

Lista de Exercícios – Matemática

Avaliação Parcial III

Cálculo de Várias Variáveis

Departamento de Economia – CCSA/UFPE

Data: 12/08/2024

Data de Entrega: 20/08/2023

Prof. Cristiano da Silva

1. (Simon & Blume 14.1) Calcule todas as derivadas parciais das seguintes funções:
  - a)  $4x^2y - 3xy^3 + 6x$ ;
  - b)  $xy^2$
  - c)  $\frac{x+y}{x-y}$
  - d)  $e^{2x+3y}$
2. (Simon & Blume 14.4) Considere a função da produção  $Q(K, L) = 9L^{2/3}K^{1/3}$ 
  - a) Qual é o produto quando  $L = 1000$  e  $K = 216$ ?
  - b) Use a derivada total para estimar a variação entre  $Q(998; 216)$  e  $Q(1000; 217,5)$ .
  - c) Quão grande deve ser  $\Delta L$  para que a diferença entre  $Q(1000 + \Delta L; 216)$  e sua aproximação linear  $Q(1000; 216) + \left(\frac{\partial Q}{\partial L}\right)(1000; 216)\Delta L$  difira por mais de duas unidades? (Coloque valores crescentes de  $\Delta L$  nestas duas expressões).
3. (Simon & Blume 14.6) Considere a função demanda de elasticidade constante  $Q = 6p_1^{-2}p_2^{3/2}$ , onde  $Q$  é a demanda do bem 1 e  $p_i$  é o preço do bem  $i$ , para  $i = 1, 2$ . Suponha que os preços atuais são  $p_1 = -6$  e  $p_2 = 9$ .
  - a) Qual é a demanda atual para  $Q$ ?
  - b) Use diferenciais para estimar as variações na demanda quando  $p_1$  aumenta 0,25 e  $p_2$  diminui 0,5.
  - c) Analogamente, estime a variação na demanda quando ambos os preços aumentam 0,2.

- d) Estime a demanda total nas situações *b)* e *c)* e compare suas estimativas com as variações reais.
4. (Simon & Blume 14.7) Uma firma tem a função de produção Cobb-Douglas  $y = 10x_1^{1/3}x_2^{1/2}x_3^{1/6}$ . Atualmente, ele usa a cesta de insumos (27,16,64).
- Quanto está produzindo a firma?
  - Use diferenciais para aproximar seu novo nível de produção quando  $x_1$  aumenta para 27,1,  $x_2$  diminui para 15,7 e  $x_3$  permanece igual.
  - Use uma calculadora para comparar sua resposta na parte *b)* com a real produção.
  - Repita *b)* e *c)* para  $\Delta x_1 = \Delta x_2 = 0,2$  e  $\Delta x_3 = -0,4$ .
5. (Simon & Blume 14.11) Seja  $f(x, y) = 3xy^2 + 2x$ , onde  $x(t) = -3t^2$  e  $y(t) = 4t^3 + t$ .
- Use a Regra da Cadeia para encontrar uma expressão geral para a taxa de variação da composição  $f(x(t), y(t))$  em relação a  $t$ .
  - Use substituição e derivação direta para calcular a taxa de variação da composição  $f(x(t), y(t))$  em relação a  $t$ . Compare essa resposta com a resposta da parte a).
6. (Simon & Blume 14.18) Em qual direção devemos nos mover a partir do ponto (2,3) para aumentar  $4x^2y$  mais rapidamente? Apresente sua resposta como um vetor de comprimento 1.
7. (Simon & Blume 20.1) Quais das seguintes funções são homogêneas? Quais são os graus daquelas que são homogêneas?
- $3x^5y + 2x^2y^4 - 3x^2y^3$
  - $\frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2} + 3$
  - $x^{3/4}y^{1/4} + 6x + 4$
8. Verifique o grau homogeneidade das funções abaixo a partir do Teorema de Euler:
- $f(x_1, x_2) = 30x_1^{\frac{1}{2}}x_2^{\frac{3}{2}} - 2x_1^3x_2^{-1}$

b)  $f(x_1, x_2, x_3) = a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3$

9. (Simon & Blume 20.11) Quais das seguintes são transformações monótonas de  $\mathbb{R}_+$ ?

a)  $z^4 + z^2$

b)  $z^4 - z^2$

c)  $\frac{z}{z+1}$

d)  $\sqrt{z}$

10. (Simon & Blume 20.12) Quais seguintes funções são equivalentes a  $xy$ ? Para as que são, qual é a transformação monótona que dá esta equivalência?

a)  $7x^2y^2 + 2$

b)  $\ln(x) + \ln(y) + 1$

c)  $x^2y$

d)  $x^{\frac{1}{3}}y^{\frac{1}{3}}$

11. (Simon & Blume 20.17) Quais das seguintes funções são homotéticas? Justifique cada resposta.

a)  $e^{x^2y}e^{xy^2}$

b)  $2\ln(x) + 3\ln(y)$

c)  $\frac{x^2y^2}{xy+1}$

12. (Simon & Blume 21.2) Qual das seguintes funções de  $\mathbb{R}^n$  é côncava ou convexa, segundo os pontos  $(x_1, x_2) = (2, 4)$  e  $(y_1, y_2) = (4, 16)$ ?

a)  $f(x_1, x_2) = -3x^2 + 2xy - y^2 + 3x - 4y + 1$

b)  $f(x_1, x_2) = 4x_1^{0,25}x_2^{0,5}$

c)  $f(x_1, x_2) = 3e^x + 5y^4$

13. (Simon & Blume 21.18) Para cada uma das seguintes funções de  $\mathbb{R}^1$ , determine se é quase-côncava, quase-convexa, ambos ou nenhuma das duas:

a)  $e^x$

b)  $x^4 - x^2$

c)  $\ln(x)$

d)  $x^3 - x$

e)  $3x^3 + 5x^2 + 7x$