Departamento de Matemática da Universidade de Aveiro

CÁLCULO II - Agrupamento 2 **2015/16**

Soluções do 1.º Teste de Avaliação Discreta (de 13 de abril de 2016)

---

1. (a) $\dfrac{1}{2}\, e^{-3t}\,(\operatorname{sen}(2t) + 2\cos(2t))$;

   (b) $H_1(t)\, e^{t-1}(t-1)$.

2. $y(t) = 2e^{4t} + e^{-2t}\,, \quad t \geq 0.$

3. (a) $y^2 = c + \ln(x^2)\,, \qquad c \in \mathbb{R};$

   (b) $y = \dfrac{c + \ln x}{x}\,, \qquad c \in \mathbb{R};$

   (c) $y = x \operatorname{arctg}(c + \ln(x^2))\,, \qquad c \in \mathbb{R}.$

4. (a) $y_h = c_1 \cos x + c_2 \operatorname{sen} x\,, \qquad c_1, c_2 \in \mathbb{R}.$

   (b) $y_1 = -x \operatorname{sen} x\,.$

   (c) $y_2 = -2\ln(\cos x)\, \cos x - 2x \operatorname{sen} x\,.$

   (d) $y = c_1 \cos x + c_2 \operatorname{sen} x - 2\ln(\cos x)\, \cos x - 3x \operatorname{sen} x\,, \qquad c_1, c_2 \in \mathbb{R}$
   (notar que $y_1 + y_2 = -2\ln(\cos x)\, \cos x - 3x \operatorname{sen} x$ é uma solução da EDO, pelo Princípio de Sobreposição).

5. Considerando a mudança de variável $y = y_p + \dfrac{1}{z}$, temos $y' = y_p' - \dfrac{z'}{z^2}$. Substituindo na EDO dada e observando que

   $$y_p'(x) = a(x)y_p^2(x) + b(x)y_p(x) + c(x) \qquad \text{(por } y_p(x) \text{ ser solução da EDO)},$$

   chega-se à EDO linear de primeira ordem

   $$z' + (2a(x)y_p(x) + b(x))\, z = -a(x).$$