FUNDAMENTOS ELEMENTARES DA MATEMÁTICA

MANUSCRITOS

(AULA 8: 28/07/22)

FUND. ELEM. DA MATEMÁTICA

AULA 8: Disjunção, Condicional e Bicond.

Disjunção

Def. (Disjunção): Dadas prop. P e Q, a Disjunção de P e Q, representada por

$$P \vee Q, \qquad \text{“P ou Q”}$$

é a prop. cujo valor lógico é V (verdade) quando ao menos P ou Q é verdadeira; e F (falsa) quando ambas P e Q são falsas.

Ex.:

P : José bebe suco

Q : João bebe refrigerante

↳ $P \vee Q$: José bebe suco ou João bebe refrigerante.

Tabela Verdade da Disjunção

P	Q	$P \vee Q$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Disjunção de Sentenças Abertas

Def. (Disj. de Sent. Abertas): Dadas sent. ab. $P(x)$ em A e $Q(y)$ em B, a Disjunção de $P(x)$ e $Q(y)$, que é represent. por

$$P(x) \vee Q(y),$$

é a sent. aberta em $A \times B$ tal que

$$P(a) \vee Q(b)$$

é a Disjunção das prop. $P(a)$ e $Q(b)$ para quaisquer $a \in A$ e $b \in B$.

Ex. 1) Considere

$$A = \{AL, BA, CE, MA, PB, PI, PE, RN, SE\}$$

e H o conj. de todos os seres humanos

e as sent.

$P(x)$: x tem praia

$Q(y)$: y foi presidente do Brasil.

↳ $P(x) \vee Q(y)$: x tem praia <u>ou</u> y foi presidente do Brasil,

sent. aberta em $A \times H$. Note em particular que

$P(AL) \vee Q(\text{Pelé})$ – Verdade

$P(SE) \vee Q(\text{Anderson})$ – Verdade

Note, de forma geral, que é verdadeira a prop

$$\forall x \in A, \forall y \in H, P(x) \vee Q(y)$$

Ex. (União e Interseção de Conjuntos): Considere A e B conjuntos quaisquer. Como já é do conhecimento comum, o conj. união, represent. por $A \cup B$, é formado por todos os elementos de A e todos elementos de B.

Podemos considerar a sent. aberta

$$\text{“}P(x): x \in A \vee x \in B\text{”}$$

com domínio em $A \cup B$. Dessa forma, pode-se escrever, usando especificações de conjunto,

$$A \cup B = \{x : P(x)\} = \{x : x \in A \vee x \in B\}$$

Agora, podemos considerar a sent. aberta

$$Q(x): \underbrace{x \in A}_{R(x)} \wedge \underbrace{x \in B}_{S(x)}$$

Com domínio $A \cup B$. Novamente, usando especif. de conjuntos, temos o conj.

$$\{x \in A \cup B : Q(x)\} = \{x \in A \cup B : x \in A \wedge x \in B\},$$

que é chamado de Interseção de A e B, e representado por $A \cap B$, isto é,

$$A \cap B = \{x \in A \cup B : x \in A \wedge x \in B\}.$$

Em particular, nos casos de

$$A = \{0, 2, 4, 6, \dots\}$$

e

$$B = \{1, 3, 5, 7, 9, \dots\},$$

temos

$$A \cup B = \mathbb{N} \quad \text{e} \quad A \cap B = \emptyset_A.$$

Con

Def

por

cujo

P é

nos

Tab

Condicional

Def. (Condicional): Chama-se Condicional das prop. P e Q, a prop. represent. por

$$P \longrightarrow Q, \quad \text{"P condicional Q"}$$

cujo valor lógico é Falso apenas quando P é verdadeiro e Q é falso, e verdadeiro nos demais casos.

Tabela Verdade da Condicional

P	Q	$P \to Q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Ex. a) P: 2 é número par.

Q: 3 é um número ímpar

↳ $P \to Q$: Se 2 é número par então 3 é um número ímpar.

Prop. verdadeira. Note que até possui um certo disfarce de "dedução lógica"

b) A prop. cond.

"Se 2 é número par, então Brasília é a capital do Brasil"

tem valor lógico verdadeiro, porém não interesse em situações como esta por clara falta de correlação "lógico dedutiva".

e) A prop.

"Se $0=1$, então $1=1$"

tem valor lógico verdadeiro porém está na mesma situação do item b).

Bicondicional

Def. (Bicondicional): Chama-se Bicondicional das prop. P e Q, a prop. representada por

$$P \leftrightarrow Q \quad \text{"P bicondicional Q"}$$

cujo valor lógico é Verdadeiro quando P e Q são ambos verdadeiros ou ambos falsos, e Falsa nos demais casos.

Tabela Verdade do Bicondicional

P	Q	$P \leftrightarrow Q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

Ex.: Considere as prop.

R: Campinas é um estado do Brasil.

e S: o Sol é um Planeta.

A Bicondicional

$R \leftrightarrow S$: Campinas é um estado do Brasil se, somente se, o Sol é um planeta.

Note que $R \leftrightarrow S$ é verdade, porém tem o mesmo caráter dos exemplos dados para a condicional.