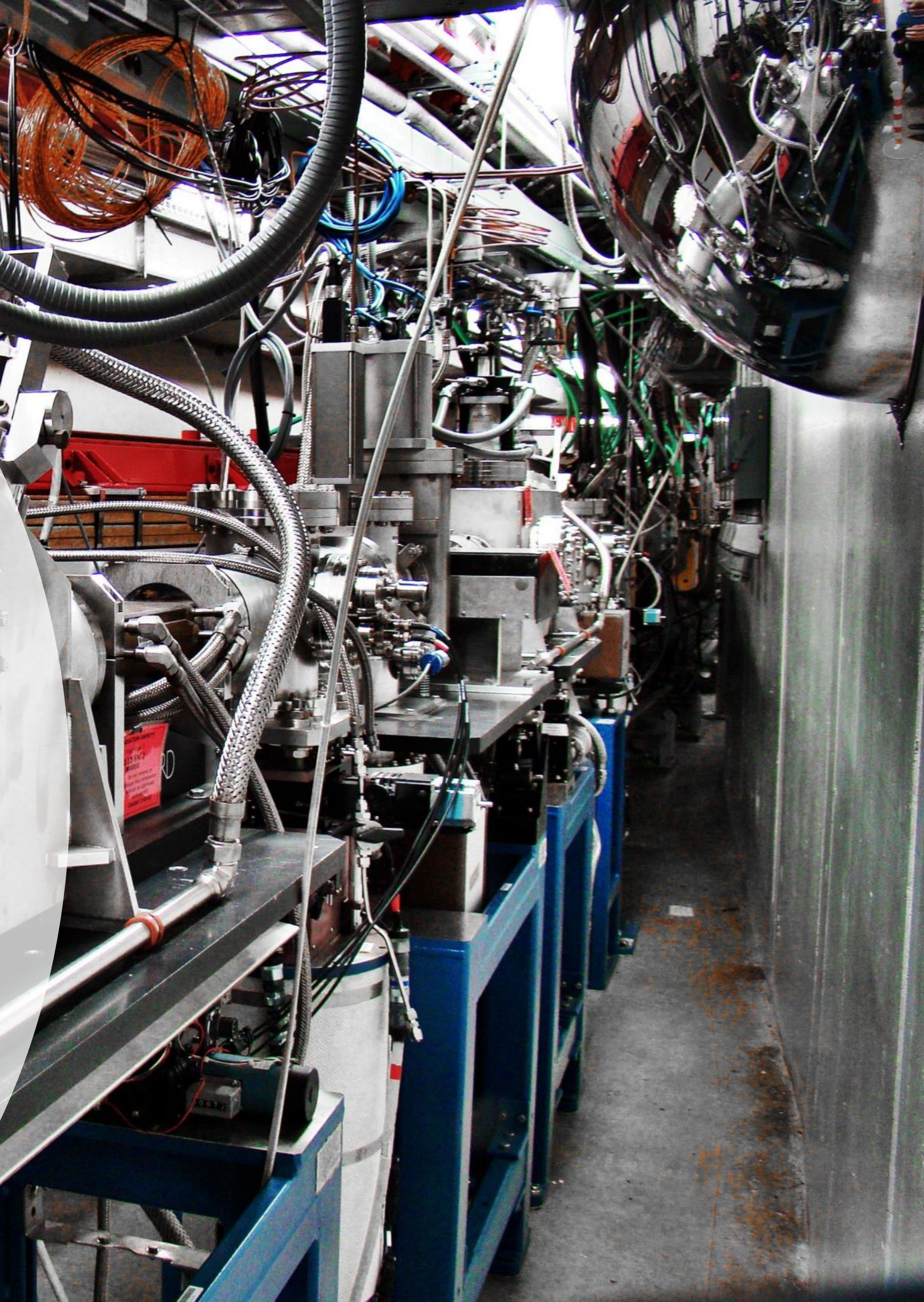
Manutenção em Sistemas Industriais
Aula 02: Confiabilidade

Josué Morais, Dr.
Universidade Federal de Uberlândia - UFU
josue@ufu.br

Conceitos Básicos de Confiabilidade



- É a probabilidade de um sistema (componente, aparelho, circuito, cadeia de máquinas, etc) cumprir sem falhas uma missão com uma duração determinada.

Conceitos Básicos de Confiabilidade

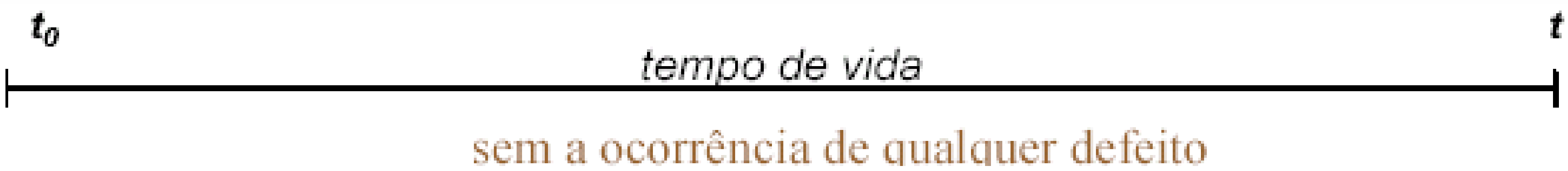
- Por exemplo, se a confiabilidade de um computador de um centro de Operações do Sistema (COS) for de 99,95% (para um período de 1 ano) isto significa que: a probabilidade de o computador funcionar sem defeito durante um ano é de 99,95%

- Taxa de Defeitos
- Curva da banheira
- Tempos Médios (mean times)
  - MTTF, MTBF, MTTR
  - Exemplos de cálculos de tempos médios
- Confiabilidade
- Disponibilidade

Medidas

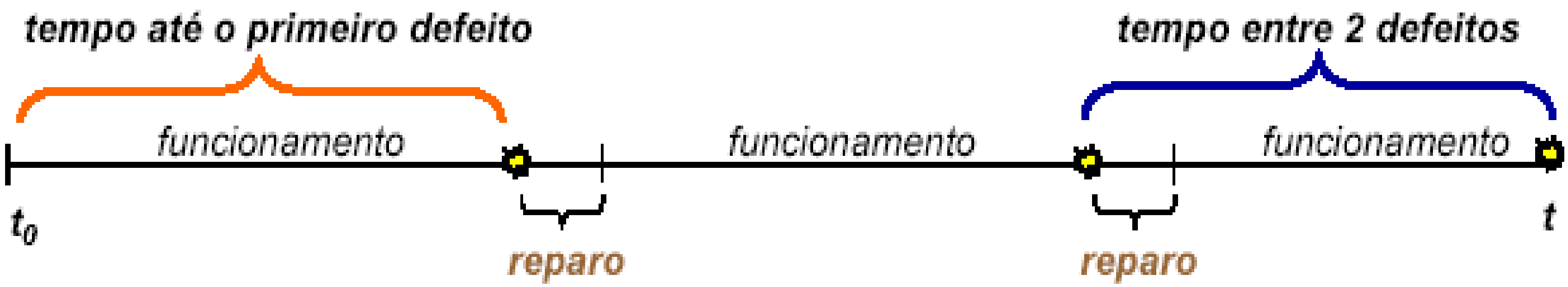
Comportamento ideal x real

- Ideal



- Real

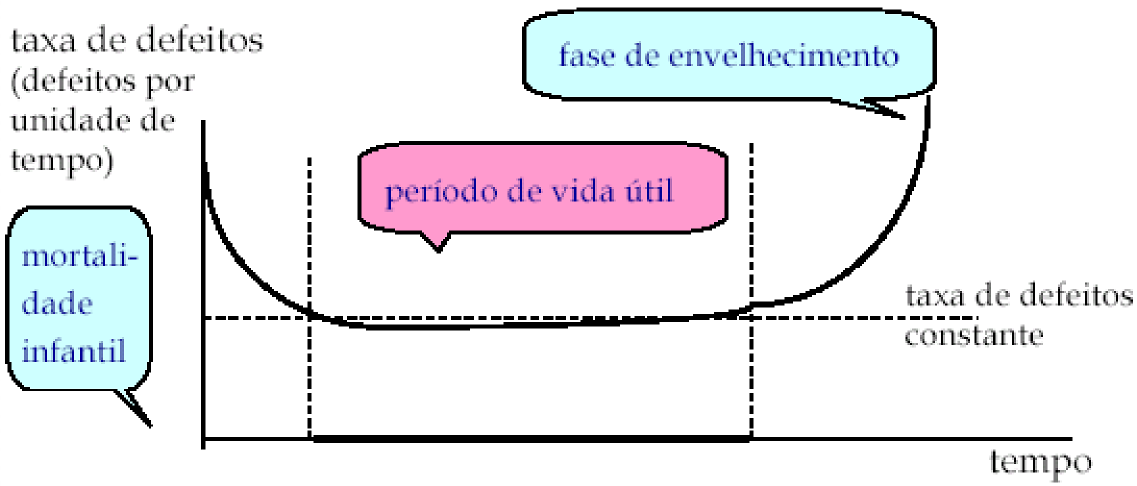
O que medir ?



- Com que frequência ocorrem defeitos?
- Qual o tempo entre um defeito e outro?
- Qual o tempo até o primeiro defeito?
- Qual o tempo gasto para reparar cada defeito?
- Quais as chances do sistema funcionar sem defeitos durante um período de tempo?
- Quais as chances dos sistema estar funcionando em um determinado instante?

Curva da Banheira

Fases de mortalidade infantil e envelhecimento muito pequenas comparadas ao período de vida útil



Mortalidade Infantil

- Alta taxa de defeitos que diminui rapidamente no tempo
- componentes fracos e mal fabricados

mortalidade infantil é uma fase de curto período de duração

Mortalidade Infantil

- burn-in: remoção de componentes fracos
  - operação acelerada de componentes antes de colocá-los no produto final
  - só entram em operação componentes que sobreviveram à mortalidade infantil

Envelhecimento

- Taxa de defeitos aumenta rapidamente com o tempo
  - Devido ao desgaste físico do componente

O Ideal é evitá-la !!!!

- Conhecendo o início da fase de envelhecimento é possível substituir o componente
  - Sistema volta a operar na fase de vida útil
  - Envelhecimento é também uma fase de curto período de duração

Tempo de vida útil

- Corresponde ao tempo em que um componente pode ser utilizado antes que comece a apresentar uma alta taxa de falhas
  - Tempo de vida em operação normal
  - Essa fase apresenta um serviço mais previsível em relação a falhas
- Relação exponencial entre confiabilidade e tempo
  - Usa λ - taxa de defeitos constante
  - Válido para hardware

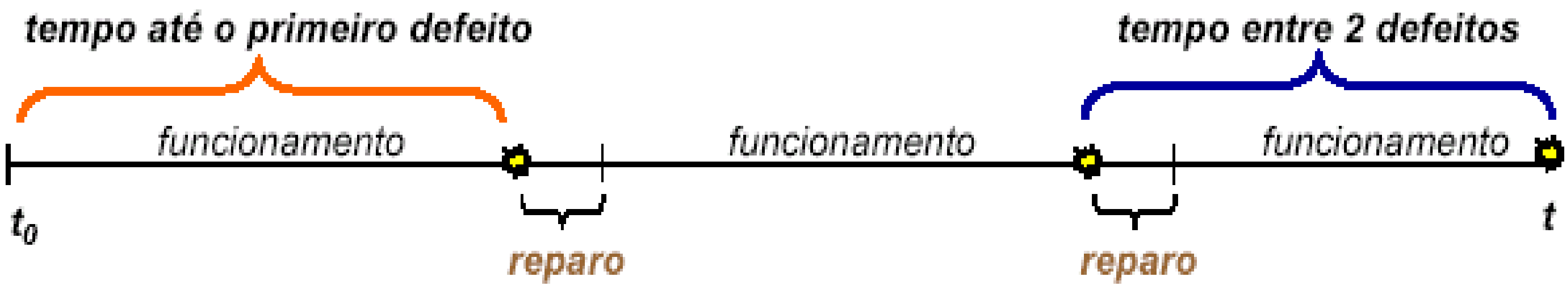
Curva da banheira em software

- Software comporta-se diferente do hardware
  - melhor usar erros que falhas
  - erros são constantemente removidos
  - taxa de defeitos continua caindo com o tempo
  - confiabilidade aumenta com o tempo

exceto se forem efetuadas alterações, adaptações, mudança de plataforma (sistema operacional e hardware)

- envelhecimento de software ?
  - obsolescência dos programas
  - alterações nas plataformas

O que medir ?



- Com que frequência ocorrem defeitos?
- Qual o tempo entre um defeito e outro?
- Qual o tempo até o primeiro defeito?
- Qual o tempo gasto para reparar cada defeito?
- Quais as chances do sistema funcionar sem defeitos durante um determinado período de tempo?
- Quais as chances dos sistema estar funcionando em um determinado instante?

Medidas

- MTTF — mean time to failure
- MTTR — mean time to repair
- MTBF — mean time between failures

MTTF – mean time to failure

$$\mathrm{MTTF} = \sum_{i=1}^{N} \frac{\Delta t_i}{N}$$

Para um único sistema o procedimento é semelhante: t_i passa a ser Δt_i, o intervalo de tempo em operação entre os defeitos, e **N** o número de defeitos.

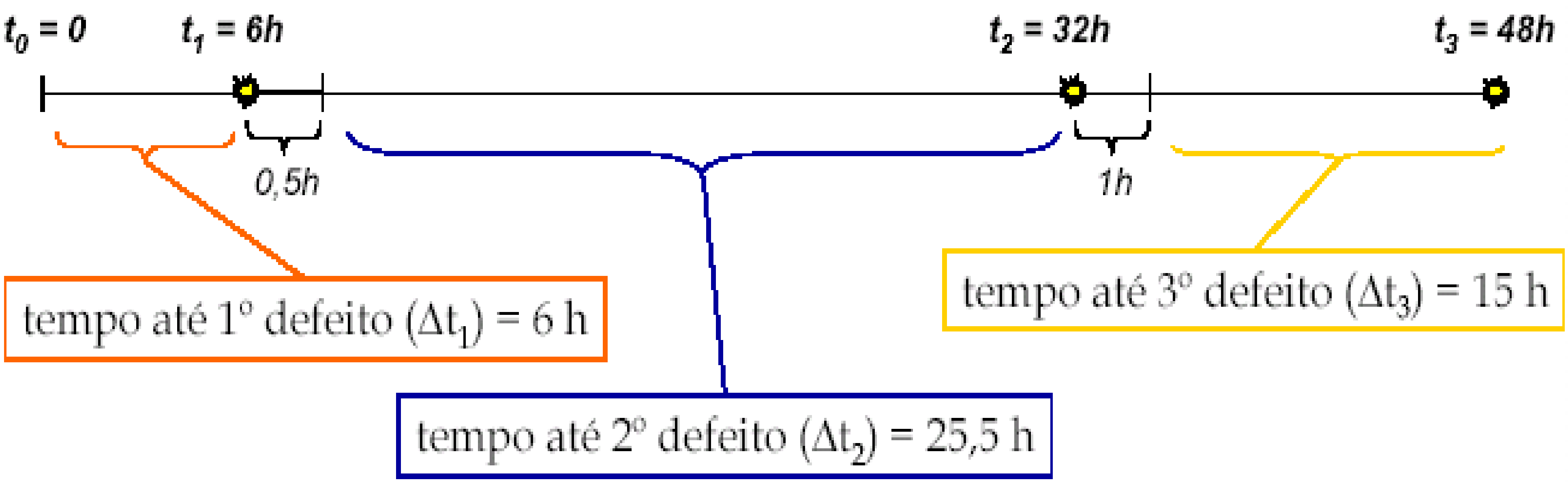
ou $\mathrm{MTTF} = 1/\lambda$

MTTF – mean time to failure

- Tempo esperado de operação do sistema antes da ocorrência do primeiro defeito.
  - Exemplo:
    - considera-se N sistemas idênticos colocados em operação a partir do tempo t=0
    - mede-se o tempo de operação ti de cada um até apresentar defeito
    - MTTF é o tempo médio de operação
    - $\mathrm{MTTF} = \sum_{i=1}^{N} \frac{t_i}{N}$

quanto maior a quantidade de Amostras N, mais próximo do Valor real será o MTTF estimado

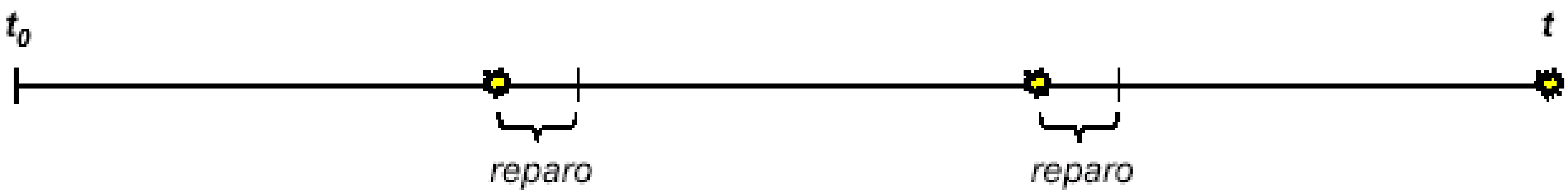
MTTF: Exemplo



MTTF = $(\Delta t_1 + \Delta t_2 + \Delta t_3)$/nº defeitos
MTTF = 46,5/3 = 15,5 h
Taxa de defeitos (λ) = 1/MTTF = 0,064 def/h

MTTR - Tempo médio de reparo do sistema

- R_i = tempo de reparo da falha *i*
- n = número de falhas



$$MTTR = \sum_{i=1}^{n} R_i/n \quad \text{ou} \quad MTTR = 1/\mu \qquad \text{sendo } \mu = \text{taxa de reparo}$$

Quanto maior o número de amostras, melhor

MTTR – mean time to repair

- Tempo médio de reparo do sistema Inclui:
  - –O tempo gasto identificando o erro (80% do tempo)
  - –O tempo gasto resolvendo o erro
  - –O tempo gasto em espera para o erro ser resolvido **(Sistema completamente operacional)**
- –Difícil de estimar - Geralmente usa-se injeção de falhas
- –Nova constante μ (*ipsilón*)
  - –Taxa de reparos
  - –μ = taxa de reparos por hora

Em sistemas de alta Disponibilidade, é importante diminuir o tempo de reparo para aumentar a disponibilidade do sistema.

$$\mu = \frac{1}{MTTR} \quad \text{ou então} \quad MTTR = \frac{1}{\mu}$$

MTTR: Exemplo

Tempo de reparo do 1º defeito (R_1) = 0,5 h
Tempo de reparo do 2º defeito (R_2) = 1 h

MTTR = (R_1 + R_2) / nº reparos
MTTR = 1,5 / 2

MTTR = 0,75 h

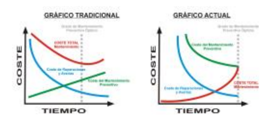
MTBF – mean time between failure

- MTBF = MTTF + MTTR

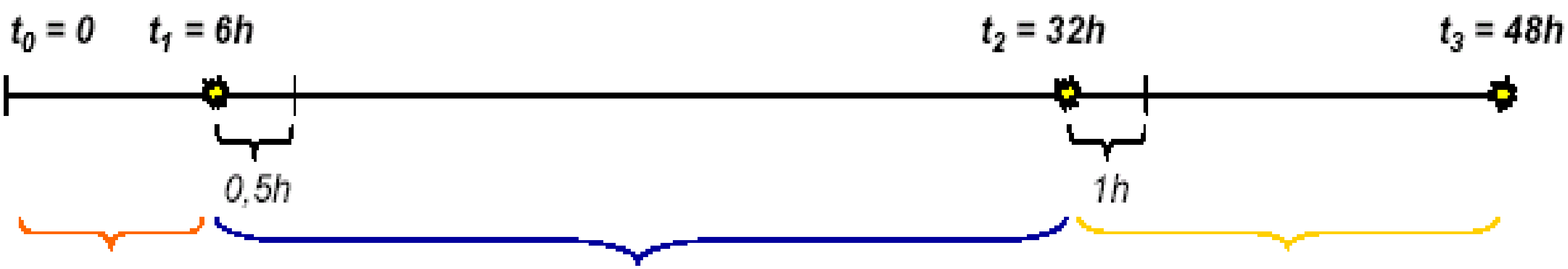
$$MTBF = \sum_{i=1}^{n} \Delta d_i / n \quad \text{ou} \quad MTBF = MTTF + MTTR$$

MTBF – mean time between failure

- MTBF = MTTF + MTTR
  - – diferença numérica pequena em relação a MTTF (tempo esperado até a primeira ocorrência de defeito)
  - – os tempos de operação são geralmente muito maiores que os tempos de reparo
  - – na prática valores numéricos muito aproximados (tanto faz usar um como outro)
  - – considera-se:
    - – reparo coloca sistema em condições ideais de operação

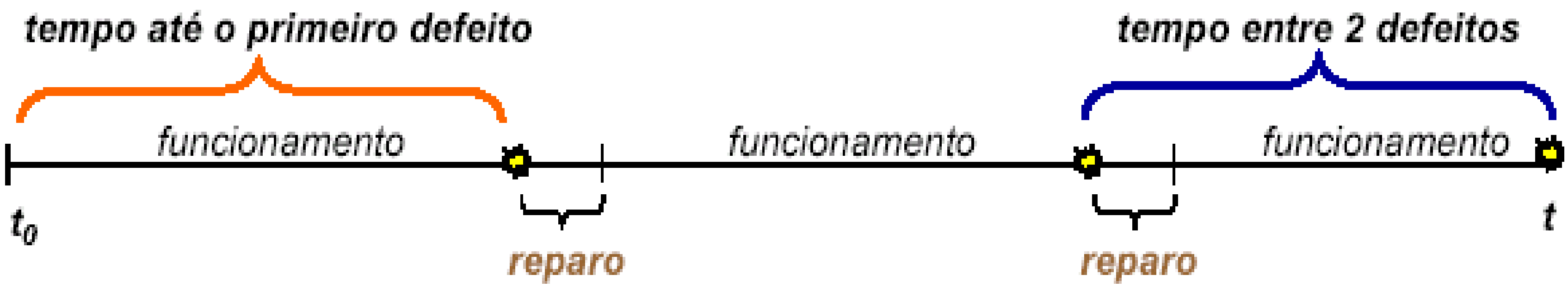


MTBF: Exemplo



- Tempo entre o início e o 1º defeito (Δ d1) = 6 h
- Tempo entre 1º e 2º defeitos (Δ d2) = 26 h
- Tempo entre 2º e 3º defeitos (Δ d3) = 16 h
- MTBF = (Δ d1 + Δ d2 + Δ d3)/nº defeitos
- MTBF = 48/3
- MTBF = 16 h

O que medir ?



- Com que frequência ocorrem defeitos? Taxa de defeitos (λ)
- Qual o tempo entre um defeito e outro? MTBF
- Qual o tempo até o primeiro defeito? MTTF
- Qual o tempo gasto para reparar cada defeito? MTTR
- Quais as chances do sistema funcionar sem defeitos durante um período de tempo? Confiabilidade
- Quais as chances dos sistema estar funcionando em um determinado instante? Disponibilidade

Confiabilidade (Reliability) Discreta

Probabilidade de que um sistema funcione corretamente durante um intervalo de tempo [t0,t]

$$\text{Confiabilidade} = \left(1 - \frac{1}{\text{MTBF}}\right) * 100$$

$$\text{Inconfiabilidade} = \frac{1}{\text{MTBF}} * 100$$

Isto pois considera-se MTBF $\cong$ *MTTF*.

Formalmente, o MTBF é a soma do MTTF e o MTTR. Como MTTR é geralmente pequena, assumimos que o MTBF é aproximadamente igual à MTTF e que MTBF = $\frac{1}{\lambda}$.

Aproximação do MTTR com MTBF

Exemplo:

Qual é a confiabilidade de um equipamento com MTBF igual a 50 anos? Referir a confiabilidade a um tempo de missão de 1 ano. Num caso correto de uma instalação com 100 equipamentos idênticos (e supondo as avarias distribuídas uniformemente ao longo do tempo haveria por ano

Exemplo:

A probabilidade de avaria é:

$$F(t) = \frac{1}{MTBF} = \frac{1}{50} = 0{,}02$$

A probabilidade de sucesso (confiabilidade) é:

$$R(t) = 1 - F(t) = 0{,}98$$

Disponibilidade

A(t): Availability

- probabilidade do sistema estar operacional no instante t (disponível para o trabalho útil)
  - alternância entre períodos de funcionamento e de reparo
    - A(t) = R(t) quando reparo tende a zero
- lembrar que MTBF = MTTF + MTTR
  - intuitivamente
    - **$A(t) = t_{op} / (t_{op} + t_{reparo})$**
  - genericamente
    - **A(t) = MTTF / (MTTF + MTTR)   ou**
    - **A(t) = MTBF / (MTBF + MTTR).**

t_{op} = tempo de operação normal

T_{reparo} = tempo de reparo

nessa relação, o significado de **alta disponibilidade** fica mais claro diminuindo o tempo médio de reparo, aumenta a disponibilidade

Disponibilidade (A)

$$\mu = \frac{1}{MTTR}$$

Taxa de reparos por hora

$$A = \frac{\mu}{\lambda + \mu} = \frac{MTTF}{MTTF + MTTR} \approx \frac{MTBF}{MTBF + MTTR}$$

Taxa de defeitos

$\lambda = 1/\text{MTTF}$

$$U = 1 - A = \frac{\lambda}{\lambda + \mu} = \frac{MTTR}{MTBF} \approx \lambda\, MTTR$$

Indisponibilidade (U)

Exemplo:

Como exemplo, considere dois sistemas de proteção. Um deles é composto por um único relé e o outro é um sistema redundante paralelo com dois relés idênticos, mas independentes. Se a taxa de falha de um único relé é de 0,0033 por ano e a média de tempo de reparo é de 48 horas, podemos determinar o tempo médio entre falhas (MTBF) e da indisponibilidade (U) para cada configuração.

Exemplo:

Para um sistema com um único relé:

λ = 0,0033 falhas/ano

MTBF = 1/λ = 1/0,0033 falhas/ano = 300 anos

(uma falha a cada 300 relés por ano)

U = λ MTTR = (0,0033 falhas/ano) (48 horas)

(1/8.760 horas/ano) = 1.81 • 10^{-5}

Elementos em Série

- Um equipamento é constituído pro um conjunto de componentes, cada um deles caracterizados por uma confiabilidade ou por uma certa taxa de falhas.
- Em alguns equipamentos o funcionamento só é possível se todos os componentes funcionarem simultaneamente. Diz-se neste caso (do ponto de vista da confiabilidade) que os componentes constituem uma serie.
- A confiabilidade do equipamento é calculado do seguinte modo: A confiabilidade é o produto das confiabilidade.

$$P_T = p_1 \, x \, p_2 \, x \ldots x \, p_n$$

Caso todas as probabilidades forem iguais;

$$P_T = {p_1}^n$$

Exemplo

Um cartão eletrônico é constituído por 30 transistores. Todos caracterizados por uma confiabilidade de 0,998/ano e por 40 resistores e capacitores cuja confiabilidade é de 0,9950/ano.

a) Calcular a confiabilidade do cartão referida ao período de um ano.

b) Calcular a probabilidade de falha num período de 2 anos.

a) Transistores (p1) = 0,998

Para os 30 transistores é: $P_{trans} = (0{,}998)^{30} = 0{,}941$

Para os resistores e capacitores é: $p_2 = 0{,}995$

$$P_{RC} = (0{,}995)^{40} = 0{,}818$$

$$P_T = P_{trans} \,\mathrm{x}\, P_{RC} = 0{,}941x0{,}818 = 0{,}769 \; ou \; 76{,}90\%$$

Exemplo

Um cartão eletrônico é constituído por 30 transistores. Todos caracterizados por uma confiabilidade de 0,998/ano e por 40 resistores e capacitores cuja confiabilidade é de 0,9950/ano.

a) Calcular a confiabilidade do cartão referida ao período de um ano.

b) Calcular a probabilidade de falha num período de 2 anos.

b) Num período de 2 anos, a probabilidade de falha é:

$$f_T x\ t = (1 - P_T)\ \mathrm{x}\ t = (1 - 0{,}769)\ x\ 2 = 0{,}462\ ou\ 46{,}2\ \%$$

Exemplo:

Suponha que as probabilidades de falha, ao longo de determinado período, para os três componentes ilustrados, sejam $P_1 = 5\%,\ P_2 = 10\%,\ P_3 = 20\%$. Qual será a confiabilidade deste sistema em série, neste período ?

Resp.: O sistema operará enquanto **TODOS** componentes operarem. Portanto, as probabilidades de **OPERAR** são:

$$R_1 = 1 - P_1 = 1 - 0{,}05 = 0{,}95$$

$$R_2 = 1 - P_2 = 1 - 0{,}10 = 0{,}90$$

$$R_3 = 1 - P_3 = 1 - 0{,}20 = 0{,}80$$

$$R = R_1.R_2.R_3 = 0{,}95.0{,}90.0{,}80 = 0{,}6840 = 68{,}4\%$$

(Confiabilidade do Sistema)

$$P = 1 - R = 31{,}6\%$$

(Inconfiabilidade do Sistema)

Elementos em Paralelo

- Para sistemas muito complexos, com grande nº de componentes a confiabilidade global pode tornar-se inadmissivelmente baixa mesmo conseguindo componentes de alta confiabilidade.
- Nestes casos é necessário adotar estratégias construtivas e de circuito que permitem o funcionamento do equipamento mesmo que falhem alguns componentes.
- A técnica usada normalmente é denominada de **Redundância** e consiste na concepção de elementos repetidos cada um dos quais passa garantir o funcionamento global.
- Neste caso eles são associados em **paralelo**.

Elementos em Paralelo

- Em componentes em paralelo a inconfiabilidade total é o produto das inconfiabilidades.

$$f_T = (1 - P_1) \text{ x } (1 - P_2) \text{ x } \dots \text{ x } (1 - P_n)$$

- Quando os elementos forem iguais teremos:

$$f_T = (1 - P_1)^n$$

- Assim a confiabilidade é:

$$P_T = (1 - f_T)$$

Elementos em Paralelo

Numa subestação de grande porte existem 3 sistemas de baterias cada um dos quais pode alimentar completamente os circuitos de corrente continua. A confiabilidade de cada bateria é de 93% (referida a um ano). Calcular a confiabilidade global do sistema com 3 baterias.

R.: Como se vê a probabilidade de falha em um ano de um sistema com uma só bateria é de 1-0,93=0,07=7% e é exageradamente alta. No conjunto das 3 baterias a confiabilidade é:

$$P_T = 1 - (1 - 0{,}93)^3 = 0{,}999657 \text{ ou } 99{,}9657\%$$

$$f_T = 1 - 0{,}999657 = 0{,}04\%$$

A probabilidade de falha reduziu-se para 0,04% por ano.

Exemplo:

Sejam $P_1 = 5\%,\ P_2 = 10\%,\ P_3 = 20\%$ as probabilidades de falha de cada componente deste sistema em paralelo ao longo de determinado período de tempo. Qual será a confiabilidade deste sistema neste período ?

Resp.: O sistema operará ate que **TODOS** componentes falhem. Portanto, as probabilidades de **FALHA** são:

$P = P_1.P_2.P_3 = 0{,}05.0{,}10.0{,}20 = 0{,}0010$ ou 0,1%

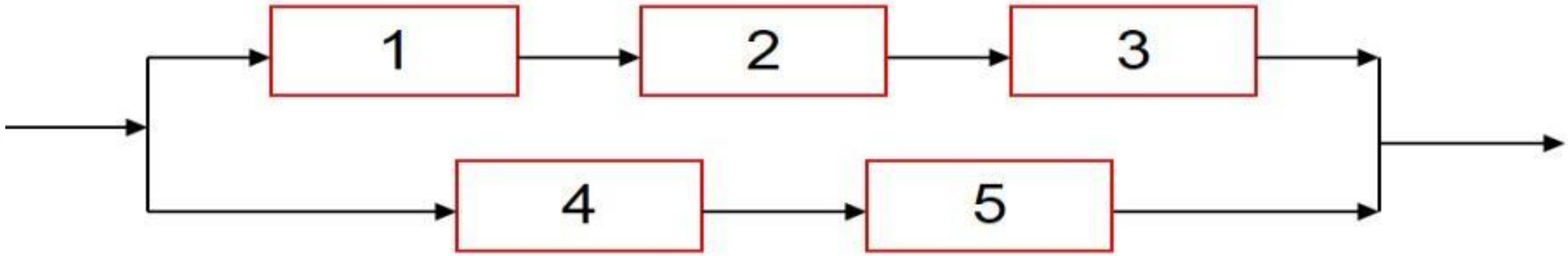
$$R = 1 - P = 0{,}999\ ou\ 99{,}9\%$$

Probabilidade de falha do sistema é 0,1% (confiabilidade)

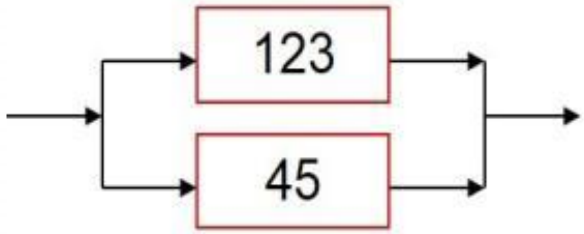
Exemplo:

A redundância paralela aumenta a MTBF em 50% e reduz a indisponibilidade para perto de zero. Observe que, com sistemas de redundância paralela, menor indisponibilidade vem a um custo de mais manutenção. Se qualquer uma das unidades paralelas falhar, os usuários devem detectar essa falha e repará-la em benefício de menor indisponibilidade.

Elementos Mistos



Se P_1=10%, P_2=5%, P_3=15%, P_4=2%eP_5=20%, para um determinado período, qual a confiabilidade do sistema?



$R_1 = 1 - 0.10 = 0.90$

$R_2 = 1 - 0.05 = 0.95$ $R_{123} = 0.9 \times 0.95 \times 0.85 = 0.7268$ $P_{123} = 0.2733$

$R_3 = 1 - 0.15 = 0.85$

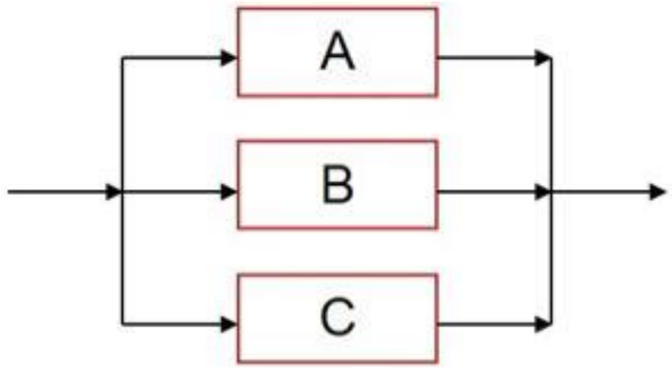
$R_4 = 1 - 0.02 = 0.98$ $R_{45} = 0.98 \times 0.80 = 0.7840$ $P_{45} = 0.2160$

$R_5 = 1 - 0.20 = 0.80$

$P_{123} = 0.2733$ $P_{sistema} = 0.2733 \times 0.2160 = 0.0590$

$P_{45} = 0.2160$ $R_{sistema} = 1 - 0.0590 = 0.941 =$ **94.1%**

Elementos Complexos



As bombas A, B e C são bombas de carga de uma planta. Para operar corretamente, a unidade necessita que pelo menos duas destas bombas estejam operando. A probabilidade de falha de cada uma é de 10%, ao longo de uma campanha. Qual a confiabilidade do sistema de alimentação desta planta ao longo da campanha?

Teoria Binomial

Bombas Funcionando (p)	Bombas com avarias (f)
b1,b2,b3	–
b1,b2	$b3$
b1,b3	b2
b2,b3	b1

$$p^3 + 3p^2 f$$

Elementos Complexos

Quaisquer que sejam os reais ***x*** *e* ***y****, e o natural* ***n*** *é válida a fórmula*

$$(x+y)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} x^k y^{n-k}.$$

Triângulo de Tartaglia ou Pascal

Nº	Pirâmide
0	1
1	1 1
2	1 2 1
3	1 3 3 1
4	1 4 6 4 1
5	1 5 10 10 5 1
6	1 6 15 20 15 6 1
7	1 7 21 35 35 21 7 1

Elementos Complexos

Nº de unidades necessárias para o sistema funcionar (p)	Probabilidade de operação bem sucedida
4	p^4
3	$p^4 + 4p^3f$
2	$p^4 + 4p^3f + 6p^2f^2$
1	$p^4 + 4p^3f + 6p^2f^2 + 4pf^3$

Para associação em serie

- Todos tem que funcionar

$$(p+f)^4 = p^4 + 4p^3f + 6p^2f^2 + 4pf^3 + f^4$$

Para associação em paralelo

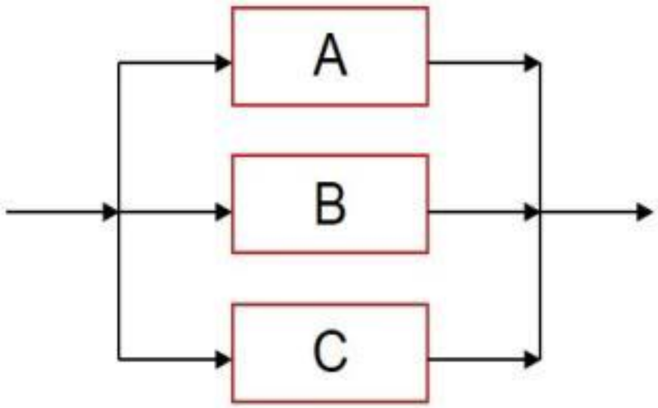
- Apenas um tem que funcionar

$$(p+f)^4 = p^4 + 4p^3 f + 6p^2 f^2 + 4pf^3 + f^4$$

- Dai podemos concluir:

$$R = 1 - f^4$$

Elementos Complexos



As bombas A, B e C são bombas de carga de uma planta. Para operar corretamente, a unidade necessita que pelo menos duas destas bombas estejam operando. A probabilidade de falha de cada uma é de 10%, ao longo de uma campanha. Qual a confiabilidade do sistema de alimentação desta planta ao longo da campanha?

A probabilidade de falha é P= 0.1 (10%), e a confiabilidade é R=1-0.1= 0.9 (90%)

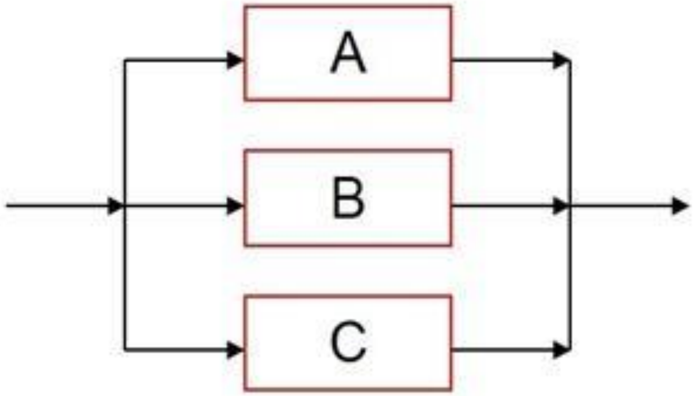
Como as três bombas estão em paralelo, vamos usar o teorema binomial:

$(R + P)^3 = R^3 + 3R^2P + 3RP^2 + P^3 = 0.9^3 + 3x0.9^2x0.1 + 3x0.9x0.1^2 + 0.1^3$

$(R + P)^3 = 0.729 + 0.243 + 0.027 + 0.001$

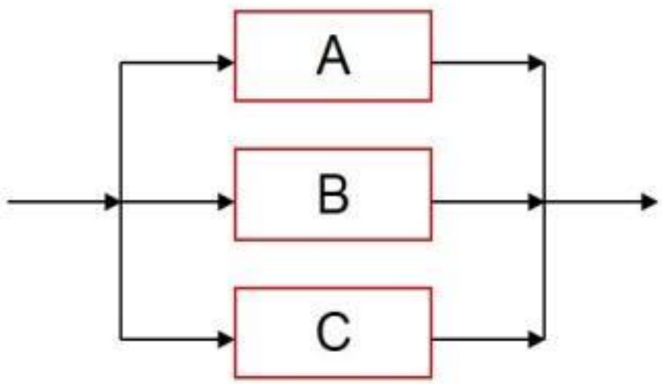
As três operando (R^3):	0.729	
Duas operando, e uma parada ($3R^2P$):	0.243	Confiabilidade = 0.972 = **97.2 %**
Uma operando e duas paradas ($3RP^2$):	0.027	
Nenhuma operando (P^3):	0.001	Falha = 0.028 = **2.8 %**

Elementos Complexos



As bombas A, B e C são bombas de carga de uma planta. A Bomba A tem uma vazão de 200 m^3/h, a vazão da Bomba B é 180 m^3/h e a Bomba C tem uma vazão de 170. Para operar, a planta precisa ser alimentada com uma vazão mínima de 360 m^3/h. As confiabilidades para uma campanha são R_A=0.95, R_B=0.90 and R_C=0.85. Qual a confiabilidade da planta ao longo da campanha?

Elementos Complexos



As bombas A, B e C são bombas de carga de uma planta. A Bomba A tem uma vazão de 200 m^3/h, a vazão da Bomba B é 180 m^3/h e a Bomba C tem uma vazão de 170. Para operar, a planta precisa ser alimentada com uma vazão mínima de 360 m^3/h. As confiabilidades para uma campanha são R_A=0.95, R_B=0.90 and R_C=0.85. Qual a confiabilidade da planta ao longo da campanha?

Como a planta necessita pelo menos 360 m3/h, teremos:

A + B + C = 550 m3/h (OK)   A + B = 380 m3/h (OK)   A + C =370 m3/h (OK)

B + C = 350 m3/h (não)   Nenhuma das três bombas isoladamente sustenta a planta

$A \cap B \cap C \rightarrow$ $0.95 \times 0.90 \times 0.85 =$ 0.72675

$A \cap B \cap$ nãoC $\rightarrow$ $0.95 \times 0.90 \times (1 - 0.85) =$ 0.12825

$A \cap$ nãoB $\cap C \rightarrow$ $0.95 \times (1 - 0.90) \times 0.85 =$ 0.08075

Confiabilidade da Planta= 0.93575 → **93.6%**