INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
SÃO PAULO
Campus Campos do Jordão

ESTRUTURA DE DADOS

Análise de Algoritmos e Complexidade

Introdução e Conceitos.

Professor Mestre Igor de Moraes Sampaio
igor.sampaio@ifsp.edu.br

Análise de Algoritmos

Análise de Algoritmos

- A **Análise de Algoritmos** é um campo fundamental da Ciência da Computação.

- É o processo de estudar e prever o desempenho de um algoritmo antes ou depois de sua implementação, focando principalmente em **tempo de execução** e **uso de memória**.

- Busca determinar a eficiência de um algoritmo ao processar entradas de **diferentes tamanhos**.

- Seu principal objetivo é prever a **escalabilidade** e o impacto dos recursos computacionais.

Por que Analisar Algoritmos?

- Escolher a solução mais eficiente para um problema.
- Prever o comportamento em entradas grandes.
- Comparar diferentes abordagens.
- Identificar gargalos e otimizar o código.

Tipos de Complexidade

A complexidade é dividida em dois aspectos principais:

- **Complexidade de Tempo**
  - Mede a quantidade de operações executadas pelo algoritmo conforme o tamanho da entrada cresce.

- **Complexidade de Espaço**
  - Mede a quantidade de memória extra necessária para armazenar variáveis, pilhas de recursão e estruturas auxiliares.

Abordagens de Análise

- **Análise teórica (matemática)**
  - Modela o algoritmo como uma sequência de passos.
  - Conta o número de operações em função do tamanho da entrada **n**.
  - Usa **notação assintótica** para simplificar.
- **Análise empírica (experimental)**
  - Executa o algoritmo em diferentes tamanhos de entrada.
  - Mede o tempo e o uso de memória na prática.
  - **Pode variar** dependendo do hardware, compilador e linguagem.

Tipos de Análise

Tipo	Descrição	Exemplo
Pior caso	Tempo máximo que o algoritmo pode levar	Busca por um elemento inexistente na pesquisa sequencial
Melhor caso	Tempo mínimo possível	Encontrar o elemento logo na primeira comparação
Caso médio	Tempo esperado na maioria das vezes	Elemento no meio da lista

Complexidade

Complexidade

- A Complexidade de um algoritmo mede a quantidade de recursos necessários (tempo, memória, largura de banda...) em função do tamanho da entrada.

- Os dois tipos mais comuns:

  - **Complexidade de tempo**: quantas operações o algoritmo executa.

  - **Complexidade de espaço**: quanta memória o algoritmo usa.

Notações Assintóticas

- Quando analisamos um algoritmo, não nos preocupamos com o **tempo exato** (em segundos) ou o **número exato de passos,** mas sim **como esse tempo cresce** conforme o tamanho da entrada aumenta.

- Para isso usamos **notações assintóticas**, que representam o **comportamento do algoritmo para valores grandes de n.**

Notação Big-O - O

- **Significa:** limite superior do crescimento da função.
- **Usada para:** indicar o **pior caso** (ou tempo máximo que o algoritmo pode levar).
- **Leitura:** "A complexidade é no máximo dessa ordem de crescimento".

- **Exemplo:**

    - Pesquisa Sequencial → $O(n)$: no pior caso, percorre todos os elementos.
    - Bubble Sort → $O(n^2)$: no pior caso, faz n×n comparações.

- **Analogia:** é como dizer que "vou demorar **no máximo** 30 minutos para chegar", mesmo que às vezes demore menos.

Notação Ômega – Ω

- **Significa:** limite inferior do crescimento da função.
- **Usada para:** indicar o **melhor caso** (tempo mínimo que o algoritmo pode levar).
- **Leitura:** "O algoritmo vai levar pelo menos esse tempo".

- **Exemplo:**

  - Pesquisa Sequencial → $\Omega(1)$ no melhor caso (achou no primeiro elemento).
  - Bubble Sort → $\Omega(n)$ no melhor caso (ainda percorre pelo menos uma vez a lista).

- **Analogia:** é como dizer "demoro **no mínimo** 10 minutos para chegar", nunca menos que isso.

Notação Teta – Θ

- **Significa:** o crescimento exato (limite superior e inferior são iguais).
- **Usada para:** indicar o **caso médio** ou quando melhor e pior caso têm a mesma ordem.
- **Leitura:** "O tempo de execução cresce exatamente dessa ordem".

- **Exemplo:**

  - Algoritmo que sempre percorre a lista exatamente uma vez → $\Theta(n)$.
  - Merge Sort → $\Theta(n \log n)$ no melhor, pior e caso médio.

- **Analogia:** é como dizer "sempre levo **exatamente** 20 minutos para chegar".

Outros

- **O pequeno – o**
  - Significa: crescimento estritamente menor que a função indicada.
- **Ω pequeno – ω**
  - Significa: crescimento estritamente maior que a função indicada.

Resumo

Notação	Indica	Representa
$O(g(n))$	Limite superior	Pior caso
$\Omega(g(n))$	Limite inferior	Melhor caso
$\Theta(g(n))$	Limite exato	Crescimento igual nos casos
$o(g(n))$	Crescimento menor	Estritamente mais rápido
$\omega(g(n))$	Crescimento maior	Estritamente mais lento

A Importância da Notação Big-O na Complexidade

- **O Big-O é uma garantia de desempenho máximo — diz:**
  - “No pior cenário, este algoritmo não será mais lento que esta função.”
- **Isso é útil porque:**
  - Evita surpresas desagradáveis em entradas grandes.
  - Permite escolher algoritmos seguros para cenários críticos (como sistemas bancários ou tempo real).
- **Exemplo: Pesquisa Sequencial → O(n)**
  - Mesmo que às vezes termine na primeira comparação, sabemos que nunca será pior que percorrer toda a lista.

O Crescimento com Entradas Grandes

- **Quando um algoritmo é executado, o tempo exato depende de:**
  - Velocidade do processador
  - Linguagem e compilador usados
  - Otimizações do sistema
  - Constantes e termos menores

- Esses fatores variam de máquina para máquina, mas a **taxa de crescimento com o tamanho da entrada n** é o que realmente define se um algoritmo vai escalar bem.

- **Exemplo:**
  - Algoritmo A: $5n + 3$ operações
  - Algoritmo B: $n^2 + 2$ operações
  - Para $n = 10$, A e B podem ter tempos parecidos.
  - Para $n = 1.000$, A executa ~5.000 operações e B executa ~1.000.002 → diferença absurda.
  - O Big-O ignora o "+3" e o "5×" e mostra apenas que A é $O(n)$ e B é $O(n^2)$.

Complexidade de Tempo

- Quantifica o número de operações básicas realizadas pelo algoritmo.

Notação	Nome	Exemplo típico
$O(1)$	Constante	Acesso direto em array
$O(\log n)$	Logarítmica	Busca binária
$O(n)$	Linear	Pesquisa sequencial
$O(n \log n)$	Linearítmica	Merge Sort, Quick Sort (médio caso)
$O(n^2)$	Quadrática	Bubble Sort, Insertion Sort
$O(2^n)$	Exponencial	Algoritmos de força bruta em conjuntos
$O(n!)$	Fatorial	Permutações completas

Constante — O(1)

```
// Executa sempre uma vez, independente de n
void funcConstante(int n) {
    int x = 0;  // operação única
}
```

Logarítmica — O(log n)

```
// Loop que cresce dividindo n pela metade a cada passo
void funcLogaritmica(int n) {
    for (int i = 1; i < n; i *= 2) {
        // operação constante
    }
}
```

Linear — O(n)

```
// Loop que percorre todos os elementos uma vez
void funcLinear(int n) {
    for (int i = 0; i < n; i++) {
        // operação constante
    }
}
```

Linearítmica — O(n log n)

```c
// Loop externo linear e interno logarítmico
void funcLinearLog(int n) {
    for (int i = 0; i < n; i++) {
        for (int j = 1; j < n; j *= 2) {
            // operação constante
        }
    }
}
```

Quadrática — $O(n^2)$

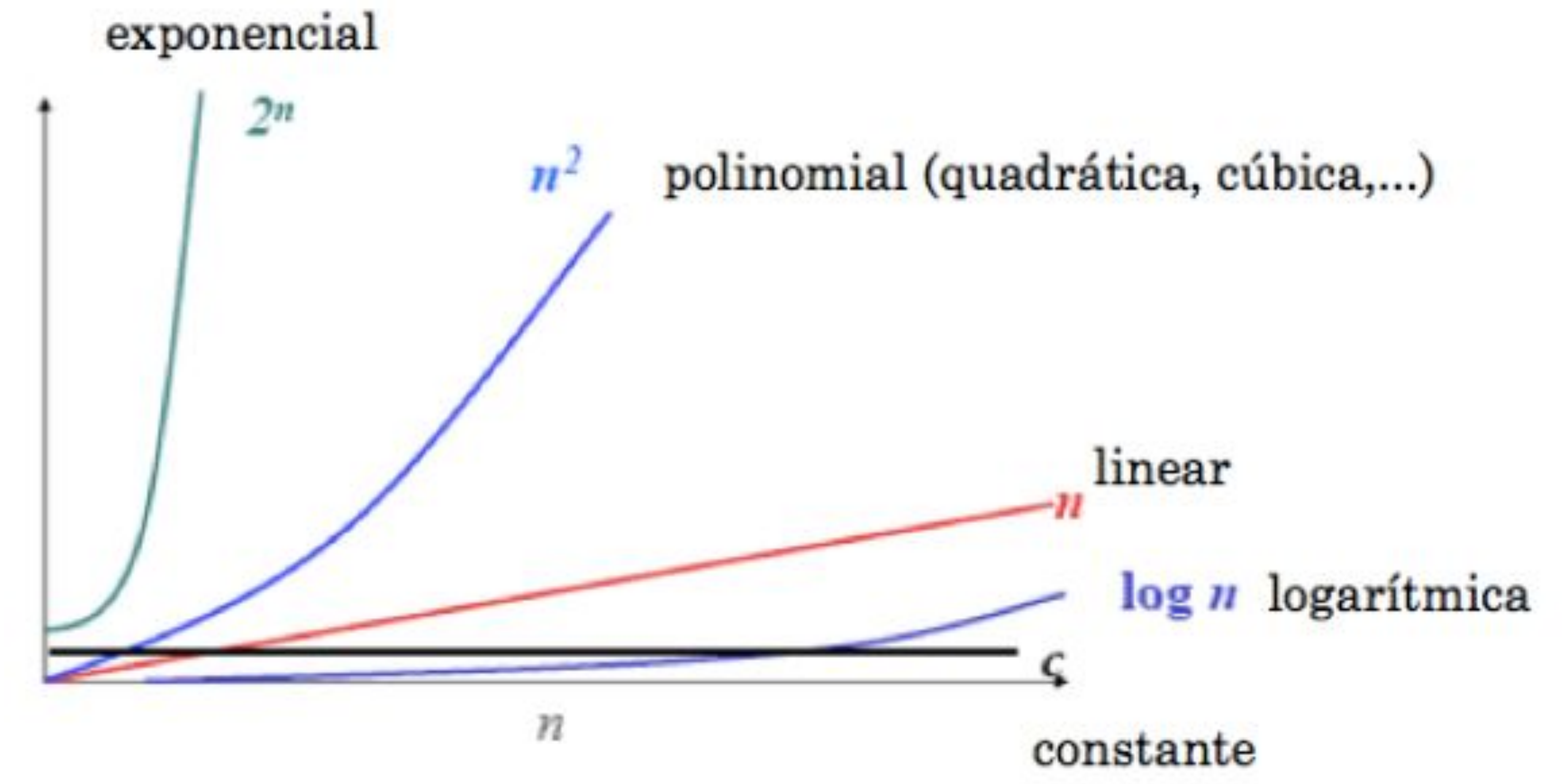
```
// Dois loops aninhados lineares
void funcQuadratica(int n) {
    for (int i = 0; i < n; i++) {
        for (int j = 0; j < n; j++) {
            // operação constante
        }
    }
}
```

Exponencial — O(2^n)

```
// Função recursiva que chama duas vezes a si mesma
void funcExponencial(int n) {
    if (n <= 1) return;
    funcExponencial(n - 1);
    funcExponencial(n - 1);
}
```

Fatorial — O(n!)

```
// Exemplo: gera permutações recursivamente (estrutura simplificada)
void funcFatorial(int n, int depth = 0) {
    if (depth == n) return;
    for (int i = depth; i < n; i++) {
        // troca elementos e chama recursivamente
        funcFatorial(n, depth + 1);
        // desfaz troca
    }
}
```



Classes Importantes

Exemplo

- Algoritmo: **Pesquisa Sequencial**
- Entrada: Lista com n elementos

- Passos:
    - Melhor caso → O(1) (primeiro elemento já é o buscado)
    - Pior caso → O(n) (precisa verificar todos)
    - Caso médio → O(n) (em média percorre metade, mas em notação assintótica é O(n))

Algoritmo	Melhor Caso	Médio Caso	Pior Caso
Busca Linear	$O(1)$	$O(n)$	$O(n)$
Busca Binária	$O(1)$	$O(\log n)$	$O(\log n)$
Bubble Sort	$O(n)$	$O(n^2)$	$O(n^2)$
Merge Sort	$O(n \log n)$	$O(n \log n)$	$O(n \log n)$

Comparação de Algoritmos

Complexidade de Espaço

- Mede a quantidade de memória usada. Pode incluir:
  - **Memória fixa** (variáveis globais, arrays de tamanho fixo).
  - **Memória dinâmica** (criada durante a execução).
  - **Memória de recursão** (chamadas empilhadas).
- Exemplo:
  - Um vetor de tamanho n → ocupa O(n) espaço.
  - Um algoritmo que apenas troca valores usando uma variável auxiliar → O(1) de espaço.

Desafio

Desafio

Questionário: Questões sobre Análise de Algoritmos e Complexidade

Teste seu entendimento da aula.

Disponível no Classroom.