



Paulo Eduardo Rodrigues Jr.

## Lista ① - Machine Learning

### ① Princípio probabilidade

$n = 10^5$  jogadores

$$PC = 16\%$$

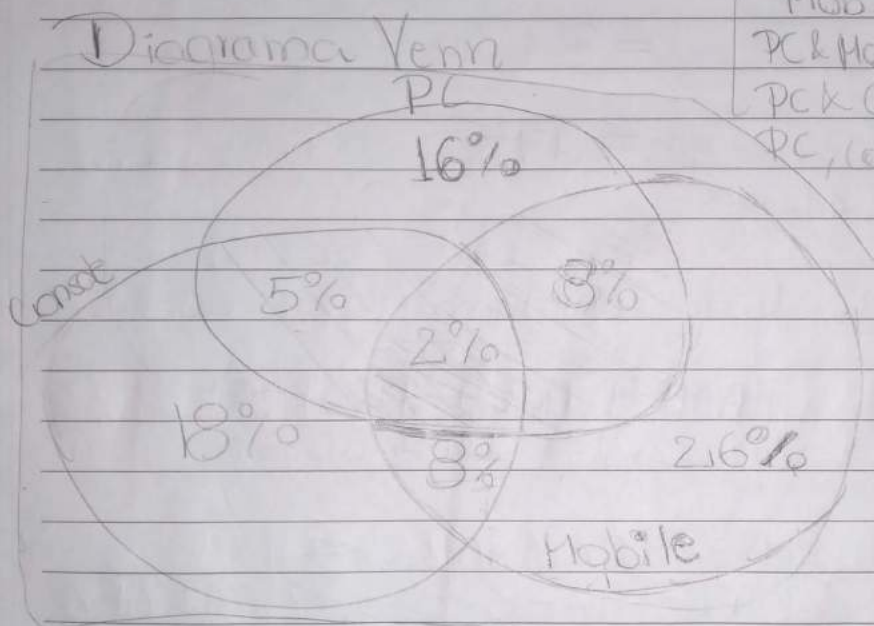
$$Console = 18\%$$

$$Mob = 26\%$$

$$PC \& Mob = 8\%$$

$$PC \& Console = 5\%$$

$$PC, Console, Mobile = 2\%$$



Total de jogadores

$$41\%$$

$$P(B) = P(A \cap P_b \cap P_c - P(A \cap B) - P(A \cap C) + P(B))$$

Apenas Console

$$(26\% + 2\% - 8 - 8) = 12\%$$

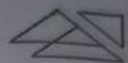
$$\therefore n(A \cap (B \cup C)) = n \cdot P(A) = 1200 \text{ alunos}$$

Pela mesma lógica:

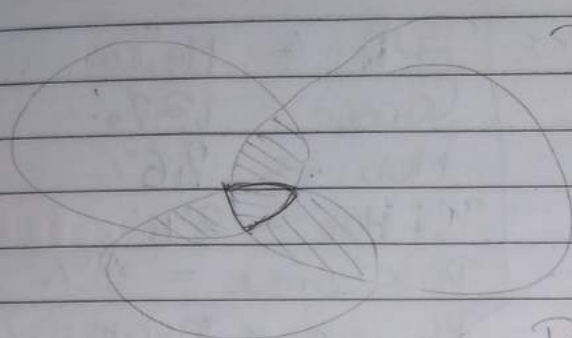
$$P(B) = (18\% + 2\% - 5 - 8) = 7\% \rightarrow n(B) = 700$$

$$P(C) = (16 - 5 - 8 + 2) = 5\% = 500 \text{ total } 2400$$





2) Pelo diagrama, o número de jogadores que jogam pelo menos duas plataformas.



$$P = P(A \cap B) + P(A \cap C) + P(B \cap C) - 2P(A \cap B \cap C)$$

$$= 8 + 8 + 5 - 2 \cdot 2$$

$$P = 17\%$$

$$n \cdot P = 1700 \text{ alunos}$$

3) Pelo menos uma plataforma tradicional

$$P(X) = P(A \cap B) + P(A \cap C) + P(B \cap C) - 2P(A \cap B \cap C)$$

$$= 10^4 (6\% + 6\% + 2\%) = 1400 \text{ alunos}$$

$$4) P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C) + 2P(A \cap B \cap C) = 1$$

$$(Nenhum = 1 - P) = 26 + 18 + 16 - 8 - 8 - 5 + 2 = 41\%$$

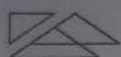
$$\text{Logo, } P = (1 - 0.41) \cdot 10^4 = 5900 \text{ alunos}$$

5) Apenas uma plataforma trad. e Mobile

$$P(A \cap C) + P(A \cap B) = 2 \cdot P(A \cap B \cap C)$$

$$P = 8 + 8 - 2 \cdot 2 = 12\%, n = 1200 \text{ alunos}$$





## Ex 2 - Probabilidade Condicional:

Padrão de atrasos: 500 funcionários

depende do dia e clima

Valor esperado para o total de atrasos nomês:

choveu 6 dias úteis 4 semanas

- Hipótese: distribuição chuva é aleatória entre o dias da semana.

$$E(x) = p(\text{chuva}) E(x|\text{chuva}) + p(\sim\text{chuva}) E(x|\sim\text{chuva})$$

Semanal

Obs: choveu 6 dos 20 dias, i.e. 30% do mês.

$$E(x) = \frac{7.7}{10} + \frac{10.3}{100} + \frac{5.7}{1000} + \frac{7.3}{1000} + \frac{6.7}{1000} + \frac{10.3}{1000} + \frac{12.7}{1000} + \frac{3.13}{1000} + \frac{20.3}{1000} + \frac{15.7}{1000}$$

Sem.

$$E_3(x) = \frac{1}{2} \cdot 495 = \text{Nomês: } E(x) = \frac{1}{2} \cdot 495 = \boxed{990}$$

(2) Dado que choveu e João atrasou:  $p(\text{quarta})$

$$P(\text{quarta} | \text{chuva} \cap \text{atraso}) = \frac{P(\text{quarta}) \cdot p(\text{chuva} | \text{quarta})}{p(\text{chuva} \cap \text{atraso})}$$

$$\frac{P(\text{quarta}) \cdot p(\text{chuva} \cap \text{atraso} | \text{quarta})}{p(\text{dia}) \left[ \sum p(\text{chuva} | \text{dia}) \right]}$$

$$= \frac{0.2 \cdot 0.1}{0.2 \cdot \frac{10+7+10+13+20}{100}} = \frac{10}{60} = \boxed{1/6}$$



(3) Valor esperado  $P$  ganho de um apostador

$$E(x) = \sum p(x_i) x_i = \frac{484.0}{500} + \frac{10.100}{500} + \frac{5.200}{500} + \frac{1.300}{500}$$

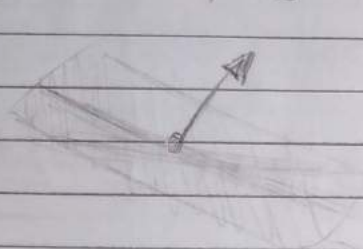
$$E(x) = 2 + 2 + 1,6 = 5,6 \text{ reais}$$

O "lucro" esperado, portanto, é de  $(-4,4 \text{ reais})$  ou seja, não vale a pena!

### Exercício (4) Vetores e planos

Equação do plano que passa pelo ponto

$P_0 = [4, 3, 2]$  e tem normal  $\vec{n} = [-3, 2, -1]$



$$\vec{P_0 P} \cdot \vec{n} = (\vec{r} - \vec{r_0}) \cdot \vec{n}$$

$$= (x - x_0, y - y_0, z - z_0) \cdot (a, b, c)^T$$

$$= a(x - x_0) + b(y - y_0) + c(z - z_0) = 0$$

$$\text{Logo: } -3(x - 4) + 2(y - 3) + (-1)(z - 2) = 0$$

$$-3x + 2y - z + 8 = 0$$

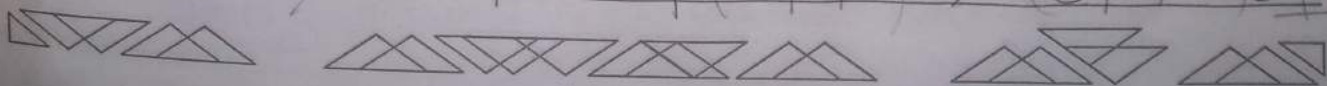
(2) Vetor Normal: produto vetorial dos diretores  
 $\rightarrow$  é os coeficientes da equação  $3x + 4y - 12 = 0$

$$\text{Logo: } \vec{n} = [3, 4, 0]^T \quad \{ 3x + 4y = 12$$

Basta obter um  $0 \cdot x + 3 \cdot 4 = 12 \checkmark$

ponto  $E$  no plano:  $\therefore$

é satisfaz a eq.  $P(0, 3, 0)^T \Rightarrow (0, 3, 0) \in \text{plano}$



/ / /  
 S T Q Q S S D  
 L M M J V S D



Interseção com os eixos:

eixo x:

forçando  $x = z = 0$ :

$$4y = 12 \quad \text{eixo } y: \quad y = \frac{12}{4} = 3 \quad P = (0, 3, 0)$$

eixo y:

forçando  $y = z = 0$ :

$$3x = 12, \quad \therefore \quad x = \frac{12}{3} = 4 \quad P = (4, 0, 0)$$

Para o eixo x, não há interseção, pois se  $x = y = 0$ :

$$-12 = 0 \quad \nexists \text{ solução.}$$