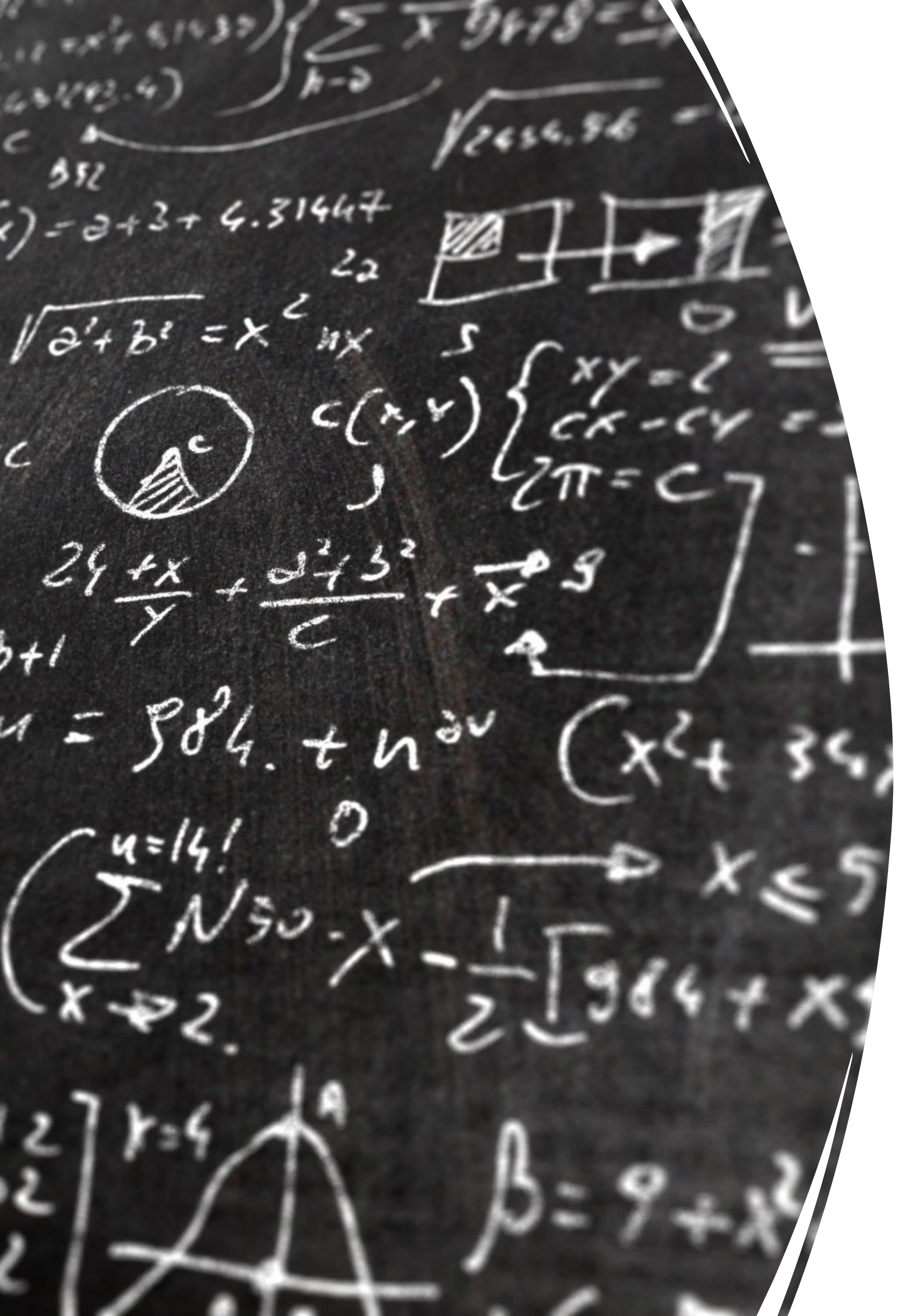


Matemática

Aula VII: Limite e Derivadas – Parte II

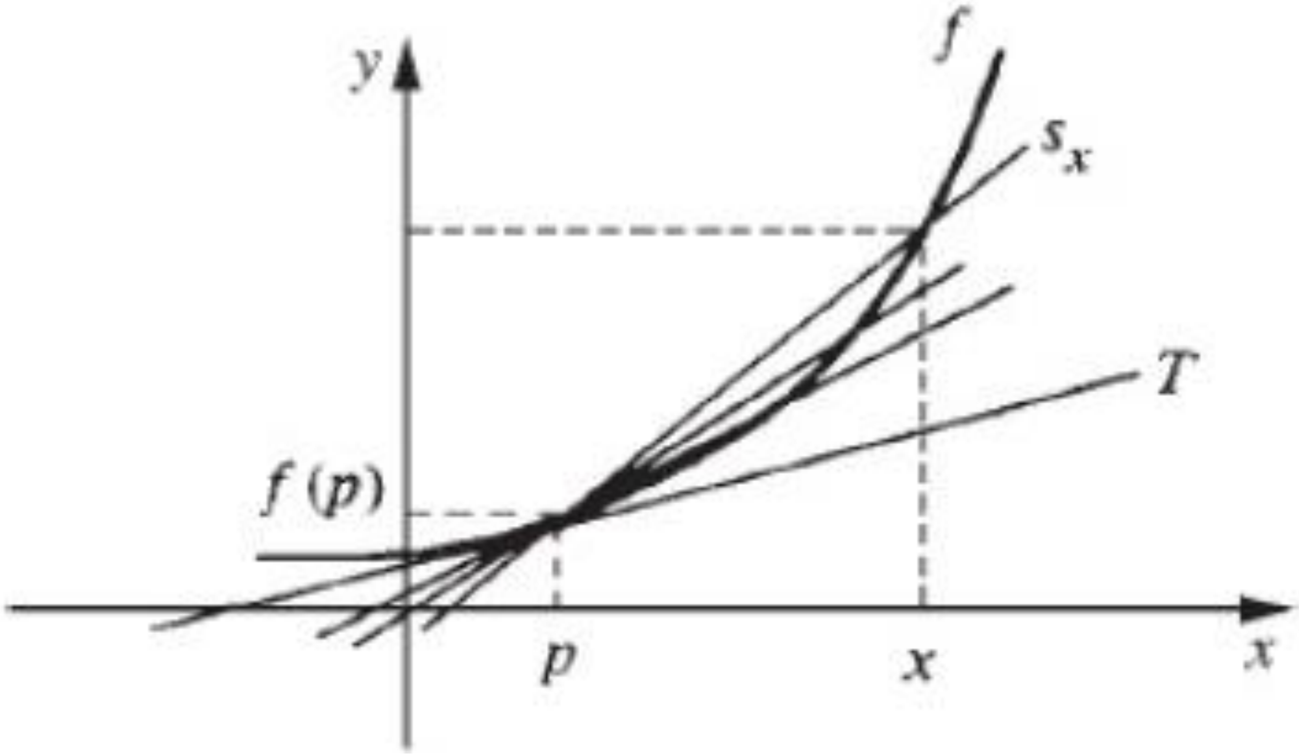
Data: 07/05/2024

Derivadas

À medida que x vai se aproximando de p, a reta s_x vai tendendo para a posição da reta T da equação

$$y - f(p) = f'(p)(x - p)$$

Onde $f'(p) = \lim_{x \to p} \frac{f(x) - f(p)}{x - p}$



Derivadas

Observação: Segue das propriedades dos limites que

$$f'(p) = \lim_{x \to p} \frac{f(x) - f(p)}{x - p} = \lim_{h \to 0} \frac{f(p+h) - f(p)}{h}$$

É, por definição, o coeficiente angular da reta tangente ao gráfico de f no ponto de abscissa p.

Exemplo: Seja $\boldsymbol{f(x) = x^2}$. Calcule:

a) $\boldsymbol{f'(1)}$

b) $\boldsymbol{f'(x)}$

Derivadas

Derivadas de x^n e $\sqrt[n]{x}$

Teorema: Seja $n \neq 0$ um natural. São válidas as fórmulas de derivação:

a) $f(x) = x^n \rightarrow f'(x) = nx^{n-1}$

b) $f(x) = x^{-n} \rightarrow f'(x) = -nx^{-n-1}, x \neq 0$

c) $f(x) = x^{1/n} \rightarrow f'(x) = \frac{1}{n}x^{\frac{1}{n}-1}$, $em\ que\ x > 0\ se\ n\ for\ par\ e\ x \neq 0\ se\ n\ for\ \acute{\imath}mpar\ (n \geq 2)$

Derivadas

Regras de Derivação: Suponha que k uma constante qualquer e que f e g são funções deriváveis em $x = x_0$. Então:

a) $(f+g)'(x_0) = f'(x_0) + g'(x_0)$;

b) $(kf)'(x_0) = k.f'(x_0)$;

c) $(f.g)'(x_0) = f'(x_0)g(x_0) + f(x_0)g'(x_0)$;

d) $\left(\frac{f}{g}\right)'(x_0) = \frac{f'(x_0)g(x_0) - f(x_0)g'(x_0)}{g(x_0)^2}$;

e) $(f(x)^n)' = nf(x_0)^{n-1}f'(x_0) \rightarrow Regra\ da\ Cadeia$

Derivadas

Exemplo: Calcule a derivada das seguintes funções:

$a)\ f(x) = (x^2 + 3x - 1)(x^4 - 8x);$

$b)\ f(x) = \frac{x-2}{x+1};$

$c)\ f(x) = (x^3 - 4x^2 + 1)^5$

Derivadas

Derivabilidade e Continuidade: A função $f(x) = |x|$ não é derivável em $p = 0$. Entretanto, esta função é contínua em $p = 0$.

Logo, *continuidade não implica derivabilidade*.

Teorema: *Se* f for derivável em p, então f será contínua em p.

Derivadas

Função Derivada e Derivadas de Ordem Superior

Seja $f(x)$ uma função diferenciável, então sua derivada é uma outra função de x. Se $f'(x)$ é uma função contínua em x, dizemos que a função f original é *continuamente diferenciável.*

Se f é continuamente diferenciável, com $f'(x)$ uma função contínua em $\mathbb{R}^1$. Se a função $f'(x)$possui derivada em x_0- denominada derivada segunda de f em x_0

$$f''(x_0) = d^2 f(x_0)/dx^2$$

Exemplo: Seja $y = \begin{cases} x^3, & x < 1 \\ 3x - 2, & x \geq 1 \end{cases}$**, determine se a função é continuamente diferenciável e se existe derivadas de ordem superiores.**