

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SERGIPE
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

Disciplina: Fundamentos Elementares da Matemática

Professora: Ana Cristina Salviano Veiga

Turmas: T01 e T02

Data: 25/06/2023

Segunda Lista de Exercícios

1. Sejam p, q e r proposições quaisquer. Use tabelas-verdade para classificar as proposições a seguir como tautologias, contingências ou contradições.

- (a) $p \Rightarrow (p \vee q)$
- (b) $p \wedge (p \wedge (p \vee q))$
- (c) $\sim (p \vee q) \Leftrightarrow (\sim p \wedge q)$
- (d) $\sim (p \Rightarrow (\sim p \Rightarrow (q \vee \sim q)))$
- (e) $(p \Rightarrow q \vee r) \wedge q \Rightarrow (p \Rightarrow r)$
- (f) $(p \wedge q) \Rightarrow (p \uparrow q) \uparrow (p \uparrow q)$

2. Sejam p, q e r proposições quaisquer, t e c proposições cujos valores lógicos respectivos são V (verdade) e F (falso). Demonstrar, por tabelas-verdade, as seguintes equivalências lógicas:

- (1) Propriedade idempotente da conjunção: $p \wedge p \equiv p$.
- (2) Propriedade comutativa da conjunção: $p \wedge q \equiv q \wedge p$.
- (3) Propriedade associativa da conjunção $(p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge (q \wedge r)$.
- (4) Elemento neutro da conjunção: $p \wedge t \equiv p$.
- (5) Elemento absorvente da conjunção: $p \wedge c \equiv c$.
- (6) Propriedade idempotente da disjunção: $p \vee p \equiv p$.
- (7) Propriedade comutativa da disjunção: $p \vee q \equiv q \vee p$.
- (8) Propriedade associativa da disjunção $(p \vee q) \vee r \equiv p \vee (q \vee r)$.
- (9) Elemento neutro da disjunção: $p \vee c \equiv p$.
- (10) Elemento absorvente da disjunção: $p \vee t \equiv t$.
- (11) Propriedade distributiva da conjunção em relação à disjunção:
 $p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$.
- (12) Propriedade distributiva da disjunção em relação à conjunção:
 $p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$.
- (13) Propriedade de absorção: $p \wedge (p \vee q) \equiv p$.
- (14) Propriedade de absorção: $p \vee (p \wedge q) \equiv p$.
- (15) Regra de De Morgan para três componentes: $\sim (p \wedge q \wedge r) \equiv \sim p \vee \sim q \vee \sim r$.
- (16) Regra de De Morgan para três componentes: $\sim (p \vee q \vee r) \equiv \sim p \wedge \sim q \wedge \sim r$.
- (17) Negação da bicondicional:
 $\sim (p \Leftrightarrow q) \equiv (p \wedge \sim q) \vee (\sim p \wedge q) \equiv p \Leftrightarrow \sim q \equiv \sim p \Leftrightarrow q \equiv (p \nabla q)$.

3. Sabendo que as proposições p e q são verdadeiras e que r é falsa, determinar o valor lógico (V e F) das seguintes proposições:

- (a) $(\sim p \downarrow q) \wedge (q \uparrow \sim r)$.
- (b) $((p \uparrow q) \vee (q \downarrow r)) \uparrow (r \downarrow p)$.
- (c) $(\sim p \uparrow \sim q) \Leftrightarrow ((q \downarrow r) \downarrow p)$.
- (d) $((p \uparrow \sim p) \vee q) \downarrow (q \wedge r)$.

4. Escreva a negação, em linguagem corrente, das seguintes proposições:

- (a) É falso que não está frio ou que está chovendo.
- (b) Não é verdade que o pai de Marcos é pernambucano ou que a mãe é gaúcha.
- (c) Não é verdade que as vendas estão diminuindo e que os preços estão aumentando.
- (d) Não é verdade que Jorge estuda Física, mas não Química.
- (e) Se hoje tem jogo do Brasil na Copa, então hoje não terá expediente de trabalho.
- (f) Se amanhã for feriado, então Ricardo não irá trabalhar.

5. (VUNESP – PC SP 2018) Considere verdadeiras as afirmações a seguir:

- Luiza possui um gato.
- Henrique gosta de observar patos.
- Rafael não tem bicicleta.
- Tiago não gosta de comer macarrão.

A partir dessas afirmações, é logicamente verdadeiro que:

- (A) Ou Luiza possui um gato ou Tiago não gosta de comer macarrão.
- (B) Se Henrique gosta de observar patos, então Luiza possui um gato e Tiago gosta de comer macarrão.
- (C) Se Luiza possui um gato, então Rafael tem bicicleta.
- (D) Rafael tem bicicleta ou Henrique gosta de observar patos.
- (E) Tiago não gosta de comer macarrão e Henrique não gosta de observar patos.

6. Para cada proposição condicional abaixo, escreva as proposições recíproca, contrária e contrapositiva, a ela associadas. Escreva também a negação de cada uma delas.

- (a) P : Se meu salário for pago hoje, então eu irei ao cinema.
- (b) Q : Se x^2 é ímpar, então x é ímpar.
- (c) R : Se $1 < 0$, então $2 < 1$.
- (d) S : Se x é um número primo, então \sqrt{x} é um número irracional.
- (e) T : Se $x \neq 3$, então $\frac{x^2 - 9}{x - 3} = x + 3$.