



1. **(40 pts)** Estude, em função do valor de $\alpha \in \mathbb{N}$, a natureza da série $\sum_{n=1}^{+\infty} \left(\sin \frac{1}{n}\right)^\alpha$.
2. **(40 pts)** Mostre que a série $\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \frac{\cos^2 n}{2^n}$ é absolutamente convergente.
3. **(40 pts)** Considere a série numérica $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n!}{(n+2)!}$.
 - (a) Mostre que se trata de uma série de Mengoli.
 - (b) Determine a soma da série.
4. **(40 pts)** Justifique que a série $\sum_{n=3}^{+\infty} (-1)^n \frac{2n+1}{n^2-4}$ é simplesmente convergente.
5. **(40 pts)** Seja $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ uma série convergente de termos positivos. O que pode afirmar acerca da natureza da série $\sum_{n=1}^{\infty} b_n^2$? Justifique a sua resposta.