



## Teste 2

- [30 p.] 1. Determine a soma das seguintes séries:

$$(a) \sum_{n=2}^{+\infty} 2^{-3n+1}; \quad (b) \sum_{n=2}^{+\infty} \left( \frac{1}{n+2} - \frac{1}{n-1} \right).$$

- [50 p.] 2. Discuta a natureza das seguintes séries, indicando divergência, convergência simples ou convergência absoluta.

$$(a) \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \sqrt[n]{n}; \quad (b) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{2n^3 + \ln n + 1}}; \quad (c) \sum_{n=1}^{+\infty} (-3)^n \frac{n!}{n^n}.$$

- [40 p.] 3. Considere a função  $f(x) = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n+1} (x-2)^{n+2}$ .

- (a) Determine o domínio de convergência desta série de potências.  
(b) Determine, justificando, explicitamente a função  $f$ .

- [45 p.] 4. Considere a função  $f(x) = \cos^2 x$ .

- (a) Determine o polinómio de MacLaurin de grau 4 desta função.  
(b) Verifique que o erro cometido na aproximação de  $\cos^2(0.5)$ , quando se usa o polinómio de MacLaurin calculado anteriormente, é inferior a  $\frac{1}{120}$ .

- [3 p.] 5. Considere a função  $f(x) = \pi - x$ .

- (a) Determine a sua série de Fourier de senos no intervalo  $[0, \pi]$ .  
(b) Represente graficamente a função soma no intervalo  $[-2\pi, 2\pi]$ .