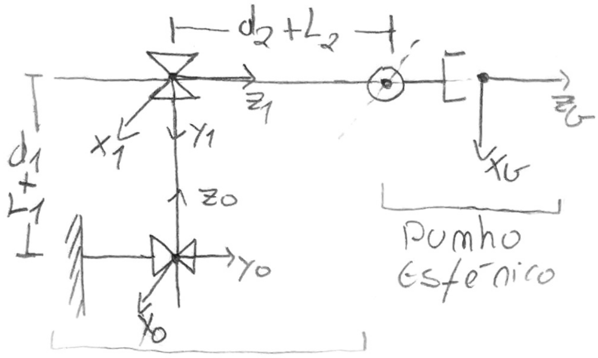
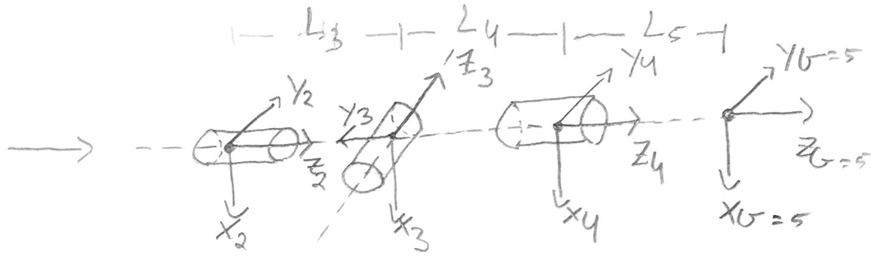
∘ Labwork #2

Ex 2) Robô Planar 1 – PPRRR



Braço



→ considerando ref {2, 3, 4} coincidentes na origem {L_3, L_4} = 0.

	θ_i	d_i	a_i	α_i	offset	R/P	
0→1	0	d_1	0	$-90°$	L_1	P	${}^0_1T$
1→2	$90°$	d_2	0	0	L_2	P	${}^1_2T$
2→3	θ_3	0	0	$-90°$	$0°$	R	${}^2_3T$
3→4	θ_4	0	0	90	$0°$	R	${}^3_4T$
4→G	θ_G	L_5	0	0	$0°$	R	${}^4_GT$

$${}^0_GT = \underbrace{{}^0T_1 \cdot {}^1T_2}_{\text{Braço}} \cdot \underbrace{{}^2T_3 \cdot {}^3T_4 \cdot {}^4T_G}_{\text{pumho esférico}}$$

$${}^0_GT = \begin{bmatrix} -c_3 \cdot s_5 - c_4 \cdot c_5 \cdot s_3, & c_4 \cdot s_3 \cdot s_5 - c_3 \cdot c_5, & \overset{a_x}{\boxed{-s_3 \cdot s_4}}, & -L_5 \cdot s_3 \cdot s_4 \\ \boxed{-c_5 \cdot s_4}\; n_y & s_y\; \boxed{s_4 \cdot s_5} & \overset{a_y}{\boxed{c_4}}, & \boxed{L_2 + d_2 + L_5 \cdot c_4}\; t_y \\ s_3 \cdot s_5 - c_3 \cdot c_4 \cdot c_5, & c_5 \cdot s_3 + c_3 \cdot c_4 \cdot s_5, & \overset{a_z}{\boxed{-c_3 \cdot s_4}}, & \overset{t_z}{\boxed{L_1 + d_1 - L_5 \cdot c_3 \cdot s_4}} \\ 0, & 0, & 0, & 1 \end{bmatrix}$$

∘ Cinemática Inversa do Braço: d_1 e d_2 → altera a pos. em y
L_5 altera a pos. em z

$$\begin{cases} t_y = L_2 + d_2 + L_5 \cdot c_4 \\ t_z = L_1 + d_1 - L_5 \cdot c_3 \cdot c_4 \end{cases}, \text{ onde } \boxed{c_4 = a_y} \;\; \boxed{c_3 \cdot c_4 = -a_z}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \boxed{d_2 = t_y - L_5 \cdot a_y - L_2} \\ \boxed{d_1 = t_z - L_5 \cdot a_z - L_1} \end{cases}, \text{ onde}$$

$${}^0_GT = \begin{bmatrix} n_x & s_x & a_x & t_x \\ n_y & s_y & a_y & t_y \\ n_z & s_z & a_z & t_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
(simbólica)

Nota: conhecendo/determinando θ_3 e θ_4 também é possível conhecer d_1 e d_2 contudo esta é a solução mais fiável independente do erro em θ_3 e θ_4.

Cinemática Inversa do punho: θ_3, θ_4 e θ_5

symbolic:

$${}^2_6T = {}^2T_0 \cdot {}^0T_6 = ({}^0T_2)^{-1} \cdot {}^0T_6 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & L_1 + d_1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -L_2 - d_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} n_x & s_x & a_x & t_x \\ n_y & s_y & a_y & t_y \\ n_z & s_z & a_z & t_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

onde ${}^0_2T = {}^0T_1 \cdot {}^1T_2$

$$= \begin{array}{cc} \begin{array}{cccc} & & \theta_3 & \end{array} & \\ \begin{bmatrix} -n_z & -s_z & -a_z & d_1 - t_z + L_1 \\ -n_x & -s_x & -a_x & -t_x \\ n_y & s_y & a_y & t_y - d_2 - L_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} & \begin{array}{c} \\ \\ \theta_5 \\ \\ \end{array} \end{array}$$

$$\Leftrightarrow {}^2_6T = {}^2T_0 \cdot {}^0T_6 = \begin{array}{cc} \begin{array}{cccc} & & \theta_3 & \end{array} & \\ \begin{bmatrix} c_3 \cdot c_4 \cdot c_5 - s_3 \cdot s_5, & -c_5 \cdot s_3 - c_3 \cdot c_4 \cdot s_5, & c_3 \cdot s_4, & L_5 c_3 \cdot s_4 \\ c_3 \cdot s_5 + c_4 \cdot c_5 \cdot s_3, & c_3 \cdot c_5 - c_4 \cdot s_3 \cdot s_5, & s_3 \cdot s_4, & L_5 s_3 \cdot s_4 \\ -c_5 \cdot s_4, & s_4 \cdot s_5, & c_4, & L_5 \cdot c_4 \\ 0, & 0, & 0 & 1 \end{bmatrix} & \begin{array}{c} \\ \\ \theta_5 \\ \\ \end{array} \end{array}$$

- Sabemos que:

$$\boxed{tg\,\theta = \frac{sen(\theta)}{cos(\theta)}}$$

e temos então que as soluções possíveis são:

- $$\frac{s_3 \cdot s_4}{c_3 \cdot s_4} = \frac{-a_x}{-a_z} \Leftrightarrow \boxed{\theta_3 = tg^{-1}(-a_x, -a_z)}$$
- $$\frac{s_4 \cdot s_5}{-c_5 \cdot s_4} = \frac{s_y}{-n_y} \Leftrightarrow \boxed{\theta_5 = tg^{-1}(s_y, -n_y)}$$

- $$\begin{cases} c_3 \cdot s_4 = -a_z \\ s_3 \cdot s_4 = -a_x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c_3^2 s_4 = -c_3 \cdot a_z \\ s_3^2 s_4 = -s_3 \cdot a_x \end{cases} \Leftrightarrow s_4 (\underbrace{c_3^2 + s_3^2}_{1\ *}) = -c_3 \cdot a_z - s_3 \cdot a_x$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} s_4 = -c_3 \cdot a_z - s_3 \cdot a_x \\ c_4 = a_y \end{cases} \Leftrightarrow \theta_4 = tg^{-1}(-c_3 \cdot a_z - s_3 \cdot a_x, a_y)$$

Usando os valores dos vectores n, s e a da matriz ${}^0_6T$ fornecida a cinemática Inversa.

* Relembrar que: $sin^2\theta + cos\,\theta^2 = 1$ (Regras da trigonometria)