

# Esperienza Circuiti II

F. Ballo, S. Franceschina, S. Dolci - Gruppo T1 39

April 16, 2024

## Abstract

Nella seguente relazione vengono presentati i risultati ottenuti dalla seconda esperienza del corso di Laboratorio II riguardante l'analisi di circuiti elettrici. L'obiettivo di questa esperienza era quello di studiare circuiti RC, RL e RLC in regimi di corrente impulsata (usando un onda quadra fornita da un generatore di funzioni). In particolare volendo verificare le leggi che descrivono questi circuiti, sono state effettuate misurazioni con oscilloscopio sull'andamento della differenza di potenziale ai capi dei vari componenti: resistenza, capacità e induttanza.

## Contents

<b>1</b>	<b>Circuito RC</b>	<b>3</b>
1.1	Configurazione del circuito e della strumentazione . . . . .	3
1.2	Dati . . . . .	4
1.3	Analisi dati . . . . .	4
1.4	Conclusioni circuito RC . . . . .	5
1.5	Discussione sulle incertezze . . . . .	5
<b>2</b>	<b>Circuito RL</b>	<b>6</b>
2.1	Configurazione del circuito e della strumentazione . . . . .	6
2.2	Dati . . . . .	7
2.3	Analisi dati . . . . .	7
2.4	Conclusioni circuito RL . . . . .	8
<b>3</b>	<b>Circuito RLC</b>	<b>8</b>
3.1	Configurazione del circuito . . . . .	8
3.2	Dati . . . . .	10
3.3	Analisi dati . . . . .	11
3.3.1	Regime sottosmorzato . . . . .	11
3.3.2	Regime criticamente smorzato . . . . .	12
3.3.3	Regime sovrasmorzato . . . . .	13
3.4	Conclusioni sul circuito RLC . . . . .	13



# 1 Circuito RC

## 1.1 Configurazione del circuito e della strumentazione

Di seguito abbiamo riportato lo schema 1 utilizzato per riprodurre il circuito RC in laboratorio con l'utilizzo di una bread-board e degli opportuni componenti, con l'obiettivo di verificare la seguente legge che descrive l'andamento della tensione in un circuito RC:

$$V(t) = V_0 \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) \quad (1)$$

Per fare ciò abbiamo selezionato con un generatore di funzioni un segnale a onda quadra di frequenza  $f$ , per simulare l'apertura o chiusura del generatore, verificando che la durata dell'impulso sia abbastanza lunga da permettere alla capacità  $C$  di caricarsi. Per trovare la curva che descrive l'andamento di  $V(t)$  è stato necessario campionare punto per punto il grafico che ci appare sull'oscilloscopio dopo aver misurato con le sonde i segnali di tensione ai capi del resistore  $R$  e capacità  $C$ . Prima delle misure abbiamo verificato la calibrazione di: oscilloscopio, generatore, sonde di misura e le "dimensioni" resistenza  $R$  e capacità  $C$ .

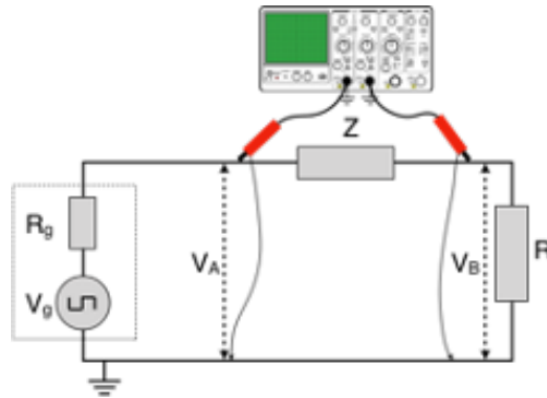


Figure 1: Schema configurazione di circuito, Z rappresenta uno dei componenti tra R, C e L

Riuscire a verificare la legge prevista per il regime di circuito in questione permette di trovare la costante di tempo caratteristica 2; conoscendo il valore di  $R$  possiamo quindi stimare quanto vale la capacità  $C$ .

$$\tau = RC \quad (2)$$

## 1.2 Dati

Di seguito riportiamo i dati e la configurazione del circuito RC studiato:

1. Resistenza interna oscilloscopio  $R_o = 50 \Omega$
2. Resistenza usata nel circuito  $R = (67.1 \pm 0.1) \text{ k}\Omega$
3. Frequenza generatore  $f = 200 \text{ Hz}$
4. Intervallo tensione  $V_0 = (1000.0 - 0000.0) \text{ mV}$
5. Precisione oscilloscopio  $0.004 \text{ V}$

## 1.3 Analisi dati

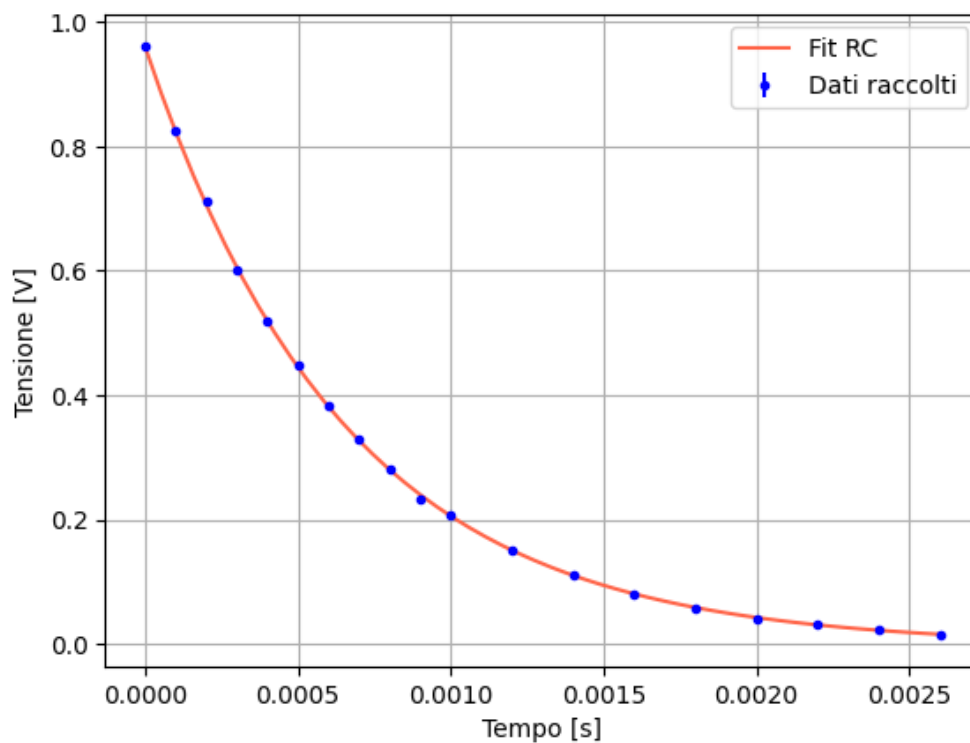


Figure 2: Grafico fit RC

Per prima cosa abbiamo verificato la misura di  $C$  mediante un multimetro palmare, ottenendo:

$$C = (10 \pm 0.1) \text{ nF}$$

valore che abbiamo usato per fare un confronto con quello ricavato dal fit.

Dopo aver raccolto i dati, abbiamo proceduto a interpolarli secondo la legge (1), ottenendo i seguenti valori dei parametri:

$$V_0 = (963.7 \pm 3.1) \cdot 10^{-3} \text{ V}$$

$$\tau = (652 \pm 6) \cdot 10^{-6} \text{ s}$$

Conoscendo la resistenza  $R$ , abbiamo calcolato  $C = \frac{\tau}{R}$  e propagato le incertezze con l'opportuna formula:

$$C_{\text{calc}} = (9.72 \pm 0.08) \cdot 10^{-9} \text{ F} \quad C_{\text{attesa}} = (10 \pm 0.1) \cdot 10^{-9} \text{ F}$$

## 1.4 Conclusioni circuito RC

Il fit ritorna un valore del  $\tilde{\chi}^2 = 0.7$  e  $p - \text{value} = 0.817$ , il che indica una buona compatibilità delle misure con il modello (1)

Eseguendo un test di compatibilità con la misura effettuata otteniamo  $t = 1.02$ .

La misura di  $C$  rientra entro poco più di una deviazione standard dalla misurazione effettuata, fornendo ulteriore conferma della bontà dell'adattamento.

## 1.5 Discussione sulle incertezze

La nostra stima delle incertezze è stata basata sulla precisione dell'oscilloscopio, che a seconda della scala di risoluzione variava da 2 a 20 mV.

In ciascun esperimento abbiamo tentato di selezionare il range dello strumento in modo che nello schermo fosse visibile tutta l'onda, senza mostrare regioni al di fuori del regime di interesse.

Per validare il nostro metodo, abbiamo eseguito una stima a posteriori delle incertezze, osservando che la variazione sull'incertezza era sempre compatibile con l'errore da noi utilizzato.

## 2 Circuito RL

### 2.1 Configurazione del circuito e della strumentazione

L'obiettivo di questa sezione è applicare la stessa analisi seguita per il circuito  $RC$  sostituendo la capacità con un'induttanza  $L$ . In questo circuito il modello che descrive l'andamento della tensione risulta essere:

$$V(t) = V_0 \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) \quad (3)$$

Per le misurazioni abbiamo ripetuto lo stesso procedimento: selezionare con un generatore di funzioni un segnale a onda quadra di frequenza  $f$ , per simulare l'apertura o chiusura del generatore, verificando che la durata dell'impulso sia abbastanza lunga da permettere all'induttanza  $L$  di caricarsi. Per trovare la curva che descrive l'andamento di  $V(t)$  abbiamo campionato punto per punto il grafico riportato dall'oscilloscopio dopo aver misurato con le sonde il segnale tensione, stavolta ai capi del resistore  $R$  e induttanza  $L$ . Prima di effettuare le misure abbiamo verificato la calibrazione di: oscilloscopio, generatore, sonde di misura e "dimensioni" di resistenza  $R$  e induttanza  $L$  in rapporto alla resistenza interna dell'oscilloscopio.

Il nostro scopo è di nuovo quello di ricavare la costante di tempo caratteristica  $\tau$  per il regime di circuito in questione, conoscendo il valore di  $R$  possiamo stimare quanto vale  $L$ .

$$\tau = \frac{R}{L} \quad (4)$$

## 2.2 Dati

Di seguito riportiamo i dati e la configurazione del circuito RL analizzato:

1. Resistenza interna oscilloscopio  $R_o = (50.0 \pm 0.1)\Omega$
2. Resistenza circuito  $R = (1000.01 \pm 0.01)\Omega$
3. Frequenza generatore  $f = 700 \text{ Hz}$
4. Intervallo tensione  $V_0 = \pm(1000.0 \pm 0.1) \text{ mV}$
5. Precisione oscilloscopio 0.02

## 2.3 Analisi dati

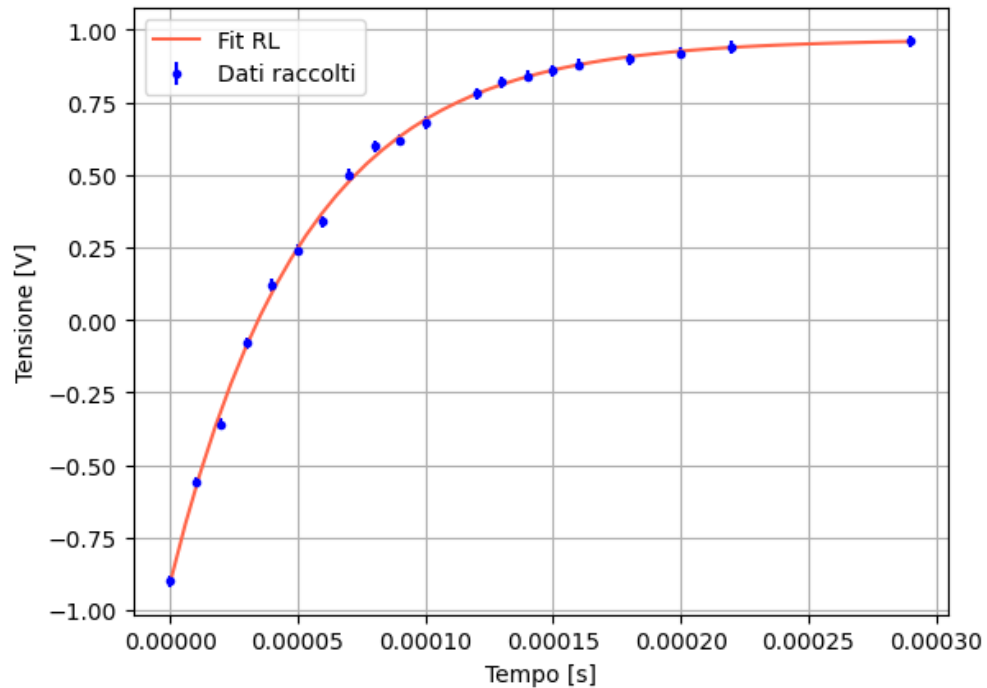


Figure 3: Grafico fit RL

Il processo di analisi è molto simile a quello effettuato in precedenza, tuttavia, non avendo avuto la possibilità di misurare direttamente il valore dell'induttanza, abbiamo basato la nostra analisi su un valore di qualche mH.

Per eseguire l'interpolazione abbiamo nuovamente fatto uso della (1) Dopo aver raccolto i dati, abbiamo proceduto a interpolarli secondo la legge (1), ottenendo i seguenti valori dei parametri:

$$V_0 = (\pm) \cdot 10^{-3} \text{ V}$$
$$\tau = (652 \pm 6) \cdot 10^{-6} \text{ s}$$

Conoscendo la resistenza  $R$ , abbiamo calcolato  $L = \frac{\tau}{R}$  e propagato le incertezze con l'opportuna formula:

$$L_{\text{calc}} = (52.2 \pm 0.1) \cdot 10^{-3} \text{H}$$

## 2.4 Conclusioni circuito RL

Il fit ritorna un valore del  $\tilde{\chi}^2 = 1.0$  e  $p - \text{value} = 0.400$ , suggerendo un'ottima compatibilità delle misure con il modello.

Come detto in precedenza, non avendo una misura diretta dell'induttanza stimata, abbiamo confrontato il valore ottenuto con uno indicativo  $L \approx 50 \text{mH}$ .

Il test di compatibilità in questo caso risulta  $t = 1.02$

## 3 Circuito RLC

### 3.1 Configurazione del circuito

In questa terza sezione abbiamo analizzato un circuito RLC. Il modello teorico mostra che un circuito di questo tipo si comporta come un oscillatore armonico, a seconda di come variano i parametri del circuito si osservano tre comportamenti diversi, descritti da tre leggi differenti. Di seguito riportiamo i parametri del circuito:

1.  $\gamma = \frac{R}{2L}$
2.  $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$
3.  $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}$

Di seguito sono riportati i tre regimi al variare dei parametri:

1. **Regime sottosmorzato:**  $\gamma < \omega_0$   
Il sistema viene retto dall'equazione:

$$V(t) = I_0 e^{-\gamma t} \sin(\omega t) \quad (5)$$

2. **Regime criticamente smorzato:**  $\gamma = \omega_0$   
Il sistema viene retto dall'equazione:

$$V(t) = I_0 t e^{-\gamma t} \quad (6)$$

3. **Regime sovrasmorzato:**  $\gamma > \omega_0$   
Il sistema viene retto dall'equazione:

$$V(t) = I_0 e^{-\gamma t} (e^{\omega t} - e^{-\omega t}) \quad (7)$$



Con l'obiettivo di determinare  $\omega$  e  $\gamma$  nei tre casi abbiamo selezionato con un generatore di funzioni un segnale a onda quadra di frequenza  $f$ , per simulare l'accensione e spegnimento del generatore. Come suggerito dalla scheda di laboratorio, abbiamo verificato che la durata dell'impulso fosse abbastanza lunga da osservare cinque picchi a partire dal caso sottosmorzato. Per trovare la curva che descrive l'andamento di  $V(t)$  è stato necessario campionare punto per punto il grafico riportato dall'oscilloscopio, il quale misura tramite una sonda la variazione di tensione ai capi del resistore  $R$ . Prima di effettuare le misure abbiamo verificato come fatto in precedenza la calibrazione di: oscilloscopio, generatore, sonde di misura e "dimensioni" della resistenza  $R$ , della capacità  $C$  e dell'induttanza  $L$  in rapporto alla resistenza interna dell'oscilloscopio.

Il circuito è stato configurato come in figura 4

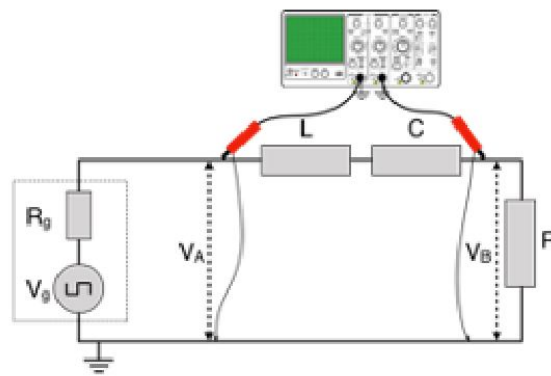


Figure 4: Schema configurazione di circuito RLC

Dall'interpolazione dei grafici ottenuti nei tre casi ci aspettiamo di ricavare i valori di  $\omega$  e  $\gamma$  caratteristici del circuito.

## 3.2 Dati

Di seguito riportiamo i dati sulle componenti e la configurazione del circuito studiato:

1. Resistenza interna oscilloscopio  $R_o = (50.0 \pm 0.1)\Omega$
2. Frequenza generatore  $f = 300 \text{ Hz}$
3. Intervallo tensione  $V_0 = \pm(1000.0 \pm 0.1) \text{ mV}$

Di seguito riportiamo anche le formule utilizzate per la propagazione delle incertezze di  $\gamma$  e  $\omega$ :

$$(a) \quad \delta_\gamma = \sqrt{\left(\frac{\partial \gamma}{\partial R} \cdot \delta R\right)^2 + \left(\frac{\partial \gamma}{\partial L} \cdot \delta L\right)^2}$$

$$(b) \quad \delta_\omega = \sqrt{\left(\frac{\partial \omega}{\partial L} \cdot \delta L\right)^2 + \left(\frac{\partial \omega}{\partial C} \cdot \delta C\right)^2}$$

### 3.3 Analisi dati

#### 3.3.1 Regime sottosmorzato

Per il circuito in regime sottosmorzato abbiamo utilizzato una resistenza

$$R_1 = (300 \pm 1)\Omega$$

I dati da noi raccolti sono riportati nella tabella 3 e il grafico ottenuto è riportato in figura 5.

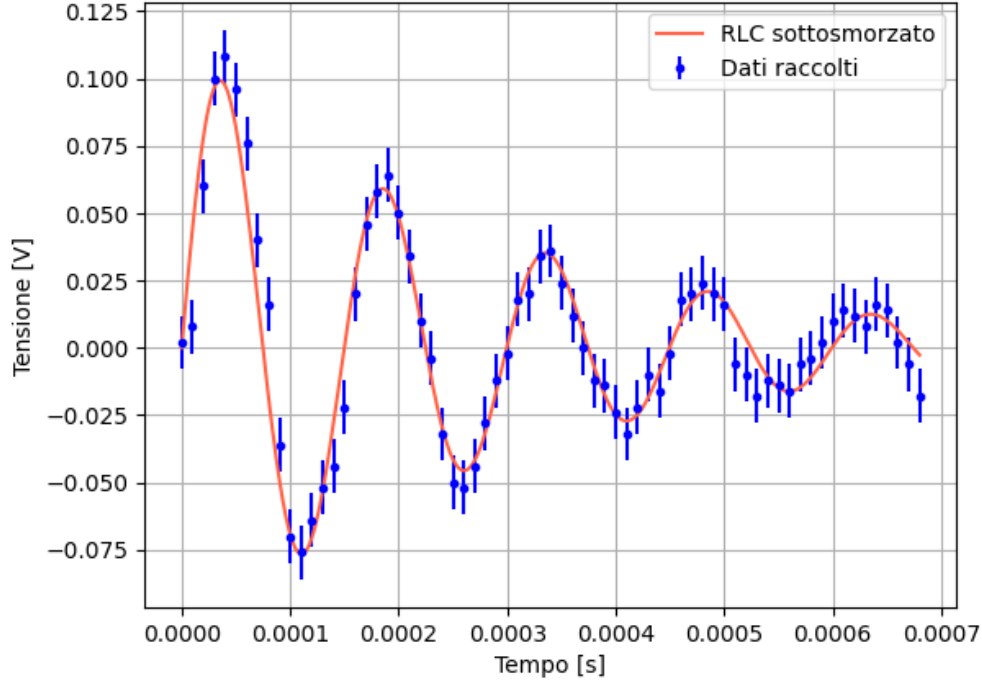


Figure 5: Grafico fit RLC sottosmorzato

Il fit è stato eseguito con la funzione (5). I valori di  $\gamma$  e  $\omega$  calcolati con le relative incertezze sono:

$$\gamma_{\text{calc}} = (2.87 \pm 0.06) \cdot 10^3 \text{ Hz}$$

$$\omega_{\text{calc}} = (44.3 \pm 0.5) \cdot 10^3 \text{ Hz}$$

Mentre i parametri ottenuti dal fit sono:

$$\gamma_{\text{attesa}} = (3.5 \pm 0.3) \cdot 10^3 \text{ Hz}$$

$$\omega_{\text{attesa}} = (41.9 \pm 0.2) \cdot 10^3 \text{ Hz}$$

Eseguendo un test di compatibilità tra i valori ottenuti e quelli attesi otteniamo per  $\gamma$  un  $t = 2.17$  e per  $\omega$  un  $t = 4.49$ .

Da questi valori, ci rendiamo conto che i valori ottenuti non sono compatibili con quelli attesi. Discuteremo alla fine le possibili cause di questa discrepanza.

### 3.3.2 Regime criticamente smorzato

Per il circuito in regime sottosmorzato abbiamo utilizzato una resistenza

$$R_2 = (3900 \pm 1) \, \Omega$$

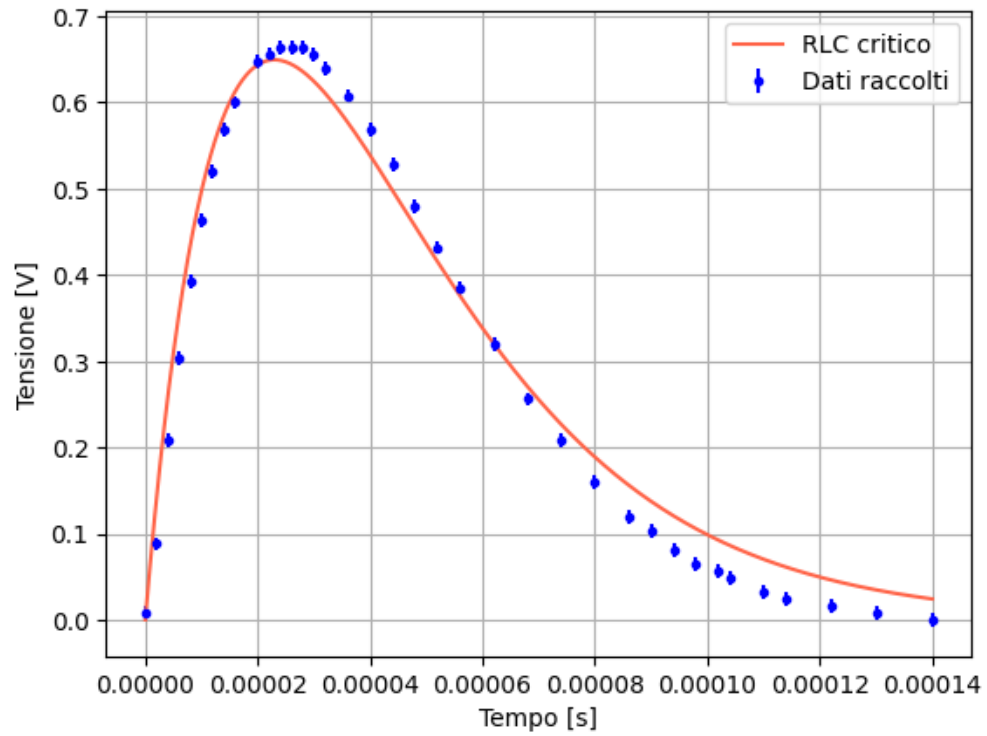


Figure 6: Grafico fit RLC critico

### 3.3.3 Regime sovrasmorzato

Per il circuito in regime sottosmorzato abbiamo utilizzato una resistenza

$$R_3 = (10.0 \pm 0.1)\text{k}\Omega$$

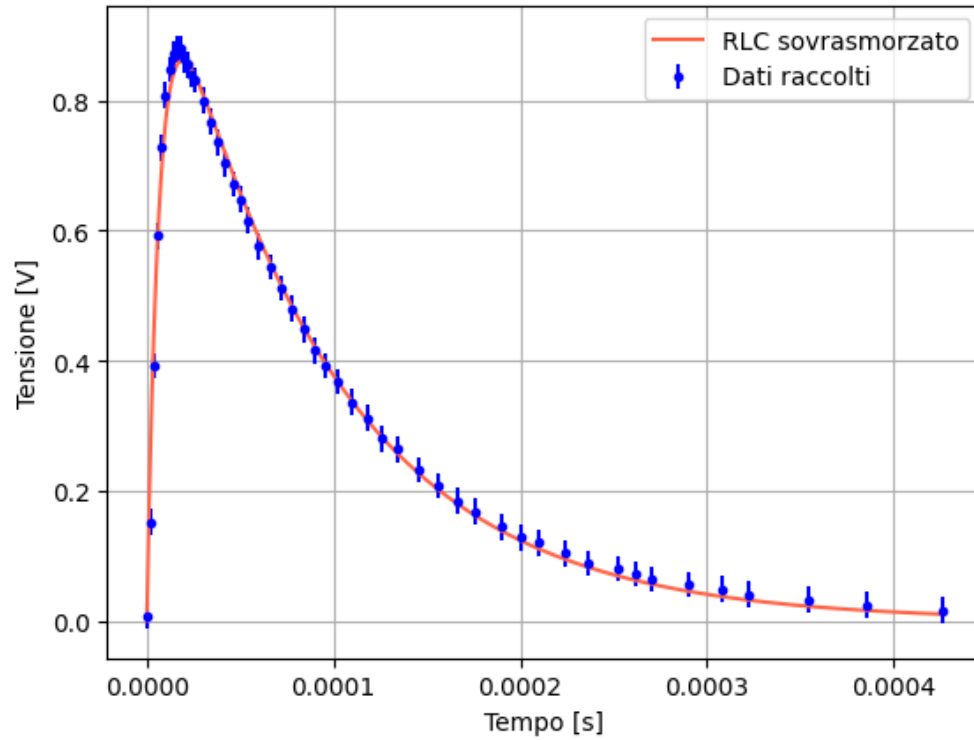


Figure 7: Grafico fit RLC sovrasmorzato

## 3.4 Conclusioni sul circuito RLC

## 4 Tabelle

Table 1: Dati circuito RC

Tempo [ms]	Tensione - carica pos. [mV]	Tensione - carica neg. [mV]
0.0	960	-952
0.1	824	-824
0.2	712	-696
0.3	600	-600
0.4	520	-512
0.5	448	-440
0.6	384	-368
0.7	328	-320
0.8	280	-272
0.9	232	-224
1.0	208	-200
1.2	152	-144
1.4	112	-104
1.6	80	-72
1.8	56	-56
2.0	40	-40
2.2	32	-28
2.4	24	-16
2.6	16	-8

Table 2: Dati circuito RL

Tempo [ms]	Tensione - carica [mV]
0.0	-900
0.01	-560
0.02	-360
0.03	-80
0.04	120
0.05	240
0.06	340
0.07	500
0.08	600
0.09	620
0.1	680
0.12	780
0.13	820
0.14	840
0.15	860
0.16	880
0.18	900
0.2	920
0.22	940
0.29	960

Table 3: Dati caso sottosmorzato

Tempo [ms]	Tensione [mV]
0.0	2
0.01	8
0.02	60
0.03	100
0.04	108
0.05	96
0.06	76
0.07	40
0.08	16
0.09	-36
0.1	-70
0.11	-76
0.12	-64
0.13	-52
0.14	-44
0.15	-22
...	...
0.66	2
0.67	-6
0.68	-18



Table 4: Dati caso criticamente smorzato

Tempo [ms]	Tensione [mV]
0.0	8.0
0.002	88.0
0.004	208.0
0.006	304.0
0.008	392.0
0.01	464.0
0.012	520.0
0.014	568.0
0.016	600.0
0.02	648.0
0.022	656.0
0.024	664.0
0.026	664.0
0.028	664.0
0.03	656.0
0.032	640.0
0.036	608.0
0.04	568.0
0.044	528.0
0.048	480.0
0.052	432.0
0.056	384.0
0.062	320.0
0.068	256.0
0.074	208.0
0.08	160.0
0.086	120.0
0.09	104.0
0.094	80.0
0.098	64.0
0.102	56.0
0.104	48.0
0.11	32.0
0.114	24.0
0.122	16.0
0.13	8.0
0.14	0.0

Table 5: Dati caso sovrasmorzato

Tempo [ms]	Tensione [mV]
0.0	8.0
0.002	152.0
0.004	392.0
0.006	592.0
0.008	728.0
0.01	808.0
0.012	848.0
0.014	872.0
0.016	880.0
0.018	880.0
0.02	864.0
0.022	856.0
0.024	840.0
0.026	832.0
0.03	800.0
0.034	768.0
...	...
0.354	32.0
0.386	24.0
0.426	16.0