PRIMEIRA PROVA DE ESTATÍSTICA COMPUTACIONAL - 28/04/2021

Exercício 1. Crie uma função chamada `EstimativaIntegral` que possua como entradas dois números reais a e b, $a < b$, e que retorne o valor da integral

$$\int_a^b e^{2x+x^2}\ dx,$$

isto é

$$EstimativaIntegral(a, b) = \int_a^b e^{2x+x^2}\ dx.$$

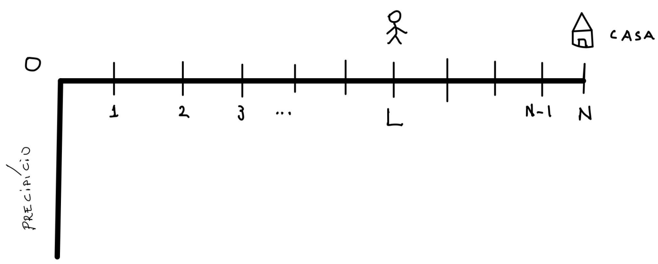
Por fim, utilize a função anterior para estimar a integral com $a = -1$ e $b = 2$.

Exercício 2. Um álbum tem espaço para N figurinhas. Cada pacote que você compra, para preencher o álbum, vem com uma figurinha. Todas as figurinhas são igualmente prováveis de serem obtidas. Seja X a variável aleatória que conta o número de figurinhas que você tem que comprar para completar o álbum. Assim, como exemplo, considere que $N = 5$ e que as figurinhas sejam $1, 2, 3, 4, 5$. Suponha que as figurinhas que você obteve, na ordem das compras, foram: 4, 2, 3, 3, 4, 5, 1. Portanto, neste caso, $X = 7$.

(a) Para $N = 20$, estime via Monte Carlo a esperança de X, isto é, a quantidade média de figurinhas que você tem que comprar para preencher o álbum. Estime também a probabilidade de X ser menor ou igual a 30.

(b) Crie uma função cuja entrada seja N e cuja saída seja a estimativa de $E[X]$.

Exercício 3. Considere o passeio aleatório que Luke Skywalker realizou no Exercício 5 da Lista 3. Entretanto, dessa vez, a reta do passeio é formada pelos números inteiros de zero até N. Considere que Luke está em um ponto L que é maior do que zero e menor do que N. Luke lança uma moeda honesta; se sair coroa, ele dá um passo para a esquerda (e termina na posição $L - 1$ da reta); se sair cara, ele dá um passo para a direita (e termina na posição $L + 1$ da reta). Luke continuará a lançar a moeda e se deslocará até que ele chegue em sua casa (e lá ele vai dormir e o passeio acaba) ou até que ele chegue (caia) no precipício (e, óbvio, o passeio também acaba nesse caso).



(a) Para $N = 20$, crie uma função cuja entrada seja L (um número maior do que zero e menor do que 20) e cuja saída retorne a estimativa da probabilidade de Luke cair no precipício antes de chegar em casa.

(b) Use a função modelada em (a) para gerar as estimativas de $L = 1, 2, 3, \ldots, 19$ e, em seguida, use esses valores para plotar um gráfico de $x = 1 : 19$ por y, em que y são as estimativas de probabilidade para cada x.

PROVA 1 - EM CASA

Exercício 4. Considere o seguinte processo:

- sorteie um número u_1 no intervalo $[0, 1]$;
- sorteie um outro número u_2 no intervalo $[0, 1]$ e considere a soma $u_1 + u_2$;
- se a soma for maior do que 1, então pare;
- caso contrário, sorteie um outro número u_3 no intervalo $[0, 1]$ e considere a soma $u_1 + u_2 + u_3$;
- se a soma for maior do que 1, então pare;
- caso contrário, sorteio um número u_4...

Seja X a variável aleatória que conta o número de sorteios necessários para que a soma exceda 1 pela primeira vez. A partir do Método de Monte Carlo, escreva um código para gerar 100000 valores de X. Em seguida, utilize esses valores para estimar $E[X]$ e $P(X = 3)$.

Exercício 5. Considere um baralho com 52 cartas. Cinco cartas desse baralho serão retiradas sem reposição. Faça um simulação de Monte Carlo para estimar as seguintes quantidades:

(a) Qual a probabilidade de serem retiradas 2 cartas iguais e três diferentes?

(b) Qual a probabilidade de serem retiradas 2 pares?

(c) Qual a probabilidade de serem retiradas uma trinca e um par (full house)?

(d) Qual a probabilidade de serem retiradas exatamente 4 cartas iguais (uma quadra)?

Pontuação: Q1: 20 pontos, Q2: 35 pontos, Q3: 35 pontos, Q4: 8 pontos, Q5: 12 pontos.