

Esperienza Ottica - Microonde

F. Ballo, S. Franceschina, S. Dolci - Gruppo T1 39

May 27, 2024

Abstract

Nella seguente relazione vengono presentati i risultati ottenuti dalla quarta esperienza del corso di Laboratorio II riguardante l'analisi di fenomeni ottici. L'obiettivo di questa esperienza è quello di studiare le proprietà caratteristiche delle onde elettromagnetiche nello spettro delle microonde. Ci si rifà all'utilizzo di emettitori e ricevitori per registrare il segnale delle onde altrimenti invisibili all'occhio umano (lunghezza d'onda circa 2.85cm).

Contents

1	Caratteristiche del fascio	3
1.1	Configurazione del circuito e della strumentazione	3
1.2	Polarizzazione	3
1.2.1	Conclusioni	4
1.3	Ampiezza	4
1.3.1	Intensità in funzione dell'angolo di rotazione	4
1.3.2	Intensità in funzione della distanza	5
1.4	Conclusioni	10
2	Angolo di Brewster	10
2.1	Analisi dati	10
2.2	Conclusioni	13
3	Interferenza	13
3.1	Specchio Lloyd	13
3.1.1	Analisi dati	14
3.1.2	Conclusioni	15
3.2	Interferometro di Michelson	15
3.2.1	Analisi Dati Michelson	15

4	Diffrazione di Bragg	16
4.1	Analisi Dati Bragg	17
4.2	Conclusioni Bragg	18
5	Tabelle misurazioni	19

1 Caratteristiche del fascio

1.1 Configurazione del circuito e della strumentazione

Di seguito riportiamo informazioni sulla strumentazione, sulle modalità di misura e in generale gli obiettivi di questa esperienza. Per studiare i vari fenomeni e le proprietà ottiche di onde elettromagnetiche abbiamo utilizzato come strumentazione quella fornita da PASCO scientific "Advanced Microwave Optics System , WA-9316A". Di seguito abbiamo allegato un manuale che contiene tutte le informazioni riguardo alla strumentazione ([clicca qui](#)). Per quanto riguarda i fasci utilizzati, un diodo Gunn fa da sorgente di microonde linearmente polarizzate con lunghezza d'onda pari a 2.85cm. Per la presa di misure un multimetro palmare è stato collegato al ricevitore, dunque l'intensità del segnale è stata misurata registrando la ΔV , mentre per quanto riguarda la misura di angoli abbiamo utilizzato un goniometro graduato.

1.2 Polarizzazione

Legge di Malus Il primo obbiettivo dell'esperienza è stato quello di caratterizzare il fascio di microonde emesso dall'emettitore. Per fare ciò, abbiamo cominciato verificando la direzione di polarizzazione del fascio.

Abbiamo posizionato l'emettitore e il ricevitore uno di fronte all'altro, in modo che fossero allineati ed a una distanza fissa. Abbiamo quindi ruotato gradualmente il ricevitore e campionato la tensione rilevata dal ricevitore, fino ad aver compiuto una rotazione di 180 gradi. Dal manuale Pasco sappiamo che l'emettitore emette un fascio coerente polarizzato linearmente e il ricevitore è sensibile solo ad una certa polarizzazione. Il comportamento che ci aspettiamo di osservare da questo esperimento è quello previsto dalla legge di Malus:

$$I = I_0 \cos^2(\theta) \quad (1)$$

Dove I_0 è l'intensità massima e θ è l'angolo tra la direzione di polarizzazione del fascio e quella rilevata dal ricevitore.

Filtro polarizzatore Applicando un filtro polarizzatore tra emettitore e ricevitore, siamo stati in grado di studiare il cambiamento della lettura del segnale. Il filtro permetteva il passaggio delle onde polarizzate parallelamente alla sua direzione, e bloccava quelle perpendicolari.

Posizionandolo quando gli horn si trovavano orientati a 90 gradi uno rispetto all'altro, non abbiamo osservato alcun cambiamento nella lettura del segnale. Questo poiché il ricevitore agiva contemporaneamente da filtro, e con uno sfasamento di $\frac{\pi}{2}$ la lettura era già nulla; dunque la selezione della direzione di polarizzazione dovuta al filtro non aveva effetto.

Quando invece gli horn erano allineati, il filtro polarizzatore aveva la capacità di bloccare il segnale a seconda della rotazione, dunque il ricevitore rilevava un segnale ridotto o nullo.

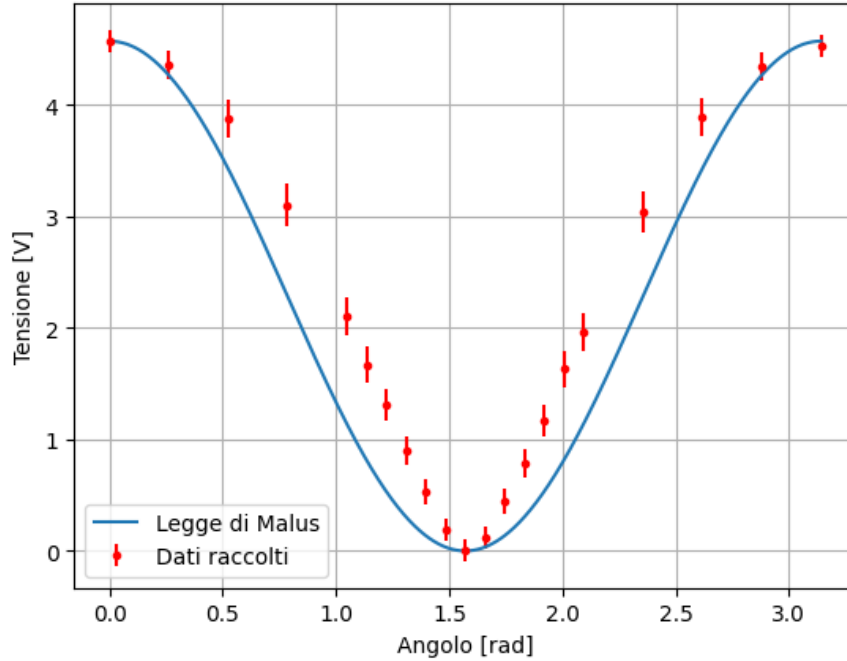


Figure 1: Intensità del segnale rilevato in funzione dell'angolo di rotazione

1.2.1 Conclusioni

Abbiamo rappresentato i dati raccolti in figura 1 e sovrapposti alla legge di Malus (1). Abbiamo poi calcolato il valore del $\chi^2 = 12.7$, il che ci suggerisce che il modello non è adatto a descrivere i dati. Tuttavia, dalle nostre aspettative e dall'analisi dei punti successivi, ci siamo convinti che il segnale sia descritto da una funzione più complessa di quella considerata per la legge di Malus.

1.3 Ampiezza

1.3.1 Intensità in funzione dell'angolo di rotazione

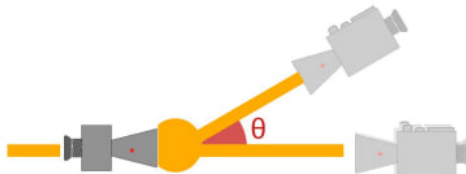


Figure 2: Impostazione dell'apparato per la misura dell'ampiezza del segnale in funzione dell'angolo di rotazione

Dopo aver concluso che il rilevatore reagisce all'intensità del segnale, ci siamo dedicati allo studio della geometria del fascio emesso. Per prima cosa, abbiamo studiato la variazione

dell'intensità rilevata al variare dell'angolo di rotazione tra emettitore e ricevitore. Per fare ciò, abbiamo fissato una distanza tra i due dispositivi e ruotato gradualmente il ricevitore attorno ad un asse passante di fronte all'emettitore. Abbiamo poi campionato la tensione rilevata dal ricevitore ad intervalli di 5 gradi, fino a quando il valore misurato è calato a circa zero.

Di seguito riportiamo i dati raccolti:

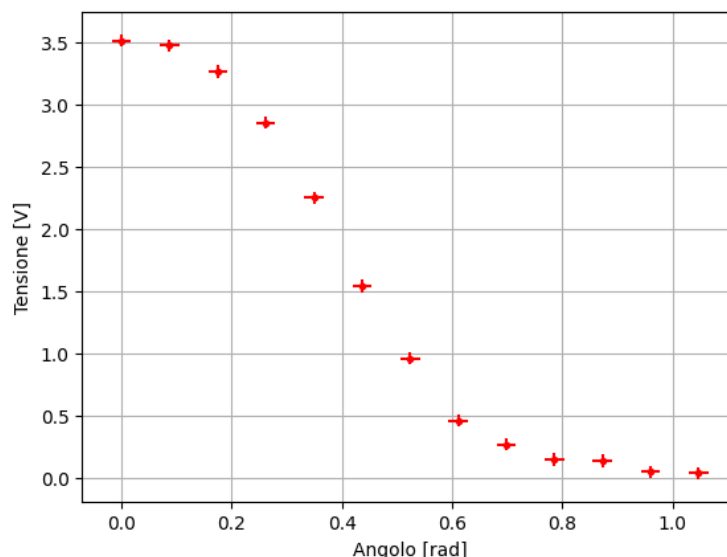


Figure 3: Intensità del segnale rilevato in funzione dell'angolo di rotazione

Per stabilire quale modello stessero seguendo i dati, abbiamo scelto di interpolarli prima con le seguenti funzioni:

$$I = I_0 \cos(Bx)^A$$

$$I = A \cdot \cos(Bx + C) + D$$

$$I = A \cdot \cos(B\theta)^D$$

I risultati dell'interpolazione sono riportati in figura 4.

1.3.2 Intensità in funzione della distanza

Il punto successivo consisteva nello studiare l'andamento dell'intensità del segnale in funzione della distanza tra i dispositivi. Mantenendo l'emettitore e il ricevitore allineati, abbiamo variato la separazione tra i due e campionato a intervalli regolari la tensione misurata.

A causa del fatto che emettitore e ricevitore si trovavano uno di fronte all'altro, oltre alla decrescita del segnale dovuta alla distanza, abbiamo osservato un andamento oscillatorio. Questo è dovuto al fatto che parte del segnale inviato non viene assorbita dal rilevatore, ma viene riflessa e ritorna verso l'emettitore, che a sua volta riflette parte del segnale. Si forma quindi un'onda stazionaria tra i due dispositivi, la cui interferenza porta a un andamento oscillatorio dell'intensità osservata.

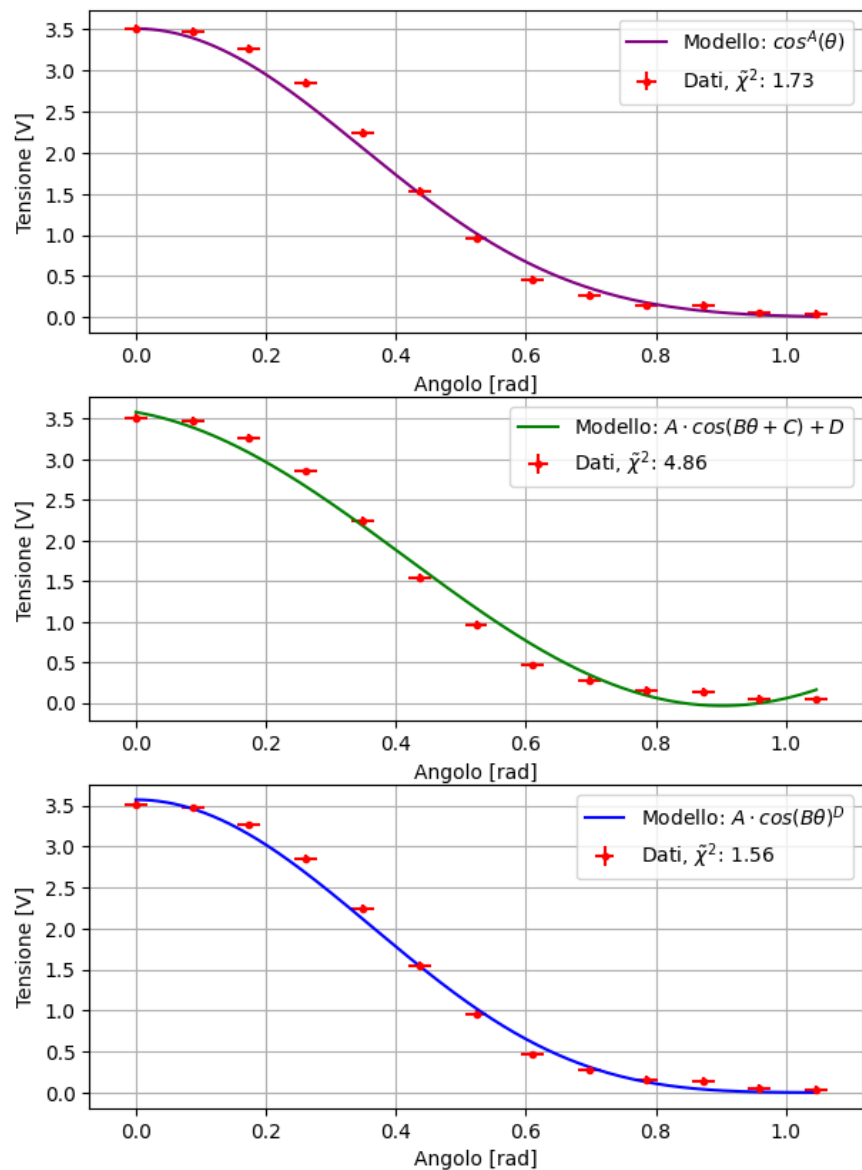


Figure 4: Fit dell'intensità del segnale rilevato in funzione dell'angolo di rotazione

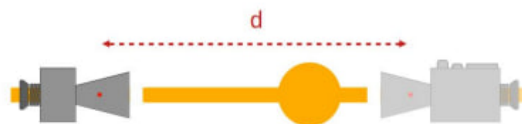


Figure 5: Impostazione dell'apparato per la misura dell'ampiezza del segnale in funzione della distanza tra emettitore e ricevitore

Per cominciare abbiamo campionato ogni 1 cm, per analizzare l'andamento generale del fascio; successivamente, ci siamo ristretti attorno ad alcuni massimi e misurato con passi di 0.2

cm per farci un'idea migliore della lunghezza d'onda.

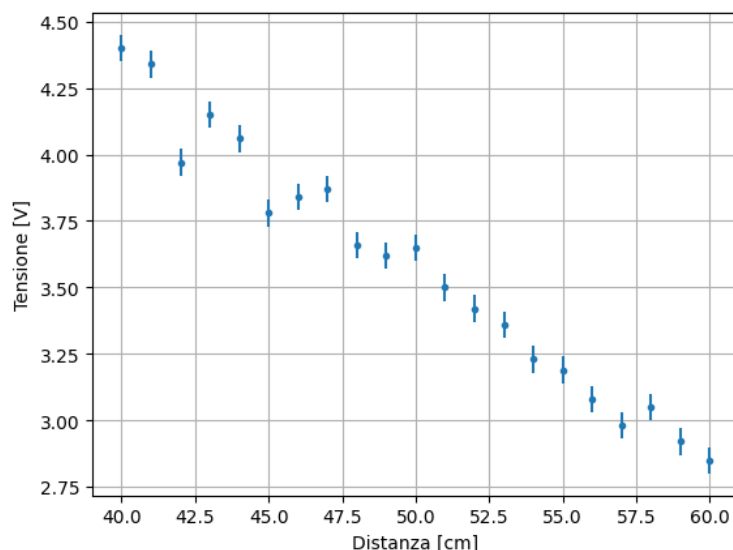


Figure 6: Intensità del segnale rilevato in funzione della distanza

Andamento globale del segnale Se il fascio si comportasse come un'onda piana ideale, ci aspetteremmo che la sua intensità non dipendesse dalla distanza. Se invece si comportasse come un'onda sferica, l'andamento dell'intensità dovrebbe essere inversamente proporzionale al quadrato della distanza. Nella realtà, il segnale avrà un andamento più complesso che non si adatterà perfettamente a nessuna delle due funzioni.

Per capire quale fosse l'andamento dell'intensità del segnale, abbiamo deciso di interpolare i dati con diverse funzioni, per vedere quale fosse la più adatta.

Non avendo una risoluzione sufficiente per distinguere con precisione massimi e minimi, abbiamo deciso di interpolare i dati con funzioni non oscillanti. Per giustificare questa scelta, abbiamo considerato che le oscillazioni dovute all'interferenza variano attorno ad un valore medio, e che i contributi dovuti ad ogni particolare oscillazione in media si annullano a vicenda.

Osservando i grafici in figura 7, si evince che tra quelli considerati, il modello che meglio si adatta ai dati è quello composito, che considera un adattamento inversamente proporzionale sia al raggio, sia al quadrato di esso.

Ci aspettavamo un risultato simile, dal momento che il segnale emesso non è perfettamente né un'onda piana, né una sferica. Peculiare invece, è il fatto che avendo provato un fit con modello lineare, esso sia quello che ottiene il valore di $\tilde{\chi}^2$ minore. Questo potrebbe essere dovuto al fatto che sulla scala da noi scelta per le misure, l'andamento del segnale è approssimabile con una retta.

Per questo motivo, nella successiva analisi abbiamo deciso di utilizzare il modello lineare per semplicità.

Tentativi di fit con diversi modelli

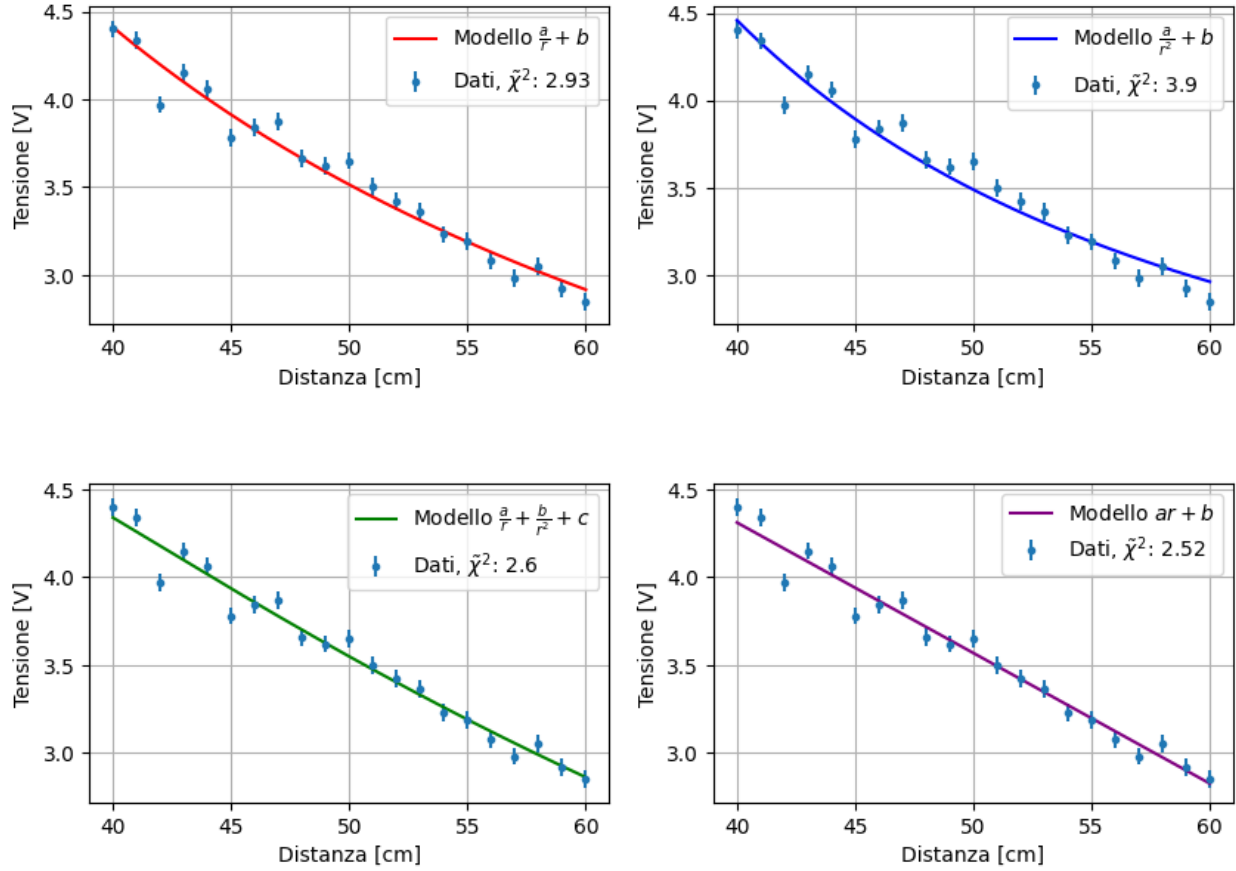


Figure 7: Fit dell'intensità del segnale rilevato in funzione della distanza secondo diversi modelli

Andamento attorno ai massimi Successivamente, abbiamo proceduto ricavando la lunghezza d'onda del fascio dai dati campionati più frequentemente, riportati nella figura di seguito.

Avendo stabilito che l'andamento dell'intensità del segnale era lineare, abbiamo deciso di interpolare i dati con una funzione del tipo:

$$I = Ax + B + C \sin(Dx + E) \quad (2)$$

che corrisponde ad una retta con un'onda sinusoidale sovrapposta.

Il risultato del fit è riportato in figura 9.

Il fit ha restituito i seguenti valori:

In questo caso il valore D rappresenta il numero d'onda, quindi la lunghezza d'onda è data da

$$\lambda = 2 \cdot \frac{2\pi}{D}$$

dove il fattore 2 sta ad indicare il fatto che la lunghezza d'onda del fascio emesso è il doppio della lunghezza d'onda del segnale che interferisce.

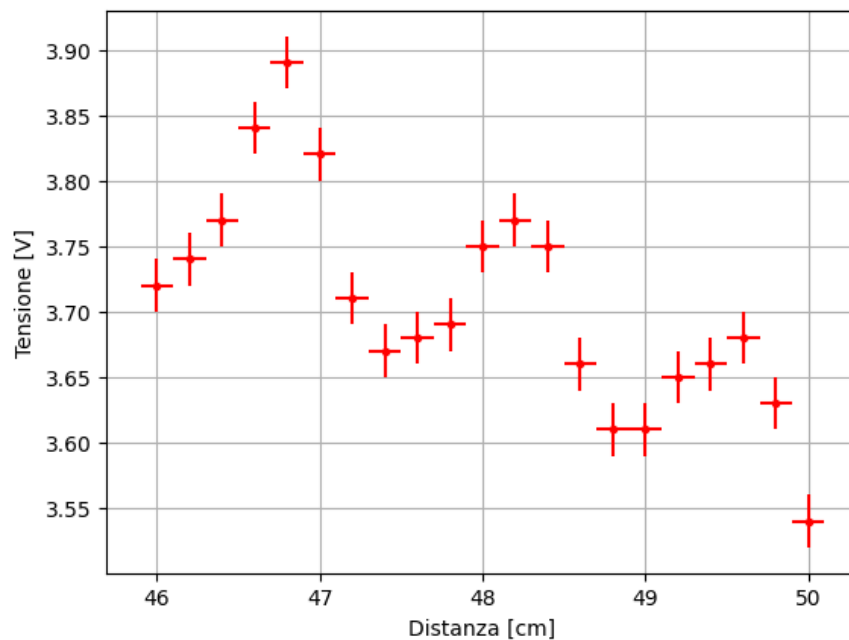


Figure 8: Intensità del segnale rilevato in funzione della distanza - zoom attorno ad alcuni massimi

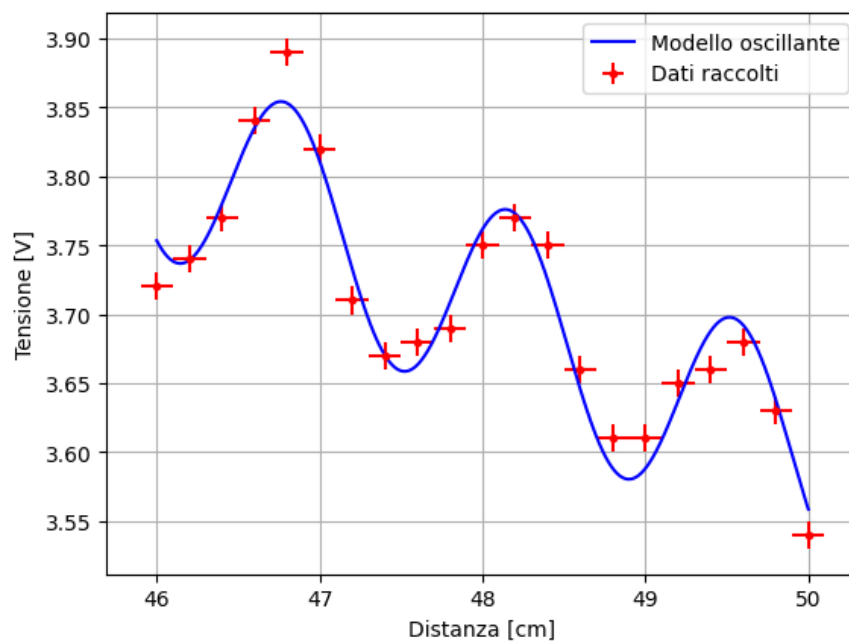


Figure 9: Fit dell'intensità del segnale rilevato in funzione della distanza campionato più frequentemente

Inserendo i valori ottenuti dal fit, propagando l'errore ed eseguendo un test di compatibilità, otteniamo:

Parametro	Valore
A	-0.057 ± 0.004
B	6.43 ± 0.18
C	0.077 ± 0.006
D	4.56 ± 0.06
E	-67.5 ± 3.1
$\tilde{\chi}^2$	1.1

Table 1: Risultati del fit del modello oscillante

$$\lambda = (2.75 \pm 0.04) \text{ m}$$

compatibilità : 2.47

1.4 Conclusioni

2 Angolo di Brewster

In questa sezione abbiamo studiato il raggio trasmesso e riflesso da una lastra di polietilene al fine di determinare l'angolo di Brewster.

Per l'analisi del raggio trasmesso abbiamo posto il ricevitore di fronte al trasmettitore, frapponendo la lastra fra i due. Abbiamo montato la lastra su un supporto rotante e variando in tal modo l'angolo di incidenza del raggio abbiamo campionato l'intensità del raggio trasmesso.

Per verificare il fatto che l'intensità del raggio trasmesso sia dipendente anche dalla polarizzazione abbiamo eseguito la stessa procedura per due differenti polarizzazioni, ruotando l'emettitore di 90 gradi. Per la polarizzazione parallela alla lastra, al fine di trovare l'angolo di Brewster, abbiamo interpolato il picco con un modello parabolico, che riportiamo:

$$y = a(x - b)^2 + c \quad (3)$$

Per l'analisi del raggio riflesso abbiamo configurato l'apparato in modo tale da far variare sia l'angolo della lastra, sia l'angolo tra emettitore e ricevitore, in modo che il ricevitore seguisse il raggio riflesso. Abbiamo così campionato l'intensità del raggio riflesso al variare dell'angolo di incidenza.

2.1 Analisi dati

Riportiamo di seguito il grafico dell'intensità del raggio trasmesso in funzione dell'angolo di incidenza.

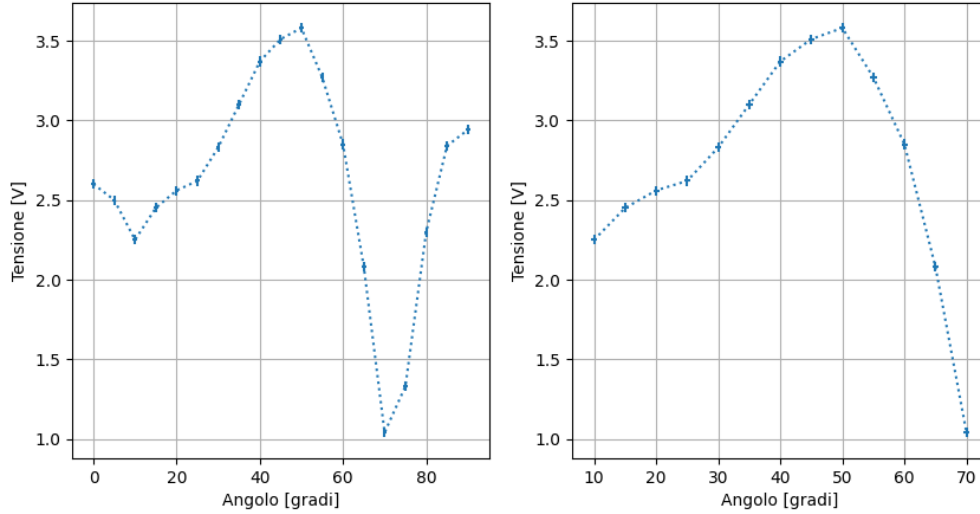


Figure 10: Intensità del raggio trasmesso in funzione dell'angolo di incidenza

Abbiamo inserito il grafico con tutte le misurazioni effettuate (grafico di sinistra). Analizzando la figura ci siamo accorti che l'intensità torna ad aumentare oltre 70 gradi. Questo è dovuto al fatto che la lastra, non essendo abbastanza lunga, lasciava passare parte del raggio incidente, determinando un aumento dell'intensità. Abbiamo quindi deciso di escludere gli ultimi dati poichè non rilevanti per il fenomeno. Vengono riportati nel grafico di destra i valori che abbiamo utilizzato per l'analisi.

Una volta individuata la regione in cui l'intensità aumentava, abbiamo interpolato il picco con un modello parabolico. Vengono riportate l'interpolazione, i parametri ottenuti e il valore di χ^2 :

1. $a = 0.0003 \pm 0.0001$
2. $b = 0.0003 \pm 0.0001$
3. $c = 0.0003 \pm 0.0001$
4. $\chi^2 = 0.0003$

Il parametro b , essendo la traslazione della parabola sull'asse x , rappresenta l'angolo di Brewster. Abbiamo confrontato l'angolo ottenuto con l'angolo atteso, ottenendo una distanza in deviazioni standard di: DA INSERIRE

Riportiamo in figura 12 il grafico dell'intensità del raggio trasmesso per la polarizzazione perpendicolare alla lastra. Abbiamo escluso le ultime misure per lo stesso motivo dell'analisi di raggio trasmesso con polarizzazione parallela.

Per quanto riguarda i dati e i grafici relativi all'intensità del raggio riflesso, li riportiamo per completezza, nonostante siano intrattabili dal punto di vista dell'analisi. Avendo osservato ciò già nella prima giornata di laboratorio, abbiamo effettuato nuovamente le stesse

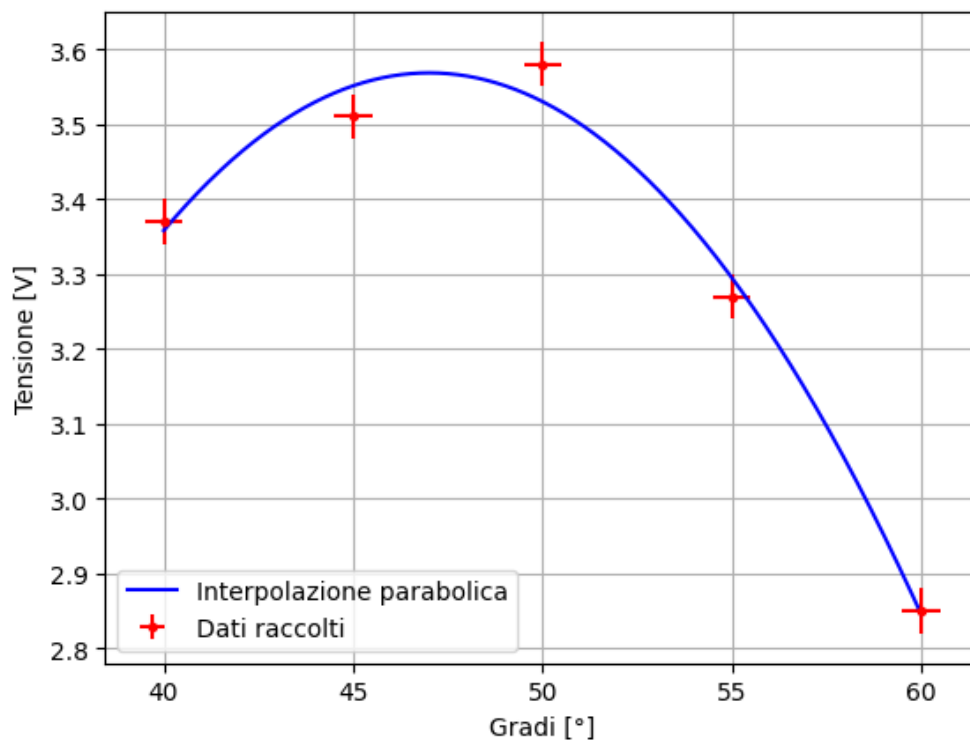


Figure 11: Interpolazione del picco con modello parabolico

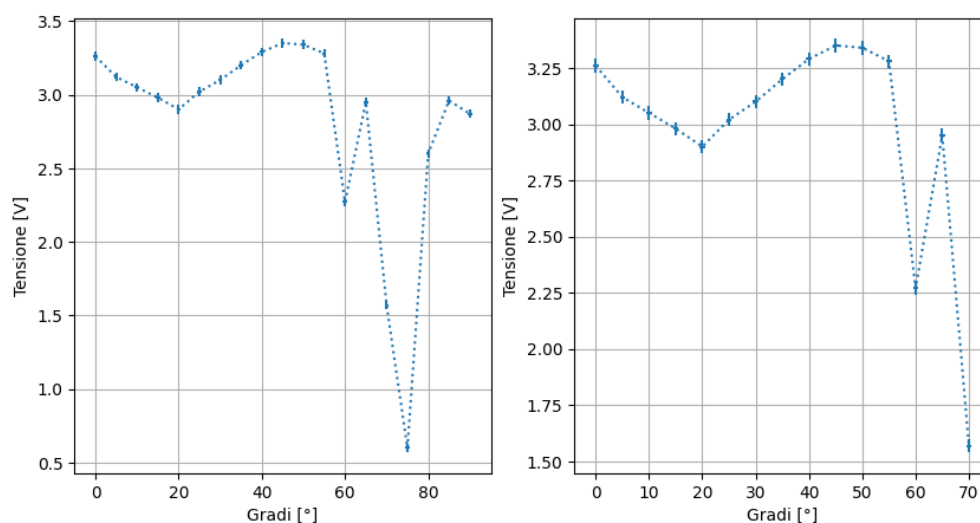


Figure 12: Intensità del raggio trasmesso - polarizzazione perpendicolare

misure nella seconda giornata, ma senza ottenere miglioramenti. L'andamento globale dei grafici richiama quello corretto, ma i numerosi picchi fanno intuire la necessità di un campionamento maggiore, come spiegato nelle conclusioni.

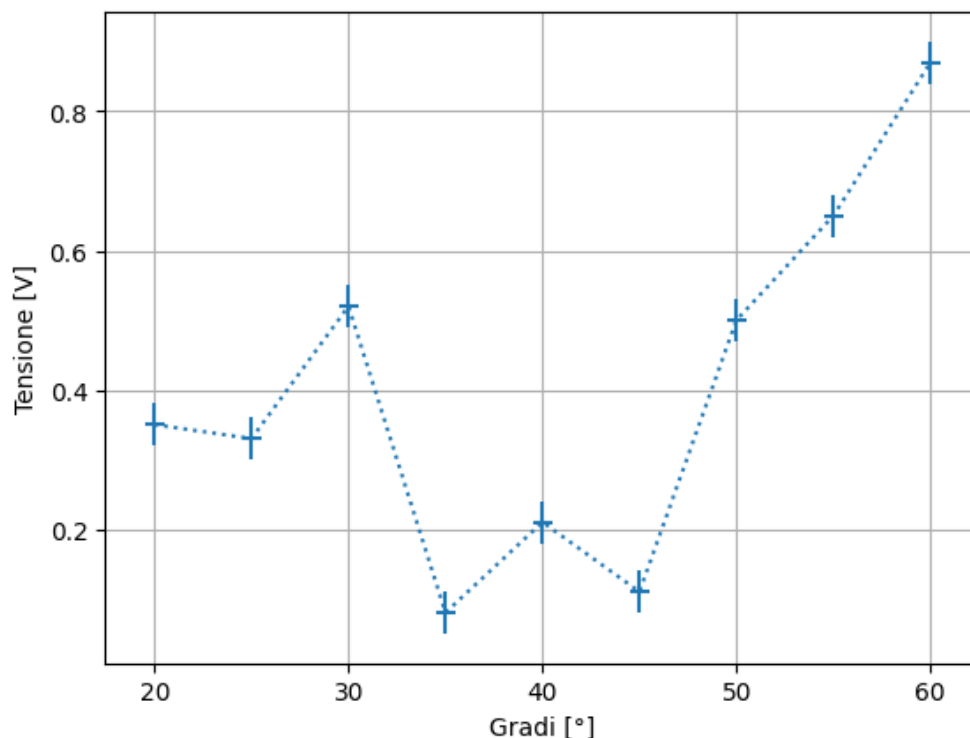


Figure 13: Intensità del raggio riflesso - prima giornata

2.2 Conclusioni

3 Interferenza

Per la sezione di interferenza abbiamo scelto l'interferometro di Lloyd e l'interferometro di Michelson.

3.1 Specchio Lloyd

In questa sezione abbiamo utilizzato uno specchio di Lloyd per osservare l'interferenza tra i due fasci di microonde. Abbiamo disposto emettitore e ricevitore uno di fronte all'altro, misurandone la distanza d , in seguito abbiamo posizionato una lastra riflettente ad una certa distanza h dal centro.

In questo modo si vengono a creare due fasci: il primo percorre una distanza d in linea retta, mentre il secondo percorre una distanza $2\sqrt{h^2 + (d/2)^2}$. Tale differenza di percorso porta a delle interferenze: se la differenza di cammino ottico è un multiplo intero di λ si ha interferenza costruttiva, altrimenti si ha interferenza distruttiva.

Al fine di misurare la lunghezza d'onda delle microonde, abbiamo seguito le istruzioni fornite dal manuale PASCO e abbiamo variato la distanza h alla ricerca di due minimi distanti dieci volte la lunghezza d'onda, una volta fissata la distanza d . Per poter eseguire un confronto sperimentale e non solo con il valore di λ tabulato, abbiamo ripetuto la procedura per un'altra

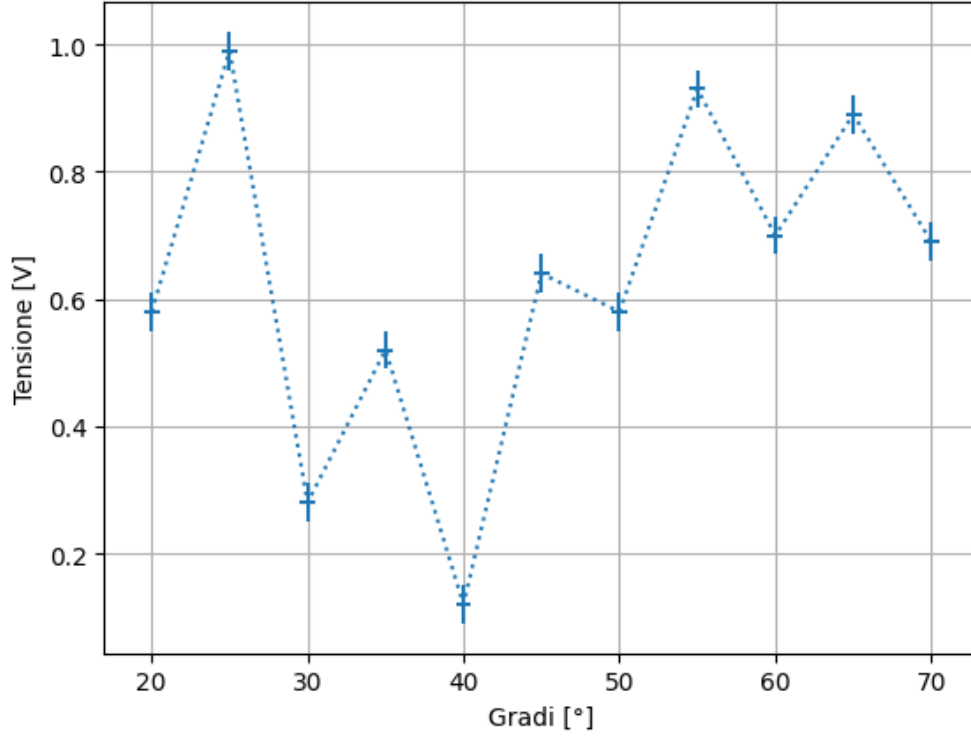


Figure 14: Intensità del raggio riflesso - seconda giornata

distanza d .

Come formula per il calcolo della lunghezza d'onda abbiamo utilizzato la seguente, ricavata dalle relazioni geometriche che legano i cammini ottici e la differenza di fase tra i due fasci:

$$\lambda = \frac{2h + 4\sqrt{(d/2)^2 + h^2}}{n} \quad (4)$$

Dalla prima misurazione abbiamo ottenuto due valori di λ che abbiamo mediato, lo stesso abbiamo fatto per la seconda misurazione. Come errori delle singole lunghezze d'onda abbiamo propagato gli errori a partire dall'equazione 4, in seguito abbiamo propagato gli errori per la media.

3.1.1 Analisi dati

Riportiamo di seguito i dati raccolti durante l'esperienza e i risultati ottenuti. Per la prima misurazione abbiamo scelto $d = 100 \pm 1$ cm, mentre per la seconda $d = 110 \pm 1$ cm. Abbiamo stimato le incertezze di 1 cm poichè sugli "horn" non erano ben segnalati i punti di emissione e di ricezione dell'onda; non sapendo bene dove fossero localizzati abbiamo aumentato l'errore rispetto alla sensibilità della riga graduata.

In tabella 2 riportiamo i valori di h e le intensità misurate per i minimi di interferenza, in tabella 3 riportiamo i valori di h e le intensità misurate per i massimi di interferenza.

Come valore λ_1 abbiamo ottenuto 2.86 ± 0.07 cm, mentre per λ_2 abbiamo ottenuto 2.85 ± 0.06

cm.

Abbiamo confrontato i valori ottenuti con il valore tabulato di $\lambda = 2.85$ cm, ottenendo:

1. Distanza in deviazioni standard tra λ_1 e λ_{tab} : 0.11σ
2. Distanza in deviazioni standard tra λ_2 e λ_{tab} : 0.08σ
3. Distanza in deviazioni standard tra λ_1 e λ_2 : 0.03σ

L'ultimo punto è stato calcolato per verificare la coerenza tra i due valori di λ ottenuti.

3.1.2 Conclusioni

Dai risultati ottenuti possiamo concludere che la lunghezza d'onda delle microonde calcolata tramite interferometro di Lloyd è compatibile con il valore tabulato. Al di là della misura della lunghezza d'onda tramite interferenza, questa sezione ci ha permesso di verificare sperimentalmente un'ipotesi che avanziamo in altre sezioni: l'interferenza per riflessione delle microonde. Ogniquale volta un esperimento richieda la rotazione del ricevitore, si possono considerare effetti di interferenza alla Lloyd, poichè, per angoli in cui ricevitore e emettitore sono sempre più vicini, si può modellizzare il sistema come un interferometro di Lloyd.

In conclusione, l'interferenza alla Lloyd si ottiene quando un materiale che abbia proprietà riflettenti viene avvicinato all'apparecchiatura, portandoci a considerare questo effetto di interferenza in tutte le sezioni in cui ci troviamo a ruotare il ricevitore.

3.2 Interferometro di Michelson

3.2.1 Analisi Dati Michelson

4 Diffrazione di Bragg

In quest'ultima parte dell'esperienza abbiamo cercato di riprodurre a livello macroscopico una tecnica per "l'imaging" di piano atomici in cristalli reticolari. Per farlo abbiamo utilizzato come modello per il reticolo cristallino, un cubo di ethafoam contenente delle sferette di metallo di circa 10mm. Queste sferette allo stesso modo della loro controparte microscopica (atomi in un normale reticolo) diffondono un fascio incidente e in base alla distanza d dei "piani atomici" producono figure di interferza. Lo scopo di questa tecnica è quello di ricavare dallo studio delle figure di interferenza (massimi e minimi) la configurazione geometrica del cubo e in particolare trovare la distanza d tra i piani. Di seguito alleghiamo delle figure rappresentative per la configurazione dell'esperimento.

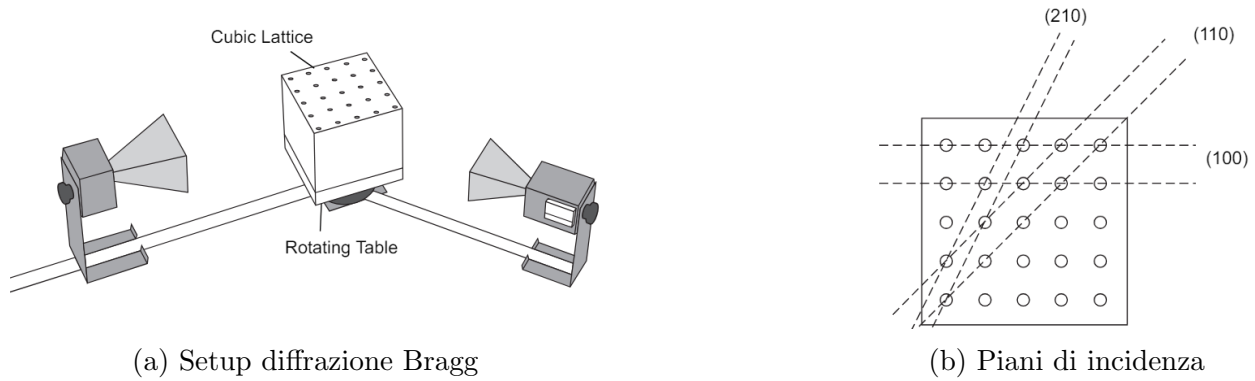


Figure 15: Setup diffrazione di Bragg

Per il campionamento delle misure, abbiamo posizionato emettitore e ricevitore come in figura 15a e abbiamo deciso di studiare il fascio in relazione al piano di incidenza (100). Per questi indici di Miller dei piani cristallini abbiamo $n = 1$, ovvero un solo piano attraversato lungo direzione del fascio. In questo caso dunque la condizione per cui si verificherà la diffrazione dell'onda incidente:

$$n\lambda = 2d\sin(\theta) \quad , n = 1 \quad (5)$$

In questa relazione, d rappresenta la nostra incognita, λ è la lunghezza d'onda nota e θ rappresenta l'angolo tra il fascio incidente e la superficie del cubo secondo la seguente figura



Figure 16: Diffrazione di Bragg e angolo

4.1 Analisi Dati Bragg

In questa sezione riportiamo le misure effettuate per la verifica della legge di Bragg (Eq. 5). Dopo aver acceso e posizionato l'emettitore di fronte al ricevitore come nel setup, abbiamo iniziato a ruotare il cubo di $\theta = 2$ per volta e di conseguenza il braccio che sosteneva il ricevitore di $\theta' = 2\theta = 4$. Ripetendo questa procedura abbiamo segnato per ogni angolo di rotazione, il valore dell'intensità del segnale catturato dal ricevitore. Graficando gli angoli di incidenza con il voltaggio del ricevitore otteniamo: La condizione che interessa a noi riguarda

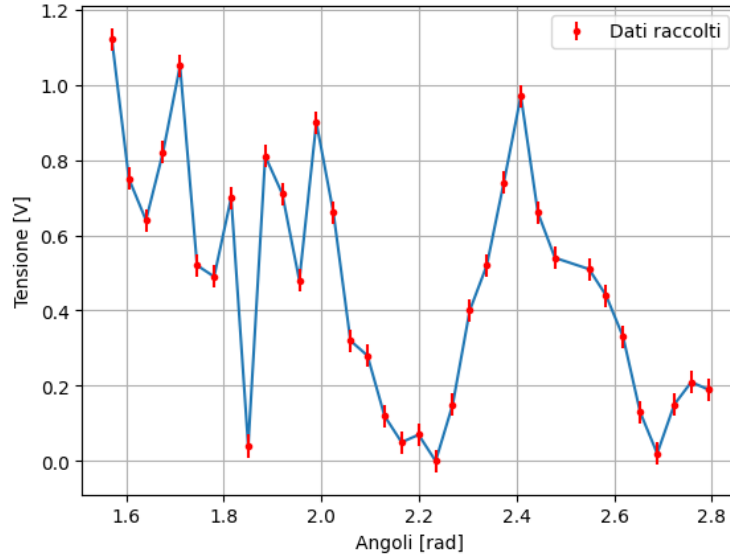


Figure 17: Grafico angoli-intensità per Bragg

quella del picco attorno a $\theta = 2.4$. I primi picchi rappresentano probabilmente riflessioni da altri piani rispetto a quello sotto nostra analisi (100). Ci aspettiamo che la relazione di Bragg si verifichi quando

$$\lambda = 2d\sin(\theta)$$

riarrangiando i termini in questa equazione ci aspettiamo di trovare un picco nel segnale (che starebbe ad indicare un raggio diffratto) attorno a quest'angolo:

$$\theta_{\text{atteso}} = \arcsin\left(\frac{\lambda}{2d}\right) = \arcsin\left(\frac{2.85\text{cm}}{2 \times (\text{insert real } d)}\right) =$$

Dal grafico delle nostre misure abbiamo notato un picco per

$$\theta_{\text{mis}} = (138 \pm 1)^\circ = (2.40 \pm 0.1) \text{ rad}$$

Da questo valore possiamo trovare una stima per la distanza tra i piani atomici. Inserendo l'angolo e propagando l'errore secondo questa formula

$$d = \frac{\lambda}{2\sin(\theta)} \quad \delta d = \sqrt{\left(\frac{\partial d}{\partial \theta}\right)^2 (\delta \theta)^2}$$

otteniamo una stima per la distanza:

$$d_{\text{stima}} = (2.13 \pm 0.3)\text{cm}$$

4.2 Conclusioni Bragg

5 Tabelle misurazioni

Table 2: Lloyd: prima misura

h [cm]	I [V]
9.9	1.64
16.9	1.7

Table 3: Lloyd: seconda misura

h [cm]	I [V]
10.9	1.40
17.2	1.5

$$10.9 \text{ v4} = 1.40 \text{ h4} = 17.2 \text{ v4} = 1.5$$