



Matemática

Aula VI: Limite e Derivadas – Parte I

Data: 03/05/2024

Limite e Continuidade

Limite de Função Composta: Sejam $f(.)$ e $g(.)$ duas funções, tais que $Im_f \subset D_g$, onde $Im_f = \{f(x) | x \in D_f\}$. Tome o limite

$$\lim_{x \rightarrow p} g(f(x))$$

Suponha que $\lim_{x \rightarrow p} f(x) = a$ é razoável esperar que

$$\lim_{x \rightarrow p} g(f(x)) = \lim_{u \rightarrow a} g(u)$$

Note que $u = f(x) \rightarrow a$ para $x \rightarrow p$

Limite e Continuidade

Exemplo 1: Calcule $\lim_{x \rightarrow 1} \sqrt{\frac{x^2 - 1}{x - 1}}$ $D_f = \{x \in \mathbb{R} | x > -1 \text{ e } x \neq 1\}$

Exemplo 2: Calcule $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(3 - x^3)^4 - 16}{x^3 - 1}$

Extensões do Conceito de Limite (Cap.4)

Limites no Infinito: Seja f uma função e suponhamos que existe n_0 tal que $(n, +\infty) [-\infty, n_0]$, define-se:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = L \leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \forall \varepsilon > 0, \text{ existe } \delta > 0, \text{ com } \delta > n, \\ \text{tal que } x > \delta \rightarrow |f(x) - L| < \varepsilon \end{array} \right\}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = L \leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \forall \varepsilon > 0, \text{ existe } \delta > 0, \text{ com } -\delta < n_0, \\ \text{tal que } x < -\delta \rightarrow |f(x) - L| < \varepsilon \end{array} \right\}$$

Extensões do Conceito de Limite (Cap.4)

Limites Infinitos: Seja f uma função definida em ambos os lados de a , exceto possivelmente no próprio a . Então

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \infty$$

Significa que podemos fazer os valores de $f(x)$ ficarem arbitrariamente grandes (tão grandes quanto quisermos) tomando x suficientemente próximo de a , mas não igual a a .

Extensões do Conceito de Limite (Cap.4)

Assíntotas Verticais: A reta $x = a$ é chamada assíntota vertical da curva $f(x)$ se pelo menos uma das seguintes condições estiver satisfeita:

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \infty \quad \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \infty \quad \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = -\infty \quad \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = -\infty \quad \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = -\infty$$

Exemplo 3: $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2x - 8}{x^2 - 5x + 6}$; *Calcule os limites laterais*