FUNDAMENTOS ELEMENTARES DA MATEMÁTICA
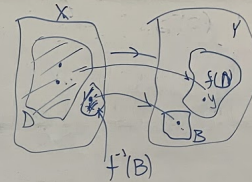
MANUSCRITOS

(AULA DÚVIDAS: 08 e 09/11/22)

LISTA 4 : (Funções) Ex 7 - c) $f: X \to Y$

c) $f(A \cap f^{-1}(B)) = f(A) \cap B$

$f^{-1}(B) = \{x \in X : f(x) \in B\}$

Sol.:

"$\subset$" : $y \in f(\underbrace{A \cap f^{-1}(B)}_{D}) \iff \exists x \in A \cap f^{-1}(B)$ tq $f(x) = y$

$\implies \underbrace{x \in A \text{ e } x \in f^{-1}(B)}_{} \text{ e } f(x) = y$

$\implies f(x) \in f(A) \text{ e } f(x) \in B \implies \underline{y = f(x) \in f(A)} \text{ e } \underline{y = f(x) \in B}$

$\implies y \in f(A) \cap B$

"$\supset$" Completem fazendo a Recíproca!

LISTA 4 - Conjuntos: 6-d):

$$D = \{x \in \mathbb{R} : x^2 - 5x + 4 < 0\}$$

Sol.: $P(x): x^2 - 5x + 4 < 0 \Rightarrow D = \{x \in \mathbb{R} : P(x)\}$. Fazendo $x^2 - 5x + 4 = 0 \Leftrightarrow x = 1$ e $x = 4$

Devemos ter então: $(x-1) \cdot (x-4) < 0 \Leftrightarrow (x-1) < 0$ e $(x-4) > 0$

e $(x-1) > 0$ e $(x-4) < 0$

$\Rightarrow x < 1$ e $x > 4$ (Caso Impossível!)

$x > 1$ e $x < 4$

$\Rightarrow 1 < x < 4$

Assim: $x^2 - 5x + 4 < 0 \Longleftrightarrow 1 < x < 4$.

Conclusão: $\{x \in \mathbb{R} : x^2 - 5x + 4\} = \{x \in \mathbb{R} : 1 < x < 4\}$

LISTA 4 - Conjuntos - 9-c) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

Sol.:

"$\subset$": $x \in A \cup (B \cap C) \implies x \in A$ ou $x \in (B \cap C) \implies x \in A$ ou $[x \in B$ e $x \in C]$

$\implies x \in A$ ou $x \in B$ e $x \in A$ ou $x \in C \implies x \in A \cup B$ e $x \in A \cup C$

$\implies x \in (A \cup B) \cap (A \cup C)$

"$\supset$" Complete com o mesmo procedimento!