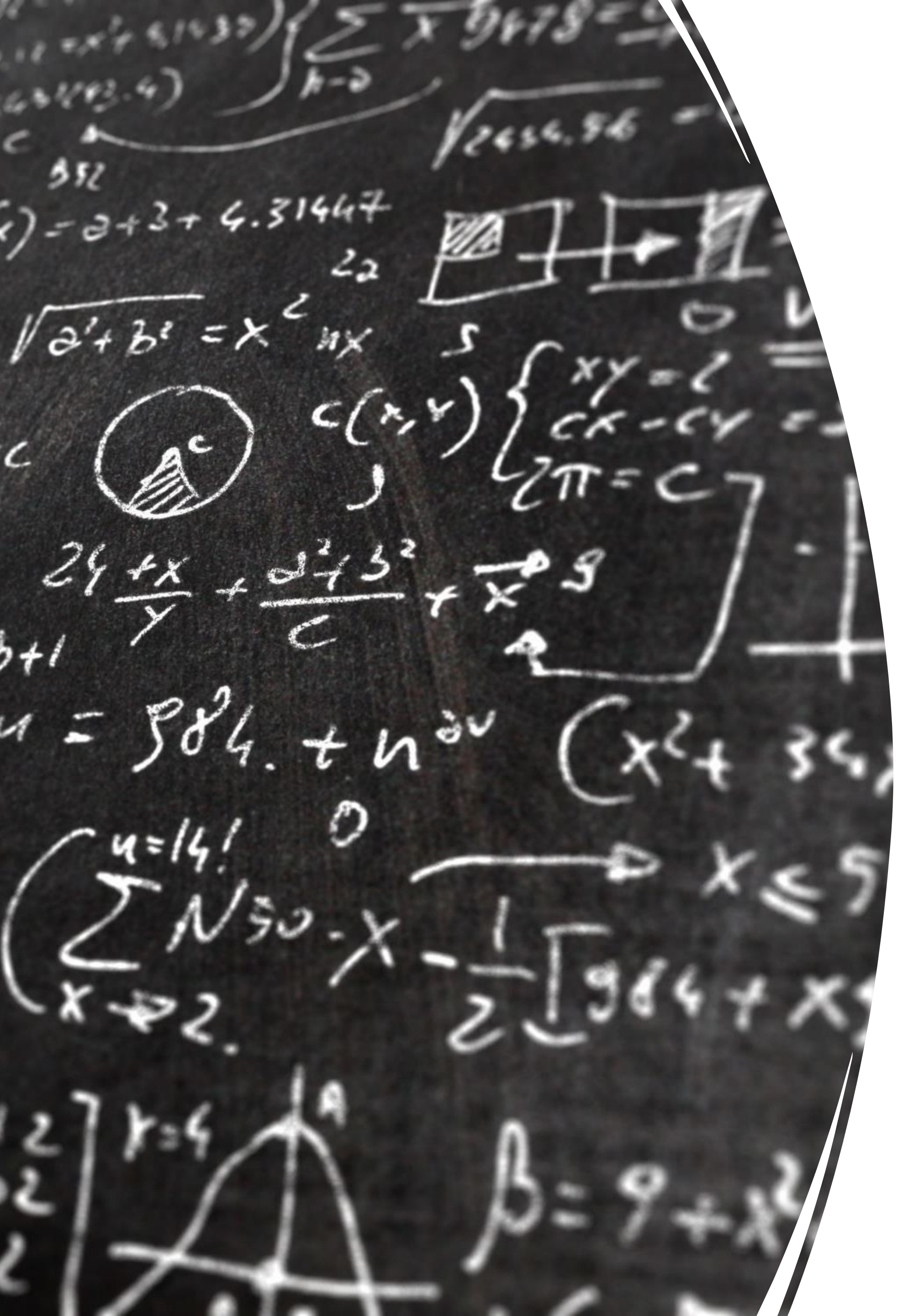
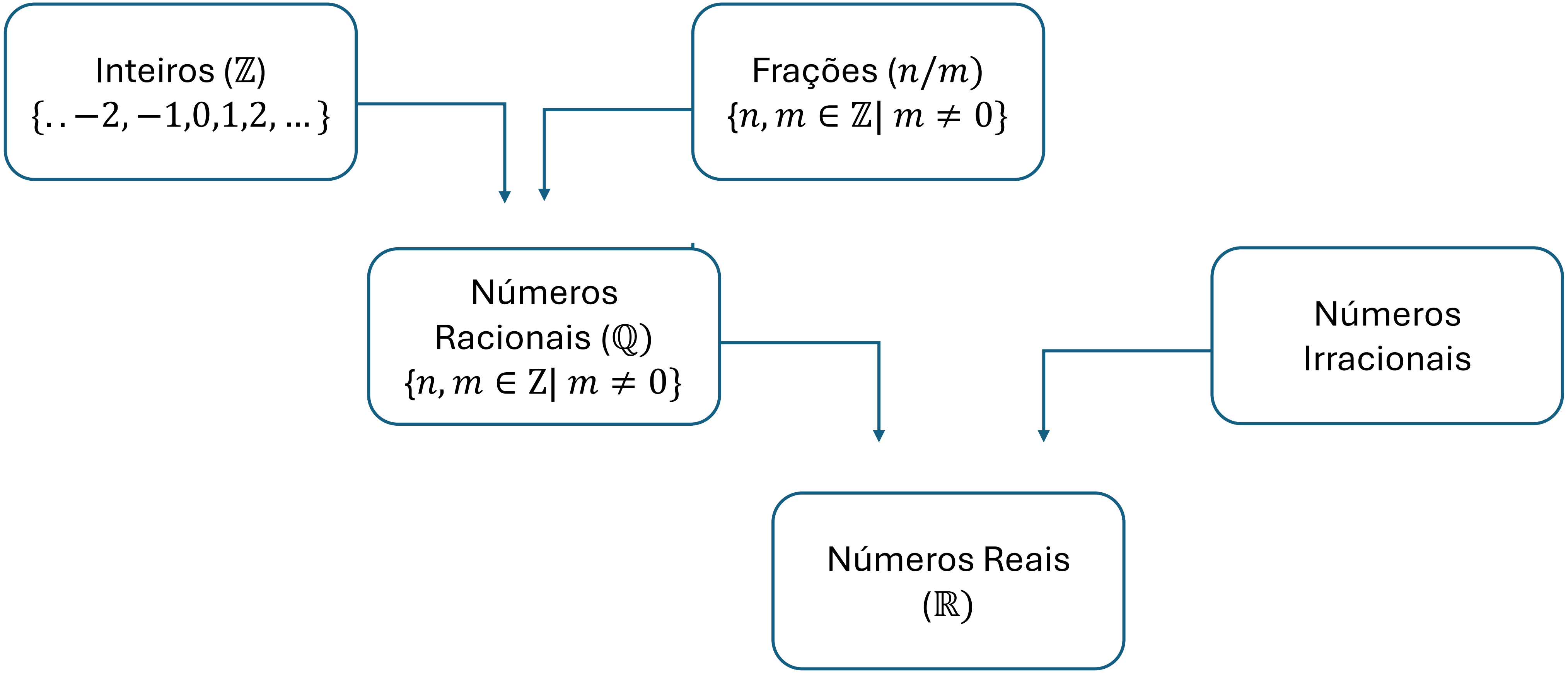


Matemática

Aula II: Números, Conjuntos e Funções

Data: 19/04/2024

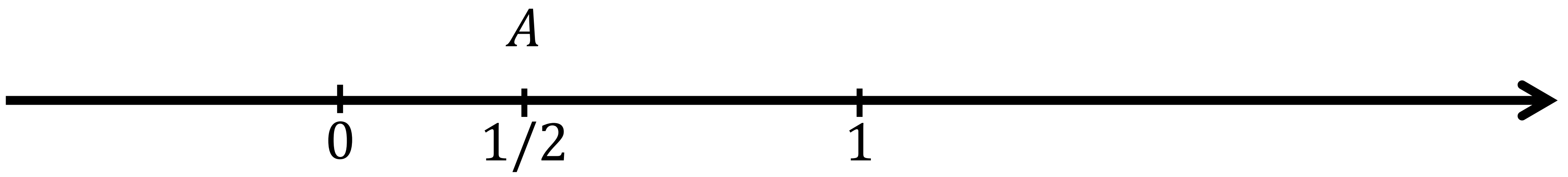
Introdução – Conjuntos Numéricos



Introdução – Números Racionais

Representação geométrica dos Números Racionais

Na reta abaixo, ½ é a abscissa de A.



Todo número racional r é abscissa de um ponto da reta; entretanto, nem todo ponto da reta tem abscissa racional.

Introdução – Números Racionais

Todo número racional r é abscissa de um ponto da reta; entretanto, nem todo ponto da reta tem abscissa racional.

Exemplo1. Seja a um número inteiro. Prove:

i) Se a for ímpar, então a^2 também será ímpar;

ii) Se a^2 for par, então a também será par.

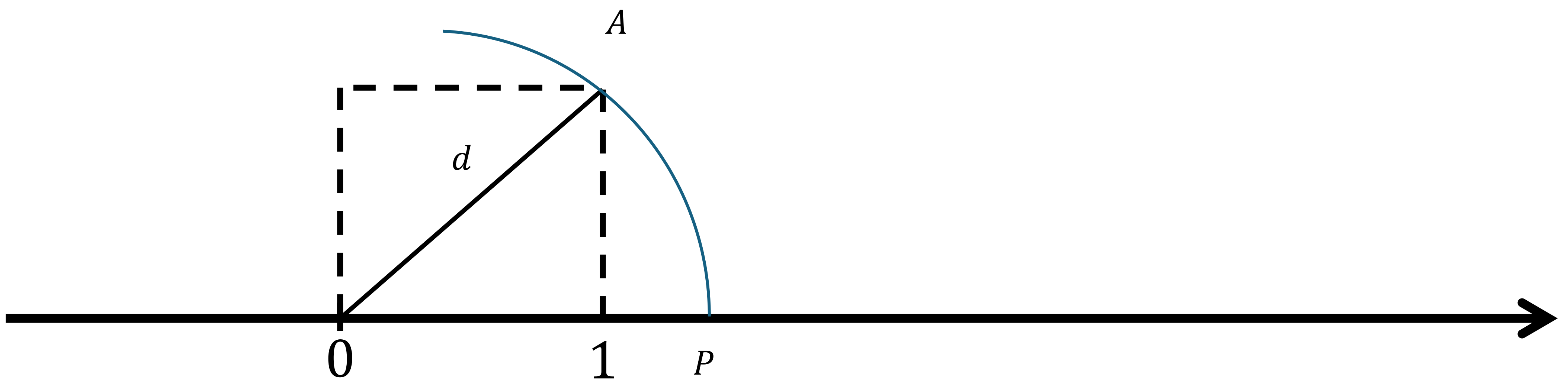
Introdução – Números Racionais

Todo número racional r é abscissa de um ponto da reta; entretanto, nem todo ponto da reta tem abscissa racional.

Do Exemplo 1: $"a"\ ímpar\ \rightarrow "a^2"\ ímpar$; $"a^2"\ par\ \rightarrow "a\ "par$

Exemplo 2. A equação $x^2 = 2$ não admite solução em $\mathbb{Q}$.

Introdução – Números Racionais



Onde P é a interesecção do eixo x com a circunferência de centro 0 e raio d

Do Teorema de Pitágoras, $d^2 = 1^2 + 1^2 = 2$.

Logo a abscissa de P deveria ser d que não é um número racional

Introdução – Números Reais

Admitiremos que todo ponto da reta tem uma abscissa x. Se x não for racional, então diremos que x é irracional.

O conjunto formado por todos os números racionais e irracionais é o conjunto dos números reais ($\mathbb{R}$)

Introdução – O Conceito de Conjunto

Definição: Um *conjunto* é uma coleção de objetos distintos

Representação por enumeração:

$$S = \{1,2,3\}$$

Representação por descrição:

$$S = \{x \in \mathbb{Z} | 1 \leq x \leq 3\}$$

Introdução – O Conceito de Conjunto

Definição: Um *conjunto* é uma coleção de objetos distintos

Pertencimento *(relacionado a objetos – números)*

$2 \in S$ (lê-se "2 é um elemento do conjunto S")

$2 \notin S$ (lê-se "2 não é um elemento do conjunto S")

Inclusão *(relacionado a conjuntos)*

$\mathrm{T} \subset S$ (lê-se "T é um subconjunto do conjunto S")

- $T \subset S,\ \text{se x} \in T\ então\ x \in S$

$\mathrm{T} \supset S$ (lê-se "T inclui o conjunto S")

- $\mathrm{T} \supset S,\ \text{se x} \in S\ então\ x \in T$

Introdução – O Conceito de Conjunto

Em geral, se um conjunto tiver n elementos, é possível formar 2^n subconjuntos com esses elementos.

Existem dois subconjuntos limites $\emptyset$ e Ω.

Introdução – O Conceito de Conjunto

Operações com Conjuntos

Intereseção: $A \cap B = \{x |\ x \in A\ e\ x \in B\}$

$$A = \{1,2,5\}\ e\ B = \{3,4,5\} \rightarrow A \cap B = \{5\}$$

União: $A \cup B = \{x |\ x \in A\ ou\ x \in B\}$

$$A = \{1,2,5\}\ e\ B = \{3,4,5\} \rightarrow A \cup B = \{1,2,3,4,5\}$$

Complemento: $\tilde{A} = \{x |\ x \in \mathbb{Z}\ e\ x \notin A\}$

$$A = \{1,2,5\}\ então\ \tilde{A} = \{\ldots - 3, -2, -1, 0, 3, 4, 6, \ldots\}$$

Introdução – O Conceito de Conjunto

Lei das operações com conjuntos

Lei Comutativa: $A \cap B = B \cap A$

Lei Associativa: $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$

Lei Distributiva:

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$
$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

Análogo a lei algébrica $a(b + c) = ab + ac$

Introdução – O Conceito de Conjunto

$\textit{Lei Comutativa}: A \cap B = B \cap A$

$\textit{Lei Associativa}: A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$

$\textit{Lei Distributiva}:$

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$
$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

Exemplo 3. Dado os conjuntos $\boldsymbol{A = \{4, 5\}, B = \{3, 6, 7\}\ e\ C = \{2, 3\}}$. Verifique a lei distributiva.

Introdução – Relações e Funções

***Pares Ordenados*:** Dado um conjunto $\{a, b\}$, quando a ordenação de a e b tem um significado, diz-se que os elementos formam um par ordenado.

Exemplo 4. Para mostrar a idade e o peso de cada aluno em uma sala de aula, podemos formar pares ordenados (a, w), nos quais o primeiro elemento indica a idade (em anos) e o segundo elemento indica o peso (em quilogramas).

Dado dois conjuntos ordenados (65, 90) e (90,65), interprete essas informações.

Introdução – Relações e Funções

Relações (Inequações): Uma vez que cada par ordenado associa um valor y com um valor x, qualquer coleção de pares ordenados constituirá uma *relação* entre y e x.

- Dado um valor x, um ou mais valores y serão especificados por aquela relação.

Exemplo 5. Seja $y = \frac{x+3}{x-2}$, defina quando $y > 0 \; e \; y < 0$.

Introdução – Relações e Funções

Módulo de um Número Real: Seja x um número real; definimos o módulo de x por:

$$|x| = \begin{cases} x \ se \ x \geq 0 \\ -x \ se \ x < 0 \end{cases}$$

Exemplo 6. Resolva a equação $|2x + 1| = 3$

Introdução – Relações e Funções

Módulo de um Número Real: Seja x um número real; definimos o módulo de x por:

$$|x| = \begin{cases} x \ se \ x \geq 0 \\ -x \ se \ x < 0 \end{cases}$$

Exemplo 6. Resolva a equação $|2x + 1| = 3$

- Solução: $x = 1 \ ou \ x = -2$.

Introdução – Relações e Funções

Módulo de um Número Real: Seja x um número real; definimos o módulo de x por:

$$|x| = \begin{cases} x \; se \; x \geq 0 \\ -x \; se \; x < 0 \end{cases}$$

Exemplo 7. Resolva a equação $|2x + 1| = 3$

- Solução: $x = 1 \; ou \; x = -2$.

Introdução – Relações e Funções

Módulo de um Número Real : Seja x um número real; definimos o módulo de x por:

$$|x| = \begin{cases} x \; se \; x \geq 0 \\ -x \; se \; x < 0 \end{cases}$$

Exemplo 8. Mostre que: $|x|^2 = x^2 \; e \; para \; r > 0,$

- $|x|^2 = x^2$
- $|x| < r \rightarrow -r < x < r$