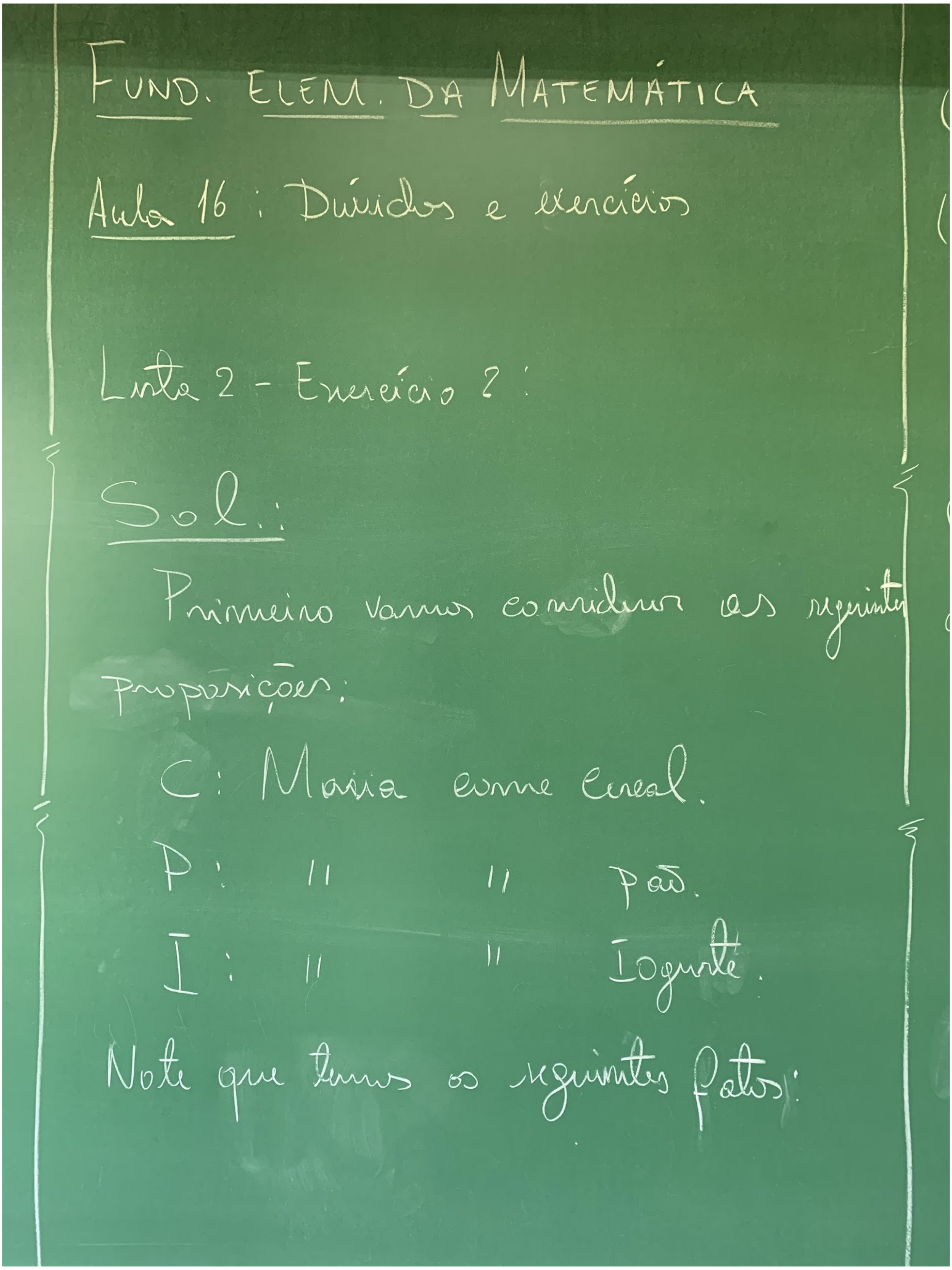
FUNDAMENTOS ELEMENTARES DA MATEMÁTICA

MANUSCRITOS

(AULA 16: 25/08/22)



(a): $C \wedge P \Rightarrow I$

(b): $P \vee I \Rightarrow C$

(c): $C \wedge I$ é falso

(d): $P \vee C$ é verdade

Como P só pode ser verdade ou falso
devemos analisar os dois casos:

(1) P é falso.

Neste caso, temos

$$(P \text{ falso}) \wedge (P \vee C \text{ verdade}).$$

Pela definição da conjunção, temos que

C - verdade.

Dessa forma, temos por (c)

$(C - \text{verdade}) \wedge (C \wedge I - \text{falso})$

garante que I é falso.

Conclusão, neste caso:

C - verdade

P - falso

I - falso

(2) P - verdade

Neste caso, temos que

$P \vee I$ - verdade.

Isto juntamente com o fato (b), garante

C - Verdade.

Como consequência:

$P \wedge C$ - verdade.

Então, o fato (a), garante que

I - verd.

Assim,

$C \wedge I$ - verdade.

Porém, esta é uma contradição com o fato (c).

Portanto, P não pode ser verdadeiro.

Conclusão geral:

P - falso

C - verdade

I - falso,

ou seja, Maria come apenas $\boxed{\text{Cereal}}$ nas segundas feiras. ∎

Lista 1 - Exercício 12-g)

Sol.:

"Para todo número natural x e para todo número natural y, existe um número natural z tal que

$$2z = x + y."$$

O valor lógico é falso, pois, por exemplo, para

$$x = 2 \quad e \quad y = 3,$$

não é possível encontrar $z \in \mathbb{N}$ de modo que

$$2z = 2 + 3 = 5 \qquad \text{"} z = \tfrac{5}{2} \notin \mathbb{N} \text{"}$$

$\square$

Lista 1 - Exercício 14 - a)

Rascunho:

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$P(A)$: $A \cap \{2, 4, 6\} = \emptyset$

$Q(A)$: $A \neq \emptyset$.

$$D = \mathcal{P}(S) = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \ldots, \{1,2\}, \ldots \{2,3,4,5,6\}, S\}.$$

Determine:

a) Todos $A \in D$ tais que $P(A) \wedge Q(A)$ é verd.

Note que

(1) $A = \emptyset$, $P(A)$ - verd. mas $Q(A)$ - falsa

↳ $P(\emptyset) \wedge Q(\emptyset)$ - falso.

(2) $A = \{1\}$: $P(A)$ - Verd. e $Q(A)$ - verd.

↳ $P(\{1\}) \wedge Q(1)$ - Verd.

(3) $A = \{2\}$: $P(A)$ - falso e $Q(A)$ - verd.

↳ $P(\{2\}) \wedge Q(\{2\})$ - falso

Note que cada A que torna

$$P(A) \wedge Q(A) \text{ - verd.}$$

são subconj. não vazios do conj.

$$\{1,3,5\}$$

Por exemplo: $A = \{1,3\}$

$$P(\{1,3\}) : \{1,3\} \cap \{2,4,6\} = \emptyset.$$

Portanto, o conjunto das partes de $\{1,3,5\}$:

$\{\emptyset, \{1\}, \{3\}, \{5\}, \{1,3\}, \{1,5\}, \{3,5\}, \{1,3,5\}\}$

e todos eles, exceto o conj. $\emptyset$, torna

$P(A) \wedge Q(A)$ - verd.

$\square$

Lista 2 - Exercício 10 - g)

Sol.: Dado $n \in \mathbb{N}$, queremos provar que

"Se $7n+4$ é par, então n é par".

Portanto, pela contrapositiva, é equivalente provar que

$$\sim(n \text{ é par}) \Rightarrow \left(\sim(7n+4 \text{ é par})\right)$$

ou seja

$$n \text{ é ímpar} \Rightarrow 7n+4 \text{ é ímpar}.$$

Sendo assim,

$$n \text{ é ímpar} \Rightarrow n = 2k+1,\ k \in \mathbb{N}.$$

Então, veja que

$$\begin{aligned} 7n+4 &= 7(2k+1)+4 = 14k+7+4 \\ &= 14k+11 = 14k+10+1 \\ &= 2(7\cdot k+5)+1 \\ &= 2\ell+1 \end{aligned}$$

onde $\ell = 7k+5 \in \mathbb{N}$. Portanto,

$$7n+4 \text{ é ímpar},$$

e é válida a implicação

"n ímpar $\Rightarrow$ $7n+4$ ímpar"

ou, pela contrapositiva,

$$7n+4 \text{ par} \Rightarrow n \text{ par},$$

como afirmado. $\square$