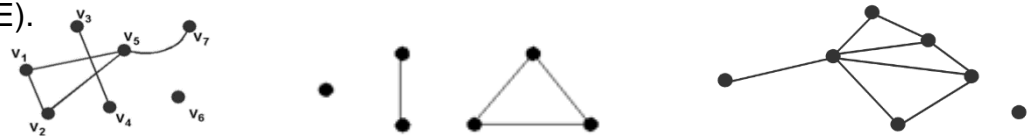


2ª Lista de Exercícios

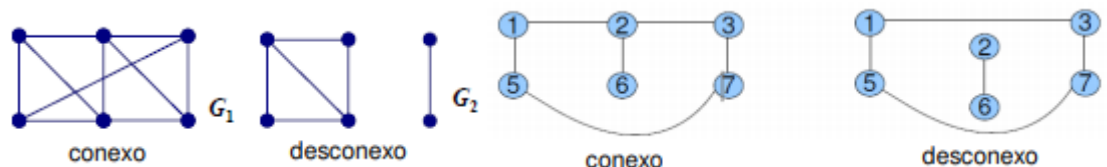
2) a) **Grafo:** É um modelo matemático que representa relações entre objetos, consiste de um conjunto de vértices  $V$ , ligados por um conjunto de arestas ou arcos  $G = (V, E)$ .

Exemplos.



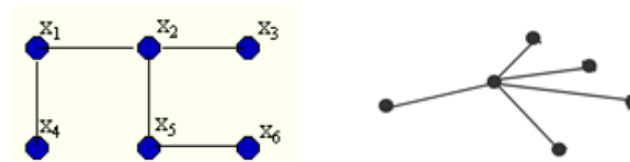
b) **Conexo:** Um grafo é conexo se existir um caminho entre qualquer par de vértices, se existir pelo menos 1 par de vértices que não está ligado a nenhum caminho, ele é desconexo.

Exemplos.



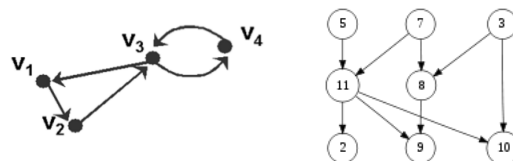
**Acíclico:** É considerado acíclico quando não possui ciclos. Uma árvore é um grafo acíclico conexo.

Exemplos.



**Direcionado:** Cada aresta possui uma única direção de  $x$  para  $y$ .

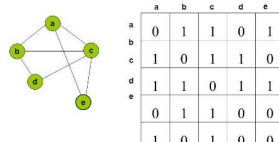
Exemplos:



c) A vizinhança de um vértice  $V$  consiste em todos os vértices que são adjacentes a  $V$ , e pode ser representado tanto pela matriz de adjacência como pela lista de adjacência.

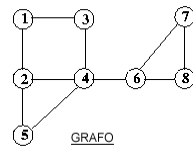
**Matriz de adjacência:** Dado um grafo  $G$ , a matriz de adjacências  $M$  é uma matriz  $n \times n$  tal que:

$n$  = número de vértices e  $M[i,j] = 1$ , se existir aresta de  $i$  a  $j$  e  $M[i,j] = 0$ , se não existir aresta de  $i$  a  $j$ .



**Lista de adjacência:** Dado um grafo  $G$ , a estrutura de adjacência é um vetor de  $n$  elementos que são capazes de apontar, cada um, para uma lista linear. O  $i$ -ésimo elemento do vetor aponta para a lista linear das arestas que incidem no vértice  $i$ .

Exemplo.



Vértice	Grau	Vértices adjacentes
1	2	2 → 3
2	3	1 → 4 → 5
3	2	1 → 4
4	4	2 → 5 → 3 → 6
5	2	2 → 4
6	3	4 → 7 → 8
7	2	6 → 8
8	2	6 → 7

LISTA DE ADJACÊNCIAS

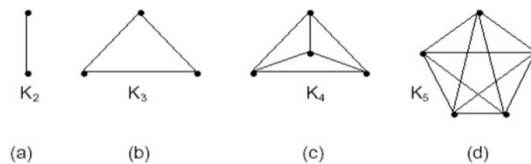
D) **Grafo planar:** É considerado um grafo planar, aqueles que são submetidos no plano de tal forma que suas arestas não se cruzem.

Exemplo.



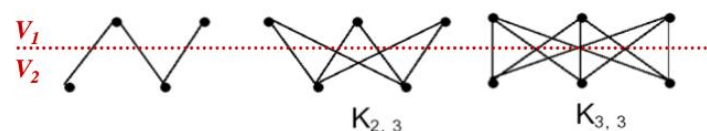
F) **Grafo completo:** Um grafo é completo se todos os seus vértices forem adjacentes.

Exemplos.



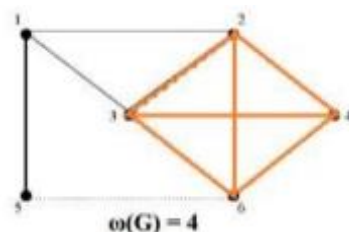
**Grafo bipartido:** Um grafo  $G = (V, E)$  é bipartido quando o seu conjunto de vértices  $V$  pode ser dividido em dois subconjuntos  $V_1$  e  $V_2$  tais que todas as arestas do conjunto  $E$  une um vértice de  $V_1$  a outro vértice de  $V_2$ .

Exemplo.



**Clique:** Em um grafo não-dirigido, um clique é um conjunto de vértices dois a dois adjacentes, ou seja, se tiver a seguinte propriedade: para todo par  $(v, w)$  de vértices distintos em  $C$ , existe uma aresta com pontas  $(v$  e  $w)$ .

Exemplo.

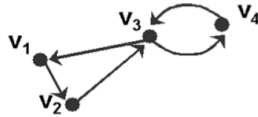


G) **Grafo simples.** Um grafo simples é um grafo que não possui arestas múltiplas.

Exemplo.

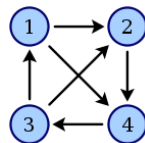


**Multigrafo.** Quando possui mais de uma aresta interligando os mesmos dois vertices.



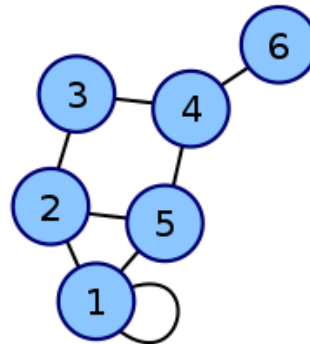
**Digrafo:** O mesmo que um grafo direcionado, cada aresta possui uma única direção de x para y.

Exemplo.



3) Uma **matriz de incidência** representa computacionalmente um grafo através de uma matriz bidimensional, onde uma das dimensões são vértices e a outra dimensão são arestas. Para representar um grafo sem pesos nas arestas e não direcionado, basta que as entradas da matriz M contêm 1 se a aresta incide no vértice, 2 caso seja um laço (incide duas vezes) e 0 caso a aresta não incida no vértice.

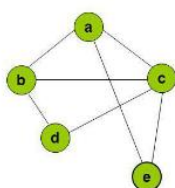
Exemplo.

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$


**Matriz de adjacência:** Dado um grafo G, a matriz de adjacências M é uma matriz  $n \times n$  tal que:

$n$  = número de vértices e  $M[i,j] = 1$ , se existir aresta de  $i$  a  $j$  e  $M[i,i] = 0$ , se não existir aresta de  $i$  a  $j$ .

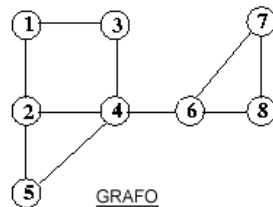
Exemplo.



	a	b	c	d	e
a	0	1	1	0	1
b	1	0	1	1	0
c	1	1	0	1	1
d	0	1	1	0	0
e	1	0	1	0	0

**Lista de adjacência:** Dado um grafo G, a estrutura de adjacência é um vetor de n elementos que são capazes de apontar, cada um, para uma lista linear. O i-ésimo elemento do vetor aponta para a lista linear das arestas que incidem no vértice i.

Exemplo.



GRAFO

Vértice	Grau	Vértices adjacentes
1	2	2 → 3
2	3	1 → 4 → 5
3	2	1 → 4
4	4	2 → 5 → 3 → 6
5	2	2 → 4
6	3	4 → 7 → 8
7	2	6 → 8
8	2	6 → 7

LISTA DE ADJACÊNCIAS

5) b) **Programação dinâmica** é um método para a construção de algoritmos para a resolução de problemas computacionais, em especial os de otimização combinatória. Ela é aplicável a problemas nos quais a solução ótima pode ser computada a partir da solução ótima previamente calculada e memorizada - de forma a evitar recálculo - de outros subproblemas que, sobrepostos, compõem o problema original.

b) **Algoritmo guloso**, toma decisões com base nas informações disponíveis na iteração corrente, sem olhar as consequências que essas decisões terão no futuro. Um algoritmo guloso jamais se arrepende ou volta atrás: as escolhas que faz em cada iteração são definitivas, ou seja, ele sempre busca a melhor solução que aparecer no momento, sem ver onde isso pode dar.

c) **Backtracking** é um algoritmo genérico que busca, por força bruta, soluções possíveis para problemas computacionais. Ele busca por candidatos à soluções e abandona cada candidato parcial C quando C não pode resultar em uma solução válida. Quando sua busca chega a uma extremidade da estrutura de dados, como um nó terminal de uma árvore, o algoritmo realiza um retrocesso tipicamente implementado através de uma recursão.

9) a) **Problema SAT:** é o problema de determinar se existe uma determinada valoração para as variáveis de uma determinada fórmula booleana tal que esta valoração satisfaça esta fórmula em questão. Por exemplo, tomando  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $x_3$ ,  $x_4$  como as variáveis booleanas e a expressão  $(X_1 \vee \neg X_3 \vee X_4) \wedge (\neg X_2 \vee X_3 \vee \neg X_4)$  caso exista uma atribuição de valores de verdade para as variáveis da fórmula

que torne a fórmula avaliada VERDADEIRA, esta fórmula é considerada satisfazível, em contrapartida se nenhuma atribuição levou a uma avaliação da fórmula como verdadeira, ela é considerada insatisfazível.

b) A classe **P** é a classe de todos os problemas de busca que são resolvidos em tempo polinomial. (2sat, árvore geradora mínima, mochila fracionária..)

A classe **NP** é a classe de todos os problemas de busca, seja ele resolvido em tempo polinomial ou não.

A classe **NP-Difícil** é um subconjunto de NP, que são informalmente definidos como “Pelo menos tão difíceis quanto os problemas mais difíceis em NP”. Um problema H é NP-difícil se e somente se existe um problema NP-completo L que é Turing-redutível em tempo polinomial para H.

**NP-Completo:** Um problema de decisão X é completo em NP (ou NP-completo) se X está em NP e qualquer outro problema em NP pode ser polinomialmente reduzido a X.