

Esperienza Ottica - Interferometro

F. Ballo, S. Franceschina, S. Dolci - Gruppo T1 39

June 23, 2024

Abstract

Nella seguente relazione vengono presentati i risultati ottenuti dalla sesta esperienza del corso di Laboratorio II riguardante l'analisi di fenomeni ottici. L'obiettivo di questa esperienza è quello di riprodurre due esperimenti di interferometria: Fabry-Perot e Michelson. Per ciascuno di questi setup riprodotti in laboratorio lo scopo è quello di verificare certe relazioni, che occorrono nel momento in cui raggi luminosi interferiscono tra loro, dalle quali è possibile ricavare informazioni utili come la lunghezza d'onda della sorgente.

Contents

1	Configurazione setup esperienza	2
2	Fabry-Perot	2
2.1	Verifica della legge di interferenza	3
2.2	Analisi Dati legge di interferenza	3
2.3	Calibrazione micrometro - Frange	5
2.4	Analisi Dati calibrazione micrometro	5
2.5	Conclusioni Fabry-Perot	5
3	Interferometro Michelson	6
3.1	Verifica calibrazione micrometro	6
3.2	Misura indice rifrazione aria	6
3.3	Misura indice rifrazione vetro	7
3.4	Misura lunghezza d'onda con righello reticolo	7
4	Considerazioni sugli errori	7
4.1	Commenti finali	7
5	Tabelle	8

1 Configurazione setup esperienza

Per le misure di questa esperienza abbiamo utilizzato:

- Un interferometro di precisione PASCO scientific Modello OS-9255A/OS-9258A , [\[link\]](#)
- Sorgente: laser monocromatico He-Ne con lunghezza d'onda $\lambda = 632.8 \text{ nm}$.
- Lente divergente: lente da 18mm.
- Specchi compresi nella dotazione PASCO

2 Fabry-Perot

La prima parte dell'esperienza consiste nella verifica della legge che descrive i massimi di interferenza, visibili quando due sorgenti si sommano in fase. Per farlo abbiamo montato l'interferometro in configurazione Fabry-Perot:

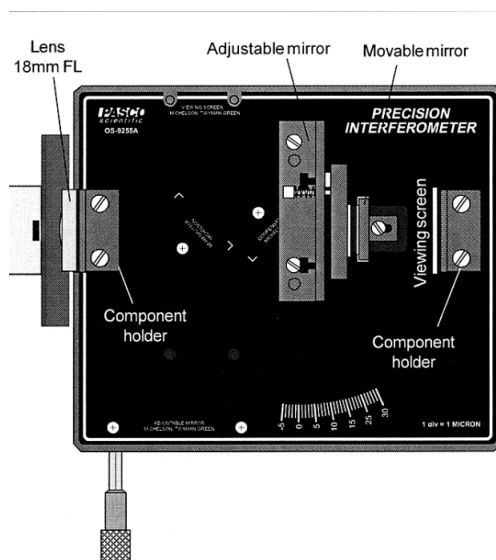


Figure 1: Configurazione Fabry-Perot.

La luce del fascio laser incide contro una lente divergente e entra nella cavità di Fabry-Perot, ovvero due specchi semiriflettenti distanziati d . Le riflessioni successive tra i due specchi formano la figura di interferenza sullo schermo, posto a circa un metro di distanza. È interessante notare come, per ricavare le relazioni che verranno utilizzate per descrivere il fenomeno, si introduca l'ipotesi che i raggi luminosi siano paralleli tra di loro nell'ingresso della cavità, nonostante la presenza di una lente divergente. Abbiamo motivato questa ipotesi osservando che la lente divergente è posta molto vicina alla cavità, e quindi la divergenza dei raggi luminosi è trascurabile. Non si può dire lo stesso per quanto riguarda i raggi che incidono sullo schermo, essi infatti sono considerati divergenti perché la distanza tra schermo e specchio è significativa.

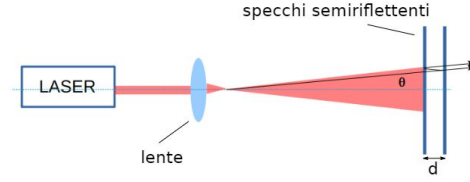


Figure 2: Configurazione Fabry-Perot.

Un'altra osservazione importante riguarda gli angoli delle frange di interferenza. Per l'angolo θ , quello riportato in figura 2,

abbiamo posto il vertice nel fuoco della lente divergente (18mm avanti) e misurato la distanza tra tale fuoco e lo schermo. In questo modo, misurando in seguito la distanza tra il centro della figura di interferenza e la frangia, è possibile calcolare l'angolo θ come l'arcotangente del rapporto tra le due distanze. In ogni caso, tali considerazioni sono state rilevanti solo per questa prima parte dell'esperienza, in cui era richiesto di verificare la legge 1 confrontando i valori di angoli attesi con quelli misurati. Per tutte le altre esperienze abbiamo potuto considerare $\theta \approx 0$ e quindi $\cos(\theta) \approx 1$ poichè lo schermo si trova a una grande distanza dalla sorgente puntiforme.

2.1 Verifica della legge di interferenza

In questa prima parte dell'esperienza abbiamo cercato di verificare la seguente legge di interferenza, che descrive quando i due raggi luminosi interferiscono in fase:

$$\delta_r \frac{\lambda}{2\pi} + 2d \cos(\theta) = N\lambda \quad (1)$$

d è la distanza tra i due specchi, δ_r rappresenta lo sfasamento, θ è l'angolo di incidenza della luce, N è l'ordine di interferenza e λ è la lunghezza d'onda del laser sorgente. Per verificarla abbiamo deciso di invertire la relazione in modo da evidenziare la dipendenza di $\cos(\theta)$ dalle altre variabili, ricavando la relazione 2:

$$\cos(\theta) = \frac{N\lambda}{2d} - \frac{\delta_r \lambda}{4d\pi} \quad (2)$$

Dopo aver verificato le opportune calibrazioni del laser, delle lenti e dello specchio, abbiamo misurato il diametro dei cerchi di interferenza con un calibro e calcolato così il coseno dell'angolo θ .

2.2 Analisi Dati legge di interferenza

Di seguito riportiamo i dati raccolti in laboratorio; la distanza dello schermo dalla sorgente è pari a $D = 1.37 \pm 0.01m$, assumendo come punto sorgente il fuoco della lente (18mm). Successivamente per la verifica del modello abbiamo eseguito un'interpolazione con la legge 2, mantenendo come parametri liberi δ_r e d .

Abbiamo ripetuto tale misura per quattro volte, variando d , al fine di poter verificare in più

configurazioni la legge 1.

Riportiamo di seguito i grafici dei fit ottenuti per ciascuna delle misurazioni in figura 3:

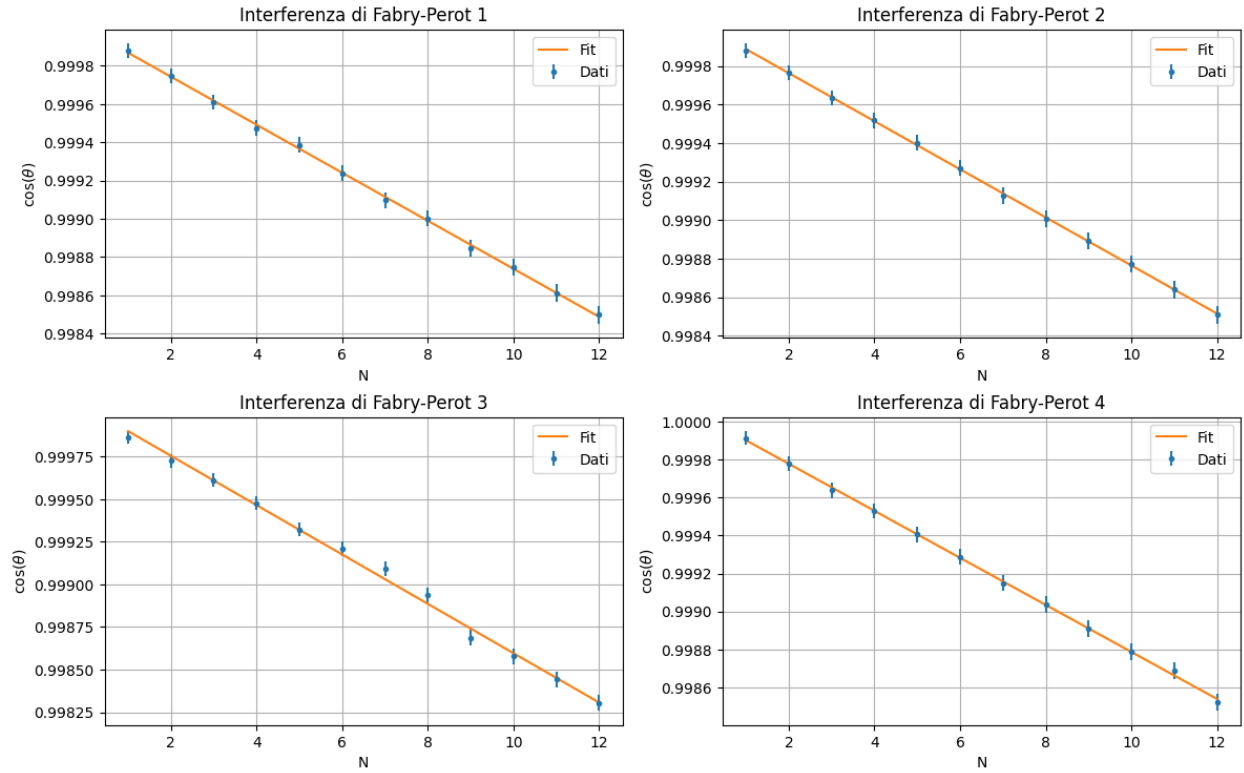


Figure 3: Interpolazioni della legge 2.

Nella tabella 1 riportiamo i valori ottenuti per i parametri δ_r e d con i relativi errori, insieme ai valori del $\tilde{\chi}^2$ e p-value trovati dalle interpolazioni.

Interpolazione 1			Interpolazione 2		
Parametro	Valore	Errore	Parametro	Valore	Errore
d	0.00252	4.82e-07	d	0.00254	4.83e-07
δ_r	5.01e+04	9.56	δ_r	5.04e+04	9.58
$\tilde{\chi}^2$	0.00307	p-value : 1	$\tilde{\chi}^2$	0.0398	p-value : 1
Interpolazione 3			Interpolazione 4		
Parametro	Valore	Errore	Parametro	Valore	Errore
d	0.00219	4.22e-07	d	0.00255	4.84e-07
δ_r	4.34e+04	8.36	δ_r	5.06e+04	9.60
$\tilde{\chi}^2$	0.75	p-value : 0.678	$\tilde{\chi}^2$	0.0756	p-value : 1

Table 1: Dati, deviazioni e test $\tilde{\chi}^2$ con p-value, suddivisi per interpolazione.

2.3 Calibrazione micrometro - Frange

L'interferometro in configurazione Fabry-Perot è dotato di un micrometro che permette di variare la distanza tra i due specchi Δd . Quando questa Δd varia, varia anche il cammino ottico dei raggi luminosi e quindi la posizione delle frange di interferenza. La legge che lega questo spostamento è la seguente:

$$\Delta d = \frac{\Delta N \cdot \lambda}{2 \cdot \cos(\theta)} \quad (3)$$

Misurando quante frange scorrono sullo schermo è possibile risalire a una misura di alta precisione del Δd e quindi calibrare il micrometro.

Dopo aver registrato una posizione di partenza iniziale dello specchio abbiamo scelto $\Delta d_{\text{nomio}} = 20\mu\text{m}$ come passo del nomio, il coseno dell'angolo θ approssimato a circa 1, dato che assumiamo incidenza normale. Infine abbiamo ripetuto la misura più volte, sempre ripartendo dalla stessa posizione iniziale cercando così di ridurre l'errore statistico e ottenendo una media per la distanza.

2.4 Analisi Dati calibrazione micrometro

Riportiamo in seguito i dati ottenuti dalle misurazioni:

Misura	Frange ΔN	Distanza Δd	Errore $\pm \sigma$
1	61	19,300	0.003
2	64	20,249	0.003
3	59	18,667	0.003
4	60	18,984	0.003
5	60	18,984	0.003
5	64	20,249	0.003

Table 2: Dati raccolti per la calibrazione del micrometro.

Riportiamo in seguito per la stima della distanza il valor medio e la deviazione standard $\Delta d_{\text{mis}} = 19.41 \pm 0.07\mu\text{m}$. Le incertezze riportate nella tabella sono state calcolate con l'opportuna formula di propagazione degli errori, riportiamo inoltre che per questi calcoli abbiamo utilizzato come valore tabulato la lunghezza d'onda del laser He-Ne $\lambda = 632.8 \text{ nm} \pm 0.1$ [link]. Abbiamo inoltre verificato che anche utilizzando $\lambda_{\text{aria}} = \frac{\lambda_0}{n_{\text{aria}}}$ dove $n_{\text{aria}} = 1,0003$ è l'indice di rifrazione dell'aria, la precisione della misura non cambia.

2.5 Conclusioni Fabry-Perot

3 Interferometro Michelson

Nella seconda parte dell'esperienza abbiamo montato l'interferometro in configurazione Michelson, prima per verificare la calibrazione del micrometro (e confrontarla con Fabry-Perot), poi per effettuare altre misure sull'indice di rifrazione dell'aria e del vetro.

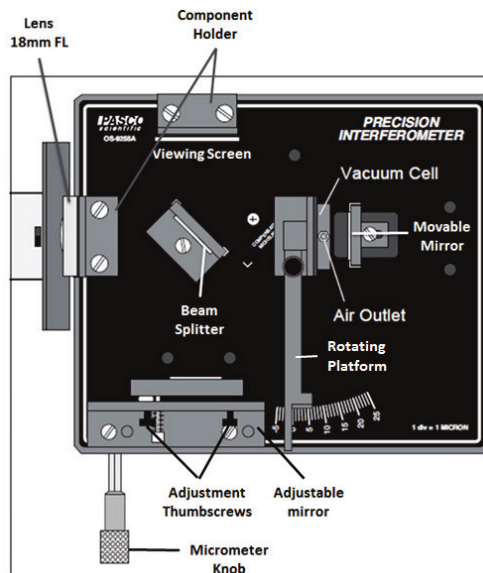


Figure 4: Configurazione Michelson.

3.1 Verifica calibrazione micrometro

Per eseguire la calibrazione del micrometro abbiamo seguito lo stesso procedimento utilizzato per Fabry-Perot, utilizzando la formula 3 per calcolare la distanza Δd tra i due specchi. Abbiamo ripetuto la misura per quattro volte, spostando di $20\mu\text{m}$ la distanza tra gli specchi, almeno in base a quanto segnato dal nonio. Riportiamo in tabella 3 i risultati ottenuti. Come valore ottenuto abbiamo deciso di considerare la media delle misure effettuate, ed errore la loro deviazione standard, in quanto misure non dotate di errore, perchè ricavate a partire da N e λ ; ecco il valore di Δd ottenuto: $\Delta d_{\text{mis}} = 1.94 \pm 0.05\mu\text{m}$. L'errore sul valore medio è stato calcolato pesando gli errori delle singole misure, con la formula 4:

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{1}{N} \sqrt{\sum_{i=1}^N (\sigma_i)^2} \quad (4)$$

3.2 Misura indice rifrazione aria

In questa parte dell'esperienza abbiamo utilizzato l'interferometro Michelson per misurare l'indice di rifrazione dell'aria, sfruttando il fatto che, variando la pressione, il numero di frange di interferenza cambia. La configurazione ricalca quella della figura 4, con la differenza che

abbiamo inserito una camera a vuoto in uno dei bracci dell'interferometro. Si è utilizzata la formula 5 per risalire all'indice di rifrazione dell'aria :

$$n = 1 + \frac{\Delta N \lambda P_f}{2d(P_i - P_f)} \quad (5)$$

laddove P_i e P_f sono le pressioni iniziale e finale ($P_i = 101.325$ kPa), ΔN è il numero di frange contate, $d = 0.03$ m è la larghezza della camera a vuoto e λ è la lunghezza d'onda del laser.

Come procedura di misura abbiamo fatto variare la pressione nel compressore e contato il numero di frange che scorrevano sul muro. Abbiamo ripetuto la misura per quattro volte, variando la pressione finale, e contando le frange di interferenza. Riportiamo in tabella 4 i dati raccolti e in tabella 5 i valori ottenuti per l'indice di rifrazione dell'aria. Qui di seguito riportiamo il valore ottenuto per l'indice di rifrazione dell'aria, con relativo errore $n_{aria} = 1.00035 \pm 0.00002$.

Gli errori sui singoli valori dell'indice di rifrazione sono stati calcolati con la formula di propagazione degli errori, a partire dalla relazione 5, in cui P_f ha come errore la sensibilità del manometro (2 kPa). L'errore sul valore medio è stato calcolato pesando gli errori delle singole misure, con la formula 4.

Operando un test di compatibilità con il valore atteso (pari a $n_{aria} = 1.00029$), otteniamo una distanza in deviazioni standard pari a 2.37.

3.3 Misura indice rifrazione vetro

3.4 Misura lunghezza d'onda con righello reticolo

4 Considerazioni sugli errori

4.1 Commenti finali

5 Tabelle

d	Valore [μm]
d_1	19.6
d_2	18.9
d_3	18.9
d_4	18.9
d_5	20.2

Table 3: Distanze tra gli specchi ottenute dalla formula 3.

P_f	Sensibilità	ΔN
76	2	16
80	2	18
50	2	11
42	2	9

Table 4: Dati acquisiti per la misura dell'indice di rifrazione dell'aria.

Indice	n_{aria}	Errore
1	1.000 51	0.000 05
2	1.000 71	0.000 08
3	1.000 11	0.000 08
4	1.000 07	0.000 05

Table 5: Indici di rifrazione ottenuti dalla formula 5.