Lista de Exercícios 1 – Matemática

Departamento de Economia – CCSA/UFPE

Data: 07/05/2024

Data para Entrega: 17/05/2024

Prof. Cristiano da Silva

1. Resolva as inequações.
   a) $2x - 1 \geq 5x + 3$
   b) $\frac{1-x}{3-x} \geq 0$
   c) $(x-2)(x+2) > 0$
   d) $\frac{x-3}{x^2+1} < 0$

2. Elimine o módulo em $|x - 1| + |x + 2|$

3. Resolva as equações
   a) $|2x - 1| = 1$
   b) $|x| = 2x + 1$
   c) $|2x + 3| = 0$

4. Resolva as inequações
   a) $|2x - 1| < 3$
   b) $|x + 1| < |2x - 1|$
   c) $|x - 1| - |x + 2| > 2$
   d) $|2x^2 - 1| < 1$

5. (Questão desafio) Prove que:
   a) $|x - y| \geq x| - |y|$
   b) $\left||x| - |y|\right| \leq \ |x - y|$

6. Dados os conjuntos $S_1 = \{2,4,6\}, S_2 = \{4,2,6\}, S_3 = \{4,2,6\}\ e\ S_4 = \{2,4\}$, responda os itens abaixo:

a) $S_1 \cup S_2$
b) $S_1 \cap (S_3 \cup S_4)$
c) $S_2 \cap S_3$

7. Dados $A = \{4,5,6\}, B = \{3,4,6,7\}\ e\ C = \{2,3,6\}$, verifique a lei distributiva.

8. Uma pesquisa com 100 estudantes universitários encontrou as seguintes informações sobre preferências alimentares:

- 54 alunos preferem a culinária italiana;
- 29 alunos preferem pratos típicos asiáticos;
- 16 alunos preferem ambos os pratos de estilo asiático e italiano;
- 10 preferem ambos os pratos de estilo asiático e indiano;
- 19 alunos preferem ambos os pratos de estilo italiano e indiano;
- 5 alunos gostam dos três tipos de cozinhas;
- 11 alunos não gostam de nenhuma das três opções.

a) Quantos alunos preferem somente pratos indianos?
b) Quantos alunos preferem somente pratos italianos?
c) Quantos alunos preferem somente um tipo de estilo culinário?

9. Enumere todos os subconjuntos do conjunto $S = \{a, b, c, d\}$. Quantos subconjuntos há no total?

10. (Simon & Blume 2.8) Encontre a fórmula para a função linear cujo gráfico:

a) Tem inclinação 2 e ponto (0,3) do corte com o eixo y;
b) Tem inclinação -2 e passa pelo ponto (2,-2);
c) Passa pelos pontos (2,-4) e (0,3);

11. Supondo que cada uma das seguintes funções seja linear, dê uma interpretação econômica para a inclinação da função:

a) $F(q)$ é a receita originada pela produção de q unidades de produto;
b) H(p) é a quantidade consumida de uma mercadoria quando seu preço é p;
c) $S(Y)$ é a poupança nacional total quando a receita nacional é Y;

12. Com base na definição de limites laterais, indique se as funções abaixo são contínuas nos pontos avaliados.

a) $\lim_{x\to 4} f(x)$ onde $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x-4} & se\ x \geq 4 \\ 8-2x & se\ x < 4 \end{cases}$

b) $\lim_{x\to 1} \frac{|x-1|}{x-1}$

c) $\lim_{x\to 1} \frac{f(x)-f(1)}{x-1}$ $em\ que\ f(x) = \begin{cases} x+1 & se\ x \geq 1 \\ 2x & se\ x < 1 \end{cases}$

13. (Questão desafio) Dado $\varepsilon > 0$, mostre que sempre existe $\delta > 0$, tal que:

$$0 < |x-8| < \delta \to \left|\sqrt[3]{x} - 2\right| < \varepsilon$$

(Ou seja, $\lim_{x\to 8} \sqrt[3]{x} = 2$)

a) Encontre o valor de δ se $\varepsilon = \frac{1}{3}$

14. (Questão desafio) Dado $\varepsilon > 0$, mostre que sempre não existe existe $\delta > 0$, tal que:

$$0 < |x-8| < \delta \to \left|\sqrt[3]{x} - 1\right| < \varepsilon$$

(Ou seja, $\lim_{x\to 8} \sqrt[3]{x} = 2$)

15. Dado uma função $f(x)$, um ponto p e um número positivo ε. Encontre $\lim_{x\to p} f(x)$ e então encontre um número δ tal que:

$$0 < |x-p| < \delta \to \ |f(x) - L| < \varepsilon$$

a) $f(x) = 5 - 3x, p = 4, \varepsilon = \frac{1}{1000}$;

b) $f(x) = -3x - 2, p = 1, \varepsilon = \frac{3}{100}$.

16. Com base na propriedade de limites de funções compostas, calcule:

e) $\lim_{x\to -1} \frac{\sqrt[3]{x+2}-1}{x+1}$

f) $\lim_{x\to 1} \frac{\sqrt[2]{x^2+3}-2}{x^2-1}$

g) $\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt[2]{x^2+9}-3}{x^2}$

17. A partir da noção de limites infinitos, calcule:

a) $\lim_{x\to 2^+} \frac{x^2+3x}{x^2-4}$

b) $\lim_{x\to -\infty} \frac{x^3-3x^2+1}{2x^2+1}$

c) $\lim_{x\to +\infty} \frac{x+1}{x^2-2}$

d) $\lim_{x \to 3^+} \frac{x^2-3x}{x^2-6x+9}$