#### VILNIAUS UNIVERSITETAS MATEMATIKOS IR INFORMATIKOS FAKULTETAS PROGRAMŲ SISTEMŲ KATEDRA

Baigiamasis bakalauro darbas

# Privačios informacijos išsaugojimas taikant dirbtinio intelekto technologijas

(Privacy-preserving artificial intelligence)

Atliko: 4 kurso 3 grupės studentas

Paulius Milmantas

(parašas)

Darbo vadovas:

dr. Linas Petkevičius

(parašas)

Recenzentas:

## Turinys

Įva	ndas	2
1	Asmens duomenų privatumas mašininio mokymo kontekste	3
2	Duomenų pažeidžiamumo metrikos	6
	2.1 Matematinė uždavinio formuluotė	6
	2.2 Skaičiavimas praktikoje	7
	2.3 Iliustracinis pavyzdys	8
3	Modelių palyginimo metodai	10
	3.1 Lyginimas pagal duomenų nuokrypį	10
	3.2 Skaičiavimo pavyzdys	10
	3.3 Algoritmo verifikavimas	11
4	Homomorfinis šifravimas	13
	4.1 Metodas	13
	4.2 Paillier kriptografija	13
5	Federuotas mašininis mokymas	15
	5.1 Metodas	15
	5.2 Galimos saugumo spragos	15
	5.3 Įrenginių heterogeniškumas	15
6	Blokų-grandinių technologija	17
7	Saugus skirtingų pusių skaičiavimas	18
8	Bendro įspūdžio privatus agregavimas	19
9	Tyrimas	20
	9.1 Modelių palyginimas	20
	9.1.1 Pallier homomorfiniu šifravimu grįsto modelio detalus tyrimas	20
	9.1.2 PyTorch neuroninio tinklo detalus tyrimas	21
	9.2 Tyrimo išvados	22

## **Įvadas**

Mašininis mokymas yra dirbtinio intelekto sritis, kuri pasitelkia statistinius algoritmus, kad apibrėžtų duomenų generavimo mechanizmą, ar egzistuojančius sąryšius, priklausomybes. Modelis dažnai turi didelį kiekį nežinomų parametrų, kuriuos reikia įvertinti iš duomenų, todėl modelio apmokymui dažniausiai reikia turėti daug duomenų. Kai kurie uždaviniai reikalauja duomenų, kurie nėra laisvai prieinami ir yra privatūs. Mašininio mokymo tyrimų srityje yra kilusi problema dėl jų saugojimo [BJJ<sup>+</sup>18]. Vienas iš faktorių, kuris lėmė šį susidomėjimą yra 2016 metais Europos Sąjungoje priimtas duomenų apsaugos reglamentas (GDPR). Pagal jį, fizinių asmenų duomenys turi būti saugomi naudojantis tam tikromis taisyklėmis ir negali būti atskleisti trečiosioms šalims, be asmens sutikimo [116].

Šią problemą išspręsti siekia įvairūs tyrimai ir naujai pasiūlyti metodai privatumą saugančio dirbtinio intelekto srityje. Šią problemą galima išskaidyti į kelias atskiras sritis:

- Analizuojamų duomenų privatumas [Tha20]. Algoritmas apmoko modelį atpažinti duomenis. Turint sukurtą modelį, neturi būti galima atgaminti duomenų, pagal kuriuos jis buvo mokomas, bei negali būti identifikuoti asmenys. Taip nukentėtų žmonių privatumas ir būtų pažeistas Europos duomenų apsaugos reglamentas. Šio pažeidimo pavyzdys gali būti ir paprastas teksto atkūrimo modelis. Duodama sakinio pradžia, modelis nuspėja jo pabaigą. Jeigu suvedus tam tikras detales modelis užbaigia sakinį naudodamas asmeninius duomenis, kurie atskleidžia žmonių tapatybę, šis modelis nėra saugus [CTW+20].
- Duomenų įvesties privatumas. Trečios šalys neturi matyti įvedamų duomenų. Tai gali būti tinklo saugumo spragos, duomenų surinkimo aplikacijų spragos ir t.t...
- Modelio išvesties privatumas. Modelio išvesties neturi matyti asmenys, kuriems šie duomenys nepriklauso. Šis punktas yra sąlyginis, priklauso nuo modelio svarbos. Jeigu tai yra svarbūs asmeniniai duomenys, negalima rizikuoti. Tačiau jeigu tai yra viešai prieinami duomenys, šis punktas negalioja.
- Modelio apsauga. Sukurtas modelis negali būti niekieno pasisavintas. Šis punktas yra skirtas apsaugoti programos kūrėją.

Darbo tikslas - ištirti ir palyginti privatumą saugančius dirbtinio intelekto algoritmus pagal jų saugumą, našumą ir panaudojamumą, bei pateikti rekomendacijas.

Darbo uždaviniai:

- Išanalizuoti esamus algoritmus pagal jų saugumą ir panaudojamumą.
- Identifikuoti kriterijus, kurių pagalba galima įvertinti privatumo išsaugojimą, bei palyginti algoritmus tarpusavyje.
- Ištirti kurie algoritmai yra realizuoti realizuoti algoritmus, kurie nėra atvirai prieinami.
- Palyginti algoritmus pagal našumą.

## 1 Asmens duomenų privatumas mašininio mokymo kontekste

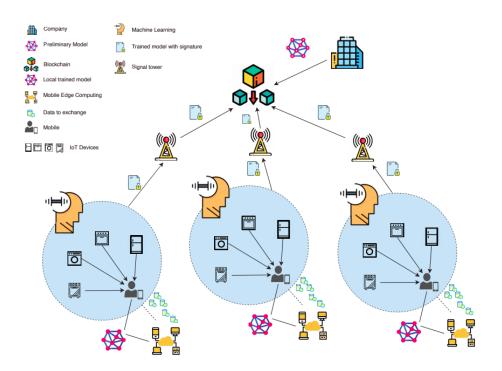
Vienas iš būdų apsaugoti duomenis yra decentralizuoti modelį ir naudoti paskirstyto mokymo algoritmus. Paprastai mašininiam mokymui yra naudojamas centralizuotas serveris. Yra surenkami duomenys į vieną vietą ir modelį moko vienas kompiuteris. Jeigu norima pridėti daugiau duomenų arba papildomą klasifikatorių, modelį reikia apmokyti iš naujo. Taip pat, kas kuria šį modelį, turi visą prieigą prie duomenų, šie modeliai nėra saugūs [BEG<sup>+</sup>19].

Šiai bėdai išspręsti, vienas iš metodų yra federuotas mašininis mokymas ("Federated machine learning"). Šis metodas padeda išspręsti kai kurias bėdas, vykdant modelio mokymą decentralizuotai [Bha19]. Prie bendro tinklo gali prisijungti daug įrenginių. Visi jie turi savo unikalų duomenų rinkinį. Kiekvienas įrenginys pasirenka geriausią statistinį metodą modelio mokymui ir pagal tą metodą sukuria modelį. Taip yra sukuriama daug skirtingų modelių, realizuotų su skirtingais duomenų rinkiniais. Visi šie rinkiniai vėliau yra surenkami į vieną vietą ir toliau naudojami duomenų analizei. Taip surinkus atskirų įrenginių sukurtus modelius, neturime prieigos prie pradinių duomenų ir daugiau žmonių gali prisidėti prie modelio kūrimo, nematant pilno duomenų rinkinio. Tačiau naudojant šį metodą ne visos problemos yra išsprendžiamos. Duomenų saugumas nėra garantuojamas [Bha19]. Jeigu duomenys nėra užšifruojami, jie gali būti pavogti. Tai gali būti padaryta, jeigu yra naudojamas nesaugus interneto ryšys, arba jeigu yra bandoma analizuoti atskirų įrenginių atsiųstus modelius. Šis metodas išsprendžia tik kelias problemas. Likusios yra: komunikavimo kaštai, įrenginių heterogeniškumas, statistinis heterogeniškumas ir saugumo problemos [LSTS19].

Visos šios problemos yra nagrinėjamos ir joms spręsti kuriami nauji metodai. Komunikacijos kaštams mažinti, yra kuriami algoritmai, kaip turi būti perduodamas modelis tinkle, kad būtų maža tinklo apkrova. Įrenginių heterogeniškumui spręsti, yra parenkami tam tikri įrenginių rodikliai ir pagal tai nustatoma, kokia bus įrenginio komunikacija: ar jis naudos asinchroninį komunikavimą, kaip dažnai tai vyks ir kokia yra įrenginio klaidos tikimybė [LSTS19]. Statistikos heterogeniškumui pataisyti kuriami yra metodai, kaip meta duomenų-mokymas ir keletos užduočių mokymas ("Multitask learning").

Straipsnyje apie privatumą išsaugančius blokų-grandinių tinklus ("Privacy-Preserving Blockchain-Based Federated Learning for IoT Devices") yra pateikiamas naujas paskirstyto mokymosi algoritmas, kuris yra paremtas blokų grandinių technologijomis [ZZJ+20]. Šis modelis yra grafiškai pateiktas pav.1. Šią architektūrą pavyzdyje sudaro 3 komponentai: gamintojai, klientai ir blokų grandinių tinklas. Šiame pavyzdyje gamintojas pareiškia užklausą, kad reikia atlikti apklausą. Klientai, kurie sutinka su užklausa, išsiunčia savo sukurtą modelį. Blokų grandinių tinklas elgiasi kaip centralizuotas serveris ir surenka visus klientų modelius. Tuomet, pasirinktas kompiuteris, kuris atlieka visą darbą ("miner") atlieka galutinį modelių sujungimą.

Minėti decentralizuoti būdai apjungia skirtingus sukurtus modelius į vieną ir visi įrenginiai kurie kuria modelius, naudoja savo unikalius duomenis. Saugus skirtingų pusių skaičiavimo metodas ("Secure multiparty computation") yra kriptografinis protokolas, kuris leidžia įrenginiams, su unikaliais duomenimis, skaičiuoti funkcijos reikšmę, nematant kitų irenginių reikšmių [6]. Su šiuo



1 pav. Paskirstytas mokymas [ZZJ<sup>+</sup>20]

metodu, yra sukuriamas vienas modelis tarp įvairių įrenginių. Pagrindinis įrenginys, kuris ruošia skaičiavimo užklausą, gali suskaidyti pradinius duomenis, užšifruoti juos ir taip paskirstyti tarp kitų įrenginių. Taip sukurti įrenginio rezultatai negali būti atšifruoti ir pasisavinti, o minėto federuoto mokymo metodo sukurti rezultatai, jeigu nėra gerai apsaugoti, gali būti pasisavinti ir atgauti pradiniai duomenys su kuriais modelis buvo sukurtas.

Kitas būdas apsaugoti modelį yra naudoti homomorfinį šifravimą. Pagal šį metodas, modelis yra mokomas naudojant užšifruotais duomenimis. Jie mokymo metu, nėra atšifruojami. Šis metodas leidžia keliems įrenginiams vienu metu atlikti skaičiavimus su duomenimis, kurių jie nemato. Yra daug metodo varijacijų. Kai kurios yra pažeidžiamos ir gali atskleisti visos infrastruktūros duomenis [Sen13]. Dažniausiai homomorfinės sistemos yra labiau pažeidžiamos nei nehomomorfinės.

2016 metais buvo pasiūlytas naujas metodas paspartinti pilnai homomorfines šifravimo sistemas [CKKS16]. Homomorfinės sistemos, kurios naudoja šį metodą yra laikomos ketvirtos kartos. Šis metodas leidžia aproksimuoti užšifruoto teksto sudėtį, daugybą ir pakeisti atšifruoto teksto proporcijas. Proporcijų pakeitimo procedūra suskaido užšifruotą tekstą į dalis, to pasekoje yra apvalinamas neužšifruotas tekstas. Šio metodo pagrindinė idėja yra pridėti triukšmo prie pagrindinės žinutės. Šis triukšmas yra pridedamas prie neužšifruoto teksto dėl saugumo priežasčių ir jis yra laikomas kaip aproksimavimo paklaida. Tuo pasekoje, metodas veikia su tam tikra paklaida

Bendro įspūdžio agregavimo metodas yra naujausias iš visų minėtų. Jis leidžia įrenginiui su savo duomenimis sukurti modelį naudojant bet kokius metodus ir taip prisidėti prie bendro progreso [6]. Visi modeliai yra surenkami ir leidžiami duomenys per šiuos modelius. Kiekvienas modelis skiria savo balsą, jie surenkami ir padaromas bendras sprendimas. Šis metodas leidžia lengvai plėsti

modelį. Taip pat yra saugomas ir duomenų privatumas. Jeigu keli modeliai, kurie nesidalina duomenimis, teigia vienodai, tai reiškia, kad negalima atkurti duomenų ir jie yra saugūs. Skaičiavimas vykdomas pasirenkant optimalią strategiją ir imant mažiausią galimą žingsnių skaičių.

## 2 Duomenų pažeidžiamumo metrikos

#### 2.1 Matematinė uždavinio formuluotė

Norint apsaugoti duomenis, sukurtam duomenų aptikimo modeliui reikia atlikti analizę, kaip tikėtina, kad modelio pradiniai duomenys bus atkurti. Tai išanalizuoti yra daug būdų, vienas iš jų yra pateiktas straipsnyje [CLE<sup>+</sup>19]. Šis straipsnis ieško metrikos reikšmės, kuri parodo, kaip pradinius duomenis atsimena modelis.

Tarkime turime duomenų rinkinį s[r]. Šiam rinkiniui pirma reikia apskaičiuoti rangą (1).

$$rangas(s[r]) = |r` \in R : Px(s[r`]) \le Px(s[r])| \tag{1}$$

Čia funkcija Px – logaritminis entropijos matas, kuris nusako, ar modeliui paduoti duomenys yra tipiniai, ir ar modelis buvo matęs panašius duomenis. Didesnė Px reikšmė reiškia, kad modelis panašių duomenų nebuvo matęs, o mažesnė reikšmė reiškia, kad panašius duomenis modelis yra matęs. Logaritminės entropijos formulė pateikta lygtyje (2). s[.] – yra pradinis duomenų rinkinys. Skaičius skliaustuose parodo, kuriuos duomenis reikia paimti iš rinkinio.

$$Px_{\theta}(x_1, ..., x_n) = -\log_2 Pr(x_1, ..., x_{i-1}|f_{\theta})$$
(2)

Čia formulė Pr – nežinomas skirstinys. Jeigu skaičiuotume funkciją  $Pr(x_i|x_1,...,x_n)$ , gautume tikimybę, kad  $x_i$  atsiranda po reikšmių, nuo  $x_1$  iki  $x_{i-1}$ 

Šis rangas nurodo, kurioje vietoje yra šis inicijuotas duomenų rinkinys sąraše, tarp visų galimų testinių rinkinių kombinacijų. Pavyzdžiui, norima sukurti natūralios kalbos atpažinimo modelį. Jo mokymui, yra paduodamas atsitiktinai sugeneruotas sakinys "Atsitiktinis skaičius 125" ir apskaičiuojama jo entropija. Tada galima išrašyti visus galimus sakinius, kuriuos yra leidžiama siųsti, ir juos surūšiuoti pagal entropijos laipsnį. Tada reikia apskaičiuoti, kaip dažnai pasitaiko panašūs sakiniai. Taip yra gaunamas rangas. Kadangi šis pavyzdinis sakinys yra sudėtingas, su atsitiktiniais skaičiais ir jo entropija yra aukšta, tikriausiai aukštesnė nei dauguma mokymo duomenų, jo rangas bus artimas vienetui. Darant prielaidą, kad šio sakinio entropija yra pati aukščiausia iš galimų testavimo duomenų, galima teigti, jog šio sakinio rangas yra lygus vienetui.

Rangas tiesiogiai nepasako kokia yra tikimybė, kad bus sugeneruotas toks testavimo rinkinys. Jo skaičiavimas paima daug resursų, nes reikia sugeneruoti visas galimas kombinacijas [CLE+19].

Kitas nagrinėjamas kintamasis yra "atvirumo" metrika. Tai aproksimacija, kuri nusako, kaip tikėtina, jog testavimo duomenys bus atgaminti iš modelio. Ši metrika pasako ką naujo sužinome apie pradinius duomenis, kai per modelį paleidžiame atsitiktinai sugeneruotus duomenis. Todėl, reikia skaičiuoti prognozuojamą entropiją, pagal pateiktas modelio prognozes. Prognozės entropija, tai spėjimų skaičius E(X), kuris reikalingas atspėti diskretų, atsitiktinai sugalvotą parametrą X.

Jeigu kintamasis r yra pasirenkamas atsitiktinai  $r \in R$ , tai reiškia, kad reikia generuoti atsitiktinius skaičius tol, kol bus gauta r reikšmė. Iš to seka, kad spėjimų turėtų būti lygus (3) lygčiai.

$$E(s[r])_{\theta} = \frac{1}{2}|R| \tag{3}$$

Turint suskaičiuotus galimus rinkinių rangus, bei entropijas, galima naudoti patobulinta skaičiavimo taktiką. Visi galimi duomenys yra surušiuojami pagal entropiją arba sudėtingumą. Sąrašo pradžioje yra elementas su mažiausia entropija. Jo atspėjimo tikimybė yra viena iš didžiausių. To pasekoje, gauname formulę (4).

$$E(s[r]|f_{\theta}) = rank_{\theta}(s[r]) \tag{4}$$

Ši formulė padidina skaičiavimų spartumą ir tai galima apskaičiuoti padalinus vieną formulę iš kitos. Tai pateiktas (5) lygtyje.

$$\frac{E(s[r])}{E[s[r]|f_{\theta}]} = \frac{\frac{1}{2}|R|}{rank_{\theta}(s[r])} \tag{5}$$

Rangai tiksliai neapibrėžia kokia yra tikimybė, jog elementas bus atspėtas. Jis tik lygina visas galimas kombinacijas ir skaičiuoja jų entropijas. To pasekoje, visi šie skaičiavimai yra tik apytikslis spėjimas. Kadangi tai nėra tikslu ir norima sužinoti tik bendrą vaizdą apie algoritmą, galima naudoti logaritmus. Tai atlikta lygtyje (6).

$$log_{2}(\frac{E(s[r])}{E(s[r]|f_{\theta})}) = log_{2}(\frac{\frac{1}{2}|R|}{rank_{\theta}(s[r])})$$
(6)

Šias lygtis supaprastinus, gaunama lygtis (7).

$$log_2|R| - log_2(rank_{\theta}(s[r])) - 1 \tag{7}$$

Dėl paprastumo yra pridedamas vienetas ir taip gaunama atvirumo metrika, pateikta lygtyje (8).

$$atvirumas(s[r])_{\theta} = \log_2 |R| - \log_2 rangas_{\theta}(s[r])$$
(8)

## 2.2 Skaičiavimas praktikoje

Pažeidžiamumo metrika "Atvirumas" yra naudojama tikrinant mašininio mokymo algoritmų duomenų įsiminimą. Atlikus šiuos skaičiavimus, programuotojai gali spręsti dėl tolimesnių veiksmų: tęsti kūrimą ar dirbti ties duomenų anonimizavimu.

Mašininio mokymo algoritmo tikrinimui su atvirumo metrika, pirma reikia pasiruošti duomenų rinkinį s[r]. Sudarius šį rinkinį, reikia sukurti mašininio mokymo modelį. Turint gautą modelį ir duomenis, kurie buvo naudojami modelio gavimui, galima skaičiuoti atvirumo metriką. Siekiant daugiau sužinoti apie modelį, galima savo duomenis įterpti daugiau nei vieną kartą. Pavyzdžiui, jeigu vienus duomenis įterpsime kelis kartus, o kitus duomenis šimtą kartų, galima analizuoti atvi-

rumo metriką su šiais duomenimis. Taip galima gauti abstrakčią koreliaciją tarp duomenų kiekio ir modelio atsiminimo. Kad šie eksperimentai būtų tikslūs, būtina kiekvieno modelio kūrimo metu naudoti tuos pačius parametrus: optimizavimo funkcijas, hiperparametrus ir kitus duomenis. Taip su kiekvienu pavyzdiniu duomenų rinkiniu, turi būti atlikta atskira analizė. Jeigu galima, turi būti didinamas vienodų duomenų kiekis ir tikrinama atvirumo ir žinomų duomenų kiekio koreliacija.

Atvirumui sužinoti, reikia skaičiuoti rangą. Tikslaus jo radimo procedūros nėra. Todėl reikia naudotis analitiniais metodais. Vienas iš būdų, tikimybiškai vertinti aproksimuotą skirstinį. Tarkime, turime duomenis, kurių entropija yra didesnė, nei s[r] duomenų. Reikia rasti kiek yra tokių duomenų, kurių entropija yra mažesnė. Taip pat, tarkime, kad s[r] entropija yra  $\rho(.)$  pasiskirstymo distribucijos. Atvirumą galima aproksimuoti skaičiuojant šio skirstinio plotą grafike, iki testavimo duomenų, ir dauginant iš logaritmo. Taip gauname formulę (9).

$$atvirumas(s[r])_{\theta} = -log_2 \int_0^{Px_{\theta}(s[r])} \rho(x) dx \tag{9}$$

#### 2.3 Iliustracinis pavyzdys

Metodo panaudojamumą pademonstruoti, pasinaudokime mašininiu modeliu, pagrįstu cukriniu diabetu sergančių moterų duomenimis. Modelis priima 5 parametrus: nėštumų skaičių, gliukozės kiekį kraujyje, kraujo spaudimą, BMI ir amžių. Visų šių parametrų ribos yra žinomos, todėl turint atsitiktinių duomenų rinkinį, galima apskaičiuoti rangus. Todėl bus naudojama lygtis (10), turinti rangus.

$$atvirumas(s[r])_{\theta} = \log_2 |R| - \log_2 rangas_{\theta}(s[r])$$
(10)

Tarkime, kad šių duomenų galimos ribos yra tokios: nėštumai: [0-30], gliukozės kiekis kraujyje: [0-180], kraujo spaudimas: [0-250], BMI: [1-70], amžius: [1-110]. Suskaičiuoti kiek iš viso yra galimų variantų, galima sudauginus visas šias ribas, tai padaryta lygtyje (11).

$$R = 30 \cdot 180 \cdot 250 \cdot 69 \cdot 109 = 10153350000 \tag{11}$$

Tarkime, turime dviejų žmonių testinių duomenų rinkinį. Pirmo žmogaus duomenys: [2, 60, 98, 25, 25], antro: [0, 90, 128, 27, 18]. Skaičiuojame rangus (12) ir (13). Vėliau pagal apskaičiuotus rangus, ieškoma atvirumo metrika (14) ir (15).

$$s[1] = 2 \cdot 180 \cdot 250 \cdot 69 \cdot 109 + 60 \cdot 250 \cdot 69 \cdot 109 + 98 \cdot 69 \cdot 109 + 25 \cdot 109 + 25 = 790444808$$
 (12)

$$s[2] = 90 \cdot 250 \cdot 69 \cdot 109 + 128 \cdot 69 \cdot 109 + 27 \cdot 109 + 18 = 170188149 \tag{13}$$

$$atvirumas(s[1]) = log_2 10153350000 - log_2 790444808 = 3.68314726$$
 (14)

$$atvirumas(s[2]) = log_2 10153350000 - log_2 170188149 = 5.89868142$$
 (15)

Pagal rezultatus, galima teigti, kad yra labiau tikėtina, kad bus atskleisti antro žmogaus duomenys. Turint daugiau parametrų, būtų dar mažesnė atvirumo metrikos reikšmė, nes būtų dar mažiau tikėtina, kad bus atkartoti duomenys. Turint kelius modelius, galima lyginti modelių atvirumo metrikas ir spręsti apie modelių saugumą.

## 3 Modelių palyginimo metodai

#### 3.1 Lyginimas pagal duomenų nuokrypį

Siekiant palyginti, kaip modeliai gerai saugo privačius duomenis, apibrėžiame metriką DMDK (didžiausias modelio duomenų nuokrypis). Kuo metrika yra mažesnė, tuo tiksliau galima nuspėti, kokie duomenys buvo naudojami modelio mokymui. Kuo metrika didesnė, tuo yra sunkiau nuspėti, kokie duomenys buvo naudojami mokymui. Ši metrika leidžia lyginti skirtingus modelius su skirtingais duomenimis. Metrika buvo pasiūlyta specialiai šiam darbui, siekiant palyginti skirtingus modelius.

DMDK yra išvestas lygtyje (16). Prieš DMDK skaičiavimą reikia paimti visus modelio mokymui skirtus duomenis ir kiekvienai duomenų eilutei apskaičiuoti modelio išvestį. Skaičiavimus reikia atlikti tik su tomis eilutėmis, su kuriomis modelis išvedė teisingą atsakymą. Turint tik tas eilutes, su kuriomis modelis išvedė teisingą atsakymą, galima į nelygybę įstatyti kintamuosius. Lygtyje yra naudojami tokie kintamieji: m - duomenų eilučių skaičius, h - parametrų skaičius (stulpeliai),  $\epsilon$  - ieškomas didžiausias galimas kintamasis, su kuriuo modelis nepakeičia išvesties rezultatų,  $D_{eilut.:n,stulp::k}$  - duomenys n eilutėje ir k stulpelyje.

$$DMDK = \sum_{n=0}^{m} \left( \sum_{k=0}^{h} (max((|\epsilon| + D_{eilut.:n,stulp.:k}) : \epsilon \in R))/h)/m$$
 (16)

## 3.2 Skaičiavimo pavyzdys

Tarkime egzistuoja modelis, kuris turi 2 parametrus: gliukozės kiekis kraujyje ir KMI. Pagal šiuos du parametrus modelis išveda rezultatą: ar žmogus serga cukriniu diabetu ar ne. Paimamos visos mokymo duomenų eilutės, su kuriomis modelis išveda teisingą rezultatą. Tarkime, jos yra aprašytos 1 lentelėje.

Gliukozė	KMI	Išvestis
148	33.6	1
85	26.6	0
183	23.3	1

1 lentelė. Pavyzdiniai duomenys

Taikant jau sukurtą modelį, įvertiname ar keičiasi išvestis didinant kiekvienos eilutės kiekvieno stulpelio reikšmes, pridedant  $\epsilon$ . Kiekvienai reikšmei yra atskirai didinamas  $\epsilon$ , kol gaunamas tos eilutės tam tikro stulpelio maksimalus  $\epsilon$ . Skaičiavimams parodyti, tarkime, kad gautos maksimalios  $\epsilon$  reikšmės yra pateiktos lentelėje 2.

DMDK skaičiavimas pateiktas lygtyje (17).

$$DMDK = \frac{3+2}{2} + \frac{6+1}{2} + \frac{4+0.1}{2} = 8.05 \tag{17}$$

Gliukozė	KMI
3	2
6	1
4	0.1

2 lentelė. Pavyzdinės epsilon reikšmės

Apskaičiavus kitų modelių DMDK reikšmes, galima lyginti, kuris modelis efektyviau saugo duomenis, naudotus mokymosi metu. Jeigu kito modelio apskaičiuota DMDK reikšmė būtų didesnė už 8.05, reikštų, kad tas modelis labiau saugo duomenų privatumą.

#### 3.3 Algoritmo verifikavimas

Siekiant pademonstruoti, kad algoritmas teisingai įvertina skirtingus modelius ir galima juos palyginti tarpusavyje, paimkime kelis skirtingus modelių pavyzdžius.

Tarkime, kad pirmas modelis turi viena parametrą - KMI. Pagal šį parametrą, modelis prognozuoja, ar žmogus serga cukriniu diabetu ar ne. Modelio tikslumas yra 54%, jis visą laiką prognozuoja, kad žmogus serga cukriniu diabetu. Skaičiuojant DMDK, reikia pasirinkti tik tuos duomenis, su kuriais buvo išvesta teisinga prognozė. Modelis visą laiką prognozuoja, kad žmogus serga cukriniu diabetu, todėl, nėra tokios reikšmės, kurią pridėjus prie duomenų, pasikeis modelio prognozė. Todėl DMDK reikšmė yra  $\infty$  ir tai reiškia, kad modelis negali būti saugesnis. Kai modelio prognozė visą laiką yra tapati, neįmano atgaminti pradinių duomenų, su kuriais modelis buvo mokomas.

Antras pavyzdinis modelis prognozuoja ar žmogus serga cukriniu diabetu, pagal 2 parametrus: KMI ir gimdymų skaičiumi. Modelio tikslumas yra 72%, modelio DMDK reikšmė yra 0,00134. Sprendžiant pagal DMDK, modelis yra nesaugus ir yra labai priklausomas nuo pradinių duomenų, su kuriais modelis buvo mokomas. Modelio nesaugumui įrodyti, paimkime kelias savo sugalvotas duomenų eilutes ir pabandykime atgaminti pradinius duomenis. Tarkime, kad mūsų sugalvotos duomenų eilutės yra lentelėje 3.

KMI	Gimdymų skaičius
25	3
23	2

3 lentelė. Sugalvotos duomenys reikšmės modelio tikrinimui

Kiekvienai sugalvotai duomenų eilutei, analizuojame kiekvieną stulpelį. Prie stulpelio reikšmės pridedame  $\epsilon$  ir didiname  $\epsilon$  reikšmę tol, kol pasikeičia modelio rezultatas. Analizuojame kiekvieną stulpelį ir pasirenkame stulpelį su mažiausia  $\epsilon$  reikšme. Pakeičiame analizuojamos duomenų eilutės stulpelio reikšmę, su kuria gauname mažiausią  $\epsilon$  reikšmę. Išanalizuokime pirmą duomenų eilutę lentelėje 3. Po pirmos iteracijos, gauname pakeistą duomenų eilutę: KMI - 26, gimdymų skaičius - 3. Atliekame iteracijas tol, kol gaunamų naujų reikšmių skirtumas tampa labai mažas. Atlikus visų duomenų analizę, gauname duomenis, kurie buvo gauti iš sugalvotų duomenų eilučių. Jeigu modelio DMDK yra mažas, šie duomenys turi būti artimi pradiniams duomenims, kurie

buvo naudojami modelio mokymui. Atlikus analizę buvo gauti duomenys lentelėje 4. Duomenys yra labai panašūs pradiniams modelio duomenims. Tai reiškia, kad DMDK matavimo algoritmas pasiteisino.

KMI	Gimdymų skaičius
26	1
22	2

4 lentelė. Sugalvotos duomenys reikšmės modelio tikrinimui

Siekiant įsitikinti, kad algoritmas yra teisingas ir neduoda rezultatų, kurie tiesiogiai priklauso nuo duomenų, atlikti du eksperimentai.

- Skaitant duomenis, jų visų reikšmės yra padalintos iš 10. Sukūrus modelį, apskaičiuota nauja DMDK reikšmė. Ji yra labai artima DMDK reikšmei, kai duomenys nebuvo dalijami iš 10. Tai reiškia, kad algoritmas nėra tiesiogiai priklausomas nuo duomenų, kuriais modelis yra mokomas.
- 2. Skaitant duomenis, prie jų reikšmių yra pridedamas atsitiktinai sugeneruotas triukšmas skaičius nuo -1 iki 1. Naujo modelio DMDK reikšmė yra panaši į modelio, prieš duomenų keitimą. Tendencijos išlieka panašios.

#### 4 Homomorfinis šifravimas

#### 4.1 Metodas

Homomorfinis šifravimas, yra šifravimo algoritmų klasė, kuri yra grindžiama principu, leidžiančiu atlikti skaičiavimus su užšifruotais duomenimis, jų neatšifruojant. Šie algoritmai yra šiek tiek panašūs į viešo šifravimo algoritmus, kurie yra paplitę tinklalapių apsaugoje. Yra naudojamas viešas ir privatus raktas. Su viešu raktu duomenys yra užšifruojami, o su privačiu, atšifruojami. Momomorfinis šifravimas skiriasi nuo viešo šifravimo tuo, kad naudoja algebrainę sistemą, kuri leidžia atlikti skaičiavimus su užšifruotais duomenimis [14]. Algebrainė sistema yra duomenų rinkinys kartu su savo matematinėmis operacijomis.

Yra trijų tipų homomorfiniai šifrai: dalinai homomorfiniai (PHE), šiek tiek homomorfiniai (SHE) ir pilnai homomorfiniai šifrai (FHE). Dalinai homomorfinės sistemos leidžia atlikti skai-čiavimus visiems duomenims, tik su pasirinkta operacija. Tai gali būti arba sudėtis arba daugyba. Operacijos duomenims gali būti atliktos neribotą kartą. Šiek tiek homomorfinės sistemos (SHE) naudoja vieną operaciją iki tam tikro sudėtingumo. Šios operacijos gali būti atlikto ribotą kartų skaičių. Pilnai homomorfinės sistemos leidžia naudoti sudėtį ir daugybą vienu metu, neribotą kartų.

Homomorfinių sistemų saugumas yra paremtas žiedinio mokymo su klaidomis problema ("Ring learning with errors"). Ši problema prašo atgaminti slaptą raktą s, pagal duotas aproksimuotas tiesinias lygtis, su slaptu raktu s [Reg10]. Ši problema nebūtų sunki, jeigu nebūtų aproksimuotų lygčių. Jas išspręsti būtų galima ir su Gauso metodu, tačiau dėl galimos paklaidos, sprendimas yra sunkesnis. Vienas iš efektyviausių sprendimų yra pateiktas A. Blum, A. Kalai, ir H. Wasserman darbe [BKW03]. Pateiktas algoritmui reikia  $2^{O(n)}$  duomenų ir laiko. Algoritmas padeda surasti rinkinį tiesinių lygčių S, kurio dydis n, tarp visų galimų lygčių  $2^{O(n)}$ . Susumavus šias lygtis turi gautis pirma slapto rakto s koordinatė.

## 4.2 Paillier kriptografija

Pallier kriptosistema yra dalinai homomorfinis šifras, kuris leidžia atlikti homomorfinės sudėties operaciją [17]. Nors palaikoma yra sudėties operacija, norint atlikti veiksmus su užšifruotais duomenimis, reikia naudoti daugybą, nes duomenų užšifruoti duomenys yra pakelti laipsniu. Pallier algoritmas yra pagrįstas problema, kuri skaičiuoja reikšmės likutį [17]. Skaičiavimas pateiktas lygtyje (18).

$$z \equiv y^n \cdot (modn^2) \tag{18}$$

Turint sudėtinę reikšmę n ir sveiką skaičių z, yra sunku nuspręsti, ar z yra n-oji liekana modulio  $n^2$  ar ne [17].

Prieš duomenų šifravimą, reikia rasti viešą ir privatų raktą.

1. Pasirinkti du didelius pirminius skaičius p ir q, kad bendras didžiausias daliklis tarp  $p \cdot q$ , (p -

- 1), (q-1) būtų lygus 1.
- 2. Apskaičiuoti  $n = p \cdot q$
- 3. Rasti didžiausią bendrą kartotinį skaičių  $\lambda$ , tarp (p-1), (q-1)
- 4. Pasirinkti atsitiktinį sveiką skaičių g.
- 5. Apskaičiuoti $u=(\frac{(g^{\lambda}mod(n^2))-1}{n})^{-1}mod(n)$
- 6. Viešas raktas (n, g), privatus raktas  $(\lambda, u)$ .

Turint viešą raktą, turinio šifravimui reikia sugalvoti atsitiktinį sveiką skaičių r [17]. Tada galima užšifruoti turinį M pagal formulę (19).

$$c = g^m \cdot r^n mod(n^2) \tag{19}$$

Turinio c iššifravimui naudojama formulė (20).

$$M = \left(\frac{c^{\lambda mod(n^2)} - 1}{n} \cdot u\right) mod(n)$$
(20)

Minėti skaičiavimai yra vykdomi su teigiamais sveikais skaičiais. Turi būti galima atlikti veiksmus ir su neigiamais skaičiais, nes neuroninių tinklų svoriai ir šališkumai gali būti neigiamos reikšmės. Originalus Paillier algoritmas neapima neigiamų reikšmių, todėl [Reg10] straipsnyje pateiktas skaičiavimo būdas, kuris leidžia atlikti veiksmus ir su neigiamais skaičiais.

• Atšifruojant duomenis, turi būti validi sąlyga (21).

$$2 \cdot \sup(|M|) + 1 < N \tag{21}$$

Čia sup(.) - grąžina didžiausią reikšmę tekste,  $|\mathbf{M}|$  - absoliuti teksto reikšmė,  $\mathbf{N}$  - vienas iš viešų raktų.

• Norint užšifruoti neigiamą reikšmę -m, reikia laikytis lygybės (22)

$$E(-m) = E(m)^{-1} = E(m)^{-1mod(N)}$$
(22)

Čia m yra teigiama reikšmė, N - vienas iš viešų raktų.

## 5 Federuotas mašininis mokymas

#### 5.1 Metodas

Duomenys, skirti mašininio mokymo modelio kūrimui, priklauso N savininkų. Konvenciniai modeliai agreguoja visų savininkų duomenis ir su jais moko modelį. Asmuo kuriantis modelį mato visų savininkų duomenis. Šią problemą sprendžia federuotas mašininis mokymas. Kiekvienas savininkas moko modelį atskirai ir visi duomenys nėra agreguojami. Taip vienas iš duomenų savininkų nemato duomenų, kurie jam nepriklauso [YLCT19].

#### 5.2 Galimos saugumo spragos

Viena iš federuoto mašininio mokymosi modelių spragų yra duomenų nuodijimo ataka [SCD<sup>+</sup>20]. Kenkėjas naudoja gradientinio nuolydžio algoritmą ir analizuoja modelio grąžinamą optimalų sprendinį. Taip kenkėjas gali gauti modelio gradientų reikšmes ir atskleisti modelio pradinius duomenis. Arba gali būti pakenkiama modelio tikslumui.

#### 5.3 Įrenginių heterogeniškumas

Prie federuoto mokymo tinklo gali būti prijungti labai įvairūs prietaisai. Jų galingumas ir surenkamų duomenų kiekis gali smarkiai skirtis. Gali tinkle atsirasti vienas įrenginys turintis daug išteklių, bet mažai duomenų, o kitas įrenginys su mažais ištekliais ir daug duomenų. Duomenys tarp įrenginių gali būti panašūs. Tarkime, jeigu yra renkami duomenys iš lėktuvų apie skristus maršrutus, neapsimoka analizuoti duomenų iš skirtingų lėktuvų, kurie skrido tuo pačiu maršrutu. Praktikoje, didžiajai daliai įrenginių yra nurodoma apskaičiuoti tam tikrą skaičių epochų. Įrenginiai kurie nespėjo to padaryti laiku yra praleidžiami. Praktikoje dažniausiai nėra atsižvelgiama į duomenų panašumą ir kiek įrenginys jų turi [WLH+21]. Šiai problemai spręsti, straipsnyje [LSZ+20] pasiūlytas duomenų paskirstymo algoritmas.

Straipsnyje [WLH<sup>+</sup>21] pasiūlyta, kad federuoto mokymo tinkle esantis serveris, modelio kūrimui, neturėtų remtis atsitiktinai pasirinktais įrenginiais. Turi būti atsižvelgiama į jų parametrus. Pasiūlyta naudoti komunikaciją tarp pačių įrenginių. Taip jie tarpusavyje galėtų palyginti ar labai skiriasi jų duomenys ir išskirti tam tikras skirtingas charakteristikas. Pagal šias charakteristikas, pagrindinis serveris turėtų pasirinkti tik tam tikrus įrenginius. Jeigu duomenų charakteristikos tarp įrenginių yra labai panašios, įrenginiai turėtų apsikeisti duomenų skirtumais, pasidalinti bendrais duomenimis ir pagal resursus atitinkamai pasidalinti skaičiavimo kiekiu.

Pateiktas metodas yra skirtas sistemoms, kuriose yra apriboti resursai ir negalima analizuoti visų įrenginių. Serveris gali efektyviau sukurti geresnį bendrą modelį. Vykdant įrenginių analizę, būtų galima bandyti atskirti įrenginius, pagal duomenų skirtumų charakteristikas, kurie yra kenkėjiški ir bando pakenkti tinklui. Tinklo efektyvumas padidėja, tačiau atsiranda saugumo spraga, kai įrenginiai tarpusavyje pradeda lyginti duomenis ir jais apsikeisti. Šios spragos sprendimas yra nau-

doti homomorfinį šifravimą kiekviename įrenginyje. Jeigu tinkle atsirastų kenkėjiškas įrenginys ir jis sugebėtų surasti su juo komunikuojančių įrenginių homomorfinio šifro slaptą raktą, jis negalėtų perimti viso tinklo duomenų, tik dalį jų.

2017 metais buvo pasiūlytas labiau praktikoje panaudojamas ir saugesnis "FedAvg" algoritmas [LSZ<sup>+</sup>20]. Tai yra iteratyvus algoritmas, kuris padeda išspręsti įrenginių heterogeniškumo problemą. Kiekvienos iteracijos metu, algoritmas atlieka E stochastinio gradientinio nuolydžio metodo epochų su K įrenginiais. Įrenginiai komunikuoja su centriniu serveriu, kuriame jų įverčiai yra suvidurkinami. Naujesnis pasiūlytas algoritmas yra "FedProx". "FedProx" yra panaūs į "FedAvg", nes pagrindiniai principai išlieka tokie patys: atliekami lokalūs modelių atnaujinimai, pasirenkama tik nedidelė dalis įrenginių ir centrinis serveris suvidurkina rezultatus. Pagrindinis "FedProx" skirtumas yra kiekvienam įrenginiui skiriamas epochų skaičius. Šis skaičiui kiekvienam įrenginiui yra dinamiškai apskaičiuojamas pagal įrenginio turimų duomenų kiekį ir turimų išteklių dydį. "FedProx" metode yra įrenginių išteklių heterogeniškumas, nes lėti įrenginiai tik dalinai apskaičiuoja savo duomenis ir juos pateikia pagrindiniam serveriui. Toks metodas yra efektyvesnis už "FedAvg", nes "FedAvg" turi didesnį duomenų heterogeniškumą. Silpni įrenginiai su svarbiais duomenimis yra praleidžiami ir centrinis serveris neatsižvelgia į šiuos duomenis visai. Duomenų heterogeniškumui sumažinti, "FexProx" metodas naudoja aproksimuotus kintamuosius. Pridedant šiuos kintamuosius, gali būti sumažinama lokalių modelio atnaujinimų įtaka ir sumažinamas bendras heterogeniškumas. Vietoj funkcijos F optimizavimo, metodas optimizuoja tikslo funkcija h, kuri pateikta lygtyje (23).

$$minh_k(w_1; w_2) = F_k(w_1) + \frac{\mu}{2}||w_1 - w_2||^2$$
(23)

Čia k - įrenginių skaičius,  $F_k$  - tikslo funkcija,  $\mu \in [0; 1]$ . Kuo  $\mu$  yra mažesnis, tuo tikslesnis centrinio serverio tikslumas gaunasi.

## 6 Blokų-grandinių technologija

7 Saugus skirtingų pusių skaičiavimas

8 Bendro įspūdžio privatus agregavimas

## 9 Tyrimas

#### 9.1 Modelių palyginimas

Tyrimo tikslams, buvo sukurti modeliai ir, skaičiuojant DMDK metriką, jie lyginami tarpusavyje. Tyrimui paimti diabetu sergančių žmonių duomenys iš "Sklear" bibliotekos viešai prieinami duomenys. Gauti rezultatai pateikti lentelėje 5.

Modelis	Nuostolių f-jos reikšmė (MSE)	Tikslumas	DMDK
PyTorch neuroninis tinklas	103.9837813	81.1%	87.419
Gradientinio nuolydžio algoritmas	2272.06	63.78%	0.051792
Pallier homomorfiniu šifravimu grįstas modelis	2185.37	63.52%	0.1416

5 lentelė. Sugalvotos duomenys reikšmės modelio tikrinimui

Pagal gautus rezultatus, pateiktus lentelėje 5, gautos išvados:

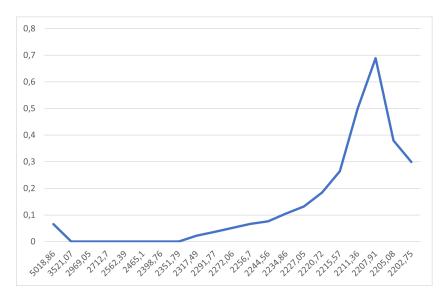
- PyTorch neuroninis tinklas greičiau artėja prie nuostolių funkcijos minimumo, nei kiti modeliai. Esant 70% modelių tikslumui, PyTorch modelis yra saugiausias. Mažiausiai saugus yra paprastu gradientiniu nuolydžiu grįstas modelis.
- Palliers kriptografija grįstas modelis yra saugesnis už paprastą gradientinio nuolydžio metodą.
- Didėjant PyTorch modelio tikslumui, jis pradeda labiau prisirišti prie duomenų ir vidutinė galima maksimalaus nuokrypio reikšmė smarkiai krenta – modelis tampa vis mažiau saugus. Jeigu uždavinio tikslas yra sukurti labai tikslų modelį, vertėtų apgalvoti ar Pallier sistema grįstas modelis nėra geriau.
- Su visais modeliais, išskyrus PyTorch neuroninį tinklą, didėjant modelio tikslumui, didėja vidutinė maksimalaus nuokrypio reikšmė modelis tampa saugesnis, o su PyTorch neuroniniu tinklu, mažėja modelis tampa mažiau saugus.

Tas pats tyrimas buvo atliktas su MNIST rašytinių skaitmenų nuotraukomis. Vienintelis Py-Torch neuroninis tinklas konvergavo minimumo link. Pasiekus 74% ir 82% tikslumus, DMDK reikšmės išlieka vienoda - 0.04999, MSE nuostolių funkcijos reikšmės atitinkamai 266.66730 ir 203.6602.

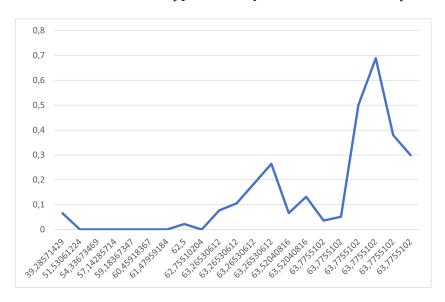
Kiekvienam modeliui atliktas atskiras nuostolių funkcijos (MSE), DMDK rodiklių ir modelio tikslumo, DMDK priklausomybės tyrimas.

#### 9.1.1 Pallier homomorfiniu šifravimu grįsto modelio detalus tyrimas

DMDK rodiklio reikšmių priklausomybė nuo MSE nuostolių funkcijos reikšmių pateikta pav. 3. Čia X ašis - MSE nuotolių funkcijos reikšmės, Y ašis - DMDK reikšmės.



2 pav. Palliers DMDK rodiklio reikšmių priklausomybė nuo MSE nuostolių funkcijos reikšmių



3 pav. Palliers DMDK rodiklio reikšmių priklausomybė nuo MSE nuostolių funkcijos reikšmių

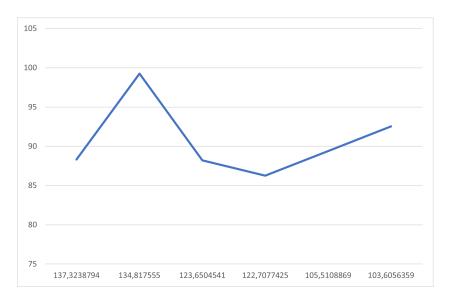
DMDK rodiklio reikšmių priklausomybė nuo modelio tikslumo pateikta pav. 3. Čia X ašis - modelio tikslumas procentais, Y ašis - DMDK reikšmės.

Iš atlikto tyrimo matosi koreliacija tarp modelio nuostolių funkcijos reikšmių ir DMDK reikšmių. Kuo nuostolių funkcijos reikšmė yra mažesnė, tuo DMDK yra didesnis ir modelis yra laikomas saugesnis. Vietos, kuriose DMDK yra lygus 0, modelis yra per daug prisirišęs prie parametrų. DMDK tiesioginės priklausomybės nuo modelio tikslumo, neturi.

#### 9.1.2 PyTorch neuroninio tinklo detalus tyrimas

DMDK rodiklio reikšmių priklausomybė nuo MSE nuostolių funkcijos reikšmių pateikta pav. 5. Čia X ašis - MSE nuotolių funkcijos reikšmės, Y ašis - DMDK reikšmės.

DMDK rodiklio reikšmių priklausomybė nuo modelio tikslumo pateikta pav. 5. Čia X ašis - modelio tikslumas procentais, Y ašis - DMDK reikšmės.

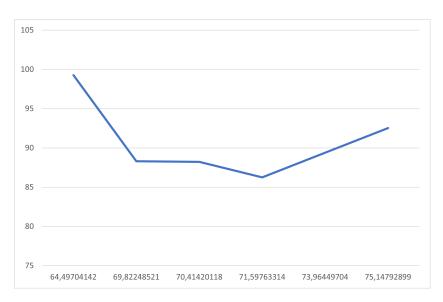


4 pav. PyTorch neuroninio tinklo DMDK rodiklio reikšmių priklausomybė nuo MSE nuostolių funkcijos reikšmių

Iš atlikto tyrimo nesimato jokios stiprios koreliacijos tarp DMDK rodiklio ir MSE nuostolių funkcijos reikšmių ar modelio tikslumo.

#### 9.2 Tyrimo išvados

- Lyginant PyTorch neuroninį tinklą, paprastą gradientinio nuolydžio algoritmą ir Pallier homomorfiniu šifravimu grįstą modelį, jeigu visi minėti modeliai vykdant tyrimą konverguoja minimumo link, pats saugiausias modelis yra PyTorch neuroninis modelis. Mažiausiai duomenis saugantis yra paprastas gradientinis metodas.
- Naudojant Pallier homomorfiniu šifravimu grįstą modelį, egzistuoja koreliacija tarp modelio nuostolių funkcijos reikšmės ir DMDK rodiklio. Vidutiniškai, kuo nuostolių funkcijos reikšmė yra mažesnė, tuo DMDK rodiklis yra didesnis ir modelis yra saugesnis.
- Pallier homomorfiniu šifravimu grįstas modelis, naudojantis gradientinio nuolydžio algoritmą, diverguoja su MNIST rašytinių skaičių nuotraukomis.
- Paprastas PyTorch neuroninis tinklas vienintelis iš minėtų modelių konverguoja minimumo link, su MNIST rašytinių skaičių nuotraukomis. Šiuo atveju, DMDK rodiklis vidutiniškai nukrenta iki 0.049 ir modelis tampa mažiau saugus, nei Pallier algoritmu grįstas modelis.



5 pav. PyTorch neuroninio tinklo DMDK rodiklio reikšmių priklausomybė nuo MSE nuostolių funkcijos reikšmių

## Literatūros sąrašas

- [116] Europos parlamento ir tarybos reglamentas, Apr 2016.
- [14]
- [17]
- [6]
- [BEG<sup>+</sup>19] Keith Bonawitz, Hubert Eichner, Wolfgang Grieskamp, Dzmitry Huba, Alex Ingerman, Vladimir Ivanov, Chloe Kiddon, Jakub Konečný, Stefano Mazzocchi, H. Brendan McMahan, Timon Van Overveldt, David Petrou, Daniel Ramage, and Jason Roselander. Towards federated learning at scale: System design, 2019.
- [Bha19] Dr. Santanu Bhattacharya. The new dawn of ai: Federated learning, Jan 2019.
- [BJJ<sup>+</sup>18] Ho Bae, Jaehee Jang, Dahuin Jung, Hyemi Jang, Heonseok Ha, and Sungroh Yoon. Security and privacy issues in deep learning. *CoRR*, abs/1807.11655, 2018.
- [BKW03] Avrim Blum, Adam Kalai, and Hal Wasserman. Noise-tolerant learning, the parity problem, and the statistical query model. *Journal of the ACM*, 50(4):506–519, 2003.
- [CKKS16] Jung Hee Cheon, Andrey Kim, Miran Kim, and Yongsoo Song. Homomorphic encryption for arithmetic of approximate numbers, 2016.
- [CLE<sup>+</sup>19] Nicholas Carlini, Chang Liu, Ulfar Erlingsson, Jernej Kos, and Dawn Song. The secret sharer: Evaluating and testing unintended memorization in neural networks, 2019.
- [CTW<sup>+</sup>20] Nicholas Carlini, Florian Tramer, Eric Wallace, Matthew Jagielski, Ariel Herbert-Voss, Katherine Lee, Adam Roberts, Tom Brown, Dawn Song, Ulfar Erlingsson, Alina Oprea, and Colin Raffel. Extracting training data from large language models, 2020.
- [LSTS19] Tian Li, Anit Sahu, Ameet Talwalkar, and Virginia Smith. Federated learning: Challenges, methods, and future directions, 08 2019.
- [LSZ<sup>+</sup>20] Tian Li, Anit Kumar Sahu, Manzil Zaheer, Maziar Sanjabi, Ameet Talwalkar, and Virginia Smith. Federated optimization in heterogeneous networks, 2020.
- [Reg10] Oded Regev. The learning with errors problem. 01 2010.
- [SCD<sup>+</sup>20] Gan Sun, Yang Cong, Jiahua Dong, Qiang Wang, and Ji Liu. Data poisoning attacks on federated machine learning, 2020.
- [Sen13] Jaydip Sen. Homomorphic encryption: Theory & applications, 07 2013.
- [Tha20] Patricia Thaine. Perfectly privacy-preserving ai, Jan 2020.

- [WLH<sup>+</sup>21] Su Wang, Mengyuan Lee, Seyyedali Hosseinalipour, Roberto Morabito, Mung Chiang, and Christopher G. Brinton. Device sampling for heterogeneous federated learning: Theory, algorithms, and implementation, 2021.
- [YLCT19] Qiang Yang, Yang Liu, Tianjian Chen, and Yongxin Tong. Federated machine learning: Concept and applications, 2019.
- [ZZJ<sup>+</sup>20] Yang Zhao, Jun Zhao, Linshan Jiang, Rui Tan, Dusit Niyato, Zengxiang Li, Lingjuan Lyu, and Yingbo Liu. Privacy-preserving blockchain-based federated learning for iot devices, 2020.