Resolução da Prova

Exercício 1

Resposta: Acurácia é o quão próximo um valor computador se encontra do valor do real, um exemplo pode ser visto em um jogo de dardos em que um círculo é divido em cores sendo a cor vermelha a do meio, a acurácia mediria quantas vezes um dardo é lançado na cor vermelha (centro) ou muito próxima dela, já a precisão mede o quão próximo um valor computado se encontra dos valores previamente calculados, um exemplo para esse conceito pode ser visto em uma balança de peso, quando ela é precisa é porque se uma pessoa usar ela muitas vezes todos os pesos cairão perto um dos outros.

Com relação ao modelo matemático, um modelo que é preciso porém não tem acurácia, resulta em um modelo onde os resultados caem agrupados(perto um do outro), porém não caem perto do resultado real esperado, enquanto que em outro caso, um modelo que possui acurácia mas não é preciso, uma boa parte dos seus resultados estão perto do centro mas eles não estão agrupados, ou seja, a variância entre os resultados é grande.

Exercício 2

$f(x) = 2x^2 + 8$, podemos decômpo-las em $g(x) = h(x)$, sendo, $g(x) = 2x^2$ e $h(x) = -8$

Primeiro, verificaremos se a função possui raízes reais, para isso analisaremos o Δ da função.

$$\Delta = b^2 - 4ac = 0^2 - 4 * (2) * (8)$$
$$\Delta = -16$$

Resposta: Como o $\Delta < 0$ não existe raízes reais para essa função, portanto não existem um intervalo que contenha raízes reais.

Exercício 3

Método da Falsa Posição Modificado em $f(x) = x^3 - x - 1$

Como sabemos todo polinômio de grau ímpar possui **ao menos** uma raiz real, portanto, iremos encontrar um intervalo que contenha a raiz primeiramente,

x	y
0	-1
1	-1
2	5

Como resultado sabemos que existe um raiz entre 0 e 1, logo nosso intervalo inicial será [1,2]

a	b	f(a)	f(b)	xk	f(xk)
1	2	-1	5	1.16666	-0.57870
1.16666	2	-0.57870370	2.5	1.32330	-0.006003
1.32330	2	-0.006003	2.5	1.32492	0.0009023

Resposta: A aproximação da raiz é ≈ 1.32492

Exercício 4

Resposta:

$10a + 10b + 50c + 20d = 140\ (nitrato)$

$10a + 100b + 20c + 40d = 190\ (fosfato)$

$100a + 30b + 20c + 35d = 205\ (potássio)$

$5a + 6b + 5c + 15d = 52\ (reais)$

Exercício 5

Temos uma matrix na forma $A * X = B$

$$\begin{bmatrix} 3 & 5 & -1 \\ 2 & 8 & -6 \\ -6 & 2 & 8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix}$$

Iremos transformá-las na forma $(L * U) * X = B$, ou seja, $A = (L * U)$,

$$\begin{bmatrix} 3 & 5 & -1 \\ 2 & 8 & -6 \\ -6 & 2 & 8 \end{bmatrix}$$
$$(L_2 = L_2 - \frac{2}{3}L_1) \begin{bmatrix} 3 & 5 & -1 \\ 0 & \frac{14}{3} & \frac{-16}{3} \\ -6 & 2 & 8 \end{bmatrix}$$
$$(L_3 = L_3 - (-2)L_1) \begin{bmatrix} 3 & 5 & -1 \\ 0 & \frac{14}{3} & \frac{-16}{3} \\ 0 & 12 & 6 \end{bmatrix}$$
$$(L_3 = L_3 - \frac{18}{7}L_2) \begin{bmatrix} 3 & 5 & -1 \\ 0 & \frac{14}{3} & \frac{-16}{3} \\ 0 & 0 & \frac{138}{7} \end{bmatrix} = U$$

Logo, a matriz L será ,

$$L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{2}{3} & 1 & 0 \\ -2 & \frac{18}{7} & 1 \end{bmatrix}$$

Portanto, $A = L * U$,

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{2}{3} & 1 & 0 \\ -2 & \frac{18}{7} & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 3 & 5 & -1 \\ 0 & \frac{14}{3} & \frac{-16}{3} \\ 0 & 0 & \frac{138}{7} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 5 & -1 \\ 2 & 8 & -6 \\ -6 & 2 & 8 \end{bmatrix}$$

Considerando, $B = \{3, 4, 0\}$,

$U * X = Y$
$L * Y = B$,

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{2}{3} & 1 & 0 \\ -2 & \frac{18}{7} & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Teremos que Y é,

$$Y = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ \frac{-6}{7} \end{bmatrix}$$

Logo,

$$\begin{bmatrix} 3 & 5 & -1 \\ 0 & \frac{14}{3} & \frac{-16}{3} \\ 0 & 0 & \frac{138}{7} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ \frac{-6}{7} \end{bmatrix}$$

E, portanto teremos que X é,

$$\begin{bmatrix} 3 * x_1 + 2 * x_2 + -\frac{6}{7} * x_3 = 3 \\ \frac{13}{3} * x_2 - \frac{16}{3} * x_3 = 2 \\ \frac{128}{7} * x_3 = -\frac{6}{7} \end{bmatrix}$$

FICA A CARGO DO LEITOR kkkkkk

Exercício 6

Temos que o $N_{linhas} - N_{variaveis} = 0$, logo como o grau de liberdade é 0, temos um Sistema Possível e Determinado *(S.P.D).*

$$\begin{cases} -4x_1 + 10x_2 = 19 \\ 5x_1 + 3x_2 = 15 \end{cases}$$

Reescrevendo para as soluções de X,

$$\begin{cases} x_1 = -\frac{(19 - 10x_2)}{4} \\ x_2 = \frac{(15 - 5x_1)}{3} \end{cases}$$

1 Iteração

$$X = \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$x_1 = -\frac{(19-0)}{4} = -\frac{19}{4} = -4,75$$

$X = \begin{bmatrix} -4,75 & 0 \end{bmatrix}$

$$x_2 = \frac{(15 - 5 * (-4,75))}{3} = 12,916$$

$X = \begin{bmatrix} -4,75 & 12,916 \end{bmatrix}$

$M_r^k = [1,1]$, $Max(M_r^k) = 1$

2 *Iteração*

$$x_1 = -\frac{(19 - 10 * 12,916)}{4} = 27,525$$

$X = \begin{bmatrix} 27,525 & 12,916 \end{bmatrix}$

$$x_2 = \frac{(15 - 5 * (27,525))}{3} = -40,875$$

$X = \begin{bmatrix} 27,525 & -40,875 \end{bmatrix}$

$M_r^k = [1,1725, 1,3159]$, $Max(M_r^k) = 1,3159$

3 *Iteração*

$$x_1 = -\frac{(19 - 10 * (-40,875))}{4} = -106,9375$$

$X = \begin{bmatrix} -106,9375 & -40,875 \end{bmatrix}$

$$x_2 = \frac{(15 - 5 * (-106,9375))}{3} = 183,229$$

$X = \begin{bmatrix} -106,9375 & 183,229 \end{bmatrix}$

$M_r^k = [1,2573, 1,2230]$, $Max(M_r^k) = 1,2573$

4 Iteração

$$x_1 = -\frac{(19 - 10 * (183,229))}{4} = 453,3225$$

$X = \begin{bmatrix} 453,3225 & -40,875 \end{bmatrix}$

$$x_2 = \frac{(15 - 5 * (453,3225))}{3} = -750,5375$$

$X = \begin{bmatrix} 453,3225 & -750,5375 \end{bmatrix}$

$M_r^k = [1,2358, 1,2441]$, $Max(M_r^k) = 1,2441$