Exercícios de Fixação

Tableaux Semânticos

1. Considere o conjunto de hipóteses □ = {H1, H2, H3}, onde

- H1 = (P ∧ Q) → R
- H2 = (Q ∨ ¬P)
- H3 = P.

□ é consistente? (um conjunto é consistente se é satisfatível)

Para ser consistente H1 ∧ H2 ∧ H3 deve ser satisfatível. Por tableau:

```
                    ((P ∧ Q) → R) ∧ (Q ∨ ¬P) ∧ P
                         (P ∧ Q) → R
                         Q ∨ ¬P
                         P
                    ↙              ↘
                    Q               ¬P
               ↙          ↘         #
          ¬(P ∧ Q)         R
        ↙         ↘
        ¬P         ¬Q
        #          #
```

O símbolo # no fim do ramo indica que ele é fechado. Como há um ramo aberto, o conjunto é satisfatível. O ramo aberto nos diz que o conjunto é satisfeito quando P, Q e R são todos verdadeiros.

2. Verifique a validade das seguintes equivalências essenciais.

Lembre que a prova de tautologia por tableau sempre inicia com a fórmula negada. Se o tableau associado à negação da fórmula é fechado, a fórmula é uma tautologia.

a. (A ∨ ¬A) ⇔ 1

¬((A ∨ ¬A) ↔ 1)
↙ ↘
¬(A ∨ ¬A) (A ∨ ¬A)
1 ¬1
¬A # (¬1 é 0)
¬¬A
A
#

b. (A ∧ ¬A) ⇔ 0

¬((A ∧ ¬A) ↔ 0)
↙ ↘
¬(A ∧ ¬A) (A ∧ ¬A)
0 ¬0
A
¬A
#

c. (A ↔ B) ⇔ ((A → B) ∧ (B → A))

¬((A ↔ B) ↔ ((A → B) ∧ (B → A)))
↙ ↘
¬(A ↔ B) (A ↔ B)
(A → B) ∧ (B → A) ¬((A → B) ∧ (B → A))
A → B ↙ ↘
B → A A ¬A
↙ ↘ B ¬B
¬A A ↙ ↘ ↙ ↘
B ¬B ¬(A → B) ¬(B → A) ¬(A → B) ¬(B → A)
↙ ↘ ↙ ↘ A ¬B A ¬B
¬B A ¬B A ¬B A ¬B A
↙ ↘ ↙ ↘ # # #
¬A B ¬A B
# # # #

d. (A ↔ B) ⇔ ((A ∧ B) ∨ (¬A ∧ ¬B))

¬((A ↔ B) ↔ ((A ∧ B) ∨ (¬A ∧ ¬B)))
↙ ↘
(A ↔ B)   ¬(A ↔ B)
¬((A ∧ B) ∨ (¬A ∧ ¬B))   (A ∧ B) ∨ (¬A ∧ ¬B)
¬(A ∧ B)   ↙ ↘
¬(¬A ∧ ¬B)   ¬A   A
↙ ↘   B   ¬B
A   ¬A   ↙ ↘ ↙ ↘
B   ¬B   (A ∧ B)   (¬A ∧ ¬B)   (A ∧ B)   (¬A ∧
¬B)
↙ ↘   ↙ ↘   A   ¬A   A   ¬A
¬A   ¬B   ¬A   ¬B   B   ¬B   B   ¬B
↙ ↘ ↙ ↘   #   #   #
¬¬A ¬¬B ¬¬A ¬¬B
A   B   A   B
#   #   #   #

e. (A → B) ⇔ (¬A ∨ B)

¬((A → B) ↔ (¬A ∨ B))
↙ ↘
¬(A → B)   (A → B)
(¬A ∨ B)   ¬(¬A ∨ B)
A   ¬¬A
¬B   ¬B
↙ ↘   A
¬A   B   ↙ ↘
¬A   B
#   #

f. (A → B) ⇔ (¬B → ¬A)

¬((A → B) ↔ (¬B → ¬A))
↙ ↘
¬(A → B)   (A → B)
(¬B → ¬A)   ¬(¬B → ¬A)
A   ¬B
¬B   ¬¬A
↙ ↘   A
¬¬B   ¬A   ↙ ↘
B   #   ¬A   B
#   #   #

g. ¬¬A ⇔ A

¬(¬¬A ↔ A)

↙	↘
¬(¬¬A)	¬¬A
A	¬A
¬A	A
#	#

h. ¬(A ∧ B) ⇔ (¬A ∨ ¬B)

¬(¬(A ∧ B) ↔ (¬A ∨ ¬B))

↙	↘
¬¬(A ∧ B)	¬(A ∧ B)
(¬A ∨ ¬B)	¬(¬A ∨ ¬B)
(A ∧ B)	¬¬A
A	¬¬B
B	A
↙ ↘	B
¬A ¬B	↙ ↘
# #	¬A ¬B
	# #

i. ¬(A ∨ B) ⇔ (¬A ∧ ¬B)

¬(¬(A ∨ B) ↔ (¬A ∧ ¬B))

↙	↘
¬¬(A ∨ B)	¬(A ∨ B)
(¬A ∧ ¬B)	¬(¬A ∧ ¬B)
(A ∨ B)	¬A
¬A	¬B
¬B	↙ ↘
↙ ↘	¬¬A ¬¬B
A B	A B
# #	# #

j. A ∧ (B ∨ C) ⇔ ((A ∧ B) ∨ (A ∧ C))

```
                            ¬((A ∧ (B ∨ C)) ↔ ((A ∧ B) ∨ (A ∧ C)))
                            ↙                          ↘
            ¬(A ∧ (B ∨ C))                              (A ∧ (B ∨ C))
            (A ∧ B) ∨ (A ∧ C)                           ¬((A ∧ B) ∨ (A ∧ C))
            ↙        ↘                                        A
       (A ∧ B)     (A ∧ C)                                 (B ∨ C)
       A             A                                    ¬(A ∧ B)
       B             C                                    ¬(A ∧ C)
    ↙     ↘       ↙     ↘                                ↙         ↘
  ¬A   ¬(B ∨ C)  ¬A   ¬(B ∨ C)                         B             C
   #    ¬B        #    ¬B                            ↙   ↘         ↙   ↘
        ¬C             ¬C                          ¬A     ¬B     ¬A     ¬B
         #              #                           #      #      #   ↙     ↘
                                                                     ¬A      ¬C
                                                                      #       #
```

k. A ∨ (B ∧ C) ⇔ ((A ∨ B) ∧ (A ∨ C))

```
                            ¬((A ∨ (B ∧ C)) ↔ ((A ∨ B) ∧ (A ∨ C)))
                            ↙                          ↘
            (A ∨ (B ∧ C))                                   ¬(A ∨ (B ∧ C))
            ¬((A ∨ B) ∧ (A ∨ C))                            (A ∨ B) ∧ (A ∨ C)
            ↙        ↘                                      ¬A
       ¬(A ∨ B)    ¬(A ∨ C)                              ¬(B ∧ C)
       ¬A            ¬A                                  (A ∨ B)
       ¬B            ¬C                                  (A ∨ C)
    ↙     ↘       ↙     ↘                                ↙         ↘
   A    (B ∧ C)   A    (B ∧ C)                         ¬B            ¬C
   #     B        #     B                            ↙   ↘         ↙   ↘
         C              C                           A      B      A      B
         #              #                           #      #      #   ↙     ↘
                                                                      A       C
                                                                      #       #
```

3. Verifique a validade das seguintes implicações essenciais.

a. $((A \rightarrow B) \land (B \rightarrow C)) \Rightarrow (A \rightarrow C)$

$\neg(((A \rightarrow B) \land (B \rightarrow C)) \rightarrow (A \rightarrow C))$
$(A \rightarrow B) \land (B \rightarrow C)$
$\neg(A \rightarrow C)$
$(A \rightarrow B)$
$(B \rightarrow C)$
A
$\neg C$
$\swarrow \quad \searrow$
$\neg A \qquad B$
$\# \qquad \swarrow \quad \searrow$
$\neg B \qquad C$
$\# \qquad \#$

b. $((A \rightarrow B) \land A) \Rightarrow B$

$\neg(((A \rightarrow B) \land A) \rightarrow B)$
$(A \rightarrow B) \land A$
$\neg B$
$(A \rightarrow B)$
A
$\swarrow \quad \searrow$
$\neg A \qquad B$
$\# \qquad \#$

c. $((A \rightarrow B) \land \neg B) \Rightarrow \neg A$

$\neg(((A \rightarrow B) \land \neg B) \rightarrow \neg A)$
$(A \rightarrow B) \land \neg B$
$\neg\neg A$
$(A \rightarrow B)$
$\neg B$
A
$\swarrow \quad \searrow$
$\neg A \qquad B$
$\# \qquad \#$

d. $(A \land B) \Rightarrow A$

$\neg((A \land B) \rightarrow A)$
$(A \land B)$
$\neg A$
A
B
$\#$

e. $A \Rightarrow (A \lor B)$

$\neg(A \rightarrow (A \lor B))$
A
$\neg(A \lor B)$
$\neg A$
$\neg B$
$\#$

★ $(A \rightarrow B) \Leftrightarrow ((A \land B) \leftrightarrow A)$

$\neg((A \rightarrow B) \leftrightarrow ((A \land B) \leftrightarrow A))$
$\swarrow \qquad \searrow$
$\neg(A \rightarrow B) \qquad (A \rightarrow B)$
$(A \land B) \leftrightarrow A \qquad \neg((A \land B) \leftrightarrow A)$
$A \qquad \swarrow \quad \searrow$
$\neg B \qquad (A \land B) \quad \neg(A \land B)$
$\swarrow \quad \searrow \qquad \neg A \quad A$
$(A \land B) \quad \neg(A \land B) \qquad A \quad \swarrow \quad \searrow$
$A \quad \neg A \qquad \# \quad \neg A \quad \neg B$
$A \quad \# \qquad \# \quad \swarrow \quad \searrow$
$B \qquad \neg A \quad B$
$\# \qquad \# \quad \#$

4. Verifique se é tautologia

$H = ((P \to Q) \to (((P \land Q) \leftrightarrow P) \land ((P \lor Q) \leftrightarrow P))) \to P$

$\neg(((P \to Q) \to (((P \land Q) \leftrightarrow P) \land ((P \lor Q) \leftrightarrow P))) \to P)$

$(P \to Q) \to (((P \land Q) \leftrightarrow P) \land ((P \lor Q) \leftrightarrow P))$

$\neg P$

$\swarrow \qquad \searrow$

$\neg(P \to Q) \qquad ((P \land Q) \leftrightarrow P) \land ((P \lor Q) \leftrightarrow P)$

$P \qquad (P \land Q) \leftrightarrow P$

$\neg Q \qquad (P \lor Q) \leftrightarrow P$

$\# \qquad \swarrow \qquad \searrow$

$P \land Q \qquad \neg(P \land Q)$

$P \qquad \neg P$

$\# \qquad \swarrow \qquad \searrow$

$\neg P \qquad \neg Q$

$\swarrow \qquad \searrow \qquad \swarrow \qquad \searrow$

$(P \lor Q) \qquad \neg(P \lor Q) \qquad (P \lor Q) \qquad \neg(P \lor Q)$

$P \qquad \neg P \qquad P \qquad \neg P$

$\# \qquad \neg P \qquad \# \qquad \neg P$

$\neg Q \qquad \neg Q$

Como há ramos abertos, a fórmula não é tautologia. Os ramos abertos nos dizem que H é falsa quando P e Q são falsos.

5. Em uma investigação as seguintes informações foram coletadas:

- **a.** Se a faca está na sala, então vimos quando limpamos a sala.
- **b.** O assassinato foi cometido no porão ou no apartamento.
- **c.** Se o assassinato foi no porão, então a faca está na lata de lixo.
- **d.** Não vimos a faca quando limpamos a sala.
- **e.** Se o assassinato foi cometido no apartamento, a faca está na sala.

Na lista anterior modelamos essas informações através das seguintes fórmulas:

- $F_1 = S \rightarrow V$
- $F_2 = \neg(P \leftrightarrow A)$ [aqui as opções são exclusivas]
- $F_3 = P \rightarrow L$
- $F_4 = \neg V$
- $F_5 = A \rightarrow S$

Vamos verificar a satisfatibilidade deste conjunto.

$$(S \rightarrow V) \land \neg(P \leftrightarrow A) \land (P \rightarrow L) \land \neg V \land (A \rightarrow S)$$

```
                (S → V)
                ¬(P ↔ A)
                (P → L)
                   ¬V
                (A → S)
                ↙      ↘
               ¬S       V
            ↙     ↘     #
          ¬A        S
        ↙    ↘      #
     ¬P        P
      A       ¬A
      #     ↙    ↘
          ¬P       L
           #
```

Só há um ramo aberto e neste ramo concluímos que para satisfazer o conjunto de fórmulas devemos ter $I[V] = I[S] = I[A] = 0$ e $I[P] = I[L] = 1$

6. Em uma certa cidade, os habitantes que moram no centro sempre mentem e os que moram fora dele sempre falam a verdade. Passando pela cidade você encontra algumas pessoas (A, B, C, D, E, F e G) e pergunta onde eles moram. Para cada caso, verifique se podemos determinar se a pessoa que falou mora no centro.
Vamos utilizar os mesmos modelos da lista anterior.

a) A te diz: “Eu moro no centro, mas B não”.

$S_a = A \leftrightarrow \neg(A \land \neg B)$

Queremos verificar se A mora no centro, ou seja, se $S_a \Rightarrow A$.

$$
\begin{array}{c}
\neg((A \leftrightarrow \neg(A \land \neg B)) \to A) \\
A \leftrightarrow \neg(A \land \neg B) \\
\neg A \\
\swarrow \qquad \searrow \\
\begin{array}{cc}
\begin{array}{c} A \\ \neg(A \land \neg B) \\ \# \end{array} &
\begin{array}{c} \neg A \\ \neg\neg(A \land \neg B) \\ (A \land \neg B) \\ A \\ \neg B \\ \# \end{array}
\end{array}
\end{array}
$$

Concluímos, portanto, que A mora no centro.

b) C te diz: “Se eu moro no centro, então D também não mora”.
(Por acidente, eu cometi um erro na redação da frase. Aquele “também” não faz sentido, e existem três formas de corrigir a frase, vou fazer os três casos aqui)

Possibilidade 1: “Se eu moro no centro, então D ~~também~~ não mora” (removendo o “também”)
$S_b = C \leftrightarrow \neg(C \to \neg D)$

$$
\begin{array}{c}
\neg((C \leftrightarrow \neg(C \to \neg D)) \to C) \\
C \leftrightarrow \neg(C \to \neg D) \\
\neg C \\
\swarrow \qquad \searrow \\
\begin{array}{cc}
\begin{array}{c} C \\ \neg(C \to \neg D) \\ \# \end{array} &
\begin{array}{c} \neg C \\ \neg\neg(C \to \neg D) \\ (C \to \neg D) \\ \swarrow \qquad \searrow \\ \neg C \qquad\quad \neg D \end{array}
\end{array}
\end{array}
$$

Não podemos concluir que C mora no centro, pois há ramos abertos.

Possibilidade 2: “Se eu moro no centro, então D também ~~não~~ mora” (removendo o “não”)
$S_b = C \leftrightarrow \neg(C \to D)$

$$\neg((C \leftrightarrow \neg(C \to D)) \to C)$$
$$C \leftrightarrow \neg(C \to D)$$
$$\neg C$$
$$\swarrow \qquad \searrow$$
$$C \qquad\qquad \neg C$$
$$\neg(C \to D) \qquad \neg\neg(C \to D)$$
$$\# \qquad\qquad (C \to D)$$
$$\swarrow \qquad\qquad \searrow$$
$$\neg C \qquad\qquad D$$

Não podemos concluir que C mora no centro, pois há ramos abertos.

Possibilidade 3: “Se eu **não** moro no centro, então D também não mora” (acrescentando um “não”, essa era a frase que eu queria originalmente)
$S_b = C \leftrightarrow \neg(\neg C \to \neg D)$

$$\neg((C \leftrightarrow \neg(\neg C \to \neg D)) \to C)$$
$$C \leftrightarrow \neg(\neg C \to \neg D)$$
$$\neg C$$
$$\swarrow \qquad \searrow$$
$$C \qquad\qquad \neg C$$
$$\neg(\neg C \to \neg D) \qquad \neg\neg(\neg C \to \neg D)$$
$$\# \qquad\qquad (\neg C \to \neg D)$$
$$\swarrow \qquad\qquad \searrow$$
$$\neg\neg C \qquad\qquad \neg D$$
$$C$$
$$\#$$

Não podemos concluir que C mora no centro, pois há ramos abertos.

c) E te diz: “Eu moro no centro ou F não mora”.

Possibilidade 1: ou inclusivo

$S_c = E \leftrightarrow \neg(E \vee \neg F)$

$\neg((E \leftrightarrow \neg(E \vee \neg F)) \rightarrow E)$

$E \leftrightarrow \neg(E \vee \neg F)$

$\neg E$

$\swarrow \qquad \searrow$

$E \qquad\qquad \neg E$

$\neg(E \vee \neg F) \qquad \neg\neg(E \vee \neg F)$

$\# \qquad\qquad (E \vee \neg F)$

$\swarrow \qquad \searrow$

$E \qquad\qquad \neg F$

$\#$

Não podemos concluir que E mora no centro, pois há ramos abertos.

Possibilidade 2: ou exclusivo

$S_c = E \leftrightarrow \neg(\neg(E \leftrightarrow \neg F)) \Leftrightarrow E \leftrightarrow (E \leftrightarrow \neg F)$

$\neg((E \leftrightarrow (E \leftrightarrow \neg F)) \rightarrow E)$

$E \leftrightarrow (E \leftrightarrow \neg F)$

$\neg E$

$\swarrow \qquad \searrow$

$E \qquad\qquad \neg E$

$(E \leftrightarrow \neg F) \qquad \neg(E \leftrightarrow \neg F)$

$\# \qquad\qquad \swarrow \qquad \searrow$

$\neg E \qquad\qquad E$

$\neg F \qquad\qquad \neg\neg F$

$\#$

Não podemos concluir que E mora no centro, pois há ramos abertos.

d) G te diz: “Eu moro no centro”.

Atenção nesse exemplo!

$S_d = G \leftrightarrow \neg G$

$$
\begin{array}{cc}
\multicolumn{2}{c}{\neg((G \leftrightarrow \neg G) \rightarrow G)}\\
\multicolumn{2}{c}{G \leftrightarrow \neg G}\\
\multicolumn{2}{c}{\neg G}\\
\swarrow & \searrow\\
G & \neg G\\
\neg G & \neg\neg G\\
\# & G\\
 & \#
\end{array}
$$

Podemos concluir que G mora no centro, pois todos os ramos estão fechados.

No entanto, essa conclusão está ao mesmo tempo certa e errada! Vamos provar agora que G não mora no centro:

$$
\begin{array}{cc}
\multicolumn{2}{c}{\neg((G \leftrightarrow \neg G) \rightarrow \neg G)}\\
\multicolumn{2}{c}{G \leftrightarrow \neg G}\\
\multicolumn{2}{c}{\neg\neg G}\\
\multicolumn{2}{c}{G}\\
\swarrow & \searrow\\
G & \neg G\\
\neg G & \neg\neg G\\
\# & G\\
 & \#
\end{array}
$$

Na verdade podemos concluir qualquer coisa a partir de S_d, porque S_d é insatisfatível e, se a premissa é falsa, a implicação é sempre verdadeira.
$(I[0 \rightarrow X] = 1$ independentemente de quem é $X)$

Prova de que S_d é insatisfatível:

$$
\begin{array}{cc}
\multicolumn{2}{c}{(G \leftrightarrow \neg G)}\\
\swarrow & \searrow\\
G & \neg G\\
\neg G & \neg\neg G\\
\# & G\\
 & \#
\end{array}
$$

7. Você está andando num labirinto e de repente encontra três estradas: uma de ouro, uma de mármore e uma de pedra. Cada estrada é protegida por um mentiroso, que te dizem:
   a. Guardião de Ouro: “Essa estrada vai levar você direto à saída. Além disso, se a estrada de pedra te levar à saída, a de mármore também vai.”
   b. Guardião de Mármore: “Nem a estrada de ouro nem a de pedra vão te levar à saída.”
   c. Guardião de Pedra: “Indo pela estrada de ouro você chega à saída, pela de mármore você vai se perder.”

O modelo obtido foi:
$G_o = O \land (P \to M)$
$G_m = \neg O \land \neg P$
$G_p = O \land \neg M$

$G = \neg G_o \land \neg G_m \land \neg G_p$

Vamos verificar se G é satisfatível.

```
          ¬(O ∧ (P → M)) ∧ ¬(¬O ∧ ¬P) ∧ ¬(O ∧ ¬M)
                    ¬(O ∧ (P → M))
                    ¬(¬O ∧ ¬P)
                    ¬(O ∧ ¬M)
           ↙                          ↘
          ¬O                          ¬¬M
                                       M
        ↙    ↘                  ↙            ↘
      ¬¬O    ¬¬P             ¬¬O              ¬¬P
       O      P                O                P
       #    ↙    ↘          ↙      ↘          ↙      ↘
         ¬O    ¬(P → M)   
                  P      ¬O    ¬(P → M)     ¬O    ¬(P → M)
                 ¬M       #       P                  P
                                 ¬M                 ¬M
                                  #                  #
```

Pelos ramos abertos concluímos que a seguinte fórmula é equivalente:
$(\neg O \land P) \lor (\neg O \land P \land M) \lor (\neg O \land P \land \neg M) \Leftrightarrow (\neg O \land P)$

Daí concluímos que a estrada de ouro certamente não leva à saída, a de pedra certamente leva a saída.

Também podemos descobrir se há uma estrada que leva à saída se testarmos se $G \Rightarrow O$, $G \Rightarrow M$ e $G \Rightarrow P$. O tableau será praticamente idêntico, com exceção que teremos o consequente negado, além das fórmulas de G.

¬((¬(O ∧ (P → M)) ∧ ¬(¬O ∧ ¬P) ∧ ¬(O ∧ ¬M)) → O)
¬(O ∧ (P → M)) ∧ ¬(¬O ∧ ¬P) ∧ ¬(O ∧ ¬M)
¬O
¬(O ∧ (P → M))
¬(¬O ∧ ¬P)
¬(O ∧ ¬M)
↙ ↘
¬¬O ¬¬P
O P
\# ↙ ↘
¬O ¬¬M
↙ ↘ M
¬O ¬(P → M) ↙ ↘
P ¬O ¬(P → M)
¬M P
¬M
\#

G não implica em O, pois há ramos abertos no tableau de ¬(G → O).

¬((¬(O ∧ (P → M)) ∧ ¬(¬O ∧ ¬P) ∧ ¬(O ∧ ¬M)) → M)
¬(O ∧ (P → M)) ∧ ¬(¬O ∧ ¬P) ∧ ¬(O ∧ ¬M)
¬M
¬(O ∧ (P → M))
¬(¬O ∧ ¬P)
¬(O ∧ ¬M)
↙ ↘
¬O ¬¬M
↙ ↘ M
¬¬O ¬¬P #
O P
\# ↙ ↘
¬O ¬(P → M)
P
¬M
\#

G não implica em M, pois há ramos abertos no tableau de ¬(G → M).

$\neg((\neg(O \land (P \to M)) \land \neg(\neg O \land \neg P) \land \neg(O \land \neg M)) \to P)$

$\neg(O \land (P \to M)) \land \neg(\neg O \land \neg P) \land \neg(O \land \neg M)$

$\neg P$

$\neg(O \land (P \to M))$

$\neg(\neg O \land \neg P)$

$\neg(O \land \neg M)$

↙ ↘

$\neg\neg O$	$\neg\neg P$
O	P
↙ ↘	#

$\neg O$	$\neg\neg M$
#	M
	↙ ↘

$\neg O$	$\neg(P \to M)$
#	P
	$\neg M$
	#

G implica em P, pois todos os ramos do tableau de $\neg(G \to P)$ são fechados

8. Yakko, Wakko e Dot são suspeitos de um crime. Estes são seus depoimentos:

- **a.** Yakko: “Wakko é culpado e Dot é inocente.”
- **b.** Wakko: “Se Yakko é culpado, Dot também é.”
- **c.** Dot: “Eu sou inocente, mas, pelo menos um dos outros é culpado.”

Modelo, da lista anterior:

$A_Y = W \land \neg D$

$A_W = Y \to D$

$A_D = \neg D \land (Y \lor W)$

a) É possível que os três estejam mentindo?

Isso equivale a perguntar se a seguinte fórmula é satisfatível:

$A = \neg A_Y \land \neg A_w \land \neg A_D$

$\neg(W \land \neg D) \land \neg(Y \to D) \land \neg(\neg D \land (Y \lor W))$

$\neg(W \land \neg D)$

$\neg(Y \to D)$

$\neg(\neg D \land (Y \lor W))$

Y

$\neg D$

↙ ↘

$\neg W$	$\neg\neg D$
↙ ↘	D
	#

$\neg\neg D$	$\neg(Y \lor W)$
D	$\neg Y$
#	$\neg W$
	#

Não é satisfatível, então é impossível que os três estejam mentindo.