

Simulação de Transições de Estado com Cadeias de Markov:

Equipe:

Henrico Gramacho Oliveira RA: 12722130475
Paulo Roberto de Souza Carneiro Filho RA: 1272215237
Lucca Dávila Bacelar RA: 1272218370

Código Fonte:

```
function simular_markov()
    # 1. Definição dos nomes dos estados
    estados = ["Estudando", "Relaxando", "Dormindo"]

    # 2. Matriz de transição P (3x3) — cada linha representa as probabilidades de ir para
    outros estados
    P = [
        0.6 0.3 0.1; # De Estudando
        0.4 0.4 0.2; # De Relaxando
        0.2 0.3 0.5 # De Dormindo
    ]

    # 3. Vetor de estado inicial: 100% no estado "Estudando"
    estado_atual = transpose([1.0, 0.0, 0.0])

    # 4. Número de passos (iterações no tempo)
    n_passos = 10

    # 5. Mostrar o passo 0 (estado inicial)
    println("Passo 0:")
    for i in 1:length(estados)
        println(" ", estados[i], ": ", round(estado_atual[i], digits=4))
    end

    # 6. Loop principal: para cada passo de tempo, atualizar e imprimir as probabilidades
    for passo in 1:n_passos
        # Multiplicação do vetor de estado pela matriz de transição
        estado_atual = estado_atual * P

        # Mostrar as probabilidades após o passo
        println("Passo $passo:")
        for i in 1:length(estados)
            println(" ", estados[i], ": ", round(estado_atual[i], digits=4))
        end
    end

    end
end

# 7. Chamada da função
simular_markov()
```

Explicações de aplicação:

A simulação da cadeia de Markov foi desenvolvida utilizando a linguagem Julia na plataforma online JDoodle, que permite executar códigos diretamente do navegador, sem a necessidade de instalação local.

1. Acessar o JDoodle

- Entre no site: <https://www.jdoodle.com/online-compiler-julia>

2. Colar o código fonte

- Copie todo o código-fonte da aplicação e cole no editor de código da página.

3. Executar

- Clique no botão "Execute" no topo da tela.
- O output aparecerá logo abaixo, mostrando a evolução das probabilidades dos estados a cada passo do tempo.

Situação problema e a solução aplicada:

O problema modelado neste projeto é a rotina diária de um estudante universitário, considerando três estados possíveis em que ele pode se encontrar: Estudando, Relaxando ou Dormindo. Esses estados representam atividades do dia-a-dia, permitindo a aplicação de uma cadeia de Markov para analisar as transições entre eles ao longo do tempo.

A cadeia de Markov é uma ferramenta matemática que modela processos “Estatísticos”, nos quais o estado futuro depende do estado atual, uma propriedade conhecida como “memória curta”. Para isso, foi definida uma matriz de transição com as probabilidades de mudança de um estado para outro:

- De “Estudando”, há 60% de chance de continuar estudando, 30% de relaxar e 10% de dormir.
- De “Relaxando”, há 40% de chance de voltar a estudar, 40% de continuar relaxando e 20% de dormir.
- De “Dormindo”, há 20% de chance de estudar, 30% de relaxar e 50% de continuar dormindo.

A simulação foi feita em julia utilizando um vetor de estado inicial, representando que o estudante começa 100%/1.0 no estado "Estudando". Em seguida, o vetor é multiplicado repetidamente pela matriz de transição ao longo de 10 passos, mostrando como as probabilidades associadas a cada estado evoluem com o tempo.

Essa abordagem permite observar, por exemplo, a estabilização do comportamento ao longo do tempo e a tendência do estudante a passar mais tempo em certos estados, de acordo com as regras definidas.

A solução aplicada exemplifica bem a utilidade das cadeias de Markov para representar sistemas com transições entre estados, mesmo em situações simples do cotidiano, como a rotina de um aluno.

Caso de uso aplicado:

Consideramos a rotina diária de um estudante, que pode ser um dos seguintes estados:

- Estudando
- Relaxando
- Dormindo

Esses três estados formam a base da cadeia de Markov.

Matriz de Transição:

	Estudando	Relaxando	Dormindo
Estudando	0.6	0.3	0.1
Relaxando	0.4	0.4	0.2
Dormindo	0.2	0.3	0.5

Estado Inicial:

O vetor de estado inicial representa que, no tempo 0, o estudante está 100%/1.0 no estado "Estudando":

[1.0, 0.0, 0.0] (Estudando, Relaxando e Dormindo)

Cálculo manual dos primeiros passos:

Passo 1

Vetor anterior (passo 0):

[1.0, 0.0, 0.0] (100% no estado "Estudando")

Estudando:

$$(1.0 \times 0.6) + (0.0 \times 0.4) + (0.0 \times 0.2) = 0.6 + 0 + 0 = 0.6$$

Relaxando:

$$(1.0 \times 0.3) + (0.0 \times 0.4) + (0.0 \times 0.3) = 0.3 + 0 + 0 = 0.3$$

Dormindo:

$$(1.0 \times 0.1) + (0.0 \times 0.2) + (0.0 \times 0.5) = 0.1 + 0 + 0 = 0.1$$

Passo 2

Vetor anterior (passo 1):

[0.6, 0.3, 0.1]

Estudando:

$$(0.6 \times 0.6) + (0.3 \times 0.4) + (0.1 \times 0.2) = 0.36 + 0.12 + 0.02 = 0.5$$

Relaxando:

$$(0.6 \times 0.3) + (0.3 \times 0.4) + (0.1 \times 0.3) = 0.18 + 0.12 + 0.03 = 0.33$$

Dormindo:

$$(0.6 \times 0.1) + (0.3 \times 0.2) + (0.1 \times 0.5) = 0.06 + 0.06 + 0.05 = 0.17$$

Passo 3

Vetor anterior (passo 2):

[0.5, 0.33, 0.17] x P

Estudando:

$$0.5 \times 0.6 + 0.33 \times 0.4 + 0.17 \times 0.2 = 0.3 + 0.132 + 0.034 = 0.466$$

Relaxando:

$$0.5 \times 0.3 + 0.33 \times 0.4 + 0.17 \times 0.3 = 0.15 + 0.132 + 0.051 = 0.333$$

Dormindo:

$$0.5 \times 0.1 + 0.33 \times 0.2 + 0.17 \times 0.5 = 0.05 + 0.066 + 0.085 = 0.201$$

Passo 4

Vetor anterior (passo 3):

[0.466, 0.333, 0.201] x P

Estudando:

$$0.466 \times 0.6 + 0.333 \times 0.4 + 0.201 \times 0.2 = 0.453$$

Relaxando:

$$0.466 \times 0.3 + 0.333 \times 0.4 + 0.201 \times 0.3 = 0.333$$

Dormindo:

$$0.466 \times 0.1 + 0.333 \times 0.2 + 0.201 \times 0.5 = 0.213$$

Passo 5

Vetor anterior (passo 4):

[0.453, 0.333, 0.213]

Estudando:

$$(0.453 \times 0.6) + (0.333 \times 0.4) + (0.213 \times 0.2) = \\ 0.2718 + 0.1332 + 0.0426 = 0.4476$$

Relaxando:

$$(0.453 \times 0.3) + (0.333 \times 0.4) + (0.213 \times 0.3) = \\ 0.1359 + 0.1332 + 0.0639 = 0.333$$

Dormindo:

$$(0.453 \times 0.1) + (0.333 \times 0.2) + (0.213 \times 0.5) = \\ 0.0453 + 0.0666 + 0.1065 = 0.2184$$

Passo 6

Vetor anterior (passo 5):

[0.4479, 0.333, 0.2188]

Estudando:

$$(0.4479 \times 0.6) + (0.333 \times 0.4) + (0.2188 \times 0.2) = \\ 0.26874 + 0.1332 + 0.04376 = 0.4457$$

Relaxando:

$$(0.4479 \times 0.3) + (0.333 \times 0.4) + (0.2188 \times 0.3) = \\ 0.13437 + 0.1332 + 0.06564 = 0.3332$$

Dormindo:

$$(0.4479 \times 0.1) + (0.333 \times 0.2) + (0.2188 \times 0.5) = \\ 0.04479 + 0.0666 + 0.1094 = 0.2208$$

Passo 7

Vetor anterior (passo 6):

[0.4458, 0.333, 0.2209]

Estudando:

$$(0.4458 \times 0.6) + (0.333 \times 0.4) + (0.2209 \times 0.2) = 0.26748 + 0.1332 + 0.04418 = 0.44486$$

Relaxando:

$$(0.4458 \times 0.3) + (0.333 \times 0.4) + (0.2209 \times 0.3) = 0.13374 + 0.1332 + 0.06627 = 0.33321$$

Dormindo:

$$(0.4458 \times 0.1) + (0.333 \times 0.2) + (0.2209 \times 0.5) = 0.04458 + 0.0666 + 0.11045 = 0.22163$$

Passo 8

Vetor anterior (passo 7):

[0.4450, 0.333, 0.2217]

Estudando:

$$(0.4450 \times 0.6) + (0.333 \times 0.4) + (0.2217 \times 0.2) = 0.267 + 0.1332 + 0.04434 = 0.44454$$

Relaxando:

$$(0.4450 \times 0.3) + (0.333 \times 0.4) + (0.2217 \times 0.3) = 0.1335 + 0.1332 + 0.06651 = 0.33321$$

Dormindo:

$$(0.4450 \times 0.1) + (0.333 \times 0.2) + (0.2217 \times 0.5) = 0.0445 + 0.0666 + 0.11085 = 0.22195$$

Passo 9

Vetor anterior (passo 8):

[0.4447, 0.333, 0.2220]

Estudando:

$$(0.4447 \times 0.6) + (0.333 \times 0.4) + (0.2220 \times 0.2) = 0.26682 + 0.1332 + 0.0444 = 0.44442$$

Relaxando:

$$(0.4447 \times 0.3) + (0.333 \times 0.4) + (0.2220 \times 0.3) = 0.13341 + 0.1332 + 0.0666 = 0.33321$$

Dormindo:

$$(0.4447 \times 0.1) + (0.333 \times 0.2) + (0.2220 \times 0.5) = 0.04447 + 0.0666 + 0.111 = 0.22207$$

Passo 10

Vetor anterior (passo 9):

[0.4445, 0.333, 0.2221]

Estudando:

$$(0.4445 \times 0.6) + (0.333 \times 0.4) + (0.2221 \times 0.2) = \\ 0.2667 + 0.1332 + 0.04442 = 0.44432$$

Relaxando:

$$(0.4445 \times 0.3) + (0.333 \times 0.4) + (0.2221 \times 0.3) = \\ 0.13335 + 0.1332 + 0.06663 = 0.33318$$

Dormindo:

$$(0.4445 \times 0.1) + (0.333 \times 0.2) + (0.2221 \times 0.5) = \\ 0.04445 + 0.0666 + 0.11105 = 0.2221$$

Conclusão:

Os cálculos manuais batem praticamente 100% com os valores exibidos no terminal da sua simulação em Julia, com pequenas diferenças apenas por arredondamentos de casas decimais.

Observações:

A partir do passo 6, as probabilidades começam a estabilizar, tendendo ao estado estacionário.

O sistema converge para aproximadamente: **44,45% Estudando; 33,33% Relaxando; 22,22% Dormindo**; Isso mostra que, ao longo do tempo, o comportamento do estudante se estabiliza nesses percentuais, independentemente do estado inicial.