

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
FACULDADE DE FILOSOFIA, CIÊNCIAS E LETRAS DE RIBEIRÃO PRETO (FFCLRP)
DEPARTAMENTO DE COMPUTAÇÃO E MATEMÁTICA

PAULO GUILHERME PINHEIRO PEREIRA

Otimização Evolutiva Multiobjetivo de Portfólios de Contratos de Energia

Ribeirão Preto
2022

PAULO GUILHERME PINHEIRO PEREIRA

Relatório de iniciação científica fomentado pelo Programa Unificado de Bolsas (PUB) e apresentado ao Departamento de Computação e Matemática da Universidade de São Paulo, desenvolvido no período de agosto de 2021 até agosto de 2022.

Orientador: Prof. Dr. Renato Tinós

Ribeirão Preto
2022

Sumário

1	Introdução	4
1.1	Motivação	4
1.2	Abordagem proposta	4
1.3	Objetivos	5
2	Referencial teórico	6
3	Metodologia	7
3.1	Representação do portfólio	7
3.2	Crerérios de otimização	7
3.3	Algoritmos Genéticos	8
3.4	Algoritmos Genéticos Multiobjetivo	9
3.4.1	Abordagem Ponderada	9
3.4.2	Abordagem Lexicográfica	9
3.4.3	Abordagem por Pareto	10
3.5	Análise dos algoritmos	10
4	Resultados e Discussão	12
4.1	Abordagem Ponderada	12
4.1.1	Análise do tamanho da população	12
4.1.2	Análise da frequência de mutação	13
4.1.3	Análise do tipo de crossover	14
4.1.4	Análise do tipo de mutação	14
4.1.5	Análise da precisão do algoritmo	15
4.2	Abordagem lexicográfica	16
4.3	Abordagem de Pareto	17
4.4	Testes com contratos energéticos	17
5	Considerações finais	19
6	Referências	20

1 Introdução

1.1 Motivação

Após as normas regulatórias introduzidas em 2004, companhias do setor elétrico ganharam liberdade para negociar contratos de prazos variados relativos à compra e venda de energia. Os preços de tais contratos, naturalmente, terminam por sofrer alterações em função de diversos fatores, como o risco hidrológico, e, dessa forma, a otimização de portfólio de contratos de energia termina por se destacar como um tema de extrema importância para esse setor. Assim, surge a importância de se estudar diferentes abordagens para a otimização do portfólio elétrico.

1.2 Abordagem proposta

Existem diferentes modelos que buscam a otimização de portfólio. Como exemplo de uma abordagem determinística, tem-se o modelo de [MARKOWITZ, 1952], que procura minimizar o risco, aqui representado pela variância, para um dado retorno. Contudo, quando o espaço de soluções é muito vasto, métodos determinísticos que seguem esse modelo tendem a exigir um grande tempo de processamento ou que o problema sofra simplificações. Dessa forma, heurísticas e meta-heurísticas, mostram-se como abordagens interessantes para a otimização de portfólio.

Pensando em meta-heurísticas, observa-se que algoritmos evolutivos (AEs) [EIBEN & SMITH, 2003] terminam por ser especialmente interessantes para o problema apresentado. Um dos motivos que contribui para isso, é o fato deles retornarem um conjunto de soluções (população), e não apenas uma única solução. Dessa forma, é possível sugerir para o investidor uma variedade de escolhas que ele não teria seguindo por outras abordagens. Tal conjunto de soluções é de máxima importância pois, como comentado, algoritmos de otimização muitas vezes terminam por ter simplificações que podem tornar uma solução inválida. Assim, trabalhando-se com um conjunto de possíveis soluções, a chance de se obter um portfólio satisfatório aumenta.

A existência de uma população também traz outras vantagens para o processo de otimização. Caso o problema possua metas conflitantes, por exemplo, é possível implementar um AE que trabalhe simultaneamente com mais de um objetivo na seleção de soluções. Muitos problemas envolvendo a seleção de portfólios têm sido tratados como problemas multiobjetivo; um survey de técnicas e problemas é apresentado em [PONSICH et al., 2012].

Pensando em problemas de otimização multiobjetivo, segundo FREITAS (2004), existem três principais formas de abordá-los. A primeira possibilidade é transformar o problema multiobjetivo em um problema com uma única meta, atribuindo um peso para cada um dos objetivos individuais. A segunda abordagem é a lexicográfica, na qual os objetivos são classificados de acordo com uma lista de prioridades pré-definida. A última possibilidade é a abordagem de Pareto, na qual um conjunto de soluções não-dominadas são consideradas. Visando o desenvolvimento de um estudo mais amplo, o presente trabalho irá buscar analisar todas as três formas de otimização multi-objetivos comentadas no contexto da otimização de portfólios elétricos.

1.3 Objetivos

Considerando as ideias expostas, o objetivo principal deste trabalho é a comparação de AEs que utilizem das três abordagens de otimização multiobjetivo comentadas no contexto dos portfólios elétricos. Inicialmente, tais abordagens são testadas no problema da otimização de portfólios de ações, posto a semelhança entre os problemas e a grande existência de dados que podem ser usados em tais testes. Para tal, são utilizados dados do *Yahoo Finance* sobre o mercado de ações americano da última década. Em seguida, a abordagem que se mostrar mais promissora será utilizada no problema de otimização dos portfólios elétricos. Todo material desenvolvido durante esta pesquisa está disponível em um repositório no github que pode ser acessado **aqui**.

2 Referencial teórico

Existem na literatura outras abordagens bastante interessantes para o problema de otimização de portfólios de contratos de energia. A presente seção busca fazer uma breve releitura sobre alguns desses trabalhos.

Como exemplo de uma outra abordagem que usa AE multiobjetivo, tem-se [TEIVE et al., 2010]. Aqui, os autores trabalham com quatro objetivos: média e variância do retorno [MARKOWITZ, 1952], além de duas medidas baseadas em risco, *value-at-risk* (VaR) e *conditional value-at-risk* (CVaR). Como o retorno do AE é um conjunto de possíveis soluções, os autores também desenvolveram uma estratégia de decisão para selecionar as alternativas mais interessantes dentre as encontradas pelo AE.

Outra abordagem interessante do problema é vista em [SANTOS et al., 2014]. Aqui, os autores também modelam a construção do portfólio energético como um problema multiobjetivo, mas não usam AEs. Novamente busca-se a maximização do retorno e minimização do risco. Além disso, também houve o desenvolvimento de uma modelagem das regras do mercado de energia brasileiro.

Pensando em problemas de otimização de portfólio econômico, é possível encontrar interessantes abordagens que usam de algoritmos genéticos (AGs). Em [TUN-JENCHANGA et al., 2009], os autores usam AGs e três diferentes medidas de risco para a construção do portfólio. Aqui é possível ver como AGs mostram-se como uma abordagem interessante frente aos métodos determinísticos. Em especial, nota-se como eles se destacam nos casos de maior complexidade.

3 Metodologia

Como comentado anteriormente, o presente estudo tem como cerne a aplicação de AEs, de forma mais específica algoritmos genéticos [EIBEN & SMITH, 2003], nas abordagens ponderada, lexicográfica e por Pareto no contexto da otimização de portfólios. A presente seção busca explorar um pouco mais acerca do funcionamento de tais algoritmos, os critérios de otimização usados, além de mostrar uma visão geral sobre a metodologia usada nos testes realizados.

3.1 Representação do portfólio

Um portfólio pode ser representado por um *array* de números reais, no qual cada termo representa a fração de um determinado ativo no portfólio. Existem ainda duas restrições que precisam ser respeitadas por tal *array*: o somatório de todos seus termos deve ser igual a 1 e cada um deles tem que ser não negativo. Matematicamente, dadas N possíveis ações para a formação de um portfólio no qual a i -ésima ação representa uma fração w_i do portfólio, tais restrições são representadas da seguinte forma:

$$\sum_1^N w_i = 1 \quad (1)$$

$$w_i \geq 0 \quad \forall i \in \{1, 2, \dots, N\} \quad (2)$$

Para assegurar que a primeira restrição seja obedecida, sempre que o portfólio passar por alguma modificação, o valor de cada novo termo será dividido pelo somatório dos termos.

Para que a segunda restrição seja respeitada, criou-se delimitadores no código que fazem com que a porcentagem de uma ação nunca seja negativa. Caso ocorra, o valor de tal porcentagem é definido como zero.

3.2 Critérios de otimização

Os critérios usados para a otimização de portfólio são os estabelecidos por Markowitz na Teoria Moderna do Portfólio (TMP). Assim, busca-se otimizar a relação risco-retorno, ou seja: maximiza-se o retorno para um certo nível de risco aceitável (representado pela variância do portfólio).

Matematicamente, o retorno total esperado de um portfólio de N ações pode ser representado da seguinte forma:

$$R_p = \sum_1^N w_i \cdot r_i \quad (3)$$

Onde w_i e r_i representam respectivamente a fração do portfólio ocupada pelo ativo i e o retorno esperado desse ativo.

Enquanto isso, a variância total de um portfólio é dada da seguinte forma:

$$\sigma_p^2 = \sum_1^N w_i^2 \cdot \sigma_i^2 + \sum_i^N \sum_{j \neq i}^N w_i \cdot w_j \cdot \sigma_i \cdot \sigma_j \cdot \rho_{ij} \quad (4)$$

Onde σ_i é o desvio padrão amostral do período da ação i e ρ_{ij} é o coeficiente de correlação entre os retornos das ações i e j .

Como a teoria de Markowitz consegue analisar tanto o risco quanto o retorno esperado, ela irá ditar os critérios para a construção dos portfólios do presente trabalho. Maiores detalhes sobre como esses critérios são utilizados para a construção de portfólios são discutidos na seção 3.4.

3.3 Algoritmos Genéticos

AGs são estratégias de otimização inspiradas na seleção natural e usadas em uma grande variedade de problemas de otimização. O funcionamento de um AG tradicional consiste, em essência, dos seguintes passos:

1. **Criação da população inicial:** Aqui um conjunto de possíveis soluções (população), é randomicamente gerado.
2. **Avaliação da população:** Cada elemento da população recebe uma nota, comumente denominada de **fitness**, que busca ser uma representação numérica do quão bem aquele indivíduo satisfaz o problema.
3. **Loop principal:** Se inicia um processo cíclico que pode durar até que um certo **critério de convergência** seja atingido, ou até um certo número máximo de iterações (**número de gerações**). Dentro desse **loop** ocorrem os seguintes processos:
 - (a) **Escolha dos progenitores:** Uma vez que a população foi iniciada e avaliada, o AG busca escolher um grupo de indivíduos que vai gerar a próxima geração.
 - (b) **Crossover:** Tendo os progenitores definidos, o AG realiza o processo de **crossover** para combinar suas informações genéticas e gerar novos descendentes.
 - (c) **Mutações:** Pequenas mudanças randômicas acontecem em alguns elementos da população seguindo uma dada **taxa de mutação**.
 - (d) **Nova avaliação:** Aqui o **fitness** de cada elemento da nova população é calculado e, dependendo do critério de repetição do loop, o programa se encerra ou continua evoluindo.

Apesar da maioria dos AGs seguir uma ordem similar, ainda existem diferentes formas de se realizar os passos comentados. O processo de **crossover**, por exemplo, pode ocorrer de diversas formas. No presente trabalho são analisados casos onde o crossover é de **um ponto**, no qual cada progenitor é dividido em duas partes e elas são misturadas para a geração dos descendentes, e quando ele é de **dois pontos**, com cada progenitor sendo dividido em três partes e elas sendo misturadas.

O processo de mutação também pode ocorrer de formas variadas. Aqui, a mutação é representada por uma alteração randômica na porcentagem de uma ação no portfólio. De forma mais específica, são analisados dois casos: o primeiro com o novo valor vindo de uma distribuição uniforme e o segundo com a nova porcentagem da ação provindo de uma distribuição normal. Para definir cada tipo de distribuição, foi adicionado um **parâmetro de mutação** no código. No primeiro caso, esse parâmetro define o intervalo de valores possíveis para o gene após a mutação. No segundo caso, esse parâmetro define o desvio padrão da distribuição normal.

3.4 Algoritmos Genéticos Multiobjetivo

Grande parte do funcionamento de um AG tradicional geralmente é igual ao funcionamento de um Algoritmo Genético Multiobjetivo (AGMO), mas existe uma grande diferença entre eles. Em um AG, o **fitness** de um elemento, assim como comentado anteriormente, é uma forma de representar o quão bem aquele indivíduo satisfaz a tarefa proposta. Contudo, em um problema multiobjetivo é necessário que os indivíduos sejam classificados conforme suas capacidades de resolver todas as metas propostas, e não apenas uma. As formas para se avaliar um indivíduo que consideram todos os objetivos são justamente as abordagens de problemas de otimização comentadas e que são melhor exploradas nesta seção.

3.4.1 Abordagem Ponderada

Dado um certo problema multiobjetivo com M metas distintas onde cada uma delas é avaliada pela função $f_i(x)$, com $i \in \{1, 2, \dots, M\}$, a abordagem ponderada sugere a maximização de uma única função $F(x)$ definida por:

$$F(x) = \sum_1^M q_i \cdot f_i(x) \quad (5)$$

Onde q_i representa o peso da função $f_i(x)$. Assim, o problema multiobjetivo pode ser transformado em um problema de propósito único.

Aqui, funções com pesos maiores terão maior importância na avaliação do indivíduo. Além disso, vale destacar que, para pesos diferentes, a resposta do algoritmo pode mudar. Assim, a escolha de pesos coerentes para cada função é de grande importância.

Pensando no problema de otimização de portfólios, no qual se busca a maximização do retorno e minimização do risco (variância), a função a ser analisada é dada por:

$$F(x) = q_1 \cdot R_p(x) + q_2 \cdot \sigma_p(x) \quad (6)$$

3.4.2 Abordagem Lexicográfica

A segunda abordagem para problemas multiobjetivos usada aqui é a lexicográfica. Nesta abordagem, previamente define-se uma ordem de importância entre os objetivos que estão sendo buscados. Durante a comparação de duas soluções, observa-se inicialmente seus valores relativos ao objetivo de maior importância e, caso uma delas possua uma avaliação que equivale pelo menos ao valor da outra acrescido do desvio padrão da população, ela é considerada melhor. Caso isso não ocorra, tal lógica é novamente aplicada para o segundo objetivo mais importante e assim por diante. Por fim, se em nem um momento uma solução se sobressair sobre a outra, é escolhida aquela que possuir o melhor resultado para o objetivo com maior prioridade.

3.4.3 Abordagem por Pareto

As duas estratégias comentadas anteriormente estabelecem relações entre os objetivos para buscar responder como a população deve evoluir, mas a abordagem de Pareto segue uma ideia diferente. Aqui, inicialmente, define-se o conceito de **dominância**: diz-se que uma solução X_i *domina* uma solução X_j caso ela tenha um desempenho melhor que X_j em pelo menos um objetivo e um desempenho ao menos equivalente em todos os demais. Seguindo essa ideia, define-se a Fronteira de Pareto como sendo o conjunto formado por todos os pontos não-dominados de um dado problema. Encontrar os pontos pertencentes a essa fronteira é o grande objetivo dessa abordagem de otimização.

Na literatura, existem diferentes algoritmos que buscam a Fronteira de Pareto, sendo o Non-dominated Sorting Genetic Algorithm II (NSGA-II) [DEB et al., 2002] um exemplo particularmente interessante. Alguns dos motivos que justificam seu desempenho, são o fato dele possuir um pior caso $O(m \cdot n^2)$ para problemas com n objetivos e quando o tamanho da população é m , além de dispor de um mecanismo de manutenção da diversidade da população. O funcionamento resumido de tal algoritmo pode ser visto a seguir.

1. Gera-se randomicamente indivíduos para a criação da população inicial, e classifica-se tal população em relação à dominância de Pareto.
2. Para cada iteração, a população atual é modificada pelos operadores de seleção e reprodução. Uma vez que a nova população é definida, classifica-se o conjunto formado por ambas as populações, anterior e a atual, segundo a dominância de Pareto.
3. Com o fim do passo anterior, uma nova população é construída a partir dos melhores indivíduos existentes até o momento.

Apesar do NSGA-II possuir um desempenho interessante para baixos números de objetivos, outras abordagens são recomendadas quando esse número aumenta. Uma delas, é o NSGA-III [DEB & JAIN, 2013], que busca alterar NSGA-II para um melhor funcionamento justamente em condições com vários objetivos. Uma dessas alterações em relação ao algoritmo anterior é a utilização de pontos de referência para limitar o número de soluções avaliadas.

3.5 Análise dos algoritmos

A análise dos algoritmos desenvolvidos aqui é realizada usando de dados do mercado de ações americano obtidos no *Yahoo Finance*. Aqui, um determinado conjunto de ações é escolhido e, para cada experimento será gerado um portfólio baseado nessas ações.

Os experimentos tem como foco a comparação entre as três abordagens e como a mudança de seus parâmetros altera seus resultados. De forma mais específica, são realizados experimentos variando importantes parâmetros, como tamanho da população, tipo de crossover, frequência e tipos de mutação, para se entender como eles afetam o AG nesse problema em questão.

Além disso, a abordagem com melhor desempenho também é usada no problema da compra e venda de contratos de energia. Tal problema possui a mesma modelagem explicada anteriormente,

trabalhando-se com um array de valores para representar o portfólio a partir do qual se determina a relação risco-retorno que é maximizada pelo uso dos AGs. Nesse caso, contudo, risco e retorno são analisados seguindo o modelo desenvolvido por uma empresa parceira da presente pesquisa. Os dados utilizados são relativos ao mercado brasileiro de energia, sendo que detalhes sobre a construção das funções de avaliação dos objetivos não são aqui comentados por se tratar de um projeto interno da empresa.

4 Resultados e Discussão

A presente seção busca discorrer sobre os resultados obtidos durante os experimentos realizados com o *Yahoo Finance* e o modelo de compra e venda de contratos de energia. Inicialmente, explora-se os experimentos realizados com cada abordagem no problema do portfólio de ações e, por fim, discorre-se sobre a análise realizada com a abordagem mais promissora no problema dos portfólios dos contratos de energia.

4.1 Abordagem Ponderada

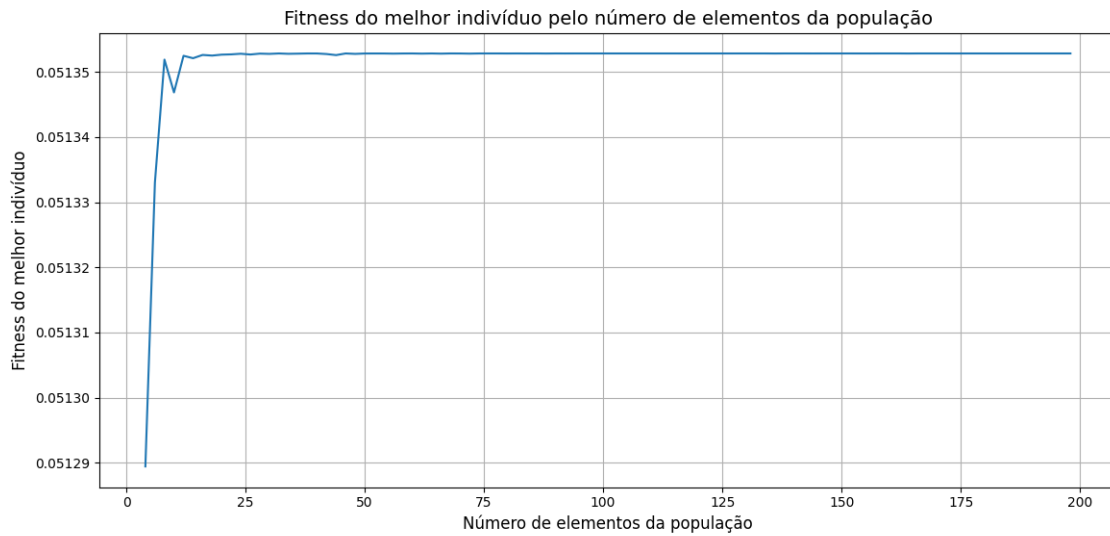
As configuração do algoritmo, com exceção das que são variadas em cada experimento, são as seguintes:

- Tamanho da população: 40
- Número de gerações: 50
- Frequência de mutação: 1 em 10 genes
- Tipo de crossover: um ponto
- Tipo de mutação: uniforme
- Parâmetro de mutação: 0.2
- Função fitness: $F(x) = 1.0 \cdot R_p(x) - 1.0 \cdot \sigma_p(x)$

E o banco de dados usado é o do *Yahoo Finance*. Mais especificamente, são usadas ações das seguintes empresas: *Facebook*, *Amazon*, *Apple*, *Netflix* e *Alphabet (Google)* do período de 01/01/2013 até 16/03/2020.

4.1.1 Análise do tamanho da população

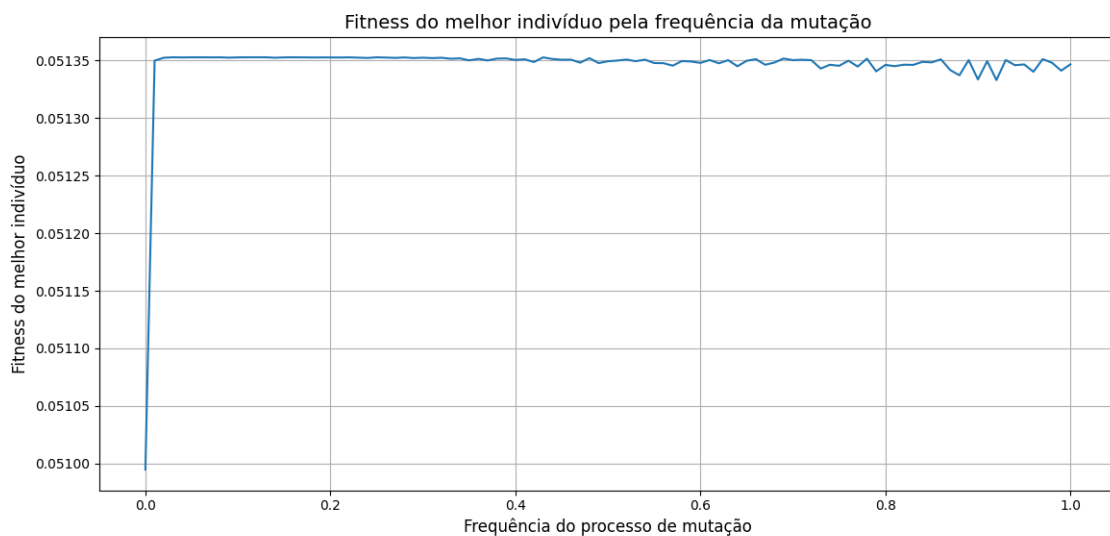
No primeiro teste busca-se entender como o tamanho da população está relacionado ao fitness do melhor indivíduo.



Conforme o gráfico demonstra, existe uma correlação entre o tamanho da população e o fitness da melhor solução. De forma mais específica, para pequenas populações vê-se que o fitness tende a ser menor. Isso se deve ao fato de uma população pequena possuir uma pequena variedade de soluções, o que termina atrapalhando a evolução do algoritmo. Assim, a evolução do fitness termina ficando muito dependente do processo de mutação, que é aleatório. Conforme a população cresce, vê-se que o fitness tende a crescer até um momento no qual ele não sofre mais grandes alterações com o aumento da população.

4.1.2 Análise da frequência de mutação

Aqui busca-se analisar como a frequência de mutação está relacionado ao fitness do melhor indivíduo.

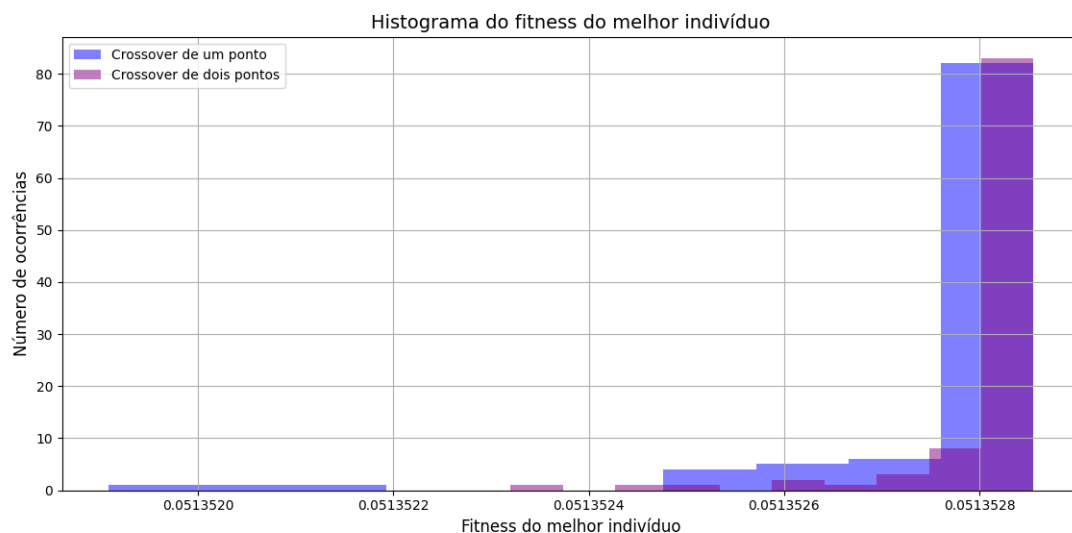


Analisando-se o comportamento do fitness em função de frequência da mutação, observa-se um comportamento curioso. Para uma frequência muito baixa, próxima de zero, existe uma

diminuição do fitness. Isso ocorre pois, nesses casos, o algoritmo tem dificuldade para explorar soluções muito diferentes das quais ele tem na população inicial. Conforme a frequência de mutação aumenta, o AG consegue explorar uma gama maior de possíveis soluções, o que leva a um aumento do fitness. Contudo, conforme é mostrado pelo gráfico, quando a frequência aumenta para níveis muito altos, vê-se que o fitness sofre mais alterações, chegando a decrescer. Isso ocorrer pois, quando a frequência de mutação fica muito alta, próxima de um, grande parte dos genes das soluções vão sofrer mutações. Assim, o fitness termina variando mais do que ocorria para menores frequências de mutação.

4.1.3 Análise do tipo de crossover

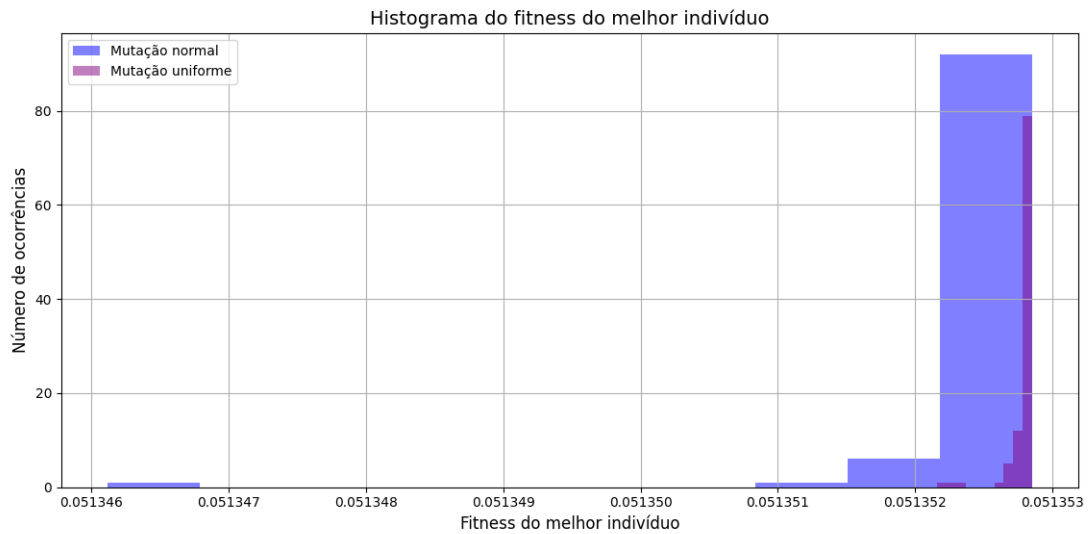
Será realizada uma comparação agora entre dois tipos de crossovers comuns na literatura, de um e dois pontos. Para tal comparação, o algoritmo foi rodado uma centena de vezes com cada tipo de crossover e os resultados são expostos abaixo.



Olhando para este histograma, observa-se que os dois tipos de crossover possuem um desempenho similar. Apesar disso, vê-se que o crossover de dois pontos possui um desempenho um pouco melhor: seus resultados são menos dispersos e houveram mais casos que atingiram o melhor fitness encontrado do que quando comparado com o crossover de um ponto.

4.1.4 Análise do tipo de mutação

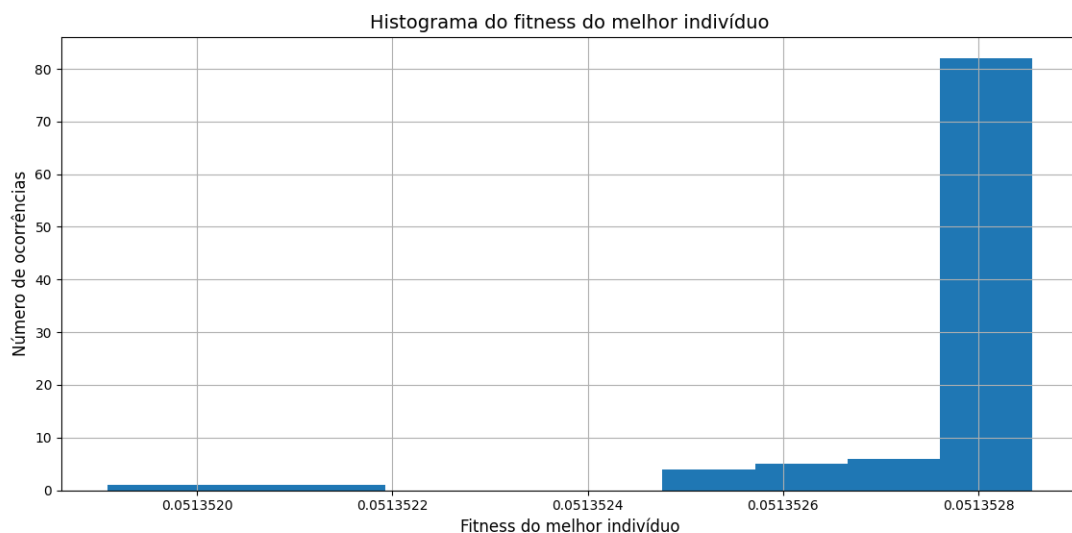
Aqui realizou-se comparações entre dois tipos de mutação: normal e uniforme. Os resultados são mostrados abaixo.



Como é possível observar pelo gráfico, os resultados dos testes realizados com o tipo de mutação uniforme são mais acurados e precisos que os obtidos com a mutação normal. Parte do que justifica esse resultado é a diferença no processo de mutação de cada tipo. Na mutação uniforme, cada gene era substituído por outro valor próximo ao original (o módulo da diferença entre eles numa era maior que um certo valor crítico). Contudo, na mutação normal o novo valor de cada gene era dada uma uma distribuição normal. Assim, o novo valor, apesar de comumente ser próximo ao original, poderia variar muito mais que no caso da outra mutação.

4.1.5 Análise da precisão do algoritmo

Uma problemática relacionada à heurísticas, como AGs, é o fato delas não possuírem um resultado fixo, determinístico. Sendo assim, é importante analisarmos se o algoritmos desenvolvido para vermos se ele apresenta consistência nas respostas encontradas. Executando o algoritmo cem vezes, obteve-se o seguinte histograma:

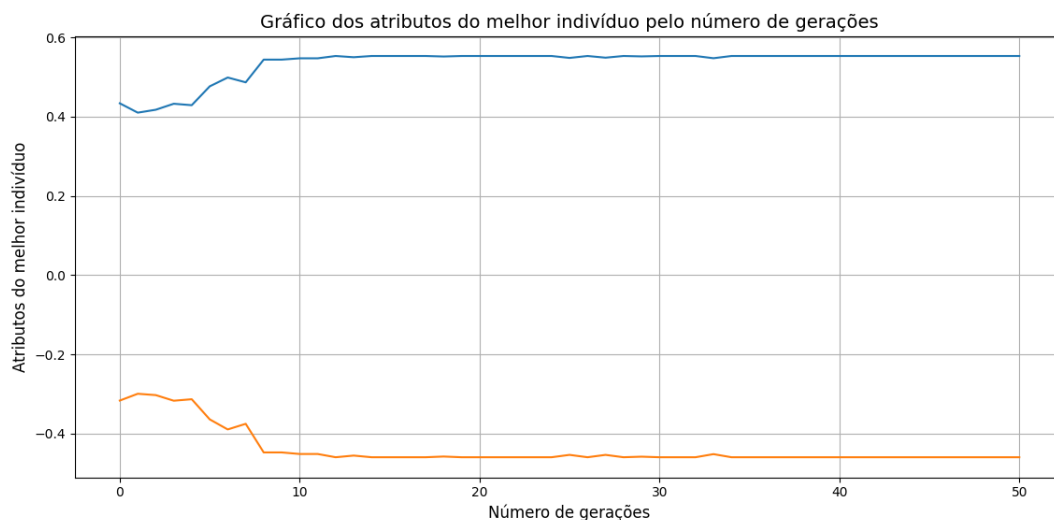


Conforme é possível observar, na maior parte das execuções do algoritmo, cerca de 80%, terminaram por encontrar uma melhor solução com fitness maior que 0.0513527. Mesmo as execuções que tiveram resultados mais diferentes, por volta de 0.0513520, ainda tiveram resultados bem próximos dos melhores resultados. Esse fato mostra que, apesar do AG desenvolvido possuir uma parte de seu funcionamento randômica, os resultados apresentam boa precisão.

4.2 Abordagem lexicográfica

Trabalhando com os mesmos parâmetros utilizados na abordagem ponderada, são realizados testes com a abordagem lexicográfica.

Utilizando como objetivo principal o retorno seguido da minimização da variância, obteve-se o seguinte gráfico:



Aqui o atributo principal, no caso retorno, é mostrado em azul. Em laranja tem-se o valor da variância multiplicado por menos um (trabalha-se com o valor negativo da variância pois isso simplifica operações internas do algoritmo, mas não altera a explicação da abordagem lexicográfica comentada anteriormente).

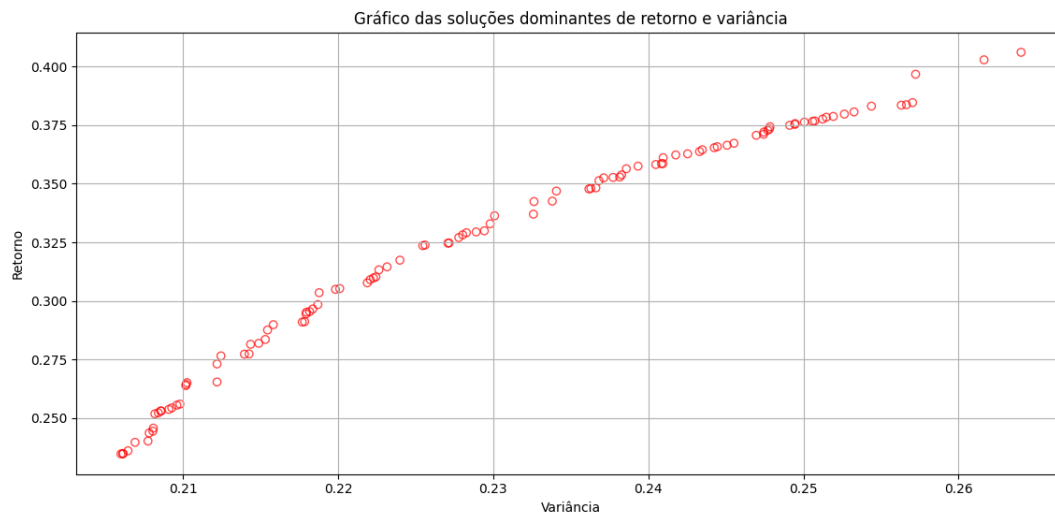
Conforme é possível observar, para maximizar o retorno, o algoritmo terminou por aumentar bastante a variância. Quando observa-se o portfólio retornado pelo AG, observa-se que ele é da forma:

$$P = [0.0, 0.0, 0.0, 1.0, 0.0]$$

Ou seja, o algoritmo trouxe como portfólio ideal aquele no qual todo o investimento é feito em uma única ação. Esse portfólio é o mesmo atingido pela estratégia de se buscar o máximo retorno, desconsiderando a volatilidade associada ao portfólio. Na prática, isso significa que a variância do portfólio foi um critério de pequeno peso nesse caso da abordagem lexicográfica. Além disso, um resultado equivalente poderia ter sido obtido de forma mais direta na abordagem ponderada usando o peso da variância como zero.

4.3 Abordagem de Pareto

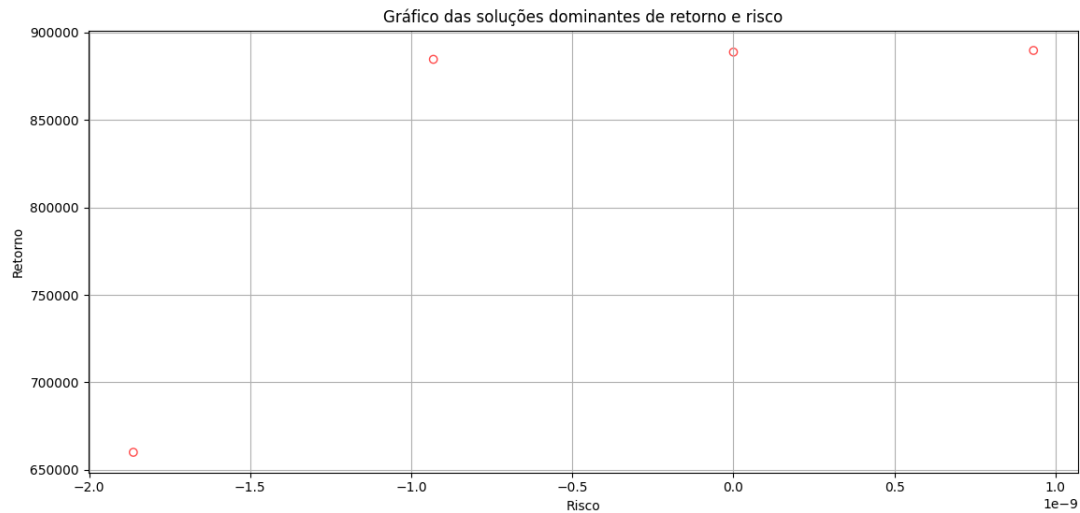
Aqui existe um interesse na fronteira determinada pelos pontos encontrados, e não apenas um par de valores de retorno e variância. Assim, são utilizados mais elementos na população (200) e o número de gerações usado foi 100. Com esses parâmetros, obteve-se como Fronteira de Pareto:



Conforme era esperável, a Fronteira de Pareto gerou um formato que lembra a **curva de risco** que conhecidamente representa relação entre retorno e risco de portfólios ideais. Aqui também não foi necessário a escolha de pesos arbitrários, como na abordagem ponderada, nem a determinação de uma prioridade entre os objetivos, como na lexicográfica. Por todos esse motivos, a abordagem de Pareto parece a mais promissora para a realização dos testes com os portfólios de contratos de energia.

4.4 Testes com contratos energéticos

Neste último teste, trabalha-se com o problema real da compra e venda de contratos energéticos. Aqui, risco e retorno são analisados seguindo um modelo desenvolvido por uma empresa parceira da pesquisa, e não da forma mostrada anteriormente. Procura-se a Fronteira de Pareto para um problema com 96 possíveis contratos. Aqui, é utilizado número de gerações igual ao tamanho da população de 50 elementos. Nessas configurações, obteve-se:



Apesar do tamanho da população ser 50 indivíduos, o algoritmo apenas retornou 4 soluções pois as outras são dominadas por esses pontos.

Mesmo quando parâmetros como o tamanho da população e número de gerações foram alterados, o número de soluções não-dominadas não aumentou. Tal fato sugere que, considerando a forma como risco e retorno foram modelados nesse caso, poucas são as soluções dominantes.

5 Considerações finais

O presente trabalho buscou estudar a aplicação de AEs no contexto da otimização de portfólios elétricos devido à importância do tema para empresas desse setor.

Constata-se que o objetivo geral, desenvolvimento de algoritmos que atinjam a otimização de portfólios pelas três abordagens comentadas, foi atingido com sucesso. Foi possível desenvolver um AG completamente funcional e com diversos parâmetros ajustáveis que permitiram diferentes análises interessantes.

Considerando os resultados obtidos, vê-se que, de fato, AGs representam um meio interessante para a otimização de portfólio. Os resultados dos testes apresentaram boa precisão e acurácia, e ainda revelaram que, dependendo de alguns fatores, como a escolha dos métodos de crossover e mutação ideais, é possível construir portfólios que otimizem os objetivos propostos satisfatoriamente.

Pensando na metodologia seguida durante o trabalho, vê-se alguns pontos de destaque. Como um ponto positivo, tem-se o estudo de diferentes parâmetros muito importantes para o AG, como tamanho da população, frequência e tipo de mutação, dentre outros. Tal análise é importante pois ajuda a esclarecer se AG podem ser aplicados no problema em questão. Além disso, cada análise contou com uma grande quantidade de experimentos para a geração dos gráficos, o que aumenta a confiança no resultado obtido. Contudo, vale destacar que o presente trabalho também apresenta limitações. Seria interessante haver uma maior diversidade de variáveis analisadas, não só as mais importantes.

6 Referências

- DEB, K.; PRATAP, A.; AGARWAL, S. & MEYARIVAN, T. (2002). “A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II”, *IEEE Transactions on Evolutionary Computation* 6(2): 182-197.
- DEB, K., & JAIN, H. (2013). “An evolutionary many-objective optimization algorithm using reference-point-based nondominated sorting approach, part I: solving problems with box constraints”, *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 18(4): 577-601.
- DEB, K. (2015). “Multi-objective evolutionary algorithms”. In *Springer Handbook of Computational Intelligence*, Springer, Berlin, Heidelberg, 995-1015.
- EIBEN, A. E. & SMITH, J. E. (2003). “Introduction to Evolutionary Computation”, Springer.
- FREITAS, A.A. (2004). “A critical review of multi-objective optimization in data mining: a position paper”, *ACM SIGKDD Explorations Newsletter* 6(2), 77-86.
- JORION, P. (1992). “Portfolio optimization in practice”, *Financial Analysts Journal*, 48(1): 68-74.
- MARKOWITZ, H. (1952). “Portfolio selection”, *The Journal of Finance*, 7(1): 77-91.
- MITCHELL, M. (1996). “An introduction to genetic algorithms”, MIT Press.
- OLIVEIRA, L.L.; FREITAS, A.A. & TINÓS, R. (2018). “Multi-objective genetic algorithms in the study of the genetic code’s adaptability”, *Information Sciences*, 425, 48-61.
- PONSICH, A.; JAIMES, A. L. & COELLO, C. A. C. (2012). “A survey on multiobjective evolutionary algorithms for the solution of the portfolio optimization problem and other finance and economics applications”, *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 17(3): 321-344.
- TEIVE, R. C. G.; GUDER, R. & SEBBA, C. (2010). “Risk management in the energy trading activity-an approach by using Multi Objective Genetic Algorithm and multi criteria theory” In: 2010 IEEE/PES Transmission and Distribution Conference and Exposition: Latin America (T&D-LA), 504-510).
- TUN-JEN C.; SANG-CHIN Y. & KUANG-JUNG C. (2009). “Portfolio optimization problems in different risk measures using genetic algorithm”, *Expert Systems with Applications* 36 (2009) 10529–10537

SANTOS, F. F. G.; VIEIRA, D. A. G.; SALDANHA, R. R.; LISBOA, A. C., & LOBATO, M. V. D. C. (2014). "Seasonal energy trading portfolio based on multiobjective optimization", *International Journal of Logistics Systems and Management*, 17(2): 180-199.