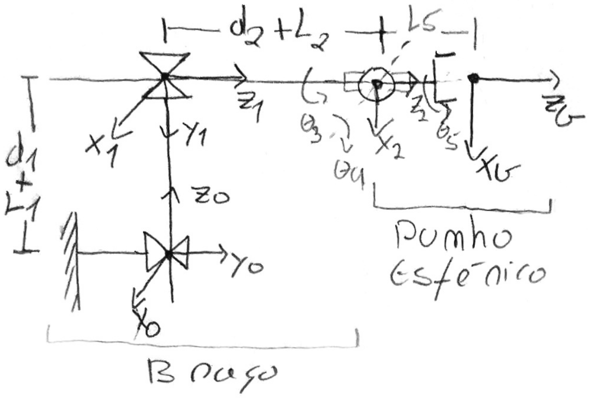
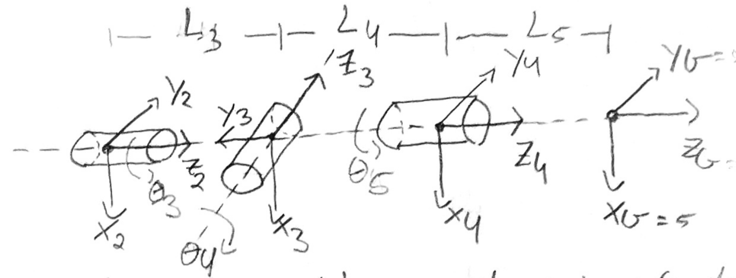
Labwork #2

Ex 2) Robô Planar 1 - PP RRR





→ considerando ref {2, 3, 4} coincidentes na origem $\{L_3, L_4\} = 0$.

	θ_i	d_i	a_i	α_i	offset	R/P	
0→1	0	d_1	0	-90°	L_1	P	${}^0_1T$
1→2	90°	d_2	0	0	L_2	P	${}^1_2T$
2→3	θ_3	0	0	-90°	0°	R	${}^2_3T$
3→4	θ_4	0	0	90	0°	R	${}^3_4T$
4→G	θ_G	L_5	0	0	0°	R	${}^4_GT$

$$ {}^0_GT = \underbrace{{}^0T_1 \cdot {}^1T_2}_{\text{Braço}} \cdot \underbrace{{}^2T_3 \cdot {}^3T_4 \cdot {}^4T_G}_{\text{Pumho esférico}} $$

$$ {}^0_GT = \begin{bmatrix} -c_3 \cdot s_5 - c_4 \cdot c_5 \cdot s_3, & c_4 \cdot s_3 \cdot s_5 - c_3 \cdot c_5, & \overset{a_x}{\boxed{-s_3 \cdot s_4}}, & -L_5 \cdot s_3 \cdot s_4 \\ \underset{n_y}{\boxed{-c_5 \cdot s_4}} & \underset{s_y}{\boxed{s_4 \cdot s_5}} & \overset{a_y}{\boxed{c_4}}, & \overset{t_y}{\boxed{L_2 + d_2 + L_5 \cdot c_4}} \\ s_3 \cdot s_5 - c_3 \cdot c_4 \cdot c_5, & c_5 \cdot s_3 + c_3 \cdot c_4 \cdot s_5, & \overset{a_z}{\boxed{-c_3 \cdot s_4}}, & \overset{t_z}{\boxed{L_1 + d_1 - L_5 \cdot c_3 \cdot s_4}} \\ 0, & 0, & 0, & 1 \end{bmatrix} $$

Cinemática Inversa do Braço: d_1 e d_2 → altera a pos. em y
L_5 altera a pos. em z

$$ \begin{cases} t_y = L_2 + d_2 + L_5 \cdot c_4, \\ t_z = L_1 + d_1 - L_5 \cdot c_3 \cdot c_4, \end{cases} \quad \text{onde} \quad \boxed{c_4 = a_y} \quad \boxed{c_3 \cdot c_4 = -a_z} $$

$$ \Leftrightarrow \begin{cases} \boxed{d_2 = t_y - L_5 \cdot a_y - L_2} \\ \boxed{d_1 = t_z - L_5 \cdot a_z - L_1} \end{cases} \quad \text{, onde} $$

- Aqui chegamos as soluções de forma imediata pela ${}^0T_G$, no Robô 2 explico de forma mais aprofundada

$$ \underset{\text{(simbólica)}}{{}^0_GT} = \begin{bmatrix} n_x & s_x & a_x & t_x \\ n_y & s_y & a_y & t_y \\ n_z & s_z & a_z & t_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

Nota: conhecendo/determinando θ_3 e θ_4 também é possível conhecer d_1 e d_2 contudo esta é a solução mais fiável/independente do erro em θ_3 e θ_4.

o Cinemática Inversa do punho: θ_3, θ_4 e θ_5

symbolic:

$$ {}^{2}_{6}T = {}^{2}T_0 \cdot {}^{0}T_6 = \left({}^{0}T_2\right)^{-1} \cdot {}^{0}T_6 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & L_1+d_1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -L_2-d_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} nx & sx & ax & tx \\ ny & sy & ay & ty \\ nz & sz & az & tz \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

onde ${}^{0}_{2}T = {}^{0}T_1 \cdot {}^{1}T_2$

$$ = \begin{bmatrix} -nz & -sz & \boxed{-az} & d_1 - tz + L_1 \\ -nx & -sx & \boxed{-ax} & -tx \\ \boxed{ny} & \boxed{sy} & ay & ty - d_2 - L_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

θ_3 θ_5

$$ (\Leftrightarrow) \; {}^{2}_{6}T = {}^{2}T_0 \cdot {}^{0}T_6 = \begin{bmatrix} c_3 \cdot c_4 \cdot c_5 - s_3 \cdot s_5, & -c_5 \cdot s_3 - c_3 \cdot c_4 \cdot s_5, & \boxed{c_3 \cdot s_4}, & L_5 c_3 \cdot s_4 \\ c_3 \cdot s_5 + c_4 \cdot c_5 \cdot s_3, & c_3 \cdot c_5 - c_4 \cdot s_3 \cdot s_5, & \boxed{s_3 \cdot s_4}, & L_5 s_3 \cdot s_4 \\ \boxed{-c_5 \cdot s_4}, & \boxed{s_4 \cdot s_5}, & \boxed{c_4}, & L_5 \cdot c_4 \\ 0, & 0, & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

θ_3 θ_5

- Sabemos que:

$$ \boxed{tg\,\theta = \frac{sen(\theta)}{cos(\theta)}} $$

e vemos então que as soluções possíveis são:

- $$ \frac{s_3 \cdot s_4}{c_3 \cdot s_4} = \frac{-ax}{-az} \Leftrightarrow \boxed{\theta_3 = tg^{-1}(-ax, -az)} $$

- $$ \frac{s_4 \cdot s_5}{-c_5 \cdot s_4} = \frac{sy}{-ny} \Leftrightarrow \boxed{\theta_5 = tg^{-1}(sy, -ny)} $$

- $$ \begin{cases} c_3 \cdot s_4 = -az \\ s_3 \cdot s_4 = -ax \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c_3^2 \, s_4 = -c_3 \cdot az \\ s_3^2 \, s_4 = -s_3 \cdot ax \end{cases} \Leftrightarrow s_4 (\underbrace{c_3^2 + s_3^2}_{1\,*}) = -c_3 \cdot az - s_3 \cdot ax $$

$$ \Leftrightarrow \begin{cases} s_4 = -c_3 \cdot az - s_3 \cdot ax \\ c_4 = ay \end{cases} \Leftrightarrow \theta_4 = tg^{-1}(-c_3 \cdot az - s_3 \cdot ax, ay) $$

Usando os valores dos vectores n, s e a da matriz ${}^{0}_{6}T$ fornecida a cinemática Inversa.

* Relembrar que: $\boxed{sin^2\theta + cos\,\theta^2 = 1}$ (Regras da trigonometria)