

Fundamentos Elementares da Matemática

Manuscritos (14/11)

$$(e) A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$$

Solução:

$$\text{"} \subset \text{"} : x \in A \times \underbrace{(B \cup C)}_D \Rightarrow x = (a, d) \in A \times (B \cup C)$$

$$\Rightarrow a \in A \text{ e } \underline{d \in B \cup C}$$

$$\Rightarrow a \in A \text{ e } (d \in B \text{ ou } d \in C)$$

$$\Rightarrow \underline{a \in A \text{ e } d \in B} \text{ ou } \underline{a \in A \text{ e } d \in C}$$

$$\Rightarrow (a, d) \in A \times B \text{ ou } (a, d) \in A \times C$$

$$\Rightarrow x = (a, d) \in (A \times B) \cup (A \times C)$$

$$\text{Conclusão : } \forall x, x \in A \times (B \cup C) \Rightarrow x \in (A \times B) \cup (A \times C),$$

$$\text{ou seja, } A \times (B \cup C) \subset (A \times B) \cup (A \times C)$$

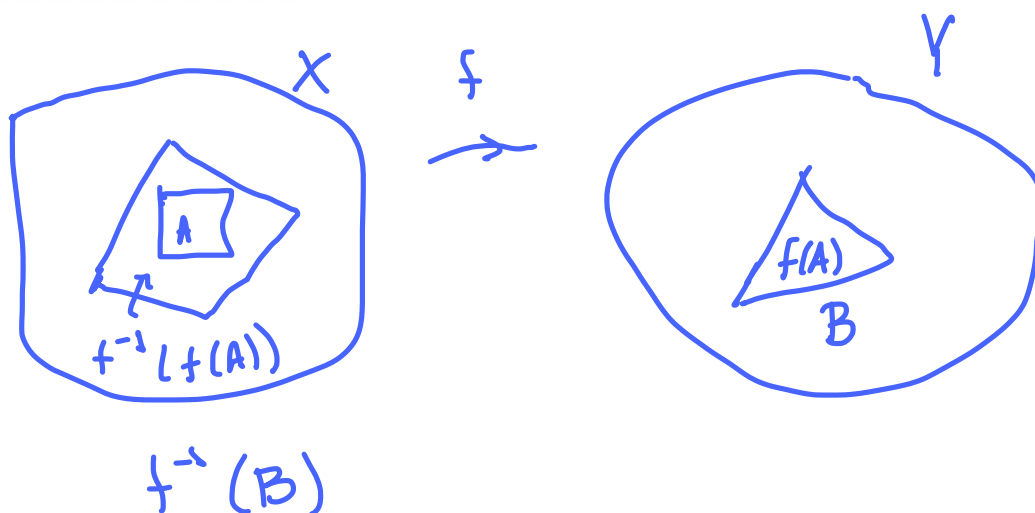
$$\text{"} \supset \text{"} : y \in (A \times B) \cup (A \times C)$$

$$\Rightarrow y = (a, f) \in (A \times B) \cup (A \times C)$$

$$\Rightarrow y \in A \times B \text{ ou } y \in A \times C$$

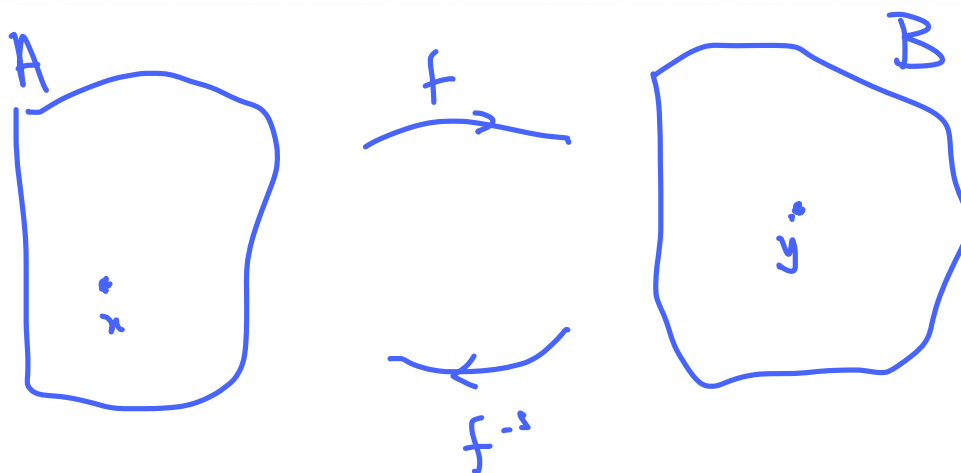
$$\Rightarrow \dots \text{conclua!}$$

(a) $A \subset f^{-1}(f(A));$



$A = f^{-1}(f(A))$, f é injetiva!

13. Considere $f : A \rightarrow B$ uma função e $f^{-1} : B \rightarrow A$ sua inversa. Faça uma prova para as igualdades: $f \circ f^{-1} = Id_B$ e $f^{-1} \circ f = Id_A$



$$\underbrace{f \circ f^{-1}}(y) = f(f^{-1}(y)) = f(x)$$

$$\begin{array}{c} \text{I} : B \xrightarrow{f^{-1}} A \xrightarrow{f} B \\ y \longmapsto y \end{array}$$

$$Id_B : B \rightarrow B$$

$$Id_B(y) = y, \forall y \in B$$

$$g: B \rightarrow C$$

17. Considere $f: A \rightarrow B$ funções bijetoras. Prove que $f \circ g$ é uma função bijetora e $(g \circ f)^{-1} = f^{-1} \circ g^{-1}$.