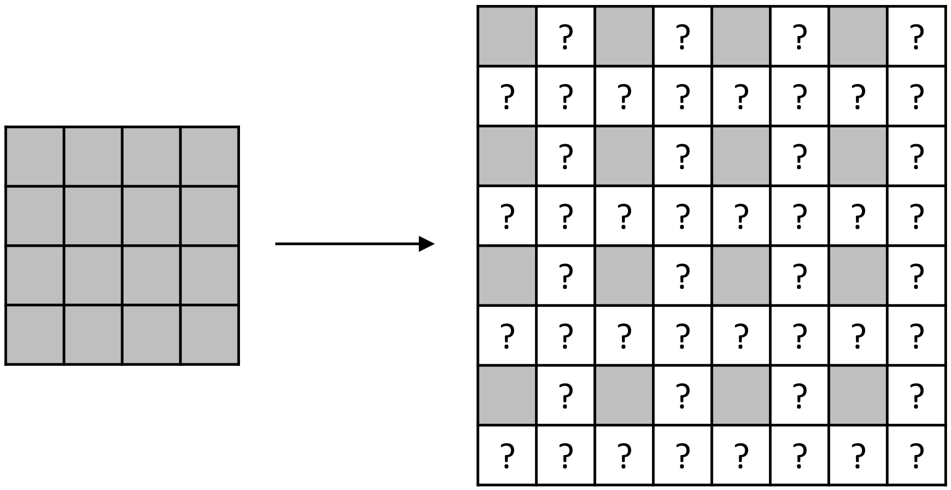
Interpolação de imagens

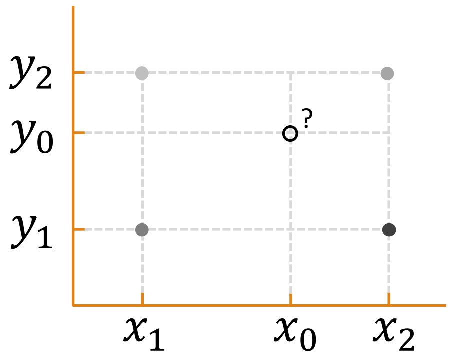
PROF. CESAR HENRIQUE COMIN

Interpolação de imagens



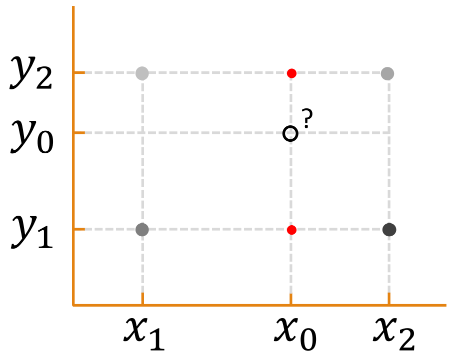
Interpolação bilinear

No caso de interpolação bilinear, o valor de intensidade na posição (x_0, y_0) é calculado a partir dos valores dos 4 pixels mais próximos



Interpolação bilinear

No caso de interpolação bilinear, o valor de intensidade na posição (x_0, y_0) é calculado a partir dos valores dos 4 pixels mais próximos



O cálculo é feito a partir da interpolação linear na direção x, definindo os valores de intensidade nos pontos vermelhos acima, seguida da interpolação linear dos pontos vermelhos na direção y

Interpolação de imagens utilizando correlação-cruzada

- Assim como no caso 1D, podemos interpolar imagens utilizando correlação-cruzada
- Vamos considerar novamente o filtro

$$\widetilde{w} = [0, 1, 1, 0, 0]$$

- Definimos um novo filtro 2D da seguinte forma

$$w = \widetilde{w}^T \widetilde{w}$$

Interpolação de imagens utilizando correlação-cruzada

- Assim como no caso 1D, podemos interpolar imagens utilizando correlação-cruzada
- Vamos considerar novamente o filtro

$$\widetilde{w} = [0, 1, 1, 0, 0]$$

- Definimos um novo filtro 2D da seguinte forma

$$w = \widetilde{w}^T \widetilde{w}$$

$$w = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} [\, 0, 1, 1, 0, 0 \,] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

- Esse é um filtro caixa 2D

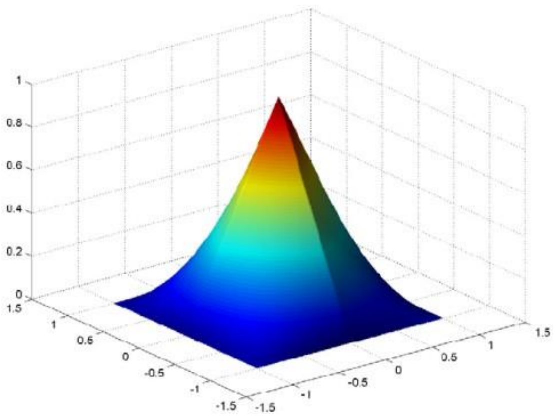
Interpolação de imagens utilizando correlação-cruzada

- Assim como fizemos com o sinal 1D, podemos criar uma nova imagem $g(x, y)$ com r vezes o número de linhas e colunas do que a imagem original
- Para os pixels com coordenadas x e y divisíveis por r, copiamos o valor da imagem original. Os demais pixels recebem o valor 0
- Definimos um filtro caixa com largura r nas linhas e colunas
- Calculamos a convolução entre $g(x, y)$ e o filtro caixa

Interpolação bilinear por correlação-cruzada

- Para aplicarmos a interpolação bilinear, basta calcularmos a correlação-cruzada de dois filtros caixa 2D

Função tenda



Interpolação por correlação-cruzada

Interpolação de imagens por correlação-cruzada

Notebook "**Interpolação 2D**"

Limiarização de imagens e operadores morfológicos

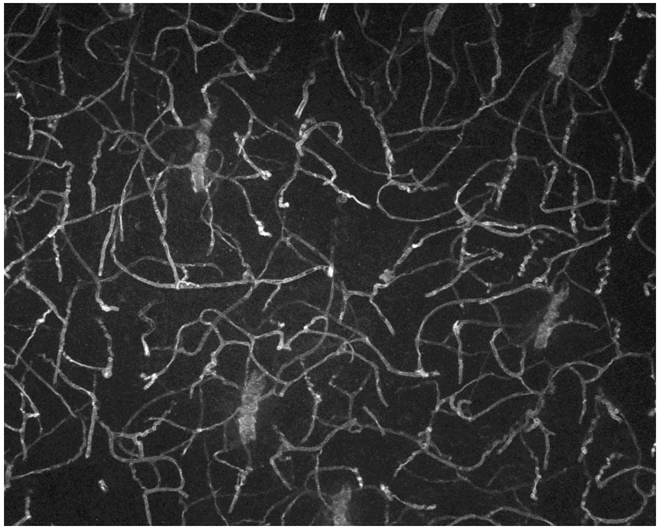
PROF. CESAR HENRIQUE COMIN

Limiarização de imagens

- Limiarização consiste em transformar uma imagem em nível de cinza (ou colorida) em uma imagem binária (preto e branco)
- Uma imagem binária possui apenas dois valores. Usualmente, esses valores são 0 (preto) e 1 (branco). Em alguns casos, a imagem é representada utilizando os valores 0 e 255
- Limiarização é uma técnica de **segmentação de imagens**

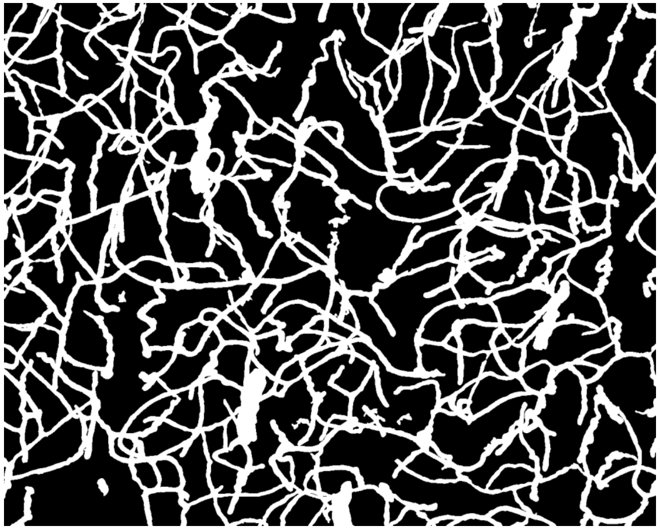
Limiarização de imagens

Imagem contendo pixels com intensidades no interval [0,255]



Limiarização

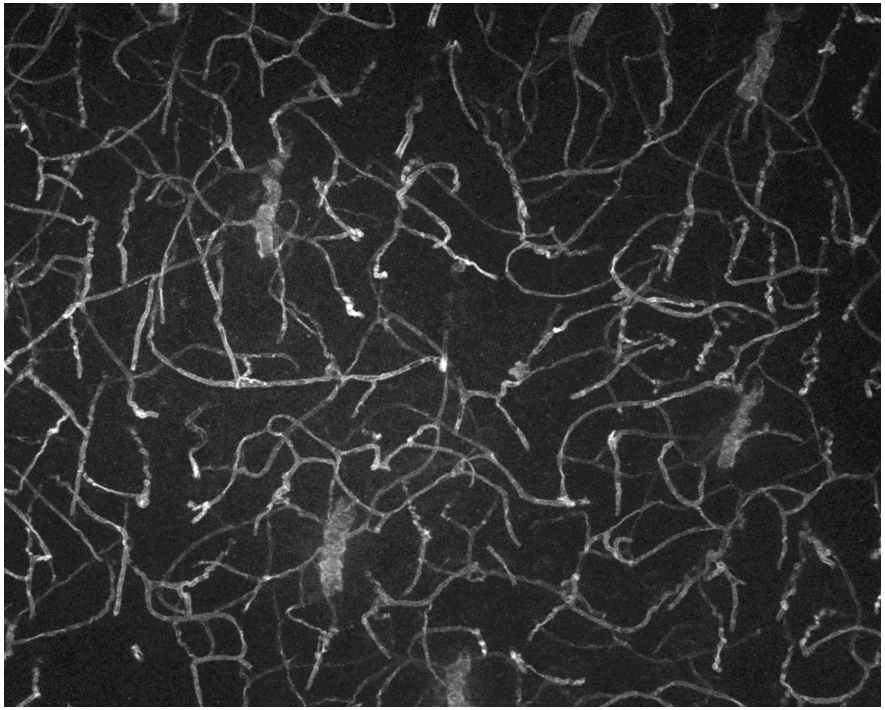
Imagem binária contendo pixels com valores 0 e 1



Limiarização de imagens

- Limiarização é uma forma de simplificar a informação contida em uma imagem

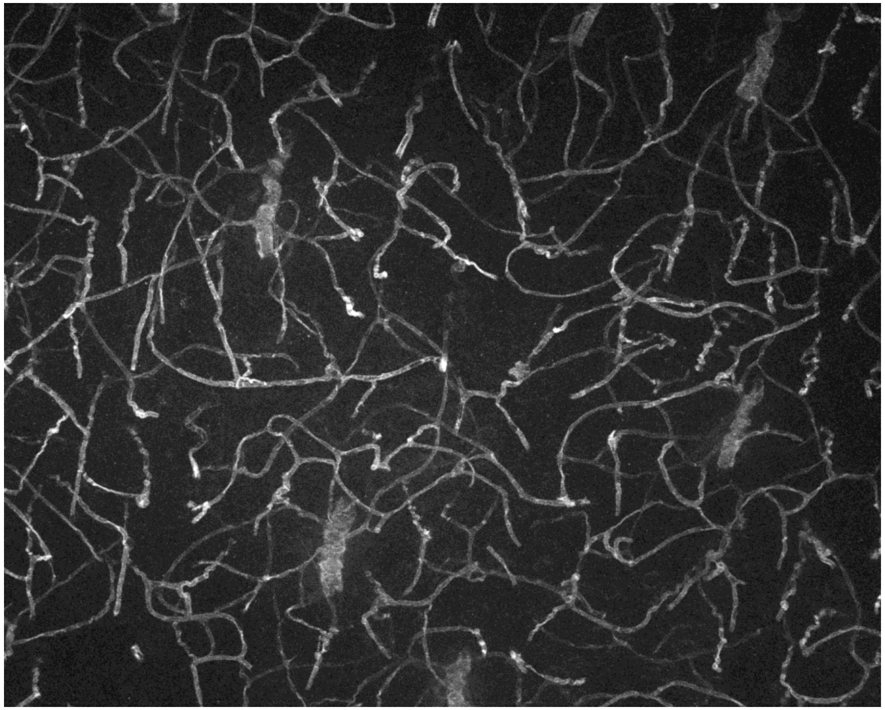
Quais pixels representam vasos sanguíneos?



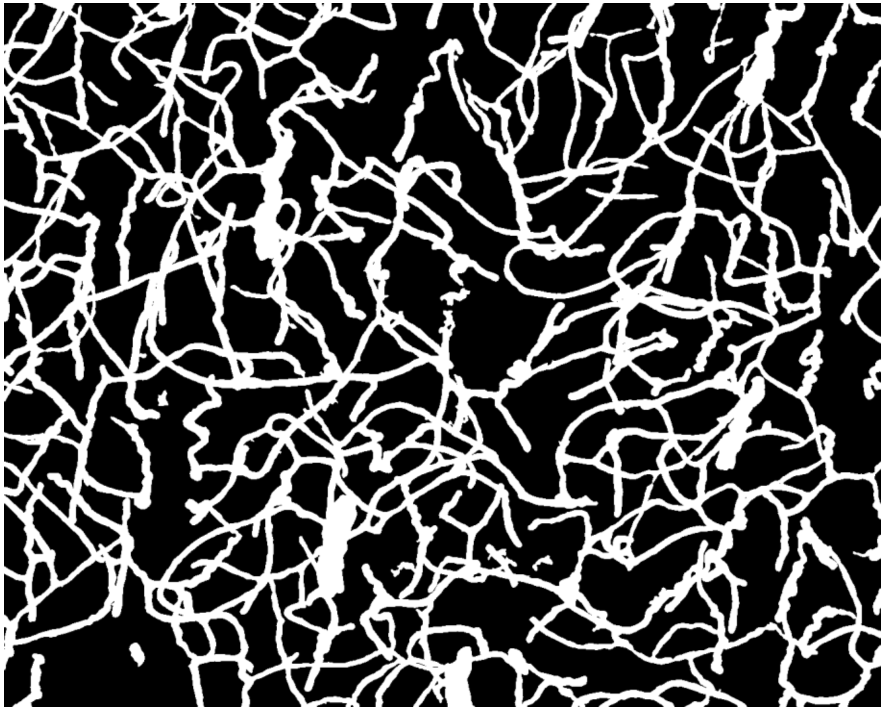
Limiarização de imagens

- Limiarização é uma forma de simplificar a informação contida em uma imagem

Quais pixels representam vasos sanguíneos?



Pixels brancos são vasos sanguíneos



Limiarização de imagens

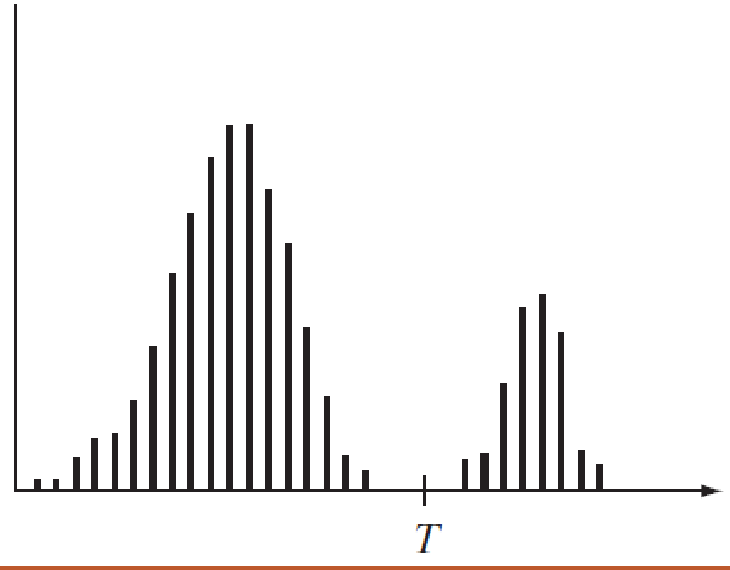
Matematicamente, a limiarização é definida como

$$g(x, y) = \begin{cases} 1, & \text{se } f(x, y) \geq T \\ 0, & \text{se } f(x, y) < T \end{cases}$$

onde $f(x, y)$ é a imagem original, $g(x, y)$ a imagem binária resultante e T o valor de limiar utilizado

Limiarização de imagens

- Para a limizarização, é fundamental que um valor apropriado de limiar (*threshold*, em inglês) seja utilizado
- Diversas técnicas existem para selecionar o melhor limiar. A técnica a ser utilizada depende dos critérios que definem o que é uma boa separação entre os pixels brancos e pretos
- Por exemplo, um critério comum é que T esteja em um vale do histograma:



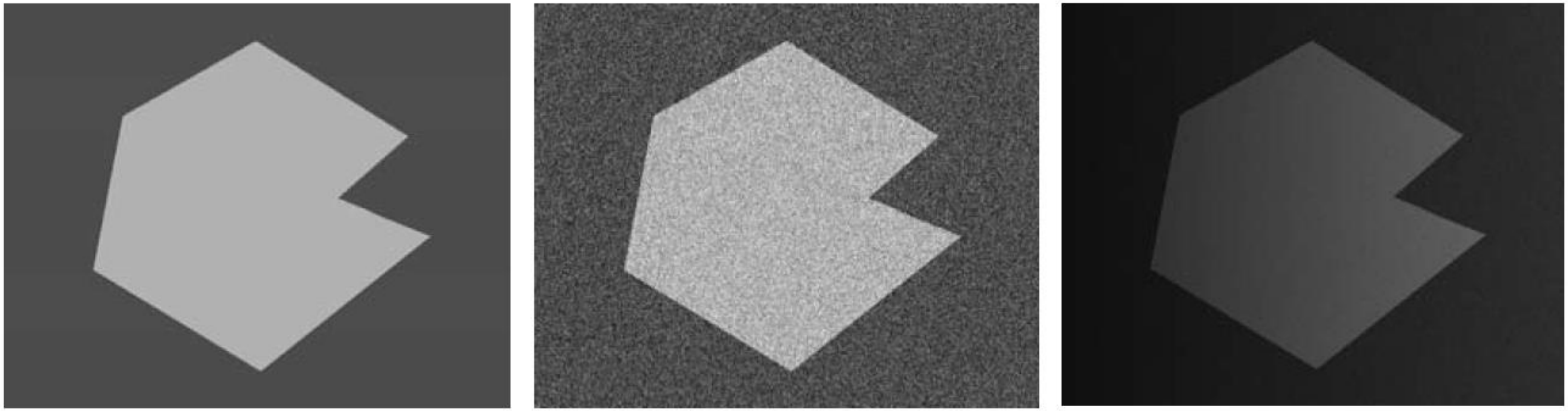
Limiarização de imagens

É comum que os pixels pretos sejam chamados de **background** e os pixels brancos de **foreground** (ou objeto).

Limiarização de imagens

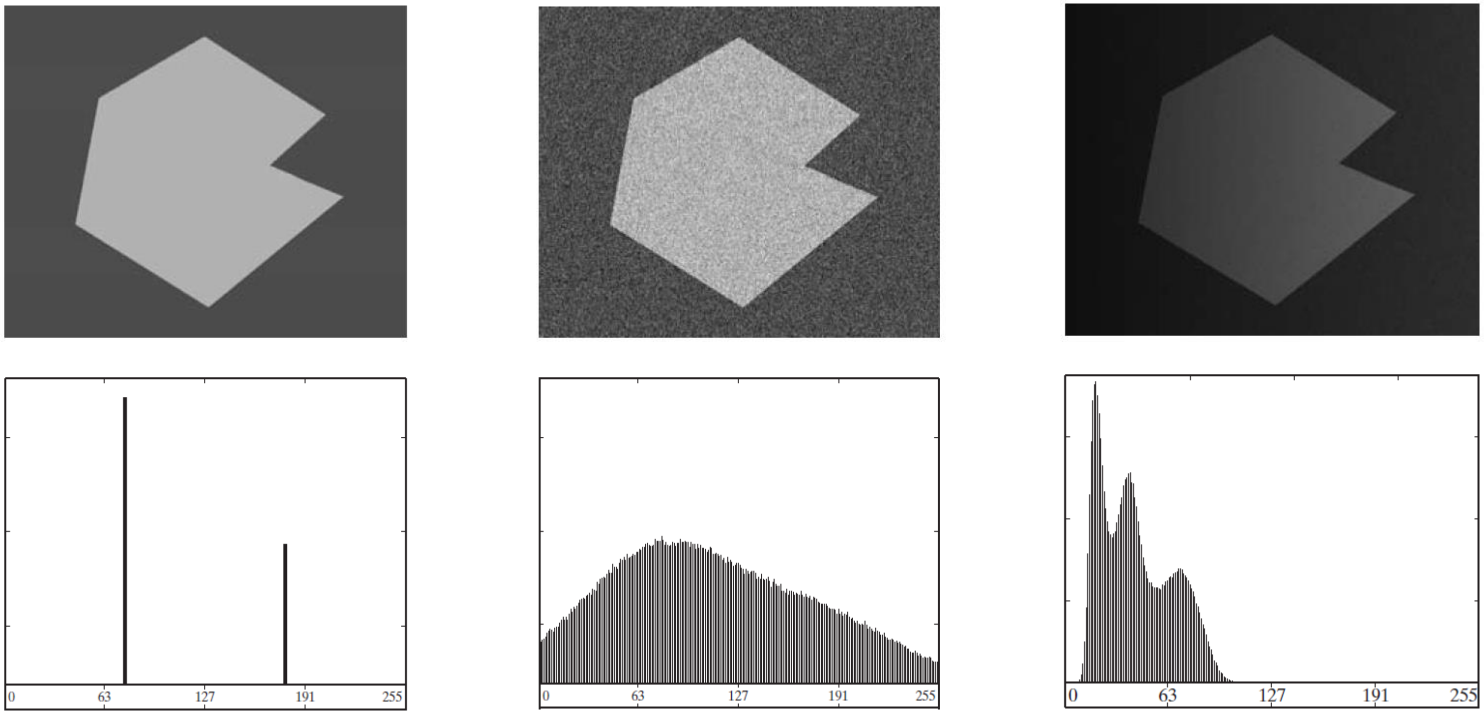
Para nós, limiarização é uma operação simples

Conseguimos reconhecer facilmente o polígono nas imagens abaixo



Limiarização de imagens

Para o computador, essa é uma tarefa mais difícil

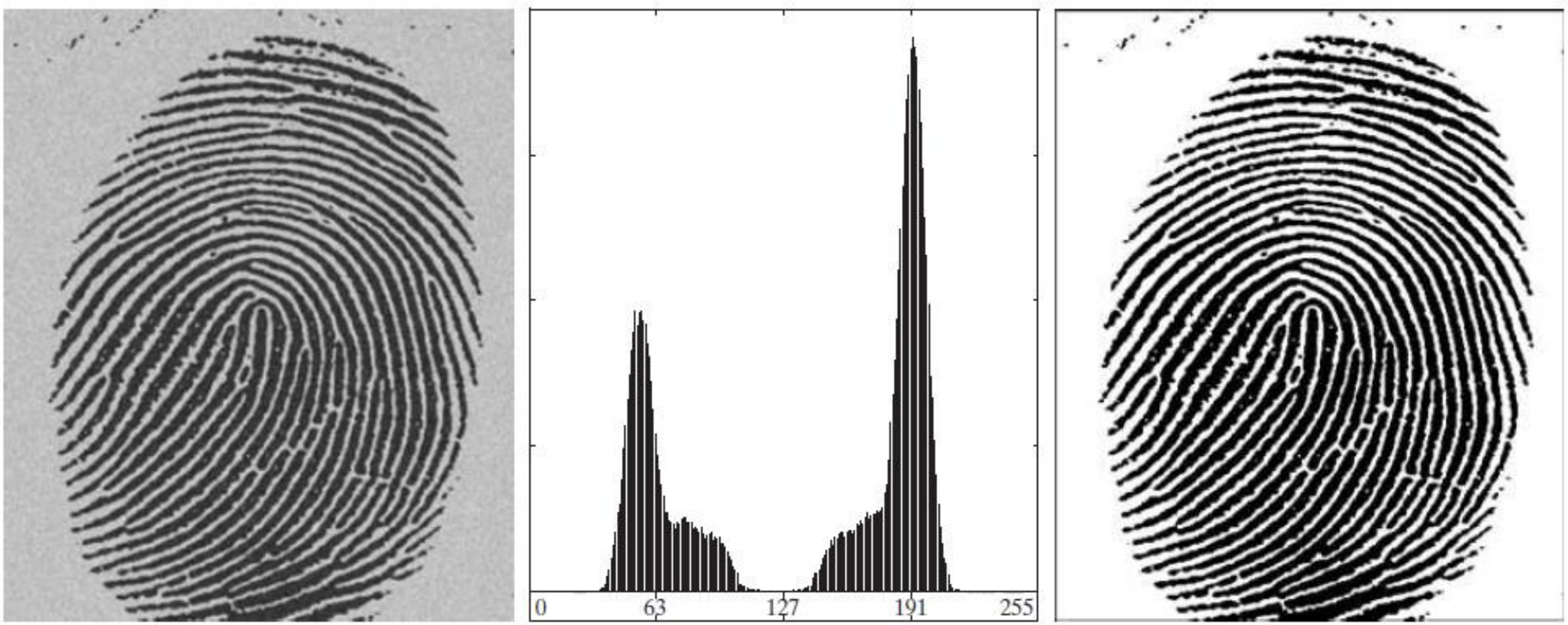


Um algoritmo simples para selecionar o melhor limiar

1. Selecione um valor inicial para o limiar T. Por exemplo, a média dos valores de intensidade da imagem
2. Aplique o limiar T na imagem. Esse procedimento define dois grupos de pixels: G_B (background) e G_F (foreground)
3. Calcule os valores médios de intensidade m_B e m_F para os pixels nos grupos G_B e G_F, respectivamente
4. Calcule um novo valor de limiar utilizando a fórmula
$$T = \frac{1}{2}(m_B + m_F)$$
5. Repita os passos 2 a 4 até que a mudança no valor de limiar seja muito pequena.

Um algoritmo simples para selecionar o melhor limiar

O algoritmo tende a funcionar bem para imagens possuindo histograma com dois picos bem separados



Um algoritmo simples para selecionar o melhor limiar

Notebook "**Limiarização**", seção 1

Um algoritmo simples para selecionar o melhor limiar

E se as intensidades não estiverem tão bem separadas?

Diversos métodos de seleção de limiar foram definidos, cada um seguindo um critério distinto

Limiarização de Otsu

Um dos métodos mais utilizados para a limiarização automatizada de imagens é baseado no critério de Otsu:

Encontre o limiar para o qual o valor

$$\sigma_I^2 = P_B(m_B - m_G)^2 + P_F(m_F - m_G)^2$$

é máximo.

m_G: Intensidade média da imagem
P_B: Número de pixels pretos dividido por N
P_F: Número de pixels brancos dividido por N
m_B: Intensidade média (na imagem original) dos pixels pretos (background)
m_F: Intensidade média (na imagem original) dos pixels brancos (foreground)

σ_I está relacionado com a separação entre as distribuições de intensidades originais dos pixels background e foreground.

Limiarização de Otsu

$$\sigma_I^2 = P_B(m_B - m_G)^2 + P_F(m_F - m_G)^2$$

- O termo $(m_B - m_G)^2$ está relacionado com a distância entre a média de intensidade dos pixels background e o valor médio da imagem. Quanto maior melhor.
- O termo $(m_F - m_G)^2$ está relacionado com a distância entre a média de intensidade dos pixels foreground e o valor médio da imagem. Quanto maior melhor.
- P_B e P_F representam pesos para os termos acima, e dependem do número de pixels associados com o background e foreground.

Limiarização de Otsu

$$\sigma_I^2 = P_B(m_B - m_G)^2 + P_F(m_F - m_G)^2$$

- O valor de σ_I^2 é calculado para todos os valores possíveis de limiar
- O limiar mais adequado, segundo o critério de Otsu, leva ao maior valor de σ_I^2

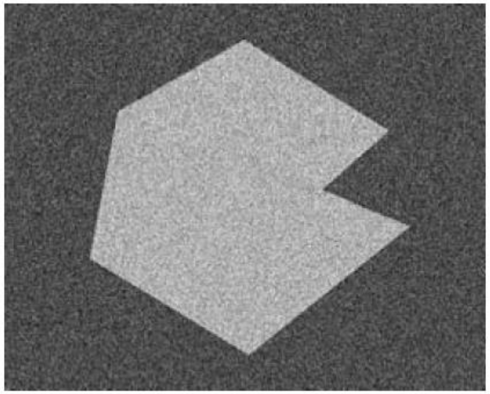
Limiarização de Otsu

Notebook “**Limiarização**”, seção 2

Limiarização

O preprocessamento da imagem antes da aplicação do limiar pode levar a melhoras significativas do resultado

Original



Histograma

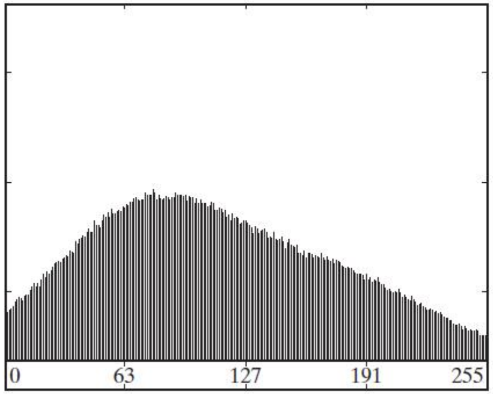
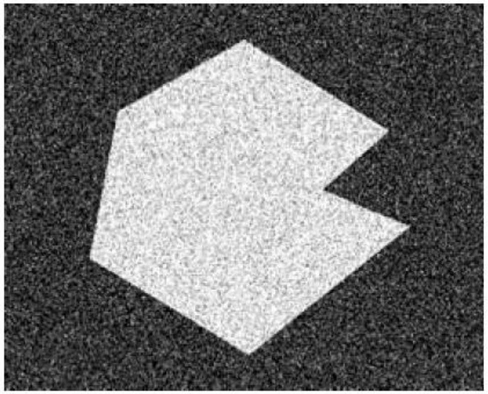


Imagem limiarizada

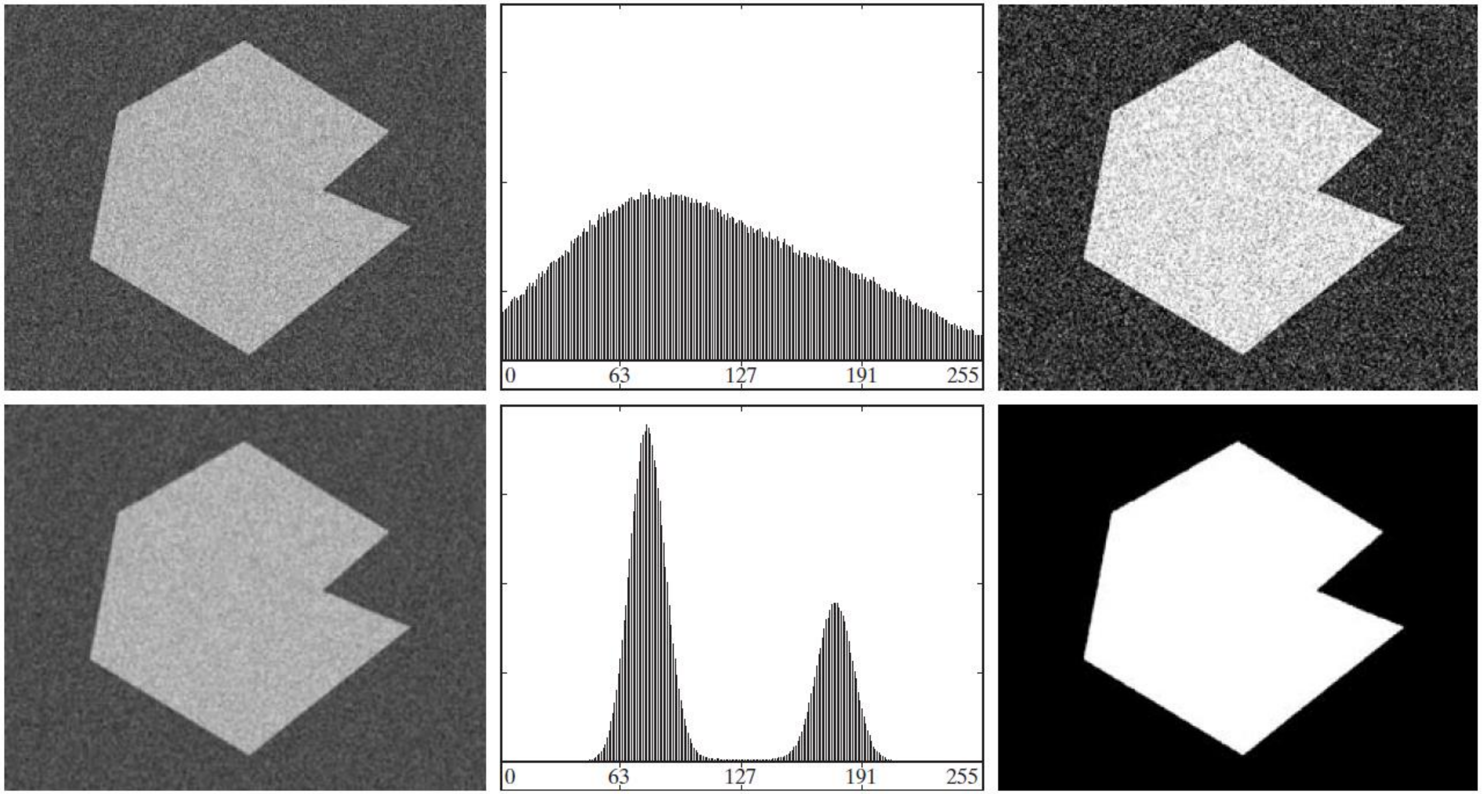


Limiarização

O preprocessamento da imagem antes da aplicação do limiar pode levar a melhoras significativas do resultado

Original | Histograma | Imagem limiarizada

Imagem suavizada:



Limiarização local

- A definição de um único valor para limiarizar uma imagem não funciona bem se houver variações de iluminação
- Uma abordagem mais interessante é fazer com que o limiar varie de acordo com propriedades da vizinhança de cada pixel.
- Por exemplo, de acordo com a intensidade média da vizinhança

Limiarização local

- Exemplo de algoritmo de limiarização local:

Para cada pixel p da imagem
  Seja I_p a intensidade do pixel
  Seja Γ_p os pixels que estão na vizinhança do pixel p
  Seja m_p a intensidade média dos pixels Γ_p
  Se $I_p - m_p > C,$ o pixel p é considerado foreground

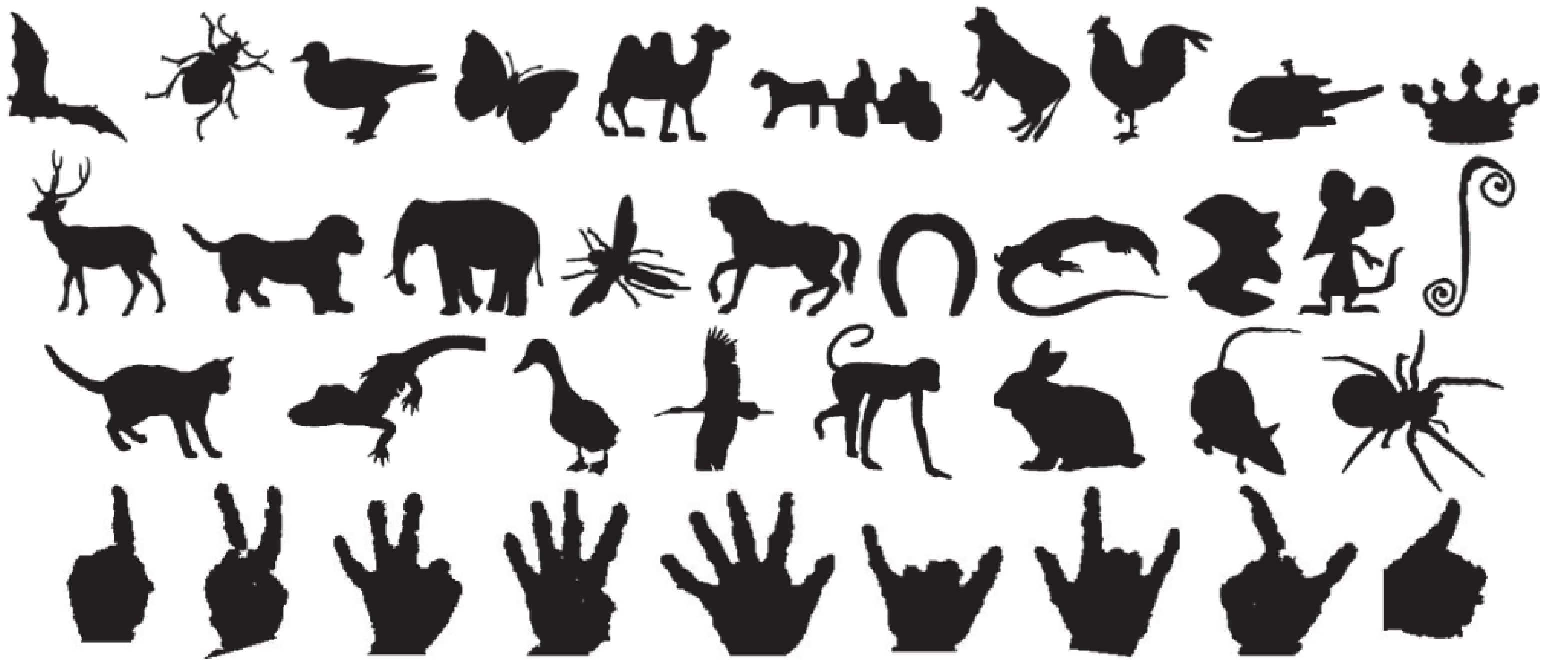
- C é um parâmetro do algoritmo que ajusta quão mais intenso o pixel tem que ser em relação a sua vizinhança para ser considerado foreground.

Processamento morfológico de imagens

Morfologia

- Do grego *morphé* (morfo = forma) e *logos* (logia = estudo)
- A representação e descrição de formas através da matemática é chamada de morfologia matemática
- Em processamento de imagens, morfologia está usualmente associada com imagens binárias, mas as técnicas que veremos possuem extensões para outros tipos de imagens

Imagem binária



- A imagem binária de um objeto (silhueta) pode revelar muita coisa sobre o objeto
- Em geral, podemos facilmente extrair o contorno de imagens binárias, o que possibilita analisarmos a morfologia dos objetos contidos na imagem

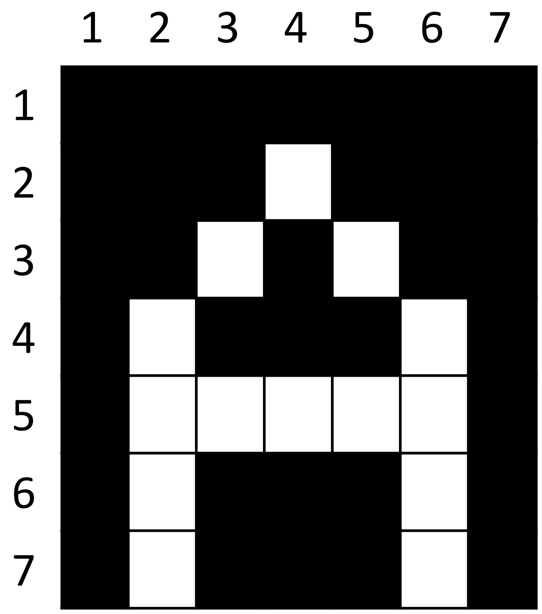
Operações morfológicas

Operações morfológicas podem ser utilizadas para a correção de problemas causados por limiarização ou por outros métodos de segmentação

Operações morfológicas

Operações morfológicas são definidas através de operações com conjuntos

Qualquer imagem binária pode ser representada por uma lista contendo as posições dos seus pixels brancos



[(2,4),(3,3), (3,5), (4,2), (4,6), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5), (5,6), (6,2), (6,6), (7,2), (7,6)]

Operações morfológicas

Operações morfológicas são definidas através de operações com conjuntos

Qualquer imagem binária pode ser representada por uma lista contendo as posições dos seus pixels brancos

B = [(2,4),(3,3), (3,5), (4,2), (4,6),
(5,2), (5,3), (5,4), (5,5), (5,6), (6,2),
(6,6), (7,2), (7,6)]

B é um conjunto. Portanto, podemos realizar operações de conjunto para modificar B

Operações morfológicas

Por exemplo, suponha que temos o conjunto

P = [(2,4),(3,3),(3,5),(4,2),(4,6)]

Podemos subtrair o conjunto P de B:

B’ = B – P
= [(5,2), (5,3), (5,4), (5,5), (5,6), (6,2), (6,6), (7,2), (7,6)]

B = [(2,4),(3,3), (3,5), (4,2), (4,6), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5), (5,6), (6,2), (6,6), (7,2), (7,6)]

Operações morfológicas

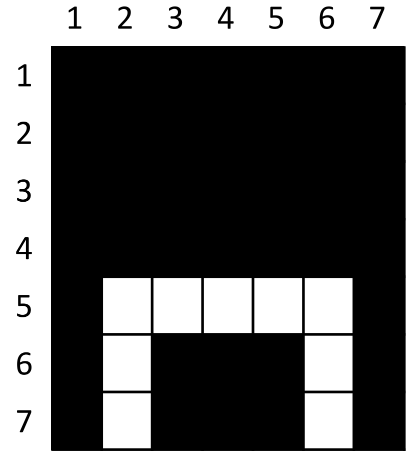
Por exemplo, suponha que temos o conjunto

P = [(2,4),(3,3),(3,5),(4,2),(4,6)]

Podemos subtrair o conjunto P de B:

B’ = B – P
= [(5,2), (5,3), (5,4), (5,5), (5,6), (6,2), (6,6), (7,2), (7,6)]

O novo conjunto corresponde à imagem:



Operações morfológicas

Uma importante operação de conjunto é a reflexão:

$$\hat{B} = \{w | w = -b, \text{for } b \in B\}$$

Essa expressão pode ser lida como "para cada ponto b pertencente ao conjunto B, defina $w = -b$ e crie um novo conjunto com os valores de w"

Operações morfológicas

Outra importante operação de conjuntos é a translação a partir de um ponto $z = (z_1, z_2)$:

$$(B)_z = \{c | c = b + z, \text{for } b \in B\}$$

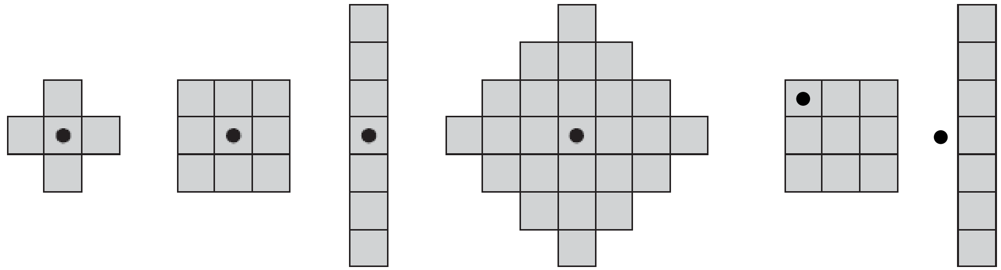
Essa expressão pode ser lida como “para cada ponto b pertencente ao conjunto B, defina $c = b + z$ e crie um novo conjunto a partir dos valores de c”

Operações morfológicas em imagens

Operações morfológicas sempre incluem dois conjuntos de pixels:

- O conjunto de pixels brancos na imagem
- O conjunto de pixels brancos no *elemento estruturante*

Exemplos de elementos estruturantes:



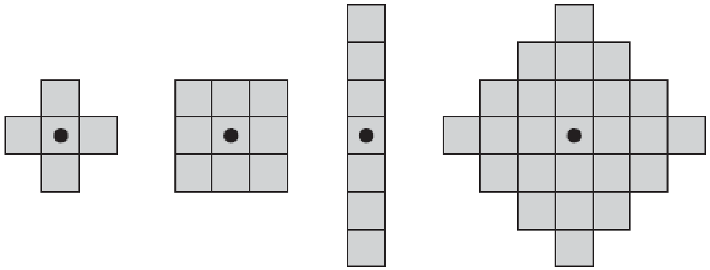
Elementos estruturantes podem possuir qualquer tamanho, forma, e ter seu ponto de referência em qualquer posição.
Mas eles são geralmente pequenos, simétricos e possuem o ponto de referência no centro

Operações morfológicas em imagens

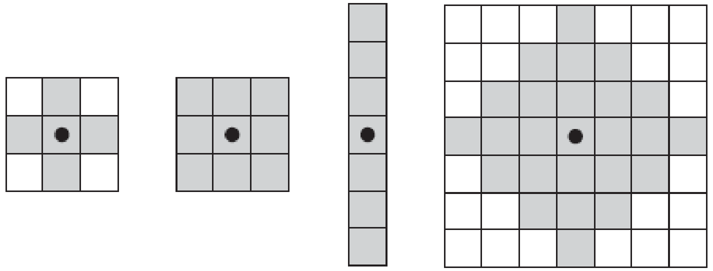
Operações morfológicas sempre incluem dois conjuntos de pixels:

- O conjunto de pixels brancos na imagem
- O conjunto de pixels brancos no *elemento estruturante*

Exemplos de elementos estruturantes:



Representando elementos estruturantes através de imagens:



Erosão

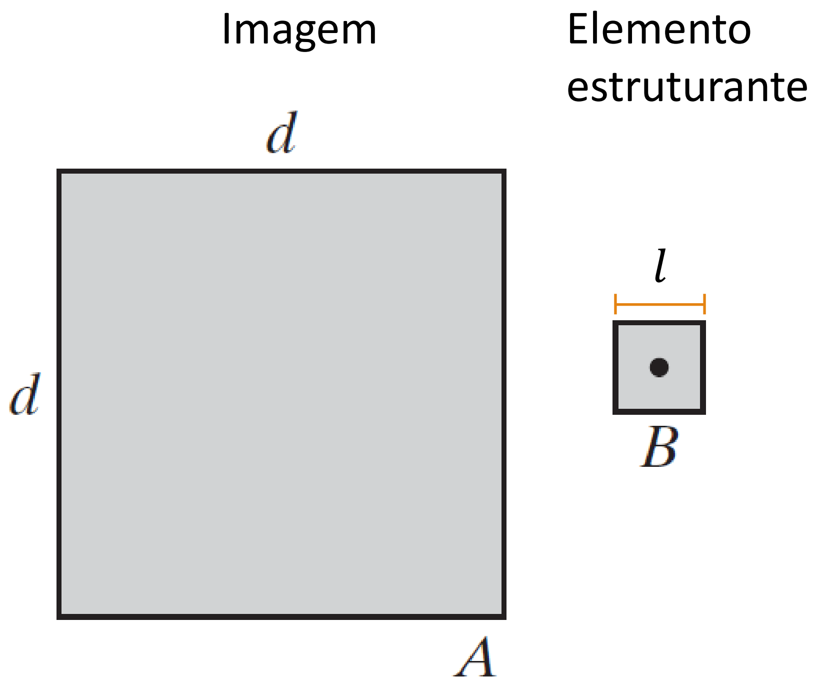
- Seja A o conjunto de pixels brancos na imagem, e B o conjunto de pixels no elemento estruturante.
- A erosão da imagem A pelo elemento estruturante B é dada pela operação

$$A \ominus B = \{z | (B)_z \subseteq A\}$$

- Essa expressão pode ser lida como “$A \ominus B$ é dado por todas as posições *z* para as quais *B* transladado por *z* está completamente contido em *A*”

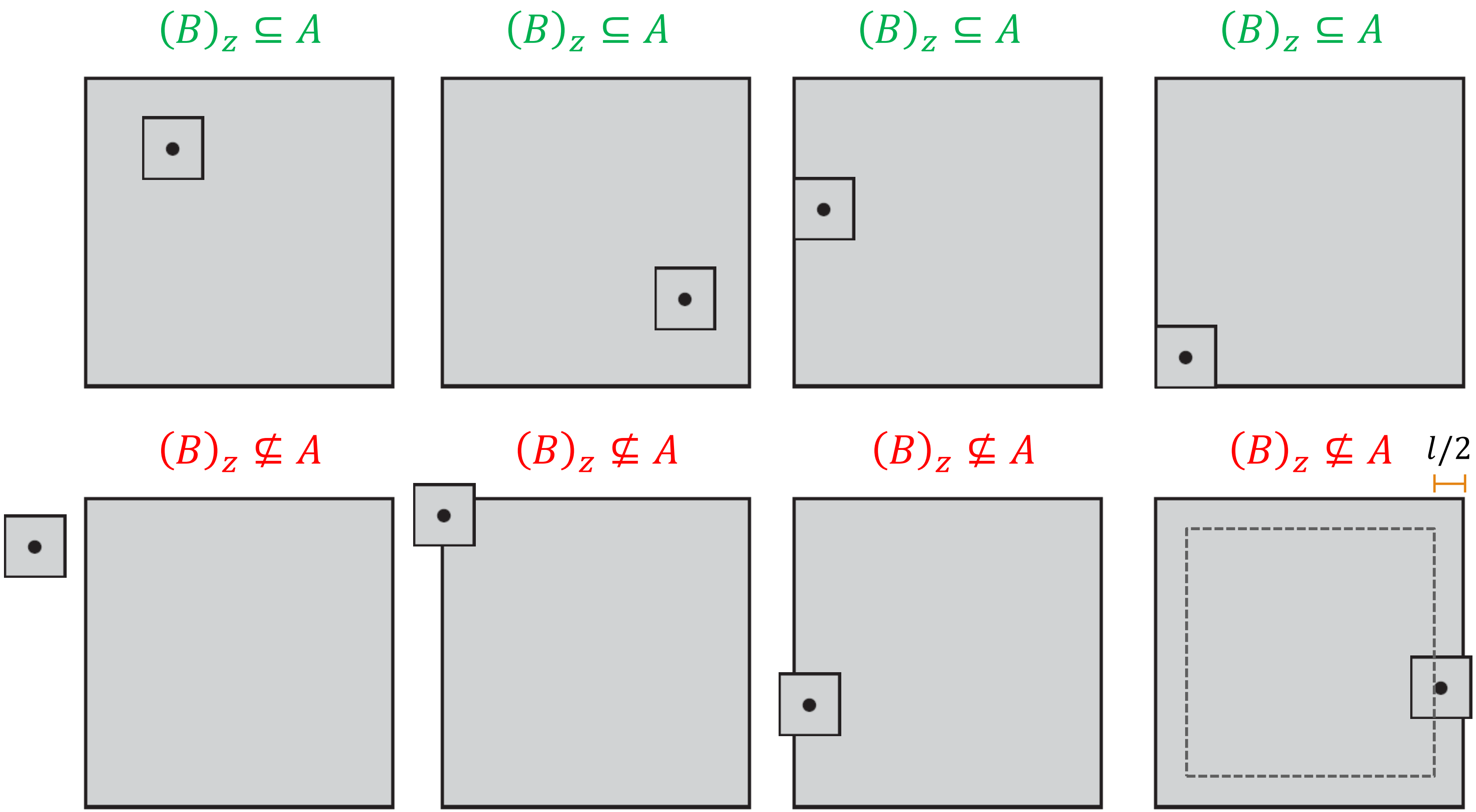
Erosão

Essa definição matemática complicada possui uma interpretação simples:



Erosão

Essa definição matemática complicada possui uma interpretação simples:



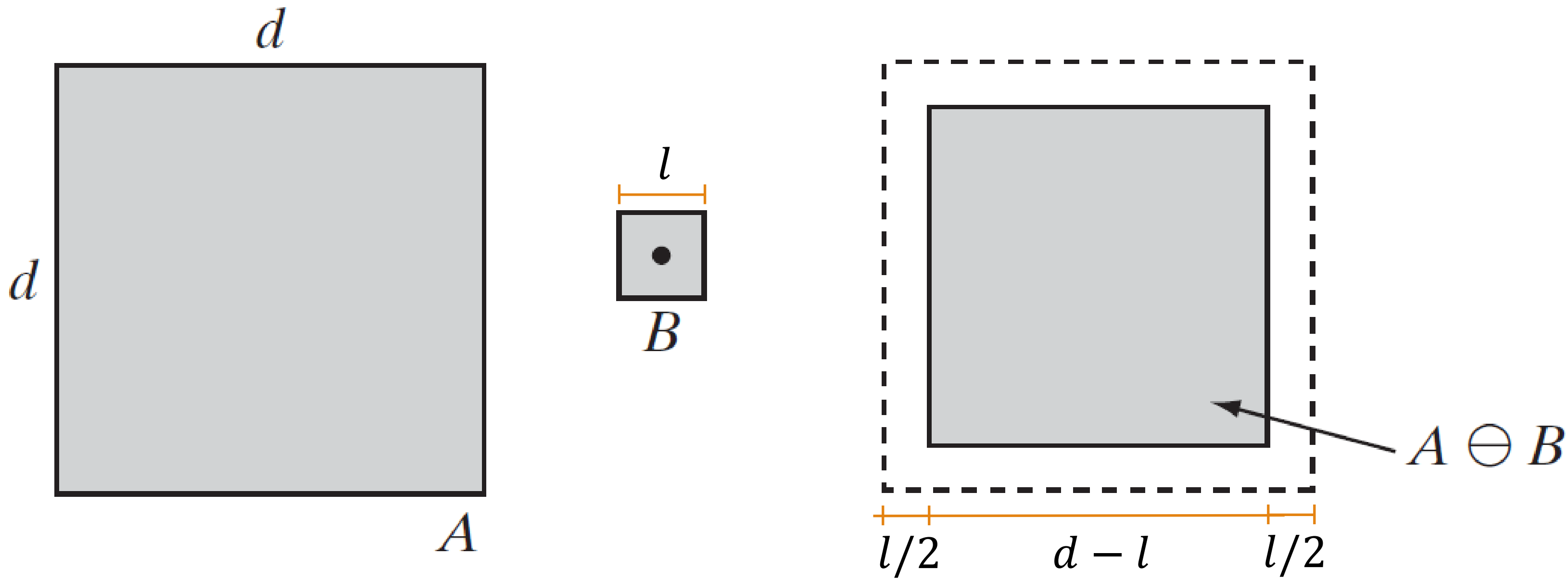
Erosão

Essa definição matemática complicada possui uma interpretação simples:

Imagem

Elemento estruturante

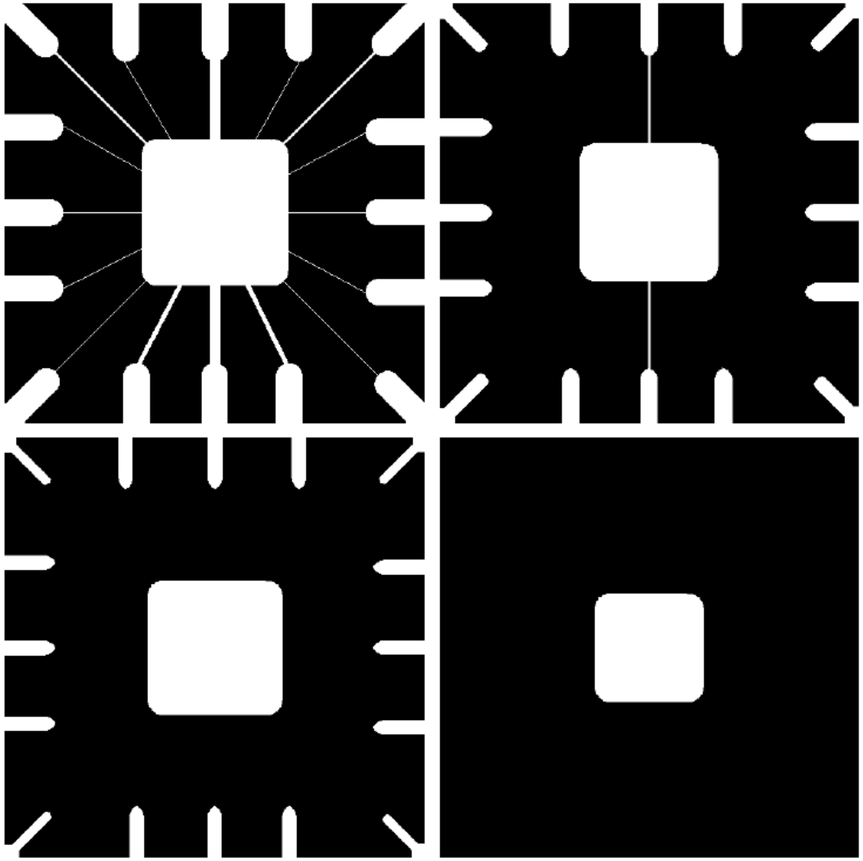
Imagem erodida



Erosão

Erosão morfológica elimina objetos menores do que o elemento estruturante

Erosão utilizando elementos estruturantes de diferentes tamanhos:



Dilatação

Dilatação morfológica é, de certa forma, o "inverso" da erosão.
Ela é definida como:

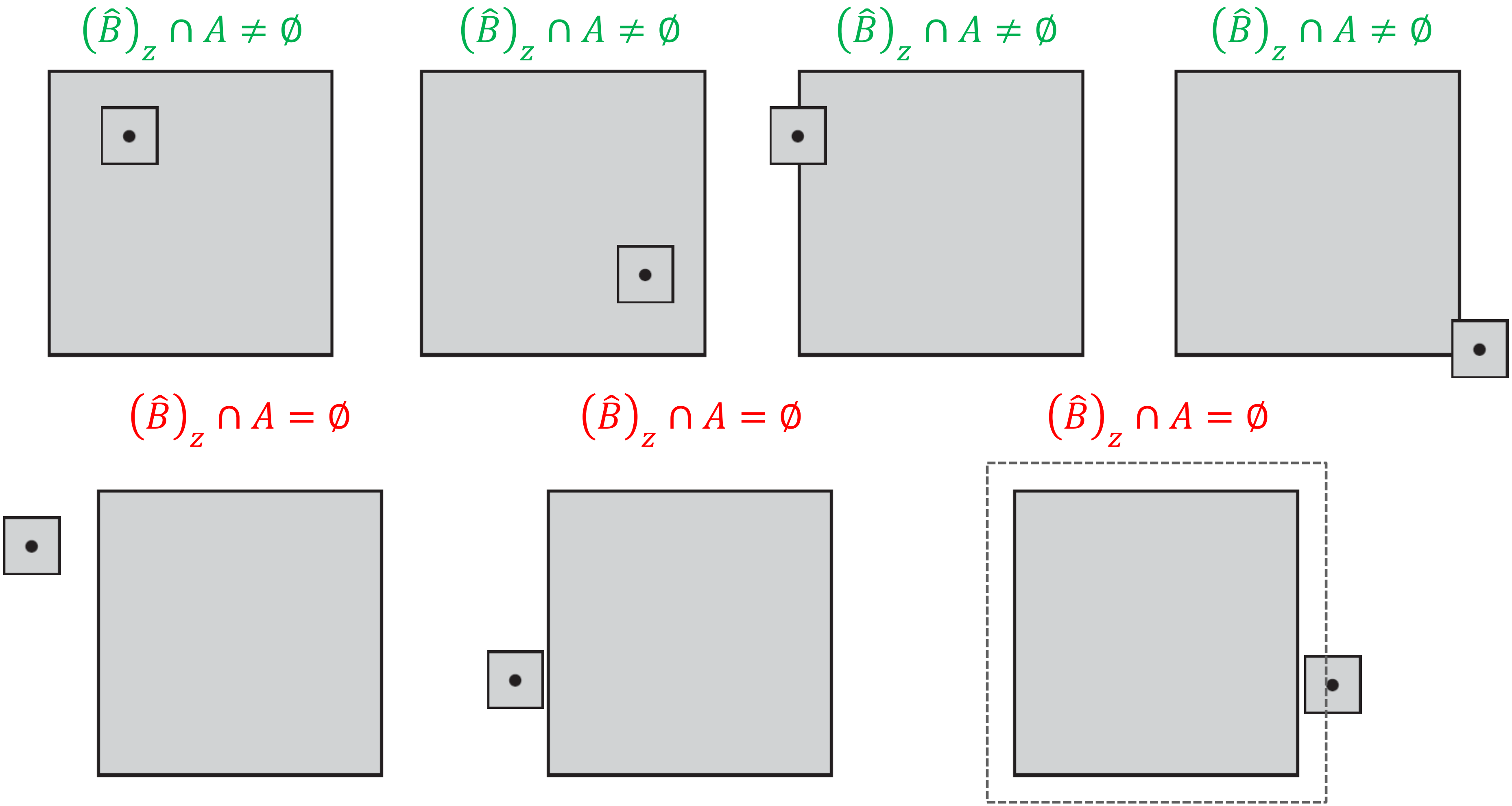
$$A \oplus B = \{z | (\hat{B})_z \cap A \neq \emptyset\}$$

onde $\emptyset$ é o conjunto vazio.

A operação pode ser lida como "$A \oplus B$ é dado por todas as posições *z* para as quais *B* refletido e transladado por *z* possui alguma intersecção com *A*"

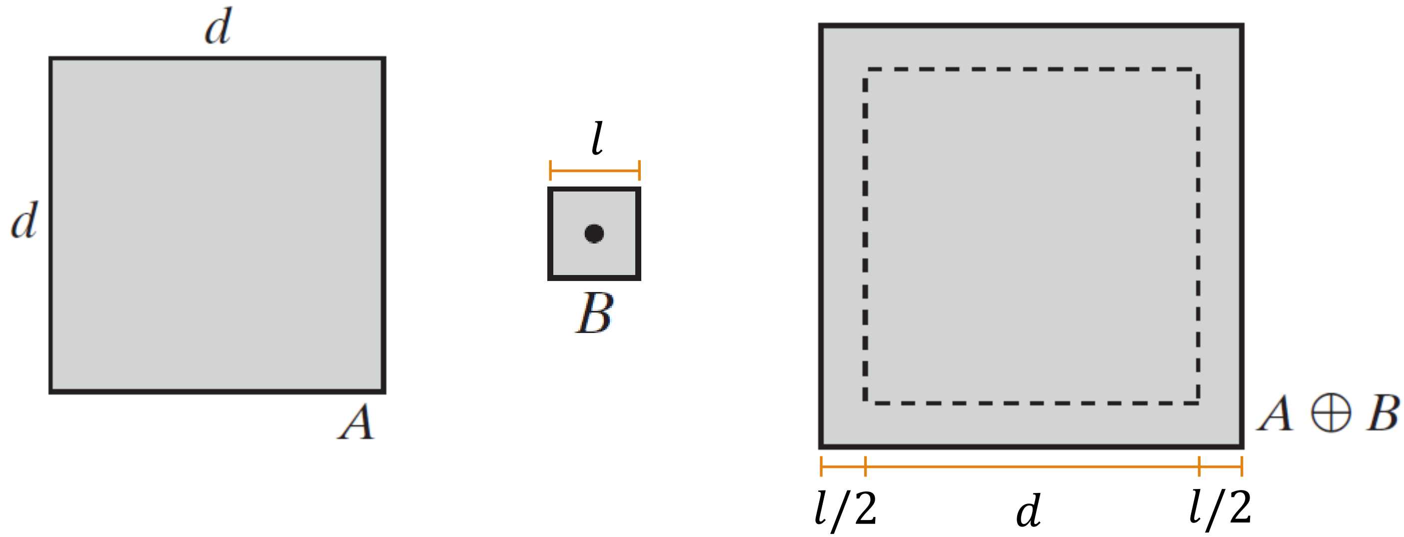
Dilatação

Essa definição matemática complicada possui uma interpretação simples:



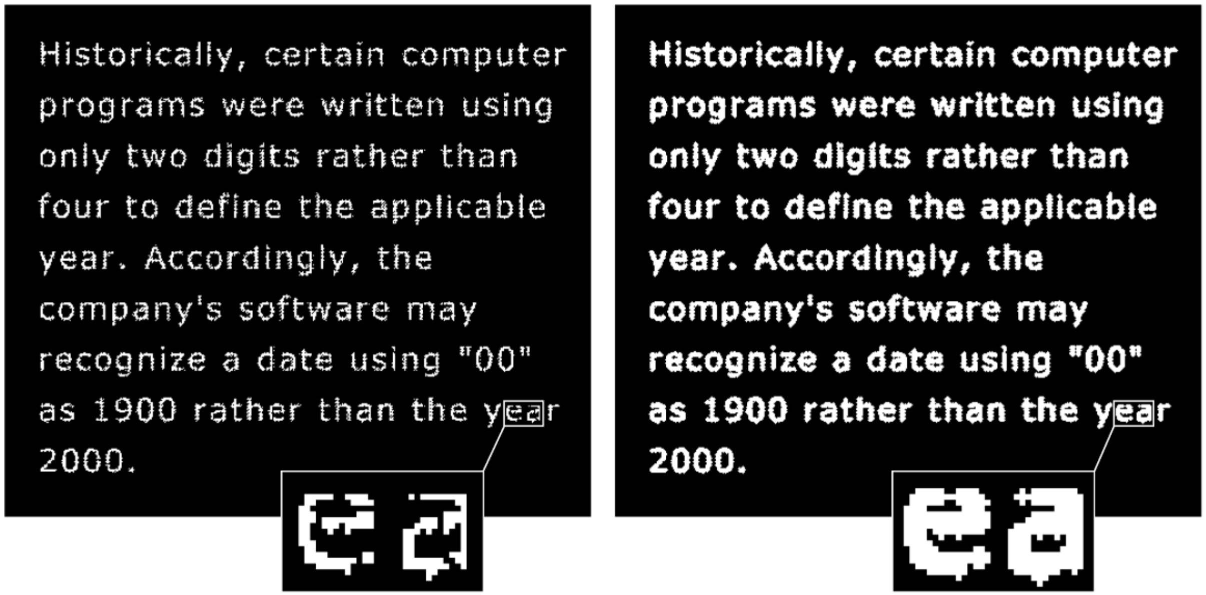
Dilatação

Essa definição matemática complicada possui uma interpretação simples:



Dilatação

Dilatação pode ser utilizada para aumentar o tamanho de pequenos objetos, ou para eliminar buracos entre dois objetos.



0	1	0
1	1	1
0	1	0

Dualidade entre erosão e dilatação

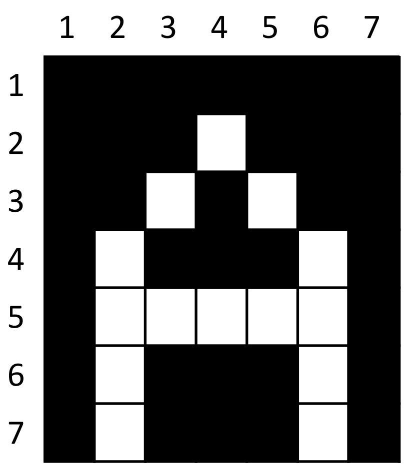
Erosão e dilatação são duais, isto é, uma pode ser calculada utilizando a outra

$$(A \ominus B)^c = A^c \oplus \hat{B}$$

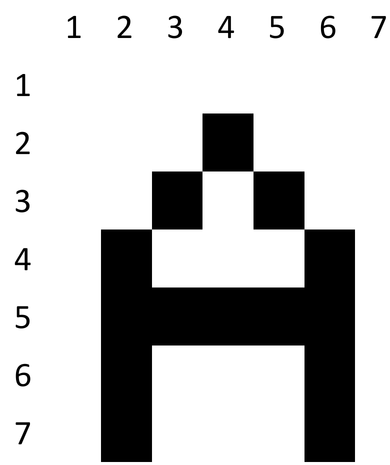
$$(A \oplus B)^c = A^c \ominus \hat{B}$$

A^c é o conjunto complemento de A:

A



A^c



Abertura e fechamento

- Erosão pode ser utilizada para eliminar pequenos objetos, dilatação para eliminar buracos e mesclar objetos, mas ambas operações alteram a forma dos objetos
- Na erosão, os objetos remanescentes se tornam menores. Na dilatação, eles ficam maiores

Abertura e fechamento

- Erosão pode ser utilizada para eliminar pequenos objetos, dilatação para eliminar buracos e mesclar objetos, mas ambas operações alteram a forma dos objetos
- Na erosão, os objetos remanescentes se tornam menores. Na dilatação, eles ficam maiores
- Para evitar esses problemas, definimos as operações de abertura e fechamento:

Abertura:

$$A \circ B = (A \ominus B) \oplus B$$

"Erosão do conjunto *A* por *B* seguida da dilatação do resultado pelo conjunto *B*"

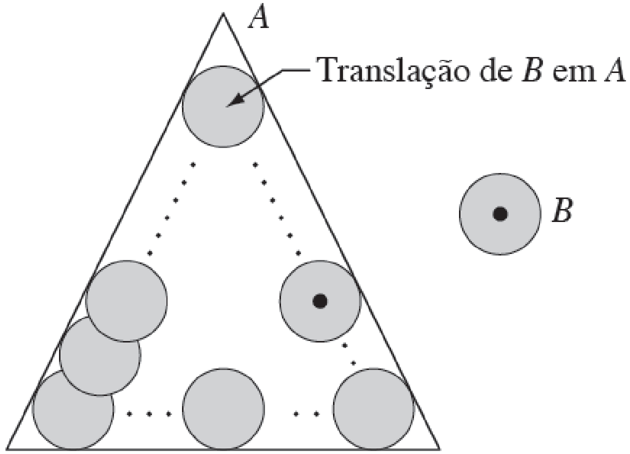
Fechamento:

$$A \cdot B = (A \oplus B) \ominus B$$

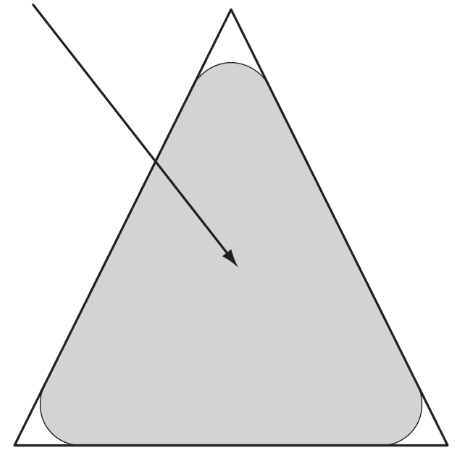
"Dilatação do conjunto *A* por *B* seguida da erosão do resultado pelo conjunto *B*"

Abertura e fechamento

- Abertura elimina pequenos objetos, quebra linhas finas e torna cantos mais arredondados

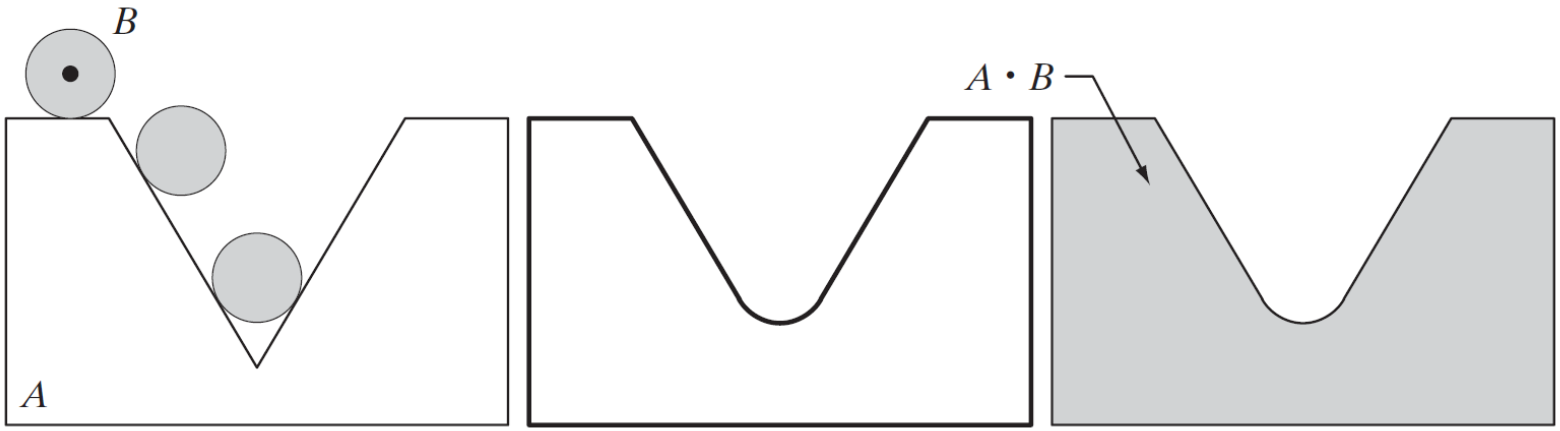


$$A \circ B = \cup\{(B)_z | (B)_z \subseteq \mathrm{A}\}$$



Abertura e fechamento

- Fechamento conecta objetos próximos, simplifica a forma de objetos e torna cantos mais arredondados



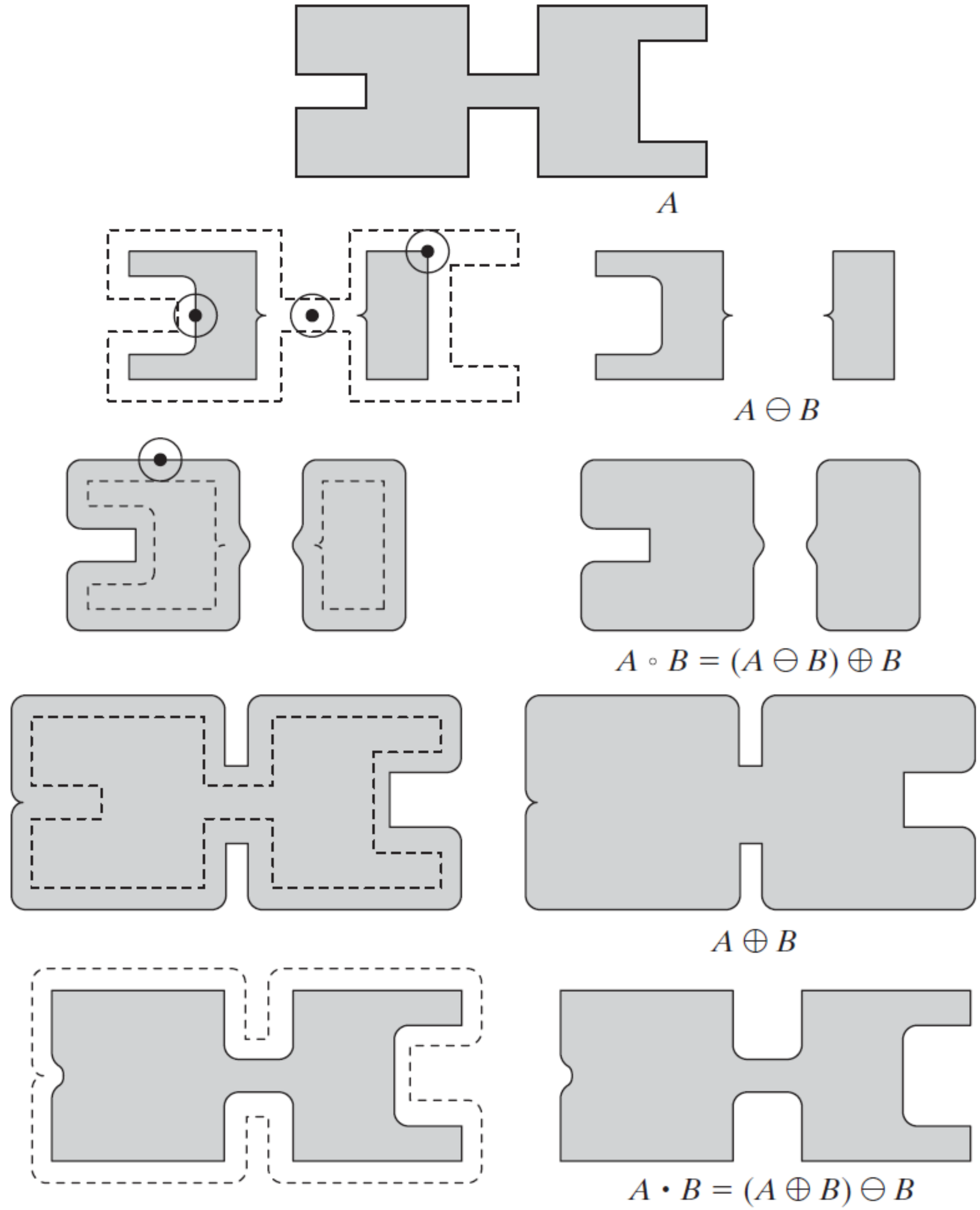
Exemplos de operações morfológicas

Erosão

Abertura

Dilatação

Fechamento



A
B
$A \ominus B$
1 1 1
1 1 1
1 1 1
$(A \ominus B) \oplus B = A \circ B$
$(A \circ B) \oplus B$
$[(A \circ B) \oplus B] \ominus B = (A \circ B) \bullet B$