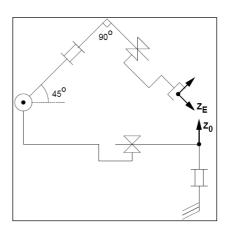
## Modelo Geométrico Directo e Inverso de manipuladores

**HOMEWORK #2** 

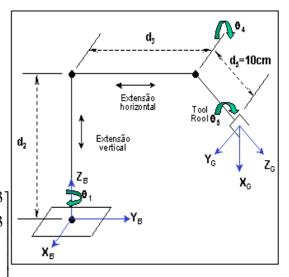
Data de Entrega: 11 de Novembro 2018

 Observe o esquemático do manipulador RPRRP que se apresenta. Atribua os sistemas de coordenadas de cada elo e indique os parâmetros cinemáticos do manipulador usando o algoritmo de Denavith-Hartenberg.



- Considere o manipulador de cinco graus de mobilidade (RPPRR) cujo diagrama se apresenta na figura.
  - 1. Recorrendo à representação de Denavit-Hartenberg obtenha  ${}^{\it B}T_{\it G}$  .
  - 2. Sabendo que  ${}^{\it B}T_{\it G}$  para a posição de Home do manipulador é igual a

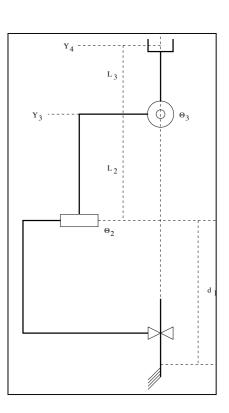
$${}^{B}T_{G} = \begin{bmatrix} 0.7071 & -0.5 & 0.5 & 28.2843 \\ -0.7071 & -0.5 & 0.5 & 28.2843 \\ 0 & -0.7071 & -0.7071 & 30.0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



obtenha os valores de  $\theta_1, d_2, d_3, \theta_4$  e  $\theta_5$  para essa posição.

 Considere o manipulador PRR cuja tabela de Denavit-Hartenberg é apresentada de seguida. O sistema referencial da 1ª junta está relacionado com um sistema de coordenadas base através da transformação expressa na 1ª linha da tabela (transformação corpo-rígido).

- 1. Obtenha o desenho esquemático do manipulador na sua posição de "home" (variáveis de junta nulas).
- 2. Dado  ${}^{B}d_{B,G}$ , obtenha  ${}^{0}d_{0,G}$
- 3. Conhecendo  $^0d_{0,G}$  é possivel obter uma das váriáveis de junta independentemente das restantes variáveis. Indique qual a variável de junta e obtenha a equação de cinemática inversa para essa variável de junta.
- 4. Obtenha as equações de cinemática inversa para as restantes variáveis do manipulador, mantendo a consideração de que apenas é conhecido  ${}^0d_{0.G}$ .
- Analise o manipulador PRR que se apresenta em anexo. Assumindo comprimentos genéricos para os elos, obtenha a tabela dos parâmetros de D-H (standard). Transfira o esquemático do manipulador para a folha de prova e acrescente os referenciais necessários à obtenção do modelo geométrico directo do manipulador.
  - 1. Apresente as matrizes de transformação associadas a cada elo ( $^{i-1}T$ ).
  - 2. Apresente a função de configuração da ferramenta para o robot, isto é, os 6 graus de liberdade  $w(q) = \begin{bmatrix} p_x & p_y & p_z & roll & pitch & yaw \end{bmatrix}^T$ .
  - 3. Apresente a solução de cinemática inversa que assegura  ${}^{0}p_{4.org} = \begin{bmatrix} -L_{2} & L_{3} & d_{1} \end{bmatrix}^{T}$ .
  - 4. Assumindo que  $L_2 = 2L_3 = 0.5m$  e que  $0.5m \le d_1 \le 1.0m$ ,  $-\pi \le \theta_2 \le 0$  e  $-\frac{\pi}{2} \le \theta_3 \le 0$ , apresente o espaço de trabalho 3D do manipulador.



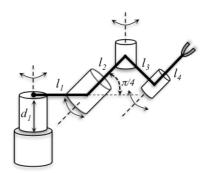
• Identifique os parâmetros de Denavit-Hartenberg  $\left[ heta,d,a,lpha 
ight]$  da matrix

$$i^{-1}T = \begin{bmatrix} \sqrt{2}/2 & 0 & -\sqrt{2}/2 & -\sqrt{2} \\ \sqrt{2}/2 & 0 & \sqrt{2}/2 & -\sqrt{2} \\ \sqrt{2}/2 & 0 & \sqrt{2}/2 & -\sqrt{2} \\ 0 & -1 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Considere que os parâmetros de rotação apresentam valores no intervalo  $\left[0..2\pi\right]$ .

Desenho o esquemático do elo i.

• Analise o manipulador PRRR que se apresenta na figura. Assumindo os comprimentos de elo ( $I_1$ =2,  $I_2$ =2,  $I_3$ = $I_4$ =1), obtenha a tabela dos parâmetros de D-H (standart). Transfira o esquemático do manipulador para a folha de prova e acrescente os referenciais necessários à obtenção do modelo geométrico directo



do manipulador. Apresente as matrizes de transformação associadas a cada elo ( $^{i-1}T$ ).

NOTA : A configuração apresentada na figura corresponde à posição de "home".

• Considere um manipulador cilíndrico (*PRP*) equipado com uma garra esférica ao qual corresponde a tabela de DH que se apresenta. O vector das variáveis de junta é dado por  $q = \left[d_1, \theta_2, d_3, \theta_4, \theta_5, \theta_6\right]$ .

	$oldsymbol{ heta}_{_{i}}$	$d_{_i}$	$a_{i}$	$\alpha_{_i}$
0->1	$0^{\circ}$	$d_{_1}$	0	$0^{\circ}$
1->2	$ heta_{\scriptscriptstyle 2}$	0	0	−90°
2->3	$0^{\circ}$	$d_3$	0	−90°
3->4	$ heta_{_4}$	2	0	90°
4->5	$ heta_{\scriptscriptstyle 5}$	0	0	−90°
5->6	$ heta_{_{6}}$	1	0	$0^{\circ}$

## Obtenha:

- 1. O desenho esquemático do manipulador na sua posição de "home";
- 2. As expressões de cinemática inversa do manipulador;
- Considere um manipulador RRP equipado com uma garra esférica ao qual corresponde a tabela de Denavit-Hartenberg que se apresenta. O vector das variáveis de junta é dado por  $q = \left[\theta_1, \theta_2, d_3, \theta_4, \theta_5, \theta_6\right]^T$ .

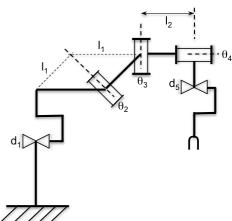
	$\theta_{i}$	d <sub>i</sub>	a <sub>i</sub>	$lpha_{i}$
0 -> 1	pi/2 + $\theta_1$	10	0	-pi/2
1 -> 2	-pi/2 + $\theta_2$	0	0	-pi/2
2 -> 3	0°	d₃	0	0°
3 -> 4	$ heta_4$	0	0	-pi/2
4 -> 5	$ heta_{5}$	0	0	pi/2
5 -> G	$\theta_6$	1	0	0°

## Obtenha:

- a) O desenho esquemático do manipulador na sua posição de "home";
- b) O modelo geométrico direto do manipulador;
- c) As expressões de cinemática inversa do manipulador;
- Considere o manipulador PRRRP que se apresenta na figura.

Obtenha a tabela dos parâmetros de D-H (standard).

 a) Transfira o esquemático do manipulador para a folha de prova e acrescente os referenciais necessários à obtenção do modelo geométrico direto do manipulador.



- b) Apresente as matrizes de transformação //// associadas a cada elo ( ${}^{i-1}T$ ) e a matriz de transformação  ${}^{0}T$ .
- c) Desenhe o espaço de trabalho do manipulador, considerando as seguintes amplitudes de movimento para as juntas:

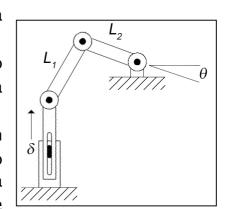
$$d_1 = [0..25]cm; \quad q_2 = [0^{\circ}..+180^{\circ}]; \quad q_3 = [-90^{\circ}..+90^{\circ}]; \quad q_4 = [-90^{\circ}..+90^{\circ}]; \\ d_5 = [0..25]cm;$$

NOTA : A configuração apresentada na figura corresponde à posição de "home".

• Considere o manipulador RRRR cujos parâmetros de DH são apresentados na tabela.

	$oldsymbol{ heta}_{i}$	$d_{i}$	$a_{i}$	$\alpha_{_i}$	Offset
0 →1	$ heta_{\scriptscriptstyle 1}$	0	$l_1$	$-\frac{\pi}{2}$	0
1→2	$ heta_2$	0	$l_2$	$\frac{\pi}{2}$	0
$2 \rightarrow 3$	$ heta_3$	0	0	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$
3 →4	$ heta_{_4}$	d	0	0	0

- a) Desenhe o esquemático do manipulador na sua posição de repouso ("home"). Apresente os eixos  $x_i$  e  $z_i$  dos sistemas referenciais associados a cada junta.
- b)Conhecendo a matriz de "pose" do "end-effector" no referencial base  $\binom{0}{4}T$ ), i.e., conhecendo  $\binom{0}{4}R$  e  $\binom{0}{4}p_{04}$ , obtenha a expressão que permite conhecer  $\binom{0}{4}p_{02}$ .
- c) Obtenha as expressões de cinemática inversa para as juntas do manipulador, i.e,  $(\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4)$ . Considere comprimentos unitários para  $l_1, l_2, d$ .
- Considere o robot planar PRRR apresentado na figura.
  - Obtenha o modelo geométrico do manipulador de acordo com a metodologia de D-H standard
  - 2. Assumindo que os três elos apresentam um comprimento L e que o eixo prismático realiza um deslocamento  $d_1 = \delta$ , obtenha  $\theta = f(\delta, L)$ . Considere que os pontos de



acoplamento de ambas as extremidades do manipulador estão afastadas  $\begin{bmatrix} x & 0 & z \end{bmatrix}$ , sendo que x = z = 1.5L.

## LABWORK #2

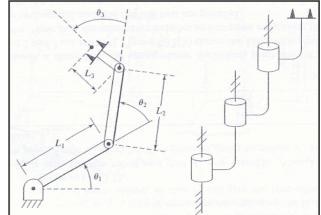
- Observe o rôbo planar com 3-DOF (RRR) da figura. O comprimento dos elos são conhecidos e são iguais a  $L_1 = 4$ ,  $L_2 = 3$ e  $L_3 = 2$  (m).
  - a. Obtenha a matriz dos parâmetros de D-H: PJ\_DH.
  - b. Usando a função *MGD\_DH(PJ\_DH)* obtenha as matrizes de cinemática directa  ${}_{2}^{0}A$  e  ${}_{H}^{0}A$  para as situações:

i. 
$$q = \begin{bmatrix} \theta_1 & \theta_2 & \theta_3 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} 0^\circ & 0^\circ & 0^\circ \end{bmatrix}^T$$

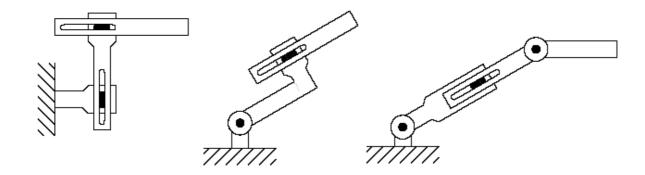
ii. 
$$q = \begin{bmatrix} 10^{\circ} & 20^{\circ} & 30^{\circ} \end{bmatrix}^{T}$$

ii. 
$$q = \begin{bmatrix} 10^{\circ} & 20^{\circ} & 30^{\circ} \end{bmatrix}^{T}$$
  
iii.  $q = \begin{bmatrix} 90^{\circ} & 90^{\circ} & 90^{\circ} \end{bmatrix}^{T}$ 

Confirme visualmente (desenho) os resultados obtidos.



- c. Confirme todos os seus resultados usando as funções da toolbox Robotics.
- d. Deduza analiticamente a solução de cinemática inversa para o referido manipulador. Dada uma transformação  $_{_H}^0T$ , calcule todas as possíveis soluções para  $(\theta_1, \theta_2, \theta_3)$ .
- e. Com base nas expressões deduzidas analiticamente em d), implemente uma função em MATLAB que resolva o problema da cinemática inversa deste manipulador. Teste os resultados para as matrizes  $^0_{\ H}A$  obtidas em b) (validação circular). Confirme os valores obtidos comparando-os com os resultados obtidos com a função da toolbox.
- Obtenha os parâmetros de D-H dos 3 manipuladores planares que se apresentam.
  - a. Usando as funções da toolbox Robotics, represente graficamente os robôs.
  - b. Imagine que acoplava um punho esférico a estes manipuladores. Obtenha os parâmetros de D-H e represente-os graficamente usando as funções da toolbox Robotics. Confirme os resultados usando a função MGD\_DH(PJ\_DH).
  - c. Obtenha o modelo geométrico inverso para os manipuladores apresentados. Verifique a validade das soluções encontradas recorrendo às funções da Toolbox Robotics.
  - d. Confirme a validade da solução encontrada usando as funções da toolbox Robotics.



- Considere o sistema manipulador em malha fechada que se apresenta na figura.
   O sistema é constituído por dois mecanismos cooperantes que permitem o deslocamento linear da garra função do ângulo de orientação φ.
  - 1. Apresente o modelo geométrico direto deste sistema manipulador;
  - 2. Obtenha as expressões para as  $\theta_1$   $Z_0$  variáveis de junta  $(\theta_1, \theta_2, \theta_3)$  função da variável de orientação do mecanismo  $\phi$  e amplitude de deslocamento d.
  - 3. Sabendo que  $l_1=l_2=\sqrt{2}\cdot l$ , calcule o comprimento de elo  $l_3$  que assegura a máxima amplitude de movimento d.
  - 4. Usando as funções disponíveis na Toolbox Robotics, apresente graficamente a estrutura articulada e demonstre a funcionalidade do modelo geométrico inverso anteriormente obtido.

