ROBÓTICA 2018/2019

Velocidades e Jacobiano de Manipuladores

Data de Entrega: Faseada (ver datas por problema)

HOMEWORK #3

1. Considere um manipulador cilíndrico (*PRP-RR*) ao qual corresponde a tabela de DH que se apresenta. O vector das variáveis de junta é dado por $q = \left[d_1, \theta_2, d_3, \theta_4, \theta_5\right]$.

	θ_i	d_i	a_i	α_i
0->1	90°	d_1	0	90°
1->2	$90^\circ + \theta_2$	0	0	90°
2->3	0°	d_3	0	-90°
3->4	θ_4	0	0	90°
4->G	θ_5	5	0	0°

Obtenha:

a) O Jacobiano Geométrico do manipulador ${}^0J_{6\times5}$;

b) Analise as singularidades do manipulador. Justifique devidamente a resposta e desenhe o manipulador nas configurações singulares;

(AJUDA : Analise para que configurações do manipulador se anula uma qualquer componente de velocidade);

c) Assumindo que se desloca a primeira junta do manipulador com uma velocidade $\dot{d}_1$, obtenha as equações de velocidade para as restantes juntas do manipulador de modo a garantir $\left[{}^0v \middle| {}^0\omega\right]^T = \left[\begin{array}{ccc|ccc} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right]^T$.

d) Se aplicar no punho do manipulador uma força ${}^4F_{4,App} = \left[\begin{array}{cccccc} 2 & -1 & 3 & 0 & 10 & 0 \end{array}\right]^T$, estando o manipulador na sua configuração "home" ($q = \left[\begin{array}{ccccc} 10 & 0^\circ & 10 & 0^\circ & 0^\circ \end{array}\right]^T$), quais os valores de binário/força nas juntas do manipulador que asseguram o seu equilíbrio estático.

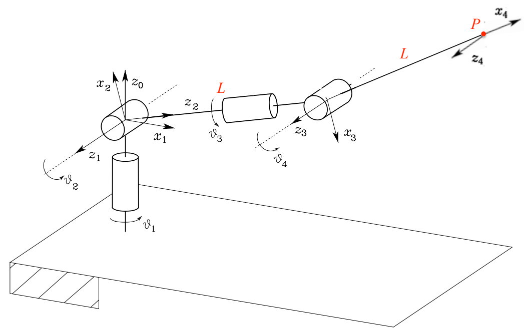
2. Considere o manipulador com 3 graus de mobilidade RPR cujas matrizes de transformação de junta se apresenta:

$$
{}^0T_1 = \begin{bmatrix} C_1 & 0 & -S_1 & L_1 \cdot C_1 \\ S_1 & 0 & C_1 & L_1 \cdot S_1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad
{}^1T_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad
{}^2T_E = \begin{bmatrix} 0 & S_3 & C_3 & L_2 \cdot C_3 \\ 0 & -C_3 & S_3 & L_2 \cdot S_3 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.
$$

a) Obtenha o Jacobiano do manipulador, ${}^{G}J_{6x3}$, que expressa a velocidade linear e angular do *end-effector* em função da velocidade das juntas.
b) Obtenha o Jacobiano de movimento angular expresso no referencial 1 $({}^{1}J_{\omega})$. O que é que esse jacobiano lhe diz em termos da velocidade angular segundo a direção x? Explique as diferenças verificadas entre o Jacobiano de velocidade angular obtido e o Jacobiano angular expresso no referencial base ${}^{0}J_{\omega}$.
c) Recorrendo a ${}^{1}J_{v}$, obtenhas as configurações singulares do manipulador e explique quais as restrições de movimento que acontecem em cada caso (Ajuda: Usando as matrizes de transformação fornecidas, desenhe o esquemático do manipulador em estudo).

3. Considere o robot 4R da figura anexa do qual se conhecem as matrizes de transformação dos elos,

$$ {}^{0}_{1}T = \begin{bmatrix} C_1 & 0 & S_1 & 0 \\ S_1 & 0 & -C_1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, {}^{1}_{2}T = \begin{bmatrix} C_2 & 0 & S_2 & 0 \\ S_2 & 0 & -C_2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, $$
$$ {}^{2}_{3}T = \begin{bmatrix} C_3 & 0 & S_3 & 0 \\ S_3 & 0 & -C_3 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & L \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, {}^{3}_{4}T = \begin{bmatrix} C_4 & -S_4 & 0 & L\cdot C_4 \\ S_4 & C_4 & 0 & L\cdot S_4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$



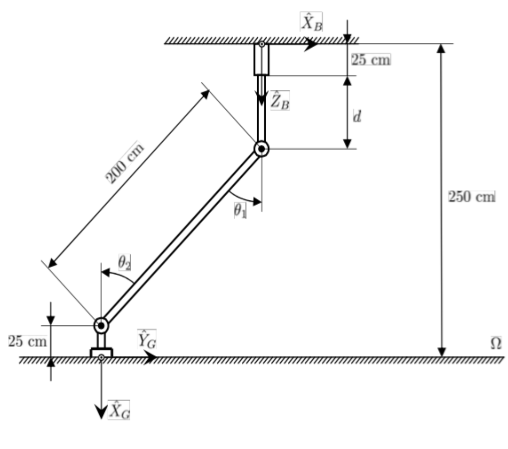
Os sistemas de coordenadas de D-H são os apresentados na figura, correspondendo a configuração apresentada ao vector de variáveis de junta

$$ q = \begin{bmatrix} 0 & 6\pi/10 & \pi & 6\pi/10 \end{bmatrix}^T \equiv \begin{bmatrix} 0^\circ & 108^\circ & 180^\circ & 108^\circ \end{bmatrix}^T . $$

Assumindo a configuração $q_1 = \begin{bmatrix} 0 & 3\pi/4 & \pi & \pi \end{bmatrix}^T$ e fazendo $L = 1m$,

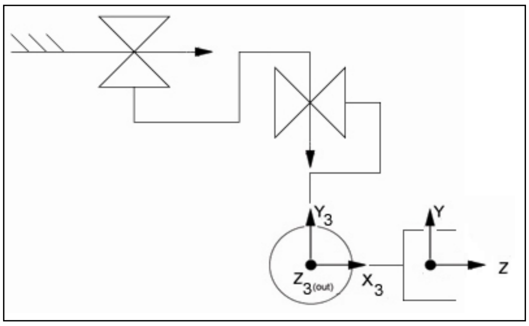
a) Obtenha o Jacobiano básico ${}^{0}J_{6x4}$.
b) Mostre que na configuração q_1 o manipulador consegue concretizar a velocidade $\begin{bmatrix} {}^{0}v & {}^{0}\omega \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -L & 0 & -\frac{\sqrt{2}}{2} & 0 \end{bmatrix}^T$.
c) Considerando unicamente a velocidade linear ${}^{0}v$, verifique se perante a configuração q_1 o manipulador se encontra numa configuração singular.

4. Observe o manipulador ***PRR*** apresentado na figura.
a) Obtenha o modelo geométrico directo do manipulador.
   i. (NOTA: Respeite os sistemas de coordenadas que se apresentam para a base e garra do manipulador)
b) Obtenha o Jacobiano básico do manipulador ${}^{B}J_{6\times 3}$.
c) Obtenha as expressões das velocidades angulares $\dot{\theta}_2$, $\dot{\theta}_3$, e linear $\dot{d}_1$, que asseguram o movimento rectilíneo com uma velocidade linear constante de $\left| v_{{}^{B}X} \right| = 10 cm/s$ sobre o plano Ω.



d) Se quiser aplicar com o gripper uma força constante sobre o plano Ω igual a ${}^{G}F = \begin{bmatrix} 10 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T$, quais as expressões para os binários das juntas função da trajectória.

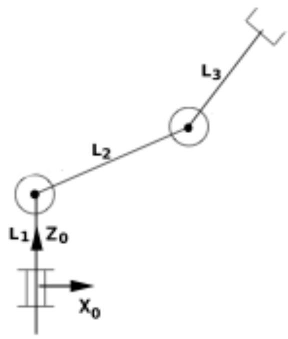
5. Considere o manipulador ***PPR*** da figura. Um vector de força é aplicado ao end-effector e medido no sistema de coordenadas {0} como sendo igual a ${}^{0}F_{G,App} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 2 & -1 & 0 \end{bmatrix}^T$, estando o manipulador na configuração $\begin{bmatrix} d_1 = 25cm & d_2 = 25cm & \theta_3 = 90^\circ \end{bmatrix}$. Considere $d_3 = 10cm$.



Sabendo que $${}^{G}J = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ C_3 & -S_3 & d_3 \\ S_3 & C_3 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

a) Determine os binários nas juntas que asseguram o equilíbrio estático do manipulador.
b) Quais os valores de força e binário em cada junta do manipulador.
c) Qual a força e binário que uma ferramenta acoplada ao end-effector aplica quando são aplicadas nas juntas os binários calculados na alínea a). Considere que a ferramenta está alinhada com o eixo $\hat{X}_G$ e que possui um comprimento L=15cm.

6. Observe o manipulador RRR da figura. Sabendo que as matrizes de transformação ${}^{i-1}T_i$ são conhecidas e iguais a



$${}^{0}_{1}T = \begin{bmatrix} C_1 & 0 & S_1 & 0 \\ S_1 & 0 & -C_1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & L_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad {}^{1}_{2}T = \begin{bmatrix} C_2 & -S_2 & 0 & L_2C_2 \\ S_2 & C_2 & 0 & L_2S_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad {}^{2}_{3}T = \begin{bmatrix} C_3 & -S_3 & 0 & L_3C_3 \\ S_3 & C_3 & 0 & L_3S_3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

obtenha:

a) O Jacobiano, ${}^{0}J_{6x4}$, que expressa a velocidade linear e angular do *end-effector* em função da velocidade das juntas.

b) Para que configurações se encontra o manipulador numa singularidade? Desenhe as configurações singulares, justificando claramente cada singularidade, indicando qual o movimento condicionado com cada singularidade. (Ajuda: para simplificar os cálculos, converta o jacobiano obtido em a) para ${}^{1}J$).

c) Para cada singularidade observada, pretende-se incorporar uma junta adicional para resolver essa singularidade. Para cada situação, desenhe o esquemático do manipulador resultante e justifique porque razão a singularidade fica resolvida com a nova junta.

d) Um vector de força é aplicado ao end-effector e medido no sistema de coordenadas {G} como sendo igual a ${}^{G}F_{G,App} = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 & 0 & 0 & 10 \end{bmatrix}^T$, estando o manipulador na configuração $\left[\theta_1 = 0^\circ, \theta_2 = \pi/4, \theta_3 = \pi/2\right]$. Obtenha o valor dos binário/força das juntas do manipulador que asseguram o equilíbrio estático. Considere $L_1 = L_2 = L_3 = 1$.

7. Considere o manipulador RRP, cujas matrizes de transformação de elos são conhecidas e representadas por

$$ {}^0_1T = \begin{bmatrix} -S_1 & 0 & C_1 & -aC_1 \\ C_1 & 0 & S_1 & aS_1 \\ 0 & 1 & 0 & b \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad {}^1_2T = \begin{bmatrix} C_2 & 0 & -S_2 & 0 \\ S_2 & 0 & C_2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad {}^2_ET = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. $$

   a) Obtenha o Jacobiano geométrico do manipulador ${}^EJ_{6\times3}$.
   b) Identifique as configurações singulares de velocidade linear do manipulador. Desenhe as configurações singulares encontradas e explique porque razão são singulares.
   c) Para que configurações das juntas de rotação se obtém a máxima manipulabilidade posicional do manipulador? Justifique.
   d) Qual a configuração do manipulador que assegura o seu equilíbrio estático aplicando binarios/forças nulos nas juntas do manipulador quando se aplica no end-effector o vetor de forças ${}^0F_{E,App} = \begin{bmatrix} 0 & -f_y & 0 & -w_x & 0 & 0 \end{bmatrix}^T$?
   e) Assumindo que o vetor de forças da alínea d) era aplicado ao end-effector do manipulador na configuração $\left(\theta_1 = 0^\circ, \theta_2 = 45^\circ, d_3 = 5cm\right)$, sendo $a = 5, \quad b = 1$, obtenha os valores de força e binário em cada junta do manipulador na situação de equilíbrio estático?

8. Considere o manipulador RRRR cujos parâmetros de DH são apresentados na tabela.

	θ_i	d_i	a_i	α_i	Offset
$0 \to 1$	θ_1	0	l_1	$-\pi/2$	0
$1 \to 2$	θ_2	0	l_2	$\pi/2$	0
$2 \to 3$	θ_3	0	0	$\pi/2$	$\pi/2$
$3 \to 4$	θ_4	d	0	0	0

   a) Desenhe o esquemático do manipulador na sua posição de repouso ("home"). Apresente os eixos x_i e z_i dos sistemas referenciais associados a cada junta.
   b) Conhecendo a matriz de "pose" do "end-effector" no referencial base (${}^0_4T$), i.e., conhecendo ${}^0_4R$ e ${}^0p_{04}$, obtenha a expressão que permite conhecer ${}^0p_{02}$.
   c) Obtenha as expressões de cinemática inversa para as juntas do manipulador, i.e, $(\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4)$. Considere comprimentos unitários para l_1, l_2, d.
   d) Obtenha o Jacobiano geométrico do manipulador, ${}^0J_{6x4}$.
   e) Identifique as configurações singulares do manipulador. Represente as configurações singulares encontradas e explique porque razão são singulares.

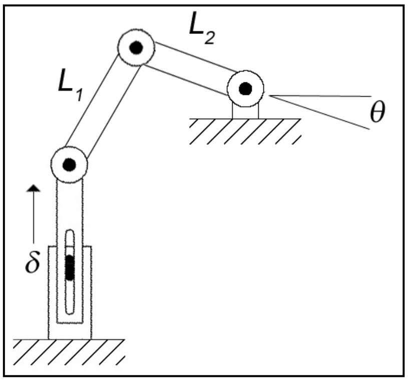
9. Considere a existência de dois sistemas referenciais $\{\boldsymbol{A}\}$ e $\{\boldsymbol{B}\}$, relacionados através da seguinte matriz de transformação

$$
{}^{A}T_{B} = \begin{bmatrix} \sqrt{3}/2 & -0.5 & 0 & 5.0 \\ 0.5 & \sqrt{3}/2 & 0 & 10.0 \\ 0 & 0 & 1 & 0.0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.
$$

Um observador situado na origem do referencial {***B***} vê um corpo rígido ***P*** localizado em ${}^{B}P = \left[2,1,1\right]^{T}$ e mede a velocidade de ***P*** no referencial {***B***} como sendo igual a ${}^{B}v_{P} = \begin{bmatrix} v_{1x3} & w_{1x3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 0 & -1 & 5 & 2 \end{bmatrix}^{T}$. Entretanto um observador colocado na origem do referencial {***A***} mede a velocidade do referencial {***B***} como sendo igual a ${}^{A}v_{B} = \begin{bmatrix} 0 & 3 & 0 & 0 & -5 & 10 \end{bmatrix}^{T}$.

Obtenha o vector de velocidade 6x1 do corpo rígido ***P*** na perspectiva do observador colocado em {***A***}.

10. Considere o robot planar PRRR apresentado na figura.



a) Obtenha o modelo geométrico do manipulador de acordo com a metodologia de D-H standard

b) Assumindo que os três elos apresentam um comprimento L e que o eixo prismático realiza um deslocamento $d_1 = \delta$, obtenha $\theta = f(\delta, L)$. Considere que os pontos de acoplamento de ambas as extremidades do manipulador estão afastadas $\begin{bmatrix} x & 0 & z \end{bmatrix}$, sendo que $x = z = L$. Considere nos cálculos a realizar que a distância *d* do elo terminal é nula e que o comprimento dos elos é unitário, i.e., $L = 1$.

c) Sabendo que na configuração $\left(\delta = 1 \quad \theta_2 = -30^\circ \quad \theta_3 = -120^\circ \quad \theta_4 = -30^\circ \right)$ a junta prismática se movimenta com uma velocidade instantânea igual a $\dot{d}_1 = 1$ cm/s, calcule o valor das velocidades angulares das restantes juntas, i.e., $\left(\dot{\theta}_2, \dot{\theta}_3, \dot{\theta}_4\right)$.

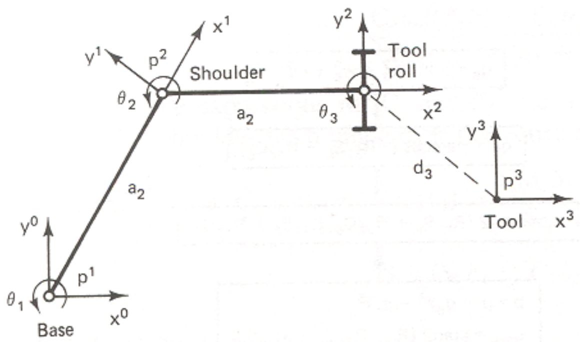
LABWORK #3

- (AULA 1 e 2 – A entregar a 25-11-2017)

  Considere o robot apresentado na figura seguinte. Pretende-se utilizar este robot num processo de pintura satisfazendo as seguintes restrições:

  - A pistola de pintura está acoplada ao *tool* com o difusor de tinta perpendicular ao plano do robô, i.e., a ferramenta (e em particular d_3) deve ser vista como estando colocada perpendicularmente à folha do papel. O robô desloca-se paralelamente à superfície a pintar.
  - A matriz de transformação ${}^{Base}T_{ferramenta}$ correspondente ao "*home*" do processo de pintura é

$$ {}^{Base}T_{ferramenta} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 20 \\ 1 & 0 & 0 & 50 \\ 0 & 0 & 1 & d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$



  - Para efectuar uma correcta pintura, o robô deve deslocar a ferramenta (*tool*) segundo a reta $y = 2x + 10$ com uma velocidade *|v|=15cm/seg.* A pistola de pintura deverá manter a orientação da posição "*home*" durante o processo de pintura.
  - Considere a dimensão dos elos a_2*= 35cm* e a dimensão da ferramenta d_3*=10cm*.

    a) Com base nestas restrições apresente uma solução para as variáveis das juntas do robot $q = [\theta_1 \quad \theta_2 \quad \theta_3]^T$ que garanta o correto posicionamento da ferramenta na posição de "*home*" de pintura.

    b) Calcule as expressões para a velocidade de rotação das juntas $\dot{q} = [\omega_1 \quad \omega_2 \quad \omega_3]^T$ que asseguram a restrição temporal de pintura.

    c) Realize o movimento do manipulador tendo em atenção a restrição de velocidade anteriormente referida (*|v|=15cm/seg*). Para tal considere as duas possíveis abordagens de controlo:

       1. Abordagem Integradora - Controlo de movimento discreto no tempo considerando

$$ \dot{q}^* = J\left(q(k)\right)^{-1} v^* $$
$$ q^*(k+1) = q(k) + \Delta t \cdot \dot{q}^*(k) $$

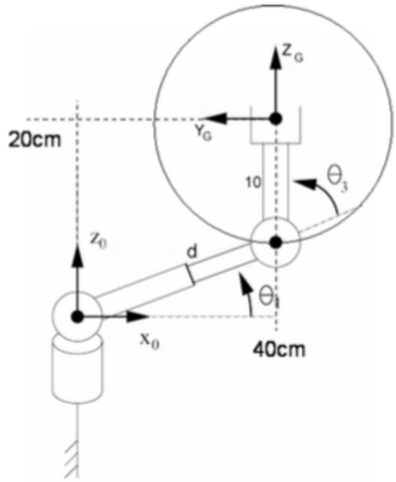
       2. Abordagem em malha fechada – A abordagem anterior, puramente integradora, sofre de acumulação de erro posicional, podendo ser *eliminado* recorrendo a uma solução em malha fechada baseada na diferença entre a pose desejada $p^*(k)$ e a pose actual $f\left(q(k)\right)$.

$$ \dot{q}^*(k) = J\left(q(k)\right)^{-1} \left(p^*(k) - f(q(k))\right) $$
$$ q^*(k+1) = q(k) + K_p \cdot \Delta t \cdot \dot{q}^*(k) $$

  Utilize as funções da Toolbox Robótica para validar e visualizar os resultados.

- (AULA 2 e 3 – A entregar a 02-12-2017)

  Observe o manipulador ***RPR*** apresentado na figura. Desenvolva um programa em MATLAB que permita visualizar o modo de funcionamento do manipulador. Tenha em atenção os seguintes aspectos:



  1. Obter o modelo cinemático directo do manipulador recorrendo aos parâmetros de Denavit-Hartenberg.
  2. Pretende-se manter o sistema referencial da garra solidário à posição [40cm, 0cm, 20cm], variando a sua orientação. Obter a solução de cinemática inversa para θ_1, d_2 e θ_3 que permite efectuar o movimento circular marcado na figura.
  3. Calcule as expressões para a velocidade de rotação das juntas $\dot{q} = \begin{bmatrix} \omega_1 & v_d & \omega_3 \end{bmatrix}^T$ que asseguram um movimento circular com uma velocidade angular igual a π rad/s.
  4. Tal como no problema anterior, implemente as duas estratégias de controlo do movimento: puramente integradora e em malha fechada.

  O programa a desenvolver deverá apresentar a velocidade das juntas função do tempo para os requisitos do ponto 3.

  Use as funções da Toolbox Robotics para validar e visualizar os resultados.