



Matemática

Aula III: Números, Conjuntos e Funções –
Parte II

Data: 23/04/2024

Introdução – Relações e Funções

Módulo de um Número Real: Seja x um número real; definimos o módulo de x por:

$$|x| = \begin{cases} x & \text{se } x \geq 0 \\ -x & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

Exemplo 8. Mostre que: $|x|^2 = x^2$ e para $r > 0$,

- $|x|^2 = x^2$
- $|x| < r \rightarrow -r < x < r$

Cálculo a uma variável: Fundamentos

Definição: Uma função é uma regra que mapeia um conjunto $x \in D$ em \mathbb{R}^1 (domínio) sobre um conjunto $y \in I$ em \mathbb{R}^1 (imagem)

- x (argumento da função ou variável independente) e y (valor da função ou variável dependente);
- Em economia, funções são descrições matemáticas das relações entre variáveis econômicas.

Cálculo a uma variável: Fundamentos

- Em economia, funções são descrições matemáticas das relações entre variáveis econômicas.

Qual o efeito do aumento dos gastos do governo sobre o Produto Interno Bruto?

Qual relação do preço de equilíbrio de um mercado com respeito à oferta e a demanda da economia?

Funções Lineares: Efeito exercido de uma mudança do gasto do governo sobre o PIB é dado pela inclinação da função.

Funções Não-Lineares: Efeito exercido de uma mudança do gasto do governo sobre o PIB é dado pela derivada da função.

Cálculo a uma variável: Fundamentos

- **Polinômios:**

$$f(x) = ax^k \rightarrow \textit{monômio de grau } k$$

Em que $a \in \mathbb{R}$ é o coeficiente e $k \in \mathbb{Z}$ é o grau do monômio.

Cálculo a uma variável: Fundamentos

- **Polinômios:**

Uma função formada pela adição de monômios é dita um polinômio.

$$f(x) = a_0 + a_1x^1 + a_2x^2 + \dots + a_nx^n + c$$

O grau do maior monômio determina a ordem (ou grau) do polinômio;

1. $n = 0 \rightarrow y = a_0$ (*Função constante*)
2. $n = 1 \rightarrow y = a_0 + a_1x$ (*Função Linear*)
3. $n = 2 \rightarrow y = a_0 + a_1x + a_2x^2$ (*Função Quadrática*)

Cálculo a uma variável: Fundamentos

- **Funções Racionais:**

$$f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}; \{x \in \mathbb{R} \mid Q(x) \neq 0\}$$

Em que $P(x)$ e $Q(x)$ são duas funções polinomiais;

Exemplo: Esboce o gráfico de $f(x) = \frac{x^2-1}{x-1}$

Cálculo a uma variável: Fundamentos

- **Função Hipérbole Retangular:**

$$f(x) = \frac{a}{x}; \quad \{x \in \mathbb{R} \mid x \neq 0\}$$

No que, $xy = a$ (*o produto entre x e y é uma constante fixa*);

Exemplo: Determine a curva de demanda por gasolina, assumindo que o indivíduo gasta sempre R\$ 100 no produto.

Cálculo a uma variável: Fundamentos

- **Função Exponencial:**

$$f(x) = a^x; \{x \in \mathbb{R} \mid x \neq 0\}$$

Exemplo: Determine a curva de demanda por gasolina, assumindo que o indivíduo gasta sempre R\$ 100 no produto.

Cálculo a uma variável: Fundamentos

- **Funções Lineares:**

$$f(x) = mx + b$$

Definição: Sejam (x_0, y_0) e (x_1, y_1) pontos arbitrários de uma reta l , o quociente

$$m = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}$$

É denominado a “inclinação” da reta l

Cálculo a uma variável: Fundamentos

- **Funções Lineares:**

Exemplo: Com base no ponto de corte em y $(0,3)$ e o ponto $(x,y) = (2,7)$. Encontre a equação da reta.

Cálculo a uma variável: Fundamentos

- Interpretação da inclinação de uma função linear.

$$m = \frac{\Delta f(\mathbf{x})}{\Delta \mathbf{x}}$$

A inclinação da reta mede o quanto y muda quando avançamos ao longo de uma reta até aumentar x em uma unidade.

Cálculo a uma variável: Fundamentos

- Interpretação da inclinação de uma função linear.

a) $C = f(Q) \rightarrow$ denota uma função custo linear que especifica o custo total “C” de manufaturar “Q” unidades do produto.

Logo, a inclinação da função mede o aumento no custo total de manufatura devido a produção de uma unidade adicional do produto (**custo marginal de produção**)

b) $U = u(x) \rightarrow$ denota uma função que mede a utilidade (bem-estar) de possuir uma renda de x unidades monetárias.

Logo, a inclinação da função mede a utilidade adicional gerada por uma unidade monetária adicional (**utilidade marginal da renda**)

Cálculo a uma variável: Fundamentos

- Funções não-lineares

a) $C = f(Q) \rightarrow$ Retornos decrescentes em escala

O aumento da produção incrementa a complexidade na gestão dos insumos e do fator trabalho, gerando incrementos crescentes de custo para cada unidade adicional de produto.

b) $U = u(x) \rightarrow$ Utilidade marginal da renda decrescente.

O incremento de bem-estar do dinheiro vai decaindo a medida em que a renda cresce.

Cálculo a uma variável: Fundamentos

- Funções não-lineares

Como mensurar o efeito marginal em funções não-lineares?

Problema: A inclinação da reta tangente para funções não-lineares varia de ponto para ponto.