

Esperienza Ottica - Microonde

F. Ballo, S. Franceschina, S. Dolci - Gruppo T1 39

June 12, 2024

Abstract

Nella seguente relazione vengono presentati i risultati ottenuti dalla quinta esperienza del corso di Laboratorio II riguardante l'analisi di fenomeni ottici che rientrano nel campo della spettrometria. L'obiettivo di questa esperienza è quello di capire come identificare un elemento una volta noto il suo spettro di emissione.

Contents

1	Configurazione setup esperienza	2
2	Prisma	2
2.1	Caratterizzazione del prisma	3
2.2	Identificazione del gas ignoto	4
2.3	Conclusioni prisma	5
3	Reticolo di diffrazione	5
3.1	Caratterizzazione del reticolo	5
3.2	Identificazione del gas ignoto	6
3.3	Conclusioni Reticolo di diffrazione	6
4	Considerazioni sugli errori	6
4.1	Commenti finali	7
5	Tabelle	8

1 Configurazione setup esperienza

Per le misure di questa esperienza abbiamo utilizzato:

- Uno spettrometro PASCO scientific Modello SP-9416, manuale qui.
- Lampade ad incandescenza Hg, Na e gas ignoti.
- Prisma di vetro.
- Reticoli di diffrazione 300/600/1200 (linee/mm).

Prima della presa di misure abbiamo verificato la calibrazione degli strumenti regolando la messa a fuoco e l'apertura della fenditura usando come sorgente test una lampada al sodio. Per configurare lo strumento abbiamo seguito le istruzioni riportate sul manuale PASCO.

2 Prisma

La prima parte dell'esperienza ha come obiettivo la caratterizzazione dell'indice di rifrazione del prisma, grazie al quale è poi possibile avanzare delle ipotesi sulla natura del gas ignoto analizzato in seguito. Come configurazione, sia per la sezione di caratterizzazione del prisma che per quella di identificazione del gas ignoto, abbiamo utilizzato il setup riportato in figura 1.

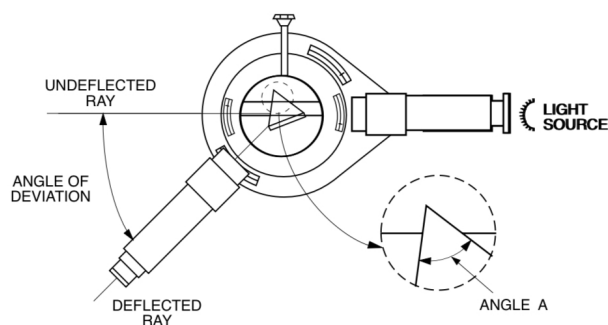


Figure 1: Configurazione spettrometro con prisma per misure d'angolo

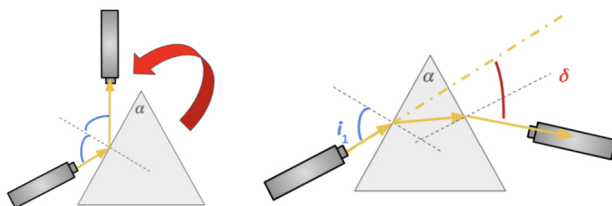


Figure 2: Configurazione prisma

2.1 Caratterizzazione del prisma

Per trovare l'indice di rifrazione del prisma trovato in Laboratorio abbiamo prima misurato l'angolo al vertice tra le due faccie lucidate del prisma. Utilizzando come sorgente una lampada al mercurio, abbiamo ricavato l'angolo α al vertice dall'angolo che la piattaforma con goniometro ha misurato quando telescopio e collimatore mostrano la luce riflessa dalle due faccie:

$$\alpha = 60^\circ 0' \pm 1'$$

Successivamente per misurare l'angolo di minima deviazione δ , abbiamo ruotato il piano su cui poggiato il prisma fino a quando la riga spettrale osservata non appariva fermarsi e invertire la direzione di spostamento.

Al fine di accertarci che l'errore sulle misure fosse di tipo gaussiano, abbiamo ripetuto la misura diverse volte; un'analisi più approfondita sugli errori è trattata nella sezione 4. A questo punto abbiamo calcolato l'indice di rifrazione del prisma per le diverse lunghezze d'onda utilizzando la seguente relazione, risolvendo per n :

$$\sin\left(\frac{\delta + \alpha}{2}\right) = n \sin\left(\frac{\delta}{2}\right) \quad (1)$$

Al fine di caratterizzare il prisma, ci siamo serviti della relazione di Cauchy (2), troncata al secondo ordine, questa relazione lega l'indice di rifrazione n alla lunghezza d'onda λ .

$$n(\lambda) = A + \frac{B}{\lambda^2} \quad (2)$$

Successivamente abbiamo interpolato i dati ottenuti con la forma funzionale, ottenendo stime per i valori dei parametri A e B . Riportiamo in figura 3 il fit ottenuto e i parametri:

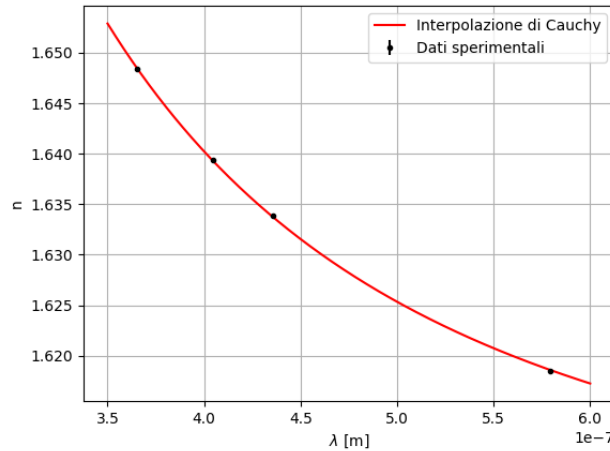


Figure 3: Interpolazione secondo la relazione di Cauchy

Il fit ha restituito i seguenti valori dei parametri:

Parametro	Valore
A	1.5990 ± 0.0003
B	$(0.0061 \pm 0.0005)\mu m^2$
$\tilde{\chi}^2$	1.0

Table 1: Valori dei parametri A e B

2.2 Identificazione del gas ignoto

Per questa seconda parte lo scopo è quello di identificare il gas ignoto tramite il suo spettro di emissione, ciò è possibile perchè ora conosciamo i parametri A e B della relazione (2), caratteristici del prisma utilizzato. Abbiamo riprodotto la configurazione riportata in figura 1, analogamente a quanto fatto per la caratterizzazione del prisma. Al posto della lampada al mercurio abbiamo posizionato una lampada contenente un gas ignoto. Successivamente abbiamo analizzato quattro righe spettrali diverse e per ciascuna di esse abbiamo misurato l'angolo di minima deviazione in maniera analoga a quanto fatto per la caratterizzazione del prisma. Abbiamo ripetuto la misura per ciascuna riga spettrale più volte e calcolato la media e la deviazione standard della media; i valori ricavati per gli errori sono stati confrontati con la sensibilità dello strumento per la misura dell'angolo (1 primo) e abbiamo deciso di considerare come errore la sensibilità, perchè la deviazione standard della media era minore.

Analogamente a quanto svolto per la caratterizzazione del prisma, abbiamo calcolato i valori di n per ciascuna lunghezza d'onda tramite la relazione (1).

Infine, esplicitando λ nella relazione (2) abbiamo stimato i valori delle lunghezze d'onda λ per ciascuna riga spettrale.

Confrontando tali valori con le lunghezze d'onda tabulate sul sito del NIST abbiamo notato che il gas ignoto si avvicina maggiormente all'elio. Riportiamo nella tabella 2 i valori delle lunghezze d'onda del gas ignoto e dei gas nobili He, Ne e Ar.

λ_{ignota} [nm]	$\pm\sigma_{ignoto}$ [nm]	λ_{He} [nm]	λ_{Ne} [nm]	λ_{Ar} [nm]
406	2	402	501	440
513	4	501	540	458
568	5	587	585	472
676	8	667	640	696

Table 2: Lunghezze d'onda dei gas con valori ed errori per il gas ignoto, colorati secondo la loro lunghezza d'onda.

Per valutare quantitativamente la compatibilità delle lunghezze d'onda ottenute sperimentalmente con quelle tabulate, abbiamo eseguito un test di compatibilità per ciascuna riga spettrale. I risultati sono riportati nella tabella 3

Per stimare globalmente la compatibilità tra i dati sperimentali e quelli tabulati abbiamo utilizzato il metodo di Fisher ottenendo un p-value di 0.0001.

Riga spettrale	p-value
Viola	0.09
Verde	0.04
Giallo	0.01
Rosso	0.19

Table 3: Risultati del test di compatibilità per le righe spettrali

2.3 Conclusioni prisma

Nella sezione di identificazione del gas ignoto, abbiamo notato che il gas si avvicina allo spettro dell'elio. Affermiamo ciò dal momento che le righe emesse dal gas ignoto sono dello stesso colore delle righe emesse dall'elio, d'altra parte i test di compatibilità e il metodo di Fisher non danno risultato positivo, probabilmente a causa di errori troppo piccoli. Crediamo che questo sia dovuto al fatto che le righe osservate hanno uno spessore e la grande precisione dello strumento porta a stimare errori molto piccoli.

3 Reticolo di diffrazione

3.1 Caratterizzazione del reticolo

La seconda parte dell'esperienza consiste nell'identificazione del gas ignoto per mezzo di un reticolo di diffrazione. La procedura di caratterizzazione del reticolo è piuttosto simile a quella descritta nella sezione precedente. In questo caso, il reticolo andava posto perpendicolare ai raggi uscenti dal collimatore. Per fare ciò abbiamo fatto uso della lampada al sodio e ruotato il telescopio fino a posizionare il mirino sul primo massimo di diffrazione della riga gialla. Abbiamo ripetuto questa procedura da entrambi i lati del massimo centrale e calcolato distanza angolare tra i due massimi e il massimo centrale. Abbiamo poi ruotato la piattaforma sulla quale poggiava il reticolo per azzerare la differenza tra i due angoli calcolati, in quanto ci aspettiamo che siano identici.

Una volta verificata la perpendicolarità del reticolo, abbiamo misurato l'angolo tra la posizione del massimo centrale e quella dei massimi di interferenza secondari. Abbiamo mediato l'angolo ottenuto da destra e da sinistra e inserito i valori risultanti nella seguente relazione

$$d \sin(\theta) = n\lambda \quad (3)$$

per stimare la distanza tra le fenditure del reticolo d . Abbiamo ripetuto la procedura per i massimi fino al terzo ordine e mediato nuovamente i valori ottenuti.

La stima migliore di d calcolata è:

Valore di d
$(3.37 \pm 0.02) \times 10^{-6} \text{ m}$

Table 4: Stima della distanza tra le fenditure del reticolo

3.2 Identificazione del gas ignoto

Abbiamo ripetuto la procedura di identificazione del gas ignoto utilizzando il reticolo da 300 linee/mm al posto del prisma. La configurazione del sistema e la procedura di misura sono le stesse della sezione di caratterizzazione del reticolo. In questo caso lo scopo era trovare i valori di lunghezza d'onda delle righe emesse dal gas ignoto per poterli confrontare con i valori tabulati.

Abbiamo invertito la relazione (3) per calcolare le lunghezze d'onda, che riportiamo in tabella 5 assieme ai valori per i gas noti.

λ_{ignota} [nm]	Errore [nm]	λ_{He} [nm]	λ_{Ne} [nm]	λ_{Ar} [nm]
449	0.3	447	501	440
503	1	501	540	458
581	0.3	587	585	472

Table 5: Lunghezze d'onda dei gas con valori ed errori per il gas ignoto, colorati secondo la loro lunghezza d'onda.

3.3 Conclusioni Reticolo di diffrazione

Riga spettrale	p-value
Blu	0.28
Verde	0.21
Giallo	0.01

Table 6: Test di compatibilità tra le lunghezze d'onda del gas ignoto e quelle dell'elio

Il chi-quadro per il reticolo di diffrazione è 10, con una probabilità di ottenere un chi-quadro maggiore di 0.03. Notiamo che questi test restituiscono un basso livello di compatibilità, probabilmente il motivo è legato ad una sottostima delle incertezze. Nonostante ciò i valori sembrano davvero avvicinarsi di più ai valori tabulati delle lunghezze dell'elio.

4 Considerazioni sugli errori

Gli esperimenti discussi hanno richiesto molta precisione nella misura degli angoli, motivo per cui abbiamo posto particolare attenzione allo studio degli errori. Per prima cosa ci siamo domandati la riproducibilità delle misure e la possibile presenza di errori sistematici. Per fare ciò, dopo aver posizionato il mirino del telescopio su una delle righe spettrali e misurato l'angolo, ci siamo spostati leggermente e abbiamo ripetuto la misura. Al fine di poter garantire errori di tipo gaussiano, abbiamo ripetuto la misura più volte e calcolato la deviazione standard della media. Abbiamo confrontato tale valore con la sensibilità dello strumento (1/60 di grado) considerando per l'analisi il valore maggiore tra i due.

Ci siamo accorti che le letture degli angoli rimanevano vicine tra loro oscillando di pochi

primi. Questo ci ha indicato la presenza di un errore casuale, che abbiamo considerato gaussiano. Abbiamo inoltre supposto l'eventuale presenza di un errore sistematico durante l'acquisizione dei dati, in quanto lo strumento risultava di difficile lettura.

Per quanto riguarda invece l'errore sulle lunghezze d'onda, esso è stato calcolato tramite la propagazione degli errori attraverso le formule trattate.

4.1 Commenti finali

Per quanto riguarda il primo esperimento, avendo interpolato i dati raccolti con la relazione (2) abbiamo scelto di utilizzare 4 righe spettrali, avendo così due gradi di libertà. In generale, abbiamo pensato fosse meglio misurare più righe piuttosto che misurarne poche in maniera molto accurata, in modo da aumentare i gradi di libertà del problema ed eseguire un'interpolazione con più punti. Nel nostro caso ciò ha funzionato, come mostrato dal basso valore del $\tilde{\chi}^2$ estratto dal fit.

A proposito della scelta di arrestare la relazione di Cauchy al secondo termine, crediamo che ciò sia necessario a causa dei gradi di libertà: dato che le linee spettrali sono in numero limitato non possiamo proseguire a piacimento lo sviluppo nella relazione di Cauchy (2), altrimenti il numero dei parametri diventerebbe maggiore del numero di dati punti raccolti sperimentalmente e l'interpolazione non sarebbe più possibile. Ad ogni modo, tale restrizione non è problematica, infatti sviluppare la relazione di Cauchy porta a sommare termini sempre più piccoli, trascurabili rispetto ai primi due.

Per la stima del passo del reticolo, il metodo che abbiamo trovato più preciso è stato quello che misurava la separazione tra una delle due righe del doppietto del sodio a destra e a sinistra del massimo centrale. Il motivo di ciò è dato dal fatto che utilizza la differenza angolare tra due misure, riducendo l'effetto degli errori casuali.

Infine, dopo aver eseguito l'analisi dei dati abbiamo potuto appurare che l'identificazione del gas ignoto tramite il reticolo di diffrazione ha portato a risultati più precisi rispetto all'identificazione tramite il prisma.

5 Tabelle

Giallo		Ciano		Blu		Viola	
gradi	primi	gradi	primi	gradi	primi	gradi	primi
48	5	49	33	50	5	51	1
48	3	49	36	50	8	51	2
48	1	49	35	50	8	51	0
48	0	49	33	50	10	51	1
48	4	49	34	50	4	51	0
48	2	49	34	50	5	51	0
48	2	49	31	50	6	51	1
48	3	49	34	50	7	51	2
48	6	49	31	50	5	51	1
48	2	49	32	50	6	51	0

Table 7: Angoli di minima deviazione per mercurio

Rosso		Giallo		Verde		Viola	
gradi	primi	gradi	primi	gradi	primi	gradi	primi
227	33	228	10	228	33	230	5
227	32	228	9	228	35	230	4
227	33	228	7	228	34	230	2
227	32	228	7	228	36	230	4
227	34	228	6	228	36	230	5

Table 8: Angoli di minima deviazione per gas ignoto

	dx			sx		
ordine	gradi	primi	secondi	gradi	primi	secondi
1	211	15	0	231	21	30
1	211	20	0	231	22	30
2	200	50	0	241	46	0
2	200	51	0	241	45	0
3	189	45	0	253	0	0
3	189	42	0	253	0	30

Table 9: Gradi reticolo, lampada al sodio

		dx		sx	
ordine	colore	gradi	primi	gradi	primi
1	blu	213	40	229	0
1	blu	213	42	229	1
1	verde	212	45	229	50
1	verde	212	43	230	0
1	giallo	211	15	231	20
1	giallo	211	17	231	21
2	blu	205	54	236	41
2	blu	205	55	236	40
2	verde	204	5	238	37
2	verde	204	0	238	40
2	giallo	201	55	241	44
2	giallo	201	53	241	42

Table 10: Gradi reticolo, gas ignoto