grafo (n), graus mínimo (a) e máximo (b) dos vértices}

início

para i = a, a+1, ..., b **faça**

 S[i] := nulo;

para i = 1, 2, ..., n **faça**

início

 calculaGrau(EA(v_i), grau);

 insereLista(S[grau], v_i);

fim

para i = a, a+1, ..., b **faça**

 esvazieLista(S[i]);

fim

} $O(n)$

} $O(n+m)$

} $O(n)$

$O(n+m)$

Referências

Seções 1.2 do Grafos: conceitos, algoritmos e aplicações. Goldbarg, E. e Goldbarg M. Elsevier, 2012

- Seções 3.4 do Szwarcfiter, J. L., *Grafos e Algoritmos Computacionais*, Ed. Campus, 1983.

Adaptado do material de aula da Profa. Leila Silva