



Università degli studi Milano-Bicocca Dipartimento di Fisica - Laboratorio III

# SiPM: Caratterizzazione del Rivelatore e Misure di Spettroscopia

Francesco Ballo, Matteo Coz, Mattia Zorloni

Anno accademico 2024/2025  
Secondo semestre

## **Abstract**

Nella seguente relazione vengono presentati i risultati ottenuti attraverso lo studio e la caratterizzazione di tre fotomoltiplicatori al silicio (SiPM). Inizialmente sono state effettuate le misure per la caratterizzazione e la comprensione del funzionamento dei rivelatori. In seguito sono stati studiati tre cristalli scintillanti (BGO, LYSO, CsI) attraverso l'utilizzo dei SiPM. In seguito sono state effettuate misure di spettroscopia per sorgenti di raggi  $\gamma$  e  $\mu$ .

# Contents

<b>1</b>	<b>Rivelatore e Principi Fisici</b>	<b>3</b>
1.1	Silicon Photomultiplier . . . . .	3
1.1.1	Cristalli scintillatori . . . . .	3
1.2	Catena di Lettura Elettronica . . . . .	4
1.3	Decadimenti radioattivi . . . . .	4
1.3.1	$^{22}\text{Na}$ . . . . .	4
1.3.2	$^{57}\text{Co}$ . . . . .	5
<b>2</b>	<b>Caratterizzazione</b>	<b>6</b>
2.0.1	Configurazione . . . . .	6
2.1	Dark Count Rate . . . . .	6
2.2	Cross-talk Ottico . . . . .	7
2.3	Tensione di Breakdown . . . . .	8
2.4	Gain in funzione di $V_{Bias}$ . . . . .	9
2.4.1	Analisi dati . . . . .	9
2.4.2	Confronto $V_{Br}$ ottenute . . . . .	10
2.5	ADC factor . . . . .	11
<b>3</b>	<b>Cristalli scintillatori</b>	<b>12</b>
3.0.1	Configurazione . . . . .	12
3.1	Risoluzione . . . . .	12
3.1.1	Analisi dati . . . . .	14
3.2	Light Yield . . . . .	14
3.3	Tempo di scintillazione . . . . .	15
3.3.1	Analisi dati . . . . .	15
3.3.2	Considerazioni sugli errori . . . . .	16
<b>4</b>	<b>Attenuazione</b>	<b>17</b>
4.1	Analisi dati . . . . .	19
4.1.1	Plastica . . . . .	19
4.1.2	Alluminio . . . . .	20
4.1.3	Aria . . . . .	21
<b>5</b>	<b>Misura di spettro dei <math>\mu</math> cosmici</b>	<b>24</b>
5.0.1	Configurazione . . . . .	24
5.1	Individuazione del segnale sul rumore . . . . .	24
5.2	Acquisizione dello spettro . . . . .	25
<b>6</b>	<b>Sitografia</b>	<b>27</b>
<b>7</b>	<b>Appendice</b>	<b>27</b>
7.1	Cross-talk ottico . . . . .	27
7.2	Gain in funzione di $V_{Bias}$ . . . . .	27
7.3	Fit BGO . . . . .	28
7.4	Fit LYSO . . . . .	28
7.5	Fit CsI . . . . .	29
7.6	Confronto light yield . . . . .	29
7.7	Tempi di scintillazione . . . . .	29
7.8	Attenuazione attraverso la plastica . . . . .	29
7.8.1	BGO . . . . .	29
7.8.2	CsI . . . . .	30
7.9	Attenuazione attraverso l'alluminio . . . . .	31
7.9.1	BGO . . . . .	31
7.9.2	CsI . . . . .	33
7.10	Attenuazione attraverso l'aria . . . . .	34
7.10.1	BGO con tappo . . . . .	34
7.10.2	BGO senza tappo . . . . .	34
7.10.3	Confronto aree . . . . .	35

# 1 Rivelatore e Principi Fisici

## 1.1 Silicon Photomultiplier

Il Silicon photomultiplier è un fotomoltiplicatore al silicio costituito da celle chiamate SPAD ('Single Photon Avalanche Diodes'). Alla base di questo tipo di fotomoltiplicatore c'è una giunzione PN polarizzata inversamente, che opera in modalità Geiger. Nelle giunzioni PN polarizzate inversamente quando un fotone incide sulla regione di svuotamento, ovvero la regione con cariche fisse, viene prodotta una coppia  $e^-h^+$ . Poiché l'apparato è sottoposto ad una differenza di potenziale le due cariche sono attratte rispettivamente al catodo e all'anodo. Per operare la giunzione in modalità Geiger, le cariche prodotte devono essere accelerate in modo da avere energia sufficiente a generare altri portatori di carica attraverso processi di scattering. L'accelerazione subita dalle cariche deve essere tale da sopprimere gli effetti di auto-smorzamento dovuti al rilascio di energia negli urti, il silicio passa da semiconduttore a conduttore e in questo modo si crea una scarica Geiger, ovvero una produzione a valanga di coppie di portatori di carica. Si genera così una corrente macroscopica misurabile. La tensione minima per la quale si verifichi una scarica Geiger è definita tensione di breakdown. Gli SPAD, di cui il SiPM è composto, sfruttano questo comportamento per produrre corrente; tuttavia, una scarica Geiger, se non viene smorzata, continua a condurre corrente rendendo inutilizzabile il fotodiodo dopo la prima interazione con un fotone. Per questo motivo ogni cella contenente uno SPAD è circondata da resistenze di quenching atte a smorzare la scarica ed a riportare il diodo nella configurazione iniziale.

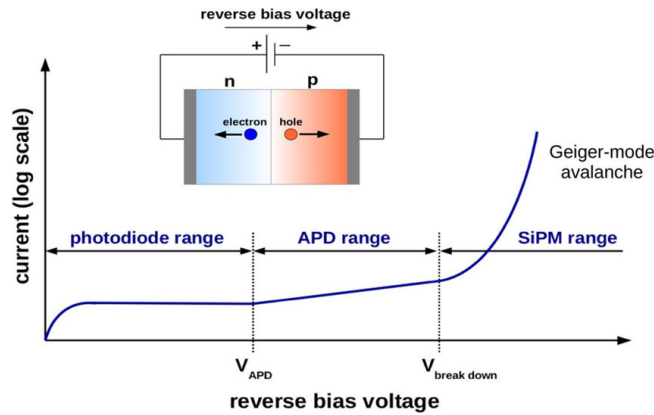


Figure 1: Corrente prodotta dal diodo in funzione della  $V_{bias}$

Le celle sono costruite con un'area di qualche  $\mu m^2$  in modo che il segnale in uscita da ognuna corrisponda ad un solo fotone. Per questo motivo studiando l'ampiezza del segnale in uscita dal SiPM è possibile risalire al numero di celle attivate e dunque a quanti fotoni sono stati rivelati. Se la superficie delle celle è troppo grande vi è il rischio di perdere un gran numero di fotoni incidenti in quanto due fotoni, o più, potrebbero interagire simultaneamente con lo stesso SPAD, si perderebbero così informazioni sulla radiazione incidente. I segnali emessi dal SiPM sono visualizzabili tramite l'utilizzo di uno oscilloscopio e hanno una natura di tipo impulsivo. Questi impulsi possiedono delle grandezze caratteristiche attraverso le quali è possibile descriverli:

- Il fattore di guadagno della singola cella
- Il rise time
- Il decay time

Il **guadagno per singola cella** è un fattore che descrive l'ampiezza dell'impulso ed è legato alle caratteristiche costruttive dello SPAD come la capacità della cella e il potenziale a cui è sottoposto. Il rise time e il decay time sono tempi caratteristici dello SPAD che descrivono la larghezza dell'impulso legato ad una scarica Geiger.

Il **rise time** comprende il tempo di formazione e di spostamento della valanga verso le superfici del condensatore. Il **decay time** è il tempo di recupero del singolo SPAD, ossia il tempo che impiega la giunzione a tornare nella condizione per rivelare un nuovo fotone. Il decay time è dato dalla somma del tempo impiegato dallo SPAD per scaricarsi attraverso le resistenze di quenching e dal recovery time. Si definisce recovery time come il tempo necessario per riportare la tensione applicata allo SPAD alla tensione operativa che risulta essere all'incirca  $V_{Br} + 3V$ .

### 1.1.1 Cristalli scintillatori

Per lo studio delle sorgenti radioattive di  $^{22}Na$ ,  $^{57}Co$  e raggi cosmici, il SiPM utilizzato viene accoppiato a tre cristalli scintillatori. I cristalli scintillatori hanno la proprietà di emettere fotoni quando vengono colpiti da

una particella. In questo esperimento si sfrutta la scintillazione dovuta alla fluorescenza in quanto presenta un tempo di scintillazione  $\tau$  nell'ordine dei ns.

Per l'analisi spettroscopica delle sorgenti di  $^{22}\text{Na}$  e di  $^{57}\text{Co}$  sono stati utilizzati cristalli di tipo inorganico che risultano particolarmente utili in questo tipo di studio in quanto hanno un Light Yield, ossia il numero di fotoni emessi dallo scintillatore per unità di energia depositata, nell'ordine di  $10^4 \frac{\gamma}{\text{MeV}}$ ; in particolare sono stati utilizzati i seguenti tre cristalli: LYSO, BGO e CsI.

L'ultima parte dell'esperimento verte sullo studio dei raggi cosmici, in questo caso è stato utilizzato un cristallo di tipo plastico.

## 1.2 Catena di Lettura Elettronica

La catena di lettura elettronica rappresenta l'insieme di tutta l'apparecchiatura utilizzata per processare, analizzare e infine digitalizzare il segnale in uscita dal SiPM. Nel nostro caso consiste in un amplificatore di segnale ed un digitalizzatore.

Il primo componente della catena di lettura è l'amplificatore il cui compito principale è la trasformazione del segnale di corrente, in uscita dal SiPM, in un segnale di tensione attraverso la sua integrazione su una capacità. Il valore massimo del segnale ricavato risulta essere proporzionale alla carica generata dal fotone incidente:

$$V_{max} = \frac{Q_{\gamma}}{C} \quad (1)$$

dove  $Q_{\gamma}$  è la carica prodotta e  $C$  è la capacità su cui viene integrato il segnale. Oltre a questa operazione l'amplificatore svolge altri due compiti: invertire il segnale facendolo passare da valori di tensione negativi a valori positivi e modularne la durata tramite l'utilizzo di circuiti di tipo RC-CR. La seconda parte della catena di lettura del segnale è composta dal digitizer che è costituito dall'ADC - MCA. L'ADC (*Analogic to digital converter*) svolge tre compiti in sequenza:

- **Campionamento**
- **Quantizzazione**
- **Codifica**

Il **campionamento** consiste nella lettura del valore massimo dell'ampiezza del segnale.

La **quantizzazione** consiste nella riconduzione dei valori campionati a valori preinstallati nel digitizer, ai quali è associato una stringa di codice binario.

La **codifica** infine trasforma i valori quantizzati in stringhe di codice binario. Più è alto il numero di bit di cui sono composte le stringhe di codice, più si riesce a ridurre al minimo l'errore associato alla quantizzazione. In seguito, entra in funzione la MCA (*Multi channel analyser*) il cui compito è quello di creare un istogramma che rappresenti la distribuzione dei dati ottenuti. Ad ogni segnale logico in entrata viene associato il corrispettivo canale MCA, ovvero un intervallo di grandezza programmabile che contiene quel determinato valore; il numero di canali ha un limite massimo pari a  $2^N$ , che corrisponde al numero di valori quantizzati che l'ADC possiede.

## 1.3 Decadimenti radioattivi

La parte principale di questa esperienza verte sullo studio di sorgenti radioattive. In particolare, sono state usate sorgenti  $^{22}\text{Na}$  e  $^{57}\text{Co}$ .

### 1.3.1 $^{22}\text{Na}$

Il  $^{22}\text{Na}$  è un isotopo radioattivo del sodio con tempo di dimezzamento  $\tau_{\frac{1}{2}} = 2,6019\text{y}$  e presenta due canali principali di decadimento: Il primo canale, che ha una probabilità del 90,6%, è il decadimento  $\beta^+$  mentre il secondo, con probabilità del 9,4%, è la cattura elettronica.

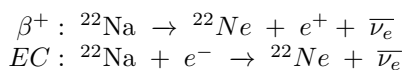


Figure 2: Tipi di decadimento

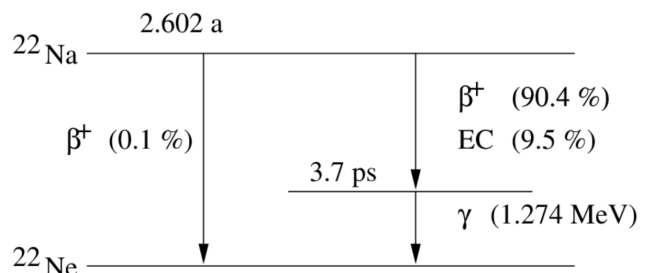


Figure 3: Schema del decadimento del  $^{22}\text{Na}$

Come mostrano le modalità di decadimento in Fig.3, il  $^{22}\text{Na}$  decade sul livello eccitato di  $E = 1275\text{keV}$  del  $^{22}\text{Ne}$  con una probabilità del 99,9%, mentre decade sul ground state con una probabilità del 0,1% . Le misure di spettroscopia vertono sull'analisi energetica dei fotoni emessi bisogna aspettarsi un picco energetico corrispondente ad  $E = 511\text{ keV}$ , dovuto all'annichilazione di elettrone-positrone ( $e^-e^+ \rightarrow \gamma\gamma$ ) e un picco ad  $E = 1275\text{ keV}$  dovuto alla diseccitazione nucleare del  $^{22}\text{Ne}$ . Oltre ai picchi appena descritti, lo spettro mostrerà anche i fenomeni di interazione con la materia dei fotoni: lo scattering Compton, l'effetto fotoelettrico e la produzione di coppia

### 1.3.2 $^{57}\text{Co}$

Il  $^{57}\text{Co}$  è un isotopo radioattivo del cobalto con tempo di dimezzamento  $\tau_{1/2} = 271.80\text{d}$  e decade per cattura elettronica.

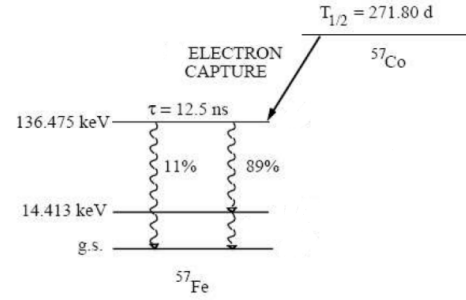
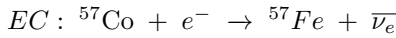


Figure 4: Schema del decadimento del  $^{57}\text{Co}$

Come mostrato in Fig.4 il  $^{57}\text{Co}$  decade sul livello eccitato del  $^{57}\text{Fe}$  ad  $E = 136,475\text{ keV}$ . Per raggiungere il ground state il  $^{57}\text{Fe}$  può seguire due canali possibili. Il primo, con una probabilità del 11%, consiste nel passaggio diretto al ground state emettendo un fotone con  $E = 136.465\text{ keV}$ . Il secondo, con una probabilità del 89%, consiste in una diseccitazione a due step: il  $^{57}\text{Fe}$  prima passa al livello eccitato ad  $E = 14,413\text{ keV}$ , emettendo un fotone con  $E = 122,062\text{ keV}$ , e poi completa la transizione raggiungendo il ground state emettendo un fotone con  $E = 14,413\text{ keV}$ . A differenza del  $^{22}\text{Na}$  i picchi da ricercare non sono più due ma tre a cui sono associate le seguenti energie:  $E_1 = 14,413\text{ keV}$ ,  $E_2 = 122,062\text{ keV}$  e  $E_3 = 136,475\text{ keV}$

## 2 Caratterizzazione

La prima parte dell'esperienza consiste nello studio e nell'ottimizzazione del rivelatore; questo permetterà di utilizzare la strumentazione in maniera efficace per l'analisi spettroscopica di  $^{22}\text{Na}$ ,  $^{57}\text{Co}$  e  $\mu$ .

L'ottimizzazione avviene attraverso lo studio di alcuni parametri caratteristici del SiPM e della catena di lettura. Nei prossimi paragrafi ci occuperemo dell'analisi delle seguenti caratteristiche:

- Dark Count rate
- Cross Talk ottico
- Tensione di Breakdown
- Relazione tra Gain e  $V_{Bias}$
- Valutazione dell'ADC factor

### 2.0.1 Configurazione

Per effettuare le misure della prima parte dell'esperimento ci siamo serviti della seguente strumentazione:

- Un LED driver di CAEN, modello SP5601
- Un SiPM Hamamatsu, modello S13360 - 1350CS
- Una PSAU di CAEN, modello SP5600
- Un digitizer di CAEN, modello DT5720A.

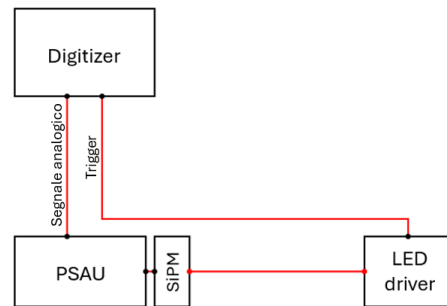


Figure 5: Configurazione setup

Per la caratterizzazione si utilizza un laser, generato dal LED driver, la cui intensità è controllabile tramite una manopola. Il segnale di luce viene inviato al SiPM attraverso un cavo di fibra ottica. Il SiPM è direttamente collegato alla PSAU che controlla la tensione di alimentazione e legge il segnale in entrata emesso dal rivelatore. Il segnale, una volta processato dalla PSAU, viene inviato al digitizer che attraverso l'ADC-MCA crea lo spettro energetico. Il LED driver oltre a venire usato come generatore di luce, viene usato come trigger per il digitizer: ogni volta che viene generato un pacchetto di fotoni viene inviato un impulso di tensione all'unità di digitalizzazione per l'apertura del gate di lettura del segnale in entrata.

### 2.1 Dark Count Rate

La prima parte della caratterizzazione consiste nello studio degli eventi di buio registrati dal SiPM. Per eventi di buio si intende la formazioni di una coppia  $e^-h^+$  per effetto termoionico che innesca una scarica Geiger creando così un segnale di corrente nonostante nessun fotone sia giunto al SiPM.

Per valutare questo effetto è stato ricavato lo staircase plot, ovvero il grafico che mostra la relazione tra la frequenza di eventi campionati e la soglia applicata. Sono stati ricavati più staircase plot a diversi valori di  $V_{Bias}$ : partendo da  $V = 53,5$  V e con un passo di  $\Delta V = 0,5$  V arrivando a fino  $V = 55,5$  V. Nell'immagine 6 viene riportato il grafico raffigurante i vari staircase plot relativi alle diverse  $V_{Bias}$ .

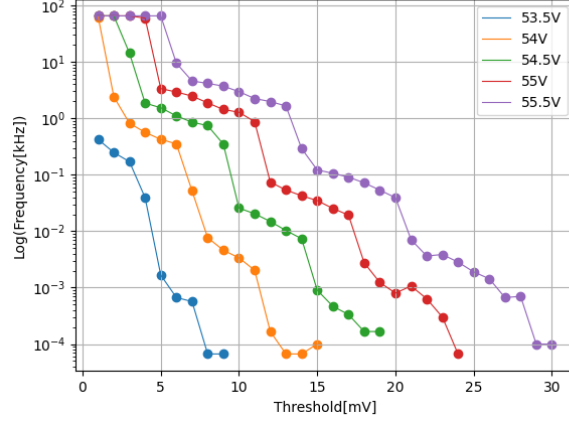


Figure 6: Staircase plot

Il grafico presenta delle zone più o meno planari: il primo plateau rappresenta la registrazione di segnali di singolo fotone. Facendo aumentare la soglia si vanno a escludere i segnali in tensione sempre più alti finché non si giunge al secondo plateau che corrisponde al segnale di doppio fotone, dopodiché il segnale sparisce e non si registrano più eventi. Il plateau che risulta essere più importante dal punto di vista della caratterizzazione del SiPM è il primo, in quanto escludere gli eventi di singolo fotoelettrone permette di ridurre sensibilmente gli effetti legati all'agitazione termica. In particolare, si può notare come la frequenza degli eventi rivelati oscilla tra 10 kHz e 0.1 kHz. Questo andamento sperimentale permette di ricavare e quantificare quanto può incidere la corrente di buio. Risulta evidente come il segnale di singolo fotoelettrone termico abbia un ruolo maggiormente rilevante al crescere della  $V_{Bias}$ .

## 2.2 Cross-talk Ottico

La seconda parte della caratterizzazione del SiPM consiste nell'analisi del cross-talk ottico. Si definisce cross-talk ottico la probabilità legata agli  $e^-$ , messi in movimento da una valanga, di causare, tramite irraggiamento, una valanga in una cella vicina. Per quantificare questo effetto bisogna calcolare il seguente rapporto:

$$CTO = \frac{R_{DC1}}{R_{DC2}} \quad (2)$$

Dove  $R_{DC1}$  e  $R_{DC2}$  rappresentano rispettivamente la frequenza di eventi di dark count relativi a segnali di singolo e doppio foto-elettrone. Quest'effetto aggiunge una fonte di rumore al set up, la probabilità che il segnale campionato sia più intenso del reale non è trascurabile. Dai dati di dark count siamo riusciti a risalire al valore di crosstalk ottico utilizzando (2) per poi studiarne l'andamento al variare dell'overvoltage  $\Delta V$ . Abbiamo potuto osservare un aumento della probabilità di cross-talk ottico all'aumentare dell'overvoltage come riportato nel grafico 7:

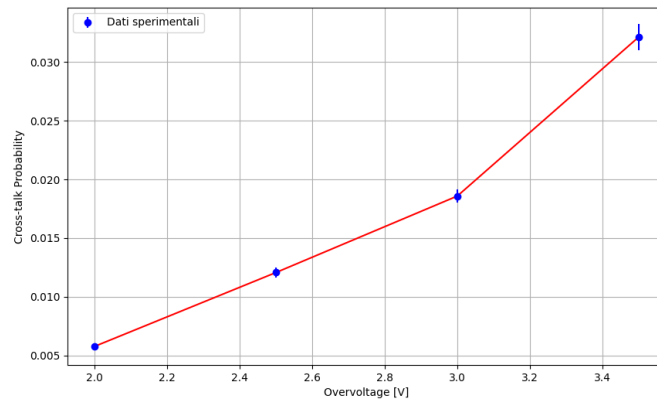


Figure 7: Crosstalk ottico

## 2.3 Tensione di Breakdown

Dopo lo studio degli eventi di buio si è proceduto all'analisi della tensione di breakdown del SiPM. Per trovarla è necessario studiare la relazione tra la corrente generata all'interno del SiPM e la tensione di alimentazione. Ci si aspetta di osservare un comportamento a soglia: vengono rivelati segnali di corrente solo superato un determinato valore di tensione. Nei SiPM questo valore di tensione prende il nome di tensione di breakdown e una volta superato ci si aspetta che  $i \propto (V_{Bias})^2$ .

Con la strumentazione a nostra disposizione non è stato possibile misurare la corrente nel SiPM; consultando le schede tecniche del costruttore abbiamo potuto ottenere il valore nominale della tensione di breakdown che risulta essere pari a  $V_{Br} = (52 \pm 3)V$ . Nello stesso manuale è stato trovato un grafico che mostra l'andamento qualitativo che ci si aspetterebbe dallo studio della tensione di breakdown; è stato dunque deciso di riportarlo nella relazione nonostante i dati mostrati non siano stati ricavati dal nostro SiPM.

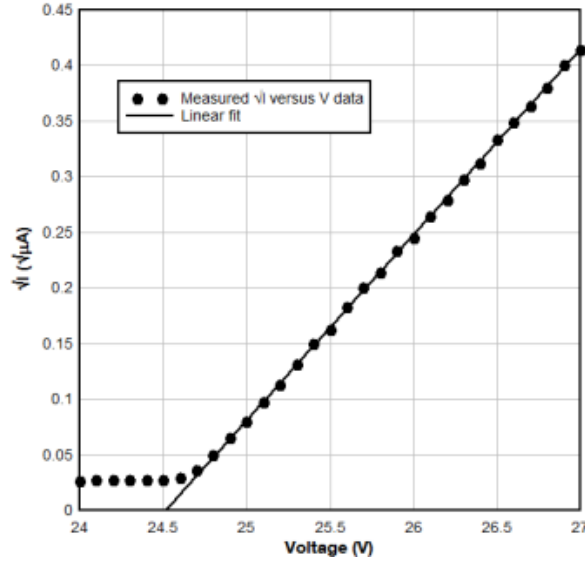


Figure 8: Corrente in relazione della  $V_{Bias}$

Non potendo analizzare la corrente che scorre nel SiPM è stata presa la decisione di studiare il rate di eventi registrati in funzione della tensione di alimentazione. Sono stati campionati i rate degli eventi per valori di tensione di alimentazione compresi tra  $V_{Bias} = 52.5 V$  e  $V_{Bias} = 54.5 V$  con un passo di  $0.5 V$ . Questi valori sono stati misurati per 3 tensioni di soglia diverse:  $V_{Th} = 3 mV$ ,  $V_{Th} = 4 mV$  e  $V_{Th} = 5 mV$ . Gli errori ad essi associati sono stati ricavati come deviazione standard tra 100 dati campionati, numero massimo di valori campionabili. Seguono i grafici (9, 10, 11) contenenti i valori sperimentali ottenuti e le interpolazioni fatte:

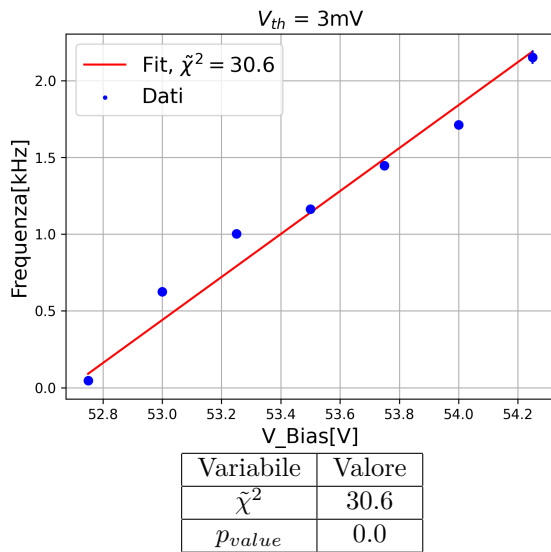


Figure 9:  $V_{Th} = 3mV$

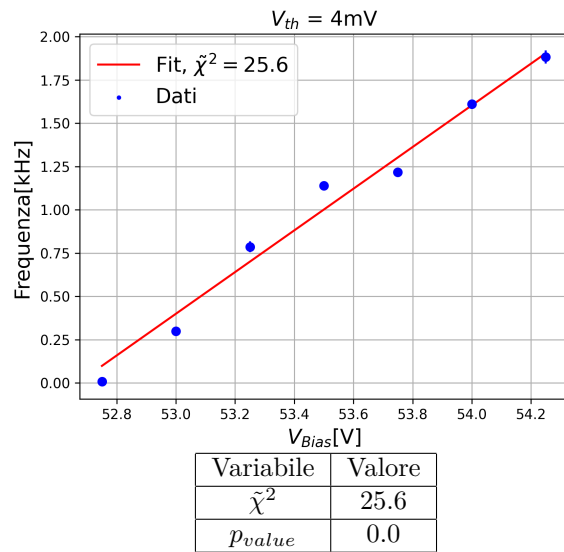


Figure 10:  $V_{Th} = 4mV$



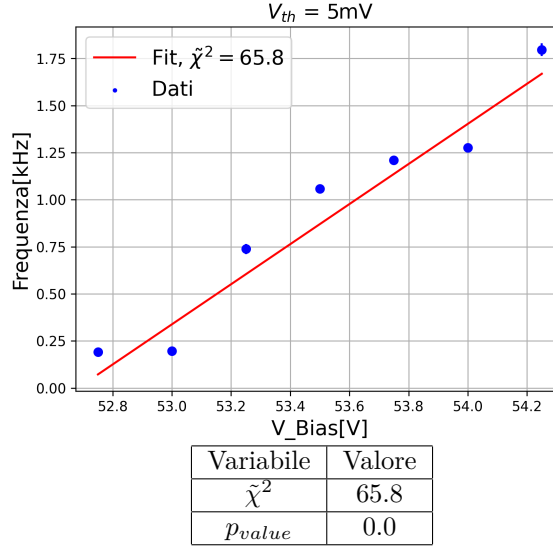


Figure 11:  $V_{Th} = 5mV$

Figure 12: Andamento della frequenza in relazione dell'overvoltage

Le rette interpolate risultano essere del tipo:

$$y = ax + b \quad (3)$$

Dai fit siamo riusciti a ricavare i valori di  $a^1$  e  $b^2$  e il valore di  $V_{intersezione}$  riportati nelle tabelle sottostanti.  $V_{intersezione}$  è il valore di tensione per cui la retta interseca l'asse V.

Variabile	Valore	Errore
a	1.400	0.016
b	-73.8	0.9
$V_{intersezione}$	52.69	0.88

Figure 13:  $V_{Th} = 3mV$

Variabile	Valore	Errore
a	1.204	0.027
b	-63.4	1.4
$V_{intersezione}$	52.67	0.72

Figure 14:  $V_{Th} = 4mV$

Variabile	Valore	Errore
a	1.064	0.021
b	-56.1	1.1
$V_{intersezione}$	52.68	1.47

Figure 15:  $V_{Th} = 5mV$

I parametri di  $pvalue$  e  $\tilde{\chi}^2$  riportati nelle tabelle (9, 10, 11) mostrano che i dati sono in disaccordo con la teoria o che vi è una sottostima degli errori. Nonostante ciò si può osservare che i punti di intersezione con l'asse delle ascisse sono consistenti in tutti e tre i grafici, risultano essere al massimo distanti 0.02 V. Questa differenza risulta significativamente minore dell'errore associato. Questo potrebbe significare che il valore di  $V_{intersezione}$  sia lo stesso a prescindere del valore di soglia applicata e ciò risulterebbe conforme al concetto di tensione di breakdown, precedentemente spiegata.

## 2.4 Gain in funzione di $V_{Bias}$

L'obiettivo di questa sezione è ricavare il guadagno del sistema di acquisizione dati. Si vuole ottenere, e in seguito studiare, il cosiddetto "pettine" ovvero lo spettro energetico che si viene a formare con il LED driver come sorgente di fotoni. Il grafico presenta diversi picchi ben distinguibili, ognuno di essi corrisponde ad un numero intero di fotoni rivelati. Lo studio della posizione dei picchi in funzione della  $V_{bias}$  applicata permette di ricavare il guadagno del sistema.

Sono stati ricavati spettri a pettine per valori di tensione di alimentazione compresi tra 53 V e 56.5 V con un passo di 0.5 V, il tempo utilizzato per ogni acquisizione risulta essere di 5 minuti.

### 2.4.1 Analisi dati

Al fine di valutare il guadagno si è proceduto con l'analisi dei dati raccolti. Per ogni tensione applicata si è identificata la posizione dei picchi distinguibili per mezzo di un'interpolazione con una funzione appositamente

<sup>1</sup>[a] = kHz(V)<sup>-1</sup>

<sup>2</sup>[b] = kHz

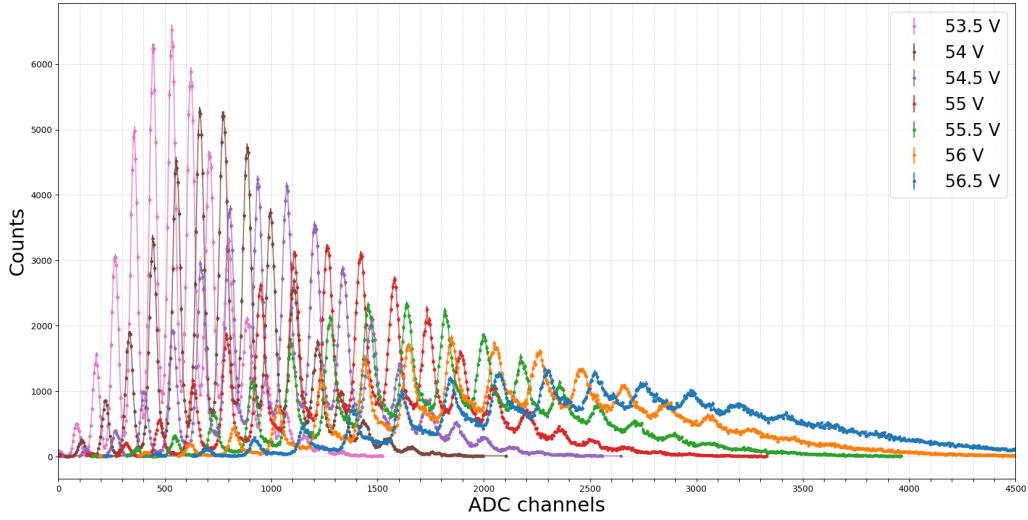


Figure 16: Confronto tra i pettini ottenuti a diverse tensioni di alimentazione

definita. I picchi scelti per l'interpolazione sono quelli distinguibili dal fondo per almeno metà della loro altezza. Al numero di picchi distinguibili è stato fatto corrispondere il numero di gaussiane da utilizzare nel fitting, con l'aggiunta di una ulteriore gaussiana per il fondo. Definita:

$$G(x, \mu, \sigma, A) = A \cdot e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

funzione gaussiana, il fit è stato effettuato con la seguente funzione:

$$F(x) = \sum_{i=1}^n G(x, \mu_i, \sigma_i, A_i)$$

dove  $\mu_i$  è la posizione del picco  $i$ -esimo,  $\sigma_i$  è la deviazione standard e  $A_i$  è un fattore di scala. Questa operazione è stata ripetuta per ogni istogramma. Per esempio nel primo istogramma sono stati identificati 8 picchi, dunque il fitting è stato effettuato con  $n = 8 + 1$ .

Dopo aver ottenuto i valori di  $\mu_i$  per ogni tensione, si è calcolata la media pesata delle distanze tra picchi consecutivi. L'errore su ciascuna distanza è stato calcolato come la somma quadratica dei reciproci delle deviazioni standard dei picchi coinvolti.

In figura 17 vengono mostrate le distanze medie tra i picchi in funzione della tensione applicata, mentre in tabella (6) dell'appendice sono riportati i valori numerici. Sulla base dei risultati ottenuti si è proceduto eseguendo un fit lineare con lo scopo di individuare l'intercetta della retta con l'asse delle ascisse, che corrisponde alla tensione di breakdown. Il valore della  $V_{Br}$  trovato è di

$$V_{Br} = (52.58 \pm 2.59) V$$

#### 2.4.2 Confronto $V_{Br}$ ottenute

Per verificare la coerenza dei risultati ottenuti, si è scelto di confrontare i valori ricavati nella sezione 2.3 con la  $V_{Br}$  appena ricavata attraverso un test di compatibilità: calcolando la distanza tra i due valori dividendola per la somma quadratica degli errori.

Threshold (mV)	Compatibilità
$V_{Th} = 3$	0.038
$V_{Th} = 4$	0.060
$V_{Th} = 5$	0.034
$V_{tabulato}$	1.146

Table 1: Compatibilità delle diverse stime di  $V_{Br}$ .

Facendo la media pesata dei dati ricavati sperimentalmente è possibile ottenere la migliore stima della  $V_{Br}$  che risulta essere pari a:

$$V_{Br} = (52.71 \pm 0.49) V$$

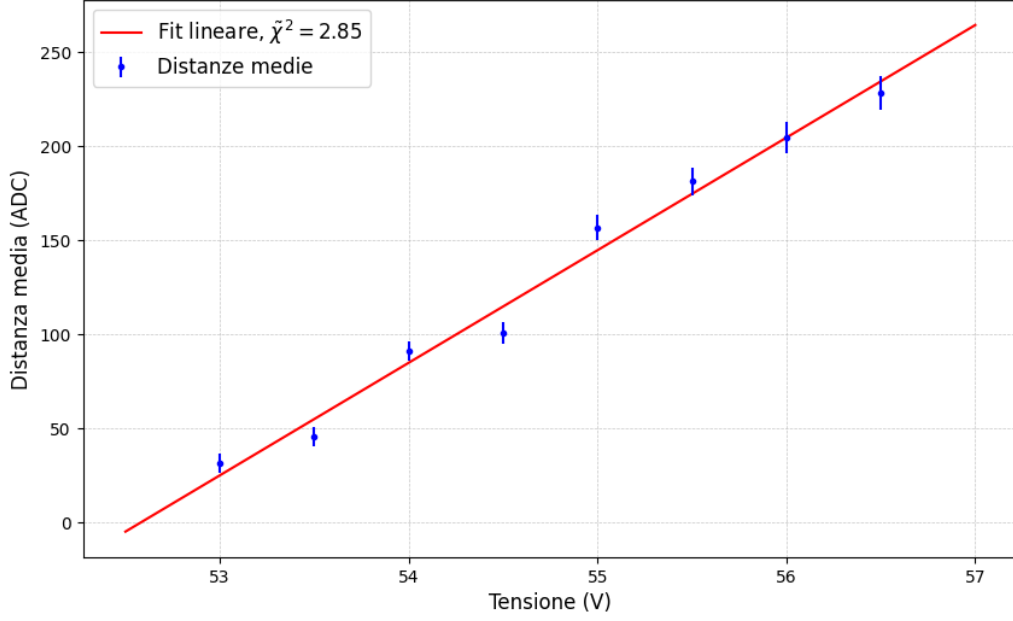


Figure 17: Distanza media tra i picchi in funzione della tensione di polarizzazione.

Come si evince dalla tabella 1, tutti i valori distano tra loro meno di 2 deviazioni standard. Questo conferma l'ipotesi di unicit  della tensione di breakdown.

## 2.5 ADC factor

Quest'ultima parte della caratterizzazione del SiPM consiste nello studio della conversione da ADC channels a carica prodotta dall'interazione dei fotoni con i vari SPAD. Per svolgere la conversione si utilizza l'ADC factor che trasforma il valore da ADC channels a Coulomb:

$$ADC_{Factor} = \frac{V_{pp}}{R_{in}} \frac{1}{2^{N_{bit}}} \Delta t \frac{1}{G_{PSAU}} \quad (4)$$

con  $V_{pp} = 2$ , range dinamico del digitizer,  $R_{in} = 50 \, \Omega$ , impedenza di ingresso del digitizer,  $N_{bit} = 12$ , risoluzione del digitizer,  $\Delta t = 4ns$ , tempo di acquisizione del digitizer e  $G_{PSAU}$  valore impostabile del fattore di guadagno dell'unit  PSAU. Il fattore di conversione, in questa sua formulazione, prevede che il segnale venga processato dalla PSAU. Nella seconda parte, come verr  spiegato in seguito,   stata scelta una configurazione dove la PSAU viene utilizzata unicamente come trigger. La mancata amplificazione del segnale porta un cambiamento nel fattore di conversione, infatti, il termine che tiene conto del  $G_{PSAU}$  va eliminato trasformando cos  l' $ADC_{Factor}$  (4) in :

$$ADC_{Factor} = \frac{V_{pp}}{R_{in}} \frac{1}{2^{N_{bit}}} \Delta t \quad (5)$$

### 3 Cristalli scintillatori

Concluse le misure di caratterizzazione del SiPM è iniziata la parte di spettroscopia. In questa parte dell'esperimento si vuole studiare il comportamento di tre cristalli scintillatori BGO, LYSO e CsI in presenza delle sorgenti radioattive di  $^{22}\text{Na}$  e  $^{57}\text{Co}$ . Dei tre cristalli si vogliono analizzare i seguenti parametri:

- Risoluzione
- Light yield
- Tempo di scintillazione

#### 3.0.1 Configurazione

Prima di iniziare le misure di spettroscopia si è dovuto studiare il comportamento dell'apparato sperimentale e capire quale configurazione utilizzare. La prima configurazione testata prevede l'utilizzo della PSAU sia come trigger che come amplificatore. Questo setup risulta essere poco performante perché satura le componenti elettroniche. Il gain della PSAU e la tensione di alimentazione devono essere mantenute ai valori minimi operativi per evitare la deformazione del segnale.

La seconda configurazione testata non comprende l'utilizzo della PSAU, ma anche questa tipologia di setup non risulta ottimale. Il segnale presenta un problema di overshooting (19b), con la conseguente perdita di informazioni sulla radiazione rivelata.

La terza configurazione testata prevede l'utilizzo della PSAU solo come trigger; il segnale generato dal SiPM viene diviso attraverso uno splitter per essere inviato sia alla PSAU che al digitizer. La PSAU legge il segnale in entrata e invia l'impulso di trigger al digitizer per la lettura del segnale.

Questa ultima configurazione risulta particolarmente stabile: il fattore di guadagno aggiunto dalla PSAU viene rimosso e quindi è possibile alimentare il SiPM a  $V_{bias}$  più alte rispetto alla prima configurazione senza andare a saturare la componente elettronica. Inoltre il segnale non presenta il problema dell'overshooting della seconda configurazione. Per quanto appena spiegato si è deciso di utilizzare la terza configurazione per questa parte dell'esperimento. Il modello del SiPM utilizzato in questa sezione è S13360 - 6050PE di Hamamatsu

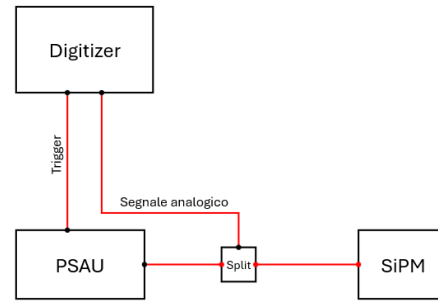


Figure 18: Configurazione apparato

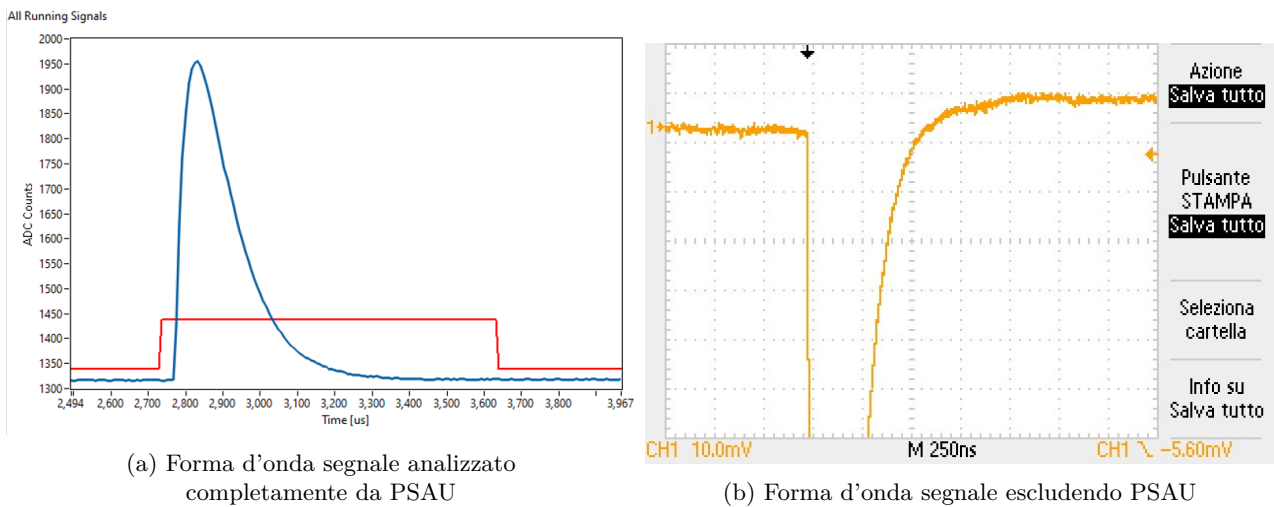


Figure 19: Forme segnali in diverse configurazioni

#### 3.1 Risoluzione

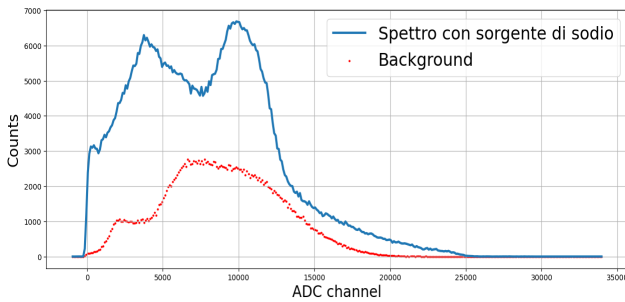
Una volta scelta la configurazione si è proceduto a trovare la tensione di alimentazione ottimale. Per la sua valutazione abbiamo osservato le forme d'onda dei segnali legati alla sorgente  $^{22}\text{Na}$  attraverso l'utilizzo del

cristallo CsI. Si è notato che la forma del segnale rimane pulita fino a 55.5 V. Questo valore di tensione di alimentazione risulta essere superiore di 3V alla tensione di breakdown trovata nella sezione precedente (2.4.2). Consultando il manuale del costruttore si è trovato che la tensione di alimentazione ottimale risulta essere superiore di 3V rispetto alla tensione di breakdown. Per questo motivo è stato scelto il valore di 55.5 V come tensione di alimentazione del SiPM.

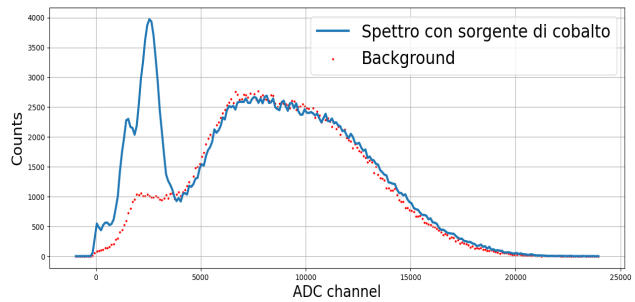
Trovata la  $V_{bias}$  ottimale, sono iniziate le misure di spettroscopia. Si sono effettuate due tipologie di misure:

- Misure senza sorgente
- Misure con sorgente

Le **misure senza sorgente** sono state utilizzate per studiare la radiazione di fondo legata ai tre cristalli. Nei grafici sottostanti queste misure sono riportate in rosso. Le **misure con sorgente** sono misure di spettroscopia che si vogliono analizzare in questa parte dell'esperimento. Perché le misure con e senza fondo siano confrontabili, sono state prese applicando gli stessi parametri di impostazione dell'apparato. Ogni misura è durata 30 minuti. Nei grafici sottostanti vengono riportate le varie misure effettuate divise per tipologia di cristallo scintillatore e tipo di sorgente utilizzata.

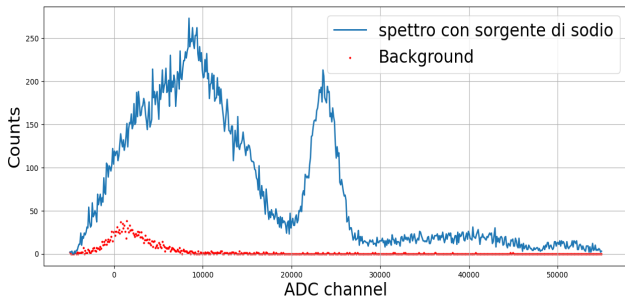


(a) Sorgente di  $^{22}\text{Na}$

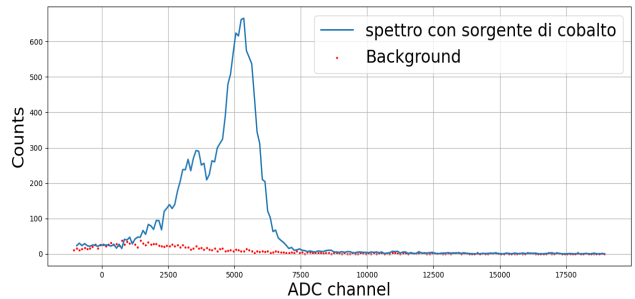


(b) Sorgente di  $^{57}\text{Co}$

Figure 20: Analisi spettroscopica con LYSO

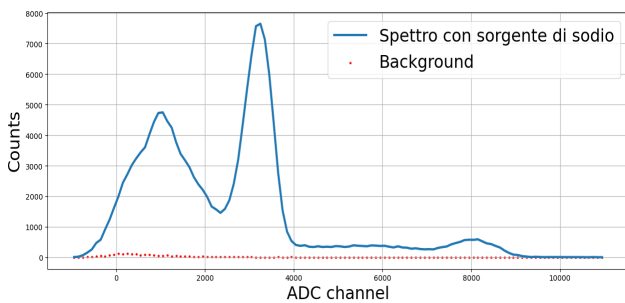


(a) Sorgente di  $^{22}\text{Na}$

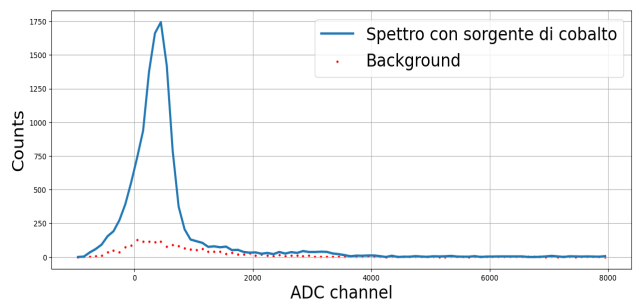


(b) Sorgente di  $^{57}\text{Co}$

Figure 21: Analisi spettroscopica con CsI



(a) Sorgente di  $^{22}\text{Na}$



(b) Sorgente di  $^{57}\text{Co}$

Figure 22: Analisi spettroscopica con BGO

### 3.1.1 Analisi dati

Gli spettri acquisiti sono stati analizzati applicando delle maschere in corrispondenza dei picchi e interpolandoli con una funzione definita dalla somma di una gaussiana e di un polinomio di grado variabile. Il grado del polinomio è stato scelto in base a quanto il picco fosse sovrapposto al fondo. Si è cercato di ricostruire i picchi tenendo conto anche delle sue code. Per i risultati delle interpolazioni si consultino la sezioni (7.3, 7.4, 7.5).

Da ogni fit si è ricavata la varianza e la posizione del centro della gaussiana. Da questi due parametri è possibile ricavare la risoluzione dell'apparato legata ai differenti picchi tramite la seguente formula:

$$R_i = 2.35 \frac{\sigma_i}{\mu_i}$$

dove  $\sigma_i$  e  $\mu_i$  sono rispettivamente deviazione standard e valore centrale della gaussiana relativi all' i-esimo picco. Si è poi proceduto a verificare che la risoluzione diminuisca con l'aumentare dell'energia. Per ogni cristallo si sono considerati i picchi rivelati sia del  $^{22}\text{Na}$  che del  $^{57}\text{Co}$ . L'andamento ricavato sperimentalmente viene riportato nel grafico sottostante.

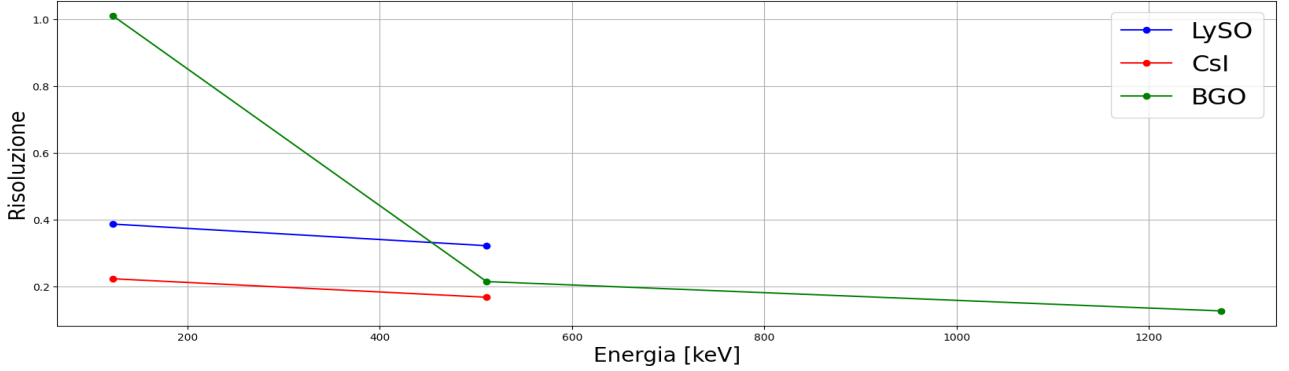


Figure 23: Risoluzione energetica

Per ogni cristallo il punto ad E minore corrisponde al picco del  $^{57}\text{Co}$ , quelli ad E maggiore ai picchi  $^{22}\text{Na}$ . Si noti come solo il cristallo BGO abbia tre punti: solo per questo scintillatore è stato possibile identificare il secondo picco del  $^{22}\text{Na}$  ad E = 1275keV.

Come ci si aspettava, la risoluzione energetica diminuisce con l'aumentare dell'energia.

## 3.2 Light Yield

Si è proceduto poi all'analisi del light yield dei vari cristalli. Con la strumentazione in dotazione non è stato possibile calcolare il light yield assoluto di ciascun cristallo, ma è stato possibile stimare quello relativo. Il light yield relativo rappresenta il fattore di proporzionalità tra il numero di fotoni emessi per unità di due cristalli scintillatori. Per ricavarlo si studia il seguente rapporto:

$$LY_{rel} = \frac{\mu_i}{\mu_j}$$

dove  $\mu_i$  e  $\mu_j$  rappresentano la posizione, in ADC channels, dello stesso picco ricavato con due cristalli diversi. Si è deciso di utilizzare come errore sul valore medio del picco la sua varianza. Si è proceduto a propagare l'errore sul rapporto (3.2) così da ricavare l'incertezza del light yield relativo. Il  $LY_{rel}$  è stato ricavato utilizzando entrambe le sorgenti radioattive. Si è studiato il picco ad E = 511keV per  $^{22}\text{Na}$  e il picco a E = 122keV per il  $^{57}\text{Co}$ . Dei due valori ricavati sperimentalmente si è calcolata la media ponderata che viene riportata in tabella (2)

Cristalli	Valore tabulato	Valore medio	Errore	Compatibilità
$\frac{BGO}{CsI}$	0.16	0.34	0.11	1.73
$\frac{LySO}{BGO}$	3.29	3.71	0.67	0.62
$\frac{LySO}{CsI}$	0.52	0.46	0.20	0.31

Table 2: Light Yield relativo

Dalla tabella è possibile notare che gli errori relativi sono superiori al 30%. Se fissiamo l'accettazione del risultato entro le due sigma di distanza i valori di light yield trovati risultano in accordo con quelli tabulati. Per consultare i valori di  $LY_{rel}$  ricavati per ogni picco si consulti la sezione (7.6) dell'appendice.

### 3.3 Tempo di scintillazione

Concluso lo studio del  $LY_{rel}$  si è passati all'analisi del tempo di scintillazione dei tre cristalli. Per andare a studiare questa quantità si è collegato il fotomoltiplicatore ad un oscilloscopio. Si è proceduto con l'acquisizione di un impulso mediato su un numero elevato di eventi (128 eventi).

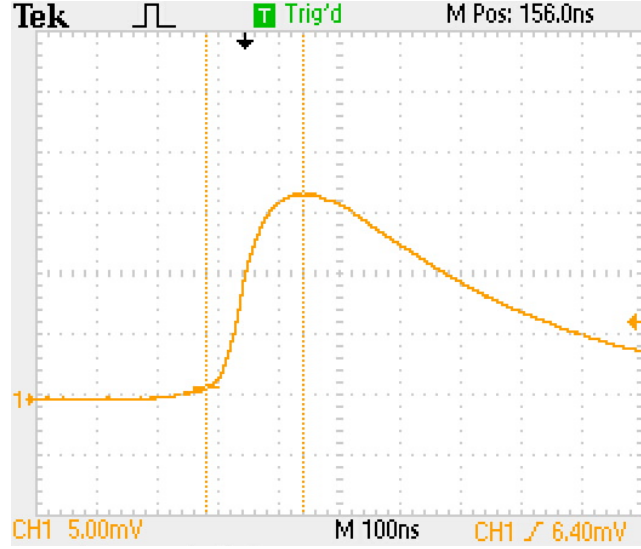


Figure 24: Segnale all'oscilloscopio di cristallo CsI

Al fine di acquisire una buona statistica, si sono utilizzate entrambe le sorgenti di  $^{22}\text{Na}$  e  $^{57}\text{Co}$  accoppiate con i cristalli BGO e CsI. Il cristallo LYSO è stato utilizzato senza sorgente perchè si è sfruttata la sua radioattività intrinseca.

#### 3.3.1 Analisi dati

Dopo aver acquisito i dati dallo strumento, il segnale è stato analizzato separando il tempo di salita da quello di discesa, come mostrato in figura 25. Il tempo di salita è legato alla risposta del sistema elettronico. Il tempo di discesa è legato alla diseccitazione del cristallo scintillatore.

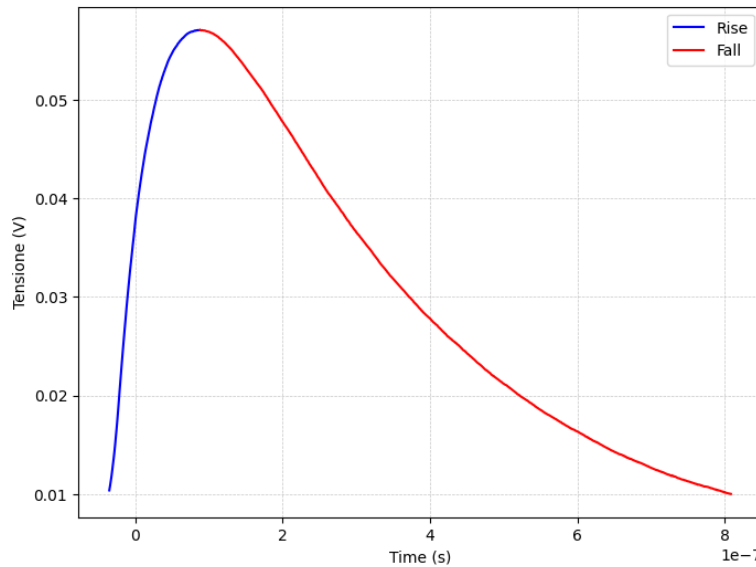


Figure 25: Risposta del sistema a un impulso di  $^{22}\text{Na}$  per il cristallo BGO.

I dati sono stati analizzati utilizzando un fitting esponenziale:

$$y_{rise}(t) = A \cdot (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

$$y_{fall}(t) = A \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

dove  $A$  è l'ampiezza del segnale e  $\tau$  è il tempo caratteristico. I risultati dei fit sono riportati nelle tabelle (11, 12, 13) della sezione 7.7 dell'appendice. La tabella (3) contiene per BGO e CsI i valori ottenuti con il  $^{22}\text{Na}$  e per LYSO quello legato alla sua radiazione intrinseca.

Cristallo	Tempo di salita (ns)	Tempo di discesa (ns)
BGO	$37.22 \pm 0.84$	$543.31 \pm 13.51$
CsI	$81.54 \pm 0.82$	$1083.23 \pm 8.36$
LYSO	$22.61 \pm 0.36$	$154.74 \pm 0.92$

Table 3: Tempi caratteristici con  $^{22}\text{Na}$ .

Osservando la tabella (3) è possibile notare che i vari tempi di salita non sono molto distanti tra di loro. Questa conclusione risulta essere in linea con le aspettative perché il tempo di salita dipende solo dall'elettronica. Per quanto riguarda i tempi di discesa, invece, si notano differenze significative tra i diversi cristalli. I tempi misurati con lo stesso cristallo, ma sorgenti diverse mostrano una certa variabilità. Questo risultato non era previsto in quanto il tempo di discesa dovrebbe essere una proprietà intrinseca del cristallo. Questa variazione è probabilmente dovuta all'oscillazione dell'impulso in fase di acquisizione; questo rende difficile paragonare segnali ad ampiezze simili. Al fine di mitigare questo effetto, si sarebbe potuto utilizzare una media maggiore (1024 eventi). Questa scelta avrebbe permesso di ottenere un impulso medio più stabile, ma ciò non è stato possibile a causa di un difetto nell'apparato di misura. Nonostante ciò, è possibile trarre conclusioni più generali sui cristalli utilizzati. Il cristallo CsI presenta il tempo di rilassamento più lungo, seguito dal BGO, mentre quello del LYSO è significativamente più breve. Questo risultato è qualitativamente conforme con la teoria.

### 3.3.2 Considerazioni sugli errori

Per stimare gli errori associati alle misure, si è collegato nuovamente il SiPM con i cristalli scintillatori ad un oscilloscopio, ed è stata attivata la modalità di persistenza del segnale. In questa modalità, il segnale viene mantenuto sullo schermo del dispositivo per un tempo prolungato, permettendo di osservarne le fluttuazioni. In questo modo, è stato possibile stimare l'errore come la larghezza della "banda" che si andava formando sullo schermo.

Questa procedura è stata effettuata impostando una media bassa (8 eventi), in modo da nascondere le rare, ma presenti, fluttuazioni di ampiezza molto elevate, rendendo comunque osservabile la variabilità del segnale. Grazie a questa procedura, si è misurata una larghezza della banda di circa 15 mV.

Si è ipotizzato che all'interno della regione osservata ogni impulso rilevato fosse distribuito uniformemente. Per questo motivo si è deciso di utilizzare come incertezza la varianza della distribuzione uniforme:  $Errore = \frac{L}{\sqrt{12}}$  dove  $L$  è la larghezza della "banda". In questo modo si è stimato l'errore su ogni impulso come 4.33 mV.



## 4 Attenuazione

Una volta concluso lo studio dei cristalli scintillatori si è passati all'analisi dell'attenuazione dei raggi gamma attraverso vari materiali: aria, plastica e alluminio. I materiali sono stati posti tra la sorgente di raggi gamma e il cristallo scintillatore. Si è studiato l'attenuazione per diversi spessori: 1cm, 2cm, 3cm e 4cm. Ci si aspetta che lo smorzamento sia maggiore per materiali più densi e segua un andamento esponenziale decrescente all'aumentare dello spessore.

La radiazione emessa dalla sorgente è considerabile come isotropa, questo implica che la frequenza degli eventi registrati dal SiPM dipende anche dalla distanza sorgente-rivelatore. All'aumentare della distanza l'angolo solido, per cui i fotoni emessi raggiungono il rivelatore, diminuisce. Per questo motivo la sorgente è stata mantenuta fissa ad una distanza di 5 cm dal rivelatore nelle prese dati con alluminio e plastica. Nell'analisi dell'attenuazione attraverso l'aria non è stato possibile aggiungere spessore del materiale lasciando invariata la distanza. È stato fatto variare lo spazio tra sorgente e rivelatore con conseguente variazione dell'angolo solido. I dati Sono stati presi con le due sorgenti di  $^{22}\text{Na}$  e  $^{57}\text{Co}$  utilizzando i tre cristalli scintillatori a disposizione. Di seguito gli spettri ottenuti.

Attenuazione attraverso la plastica

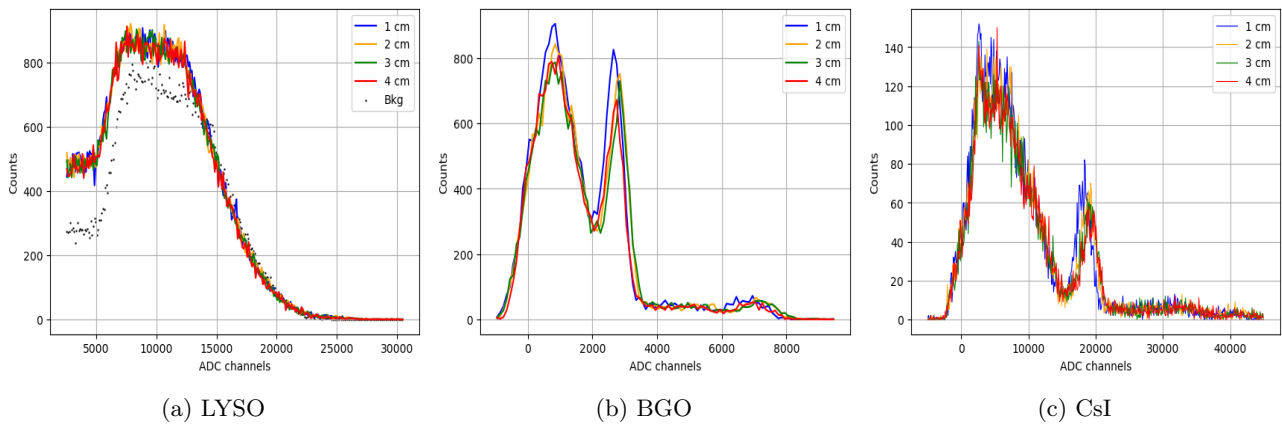


Figure 26: Spettri di  $^{22}\text{Na}$

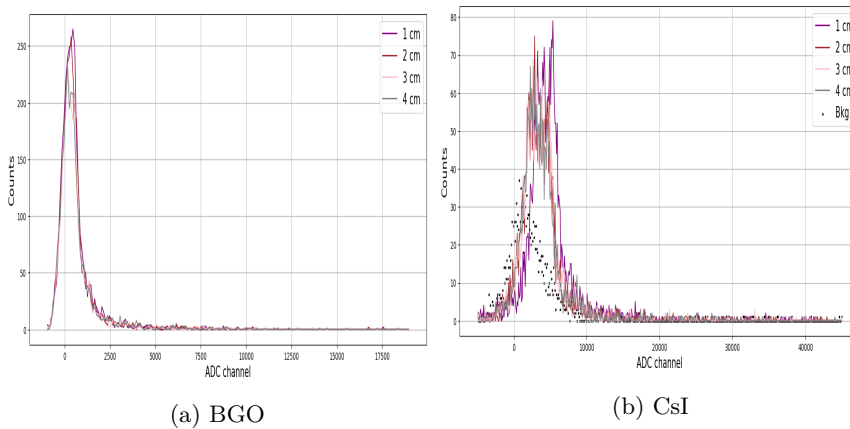


Figure 27: Sorgenti di  $^{57}\text{Co}$

## Attenuazione attraverso l'alluminio

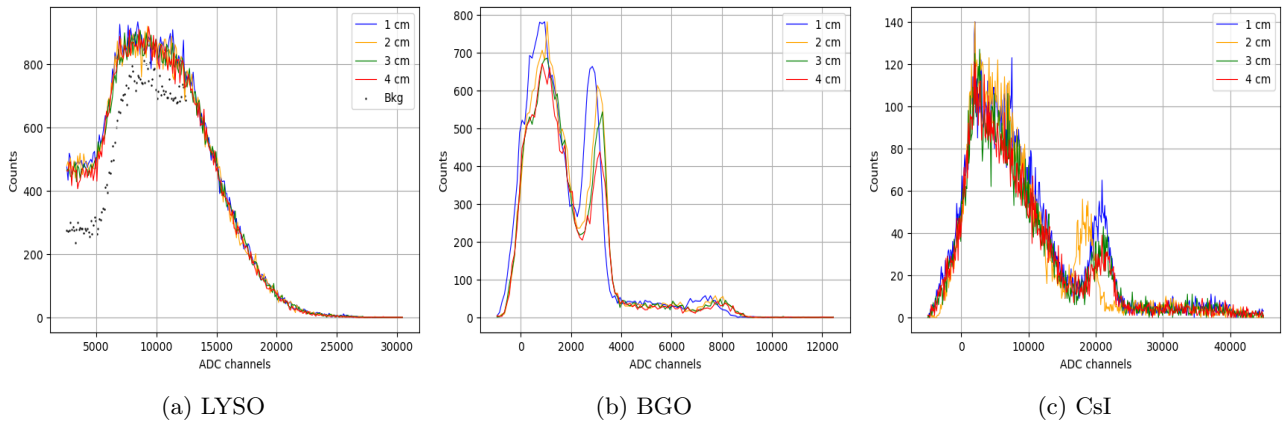


Figure 28: Spettri di  $^{22}\text{Na}$

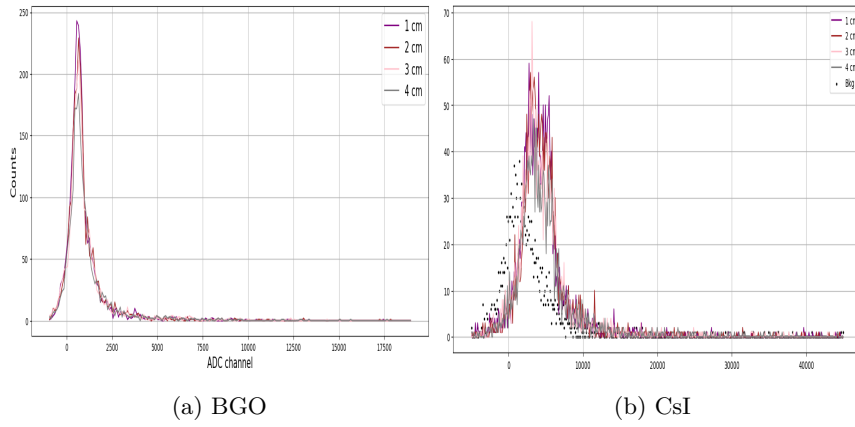


Figure 29: Sorgenti di  $^{57}\text{Co}$

## Attenuazione attraverso l'aria

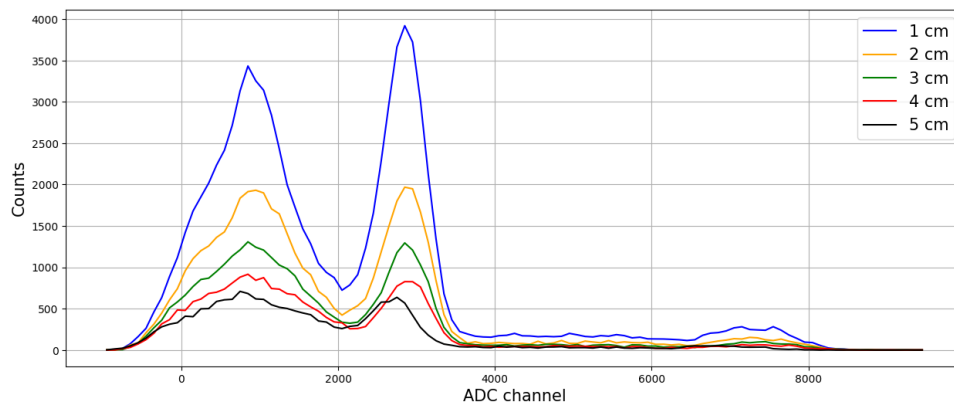


Figure 30: Spettro di  $^{22}\text{Na}$  con BGO

## 4.1 Analisi dati

Come si può notare dalle immagini (28a e 29a), lo spettro ottenuto con cristallo LYSO è totalmente dominato dalla sua radiazione intrinseca. Si è valutato poco rilevante l'utilizzo di questo cristallo per tale studio.

Utilizzando la sorgente di cobalto si è notato che lo spettro ricavato è simile a quello senza sorgente e non si notano differenze evidenti nelle dimensioni del picco. Questo può essere dovuto ad una sorgente caratterizzata da una bassa attività che rende impossibile distinguere il picco della sorgente dal background ambientale.

I picchi relativi al  $^{22}\text{Na}$  e al  $^{57}\text{Co}$  sono stati interpolati con una funzione definita dalla somma di una gaussiana e una polinomiale poiché, come appena detto, il picco è indistinguibile dal rumore di fondo. Nelle sezioni (7.8, 7.9, 7.10) dell'appendice vengono riportati le funzioni interpolate per ogni picco e i valori dei parametri ricavati dai fit.

Si è scelto di utilizzare la varianza della gaussiana come incertezza sulla media  $\mu$  piuttosto dell'errore fornito dal fit. Si è notato che eseguendo più volte la stessa misura nelle medesime condizioni lo spettro ricavato subiva delle traslazioni lungo l'asse degli ADC channel compatibili con la varianza della gaussiana.

Per ricavare il parametro di attenuazione si utilizza la seguente relazione:

$$f = f_0 e^{-\mu x}$$

dove  $f$  è il numero di conteggi,  $f_0$  è il parametro di scala che considera anche l'angolo solido e  $\mu$  il coefficiente di attenuazione.

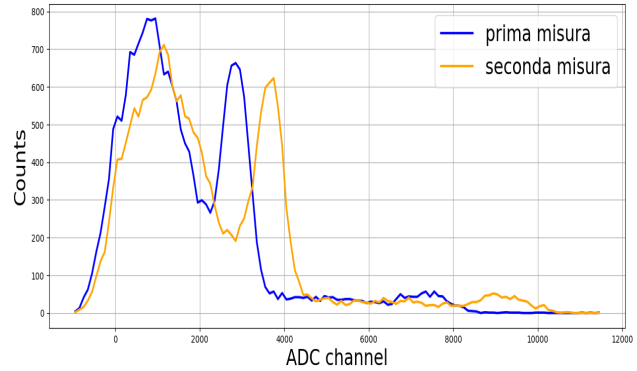


Figure 31: BGO con  $^{22}\text{Na}$  attenuato dall'alluminio

I conteggi si ricavano calcolando l'area sottesa dal picco che si è deciso di calcolare utilizzando la formula:  $A = \sigma S$  dove  $S$  è il valore massimo del picco e  $\sigma$  la sua deviazione standard. Questa formula approssima l'area sottesa dal picco a quella di un rettangolo. Le seguenti sezioni riportano l'analisi dei coefficienti di attenuazione relativi alla plastica, all'alluminio e all'aria. I valori tabulati che verranno utilizzati per i confronti stati ricavati dal sito del NIST.

Il materiale plastico è il polimetilmetacrilato (PMMA) che ha una densità di  $\rho = 1.18 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$  mentre l'alluminio ha una densità di  $\rho = 2.7 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ . Le densità sono utilizzate per convertire il coefficiente del NIST da  $\frac{\text{cm}^2}{\text{g}}$  in  $\frac{1}{\text{cm}}$ .

### 4.1.1 Plastica

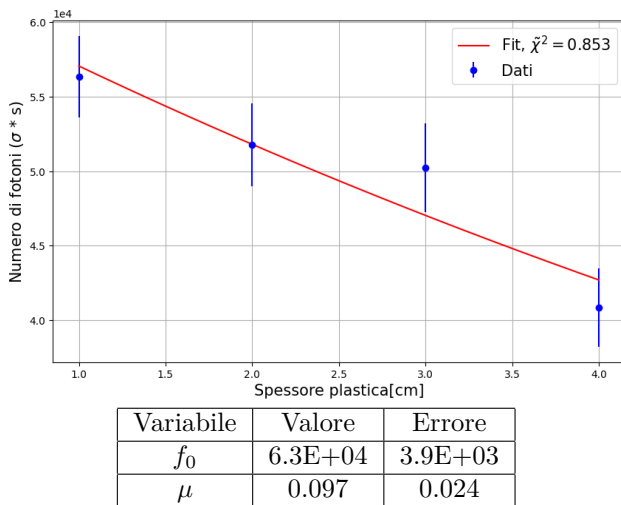


Figure 32: Attenuazione con plastica della sorgente di sodio

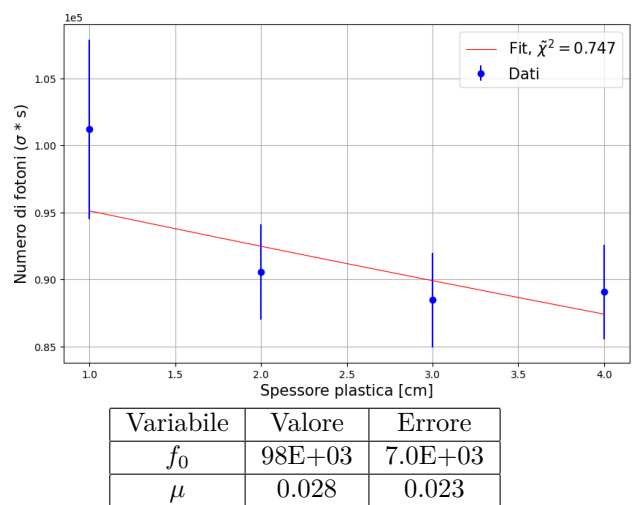


Figure 33: Attenuazione con plastica della sorgente di cobalto

Figure 34: Scintillatore CsI

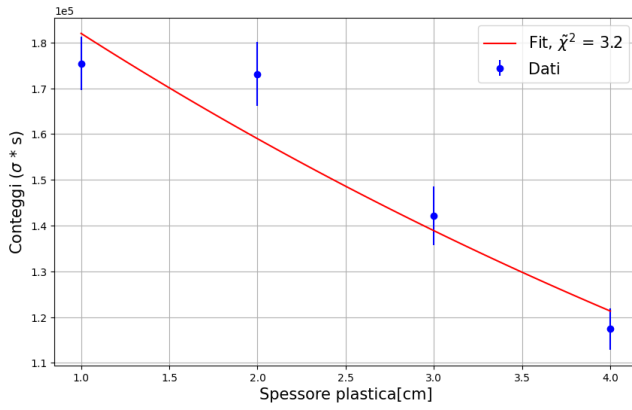


Figure 35: Attenuazione con plastica della sorgente di sodio

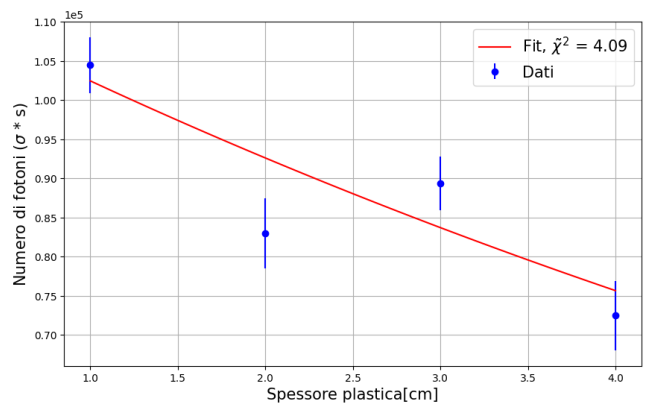


Figure 36: Attenuazione con plastica della sorgente di cobalto

Figure 37: Scintillatore BGO

Come si può notare dalle tabelle soprantanti, a seconda della sorgente utilizzata il coefficiente di assorbimento cambia. A seconda dell'energia del picco il coefficiente varia.

Si ricava che il valore medio del coefficiente di attenuazione della plastica calcolato al picco del  $^{57}\text{Co}$  ( $E = 122$  keV) è di  $\mu_{medio} = (0.070 \pm 0.15) \text{cm}^{-1}$  risulta incompatibile con il valore tabulato di  $\mu = 0.193$ .

Invece il valor medio del coefficiente di attenuazione della plastica calcolato al picco del  $^{22}\text{Na}$  ( $E = 511$  keV) vale  $\mu_{medio} = (0.123 \pm 0.013) \text{cm}^{-1}$  risulta essere compatibile con il valore tabulato di  $\mu = 0.111 \text{cm}^{-1}$ .

#### 4.1.2 Alluminio

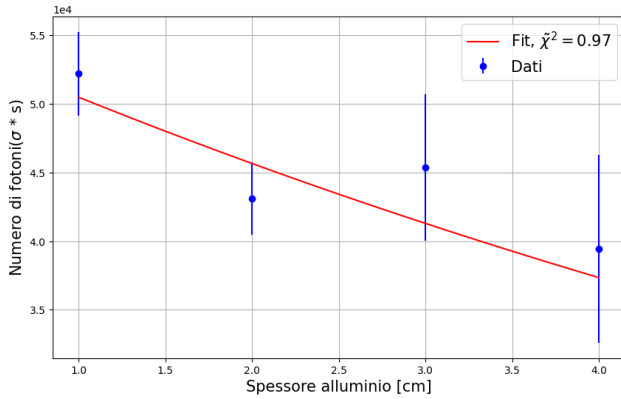


Figure 38: Attenuazione con alluminio della sorgente di sodio

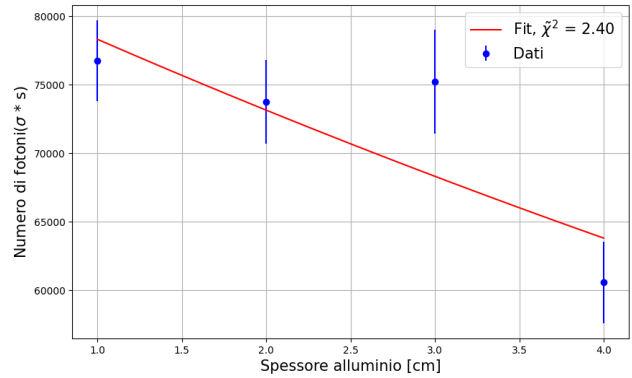


Figure 39: Attenuazione con alluminio della sorgente di cobalto

Figure 40: Scintillatore CsI

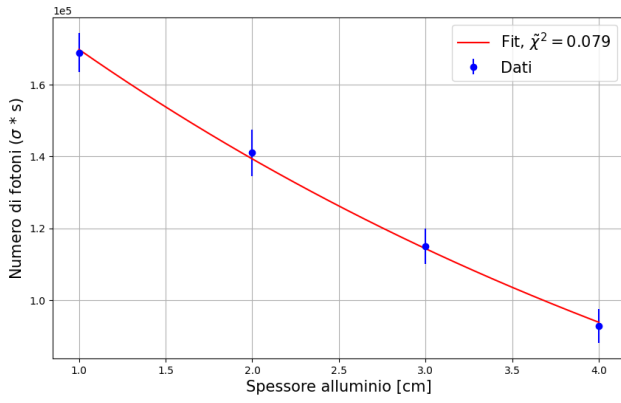


Figure 41: Attenuazione con alluminio della sorgente di sodio

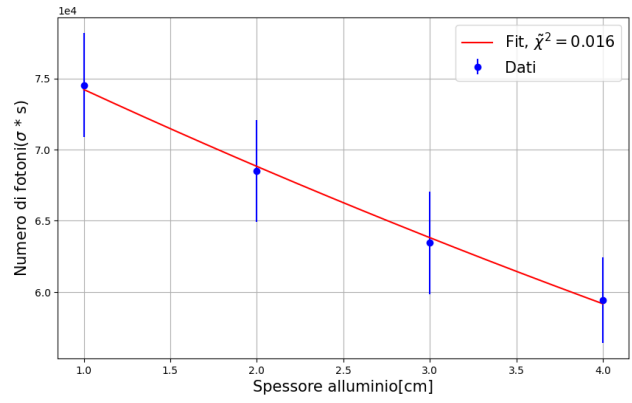


Figure 42: Attenuazione con alluminio della sorgente di cobalto

Figure 43: Scintillatore BGO

Dalle misure effettuate si ricava che il valore medio del coefficiente di attenuazione dell'alluminio calcolato al picco del  $^{57}\text{Co}$  ( $E = 122 \text{ keV}$ ) è di  $\mu_{medio} = (0.084 \pm 0.023) \text{ cm}^{-1}$ . Il dato appena calcolato risulta incompatibile con il valore tabulato di  $\mu = 0.460$ .

Invece il valor medio del coefficiente di attenuazione dell'alluminio calcolato al picco del  $^{22}\text{Na}$  ( $E = 511 \text{ keV}$ ) vale  $\mu_{medio} = (0.187 \pm 0.017) \text{ cm}^{-1}$ . Questo risultato si trova a più di due deviazioni standard dal valore tabulato di  $\mu = 0.228 \text{ cm}^{-1}$  rendendolo così incompatibile.

#### 4.1.3 Aria

Come detto in precedenza, non è stato possibile mantenere la distanza rivelatore-sorgente costante nella valutazione del coefficiente di attenuazione dell'aria. Questa condizione ha portato all'utilizzo della funzione

$$f = \frac{a}{(b+x)^2} * e^{-\mu * x}$$

per svolgere l'interpolazione. Il primo fattore contiene sia la dipendenza dall'angolo solido che il fattore di scala. Il secondo fattore rappresenta l'attenuazione dovuta all'aria. Si noti che l'aggiunta del parametro "b" è dovuta al cristallo scintillatore in quanto si vuole tenere conto della sua distanza con il SiPM.

In questa sezione è stato deciso di utilizzare solo la sorgente di  $^{22}\text{Na}$ , per la sua intensa attività, e il cristallo BGO, per la sua risoluzione energetica.

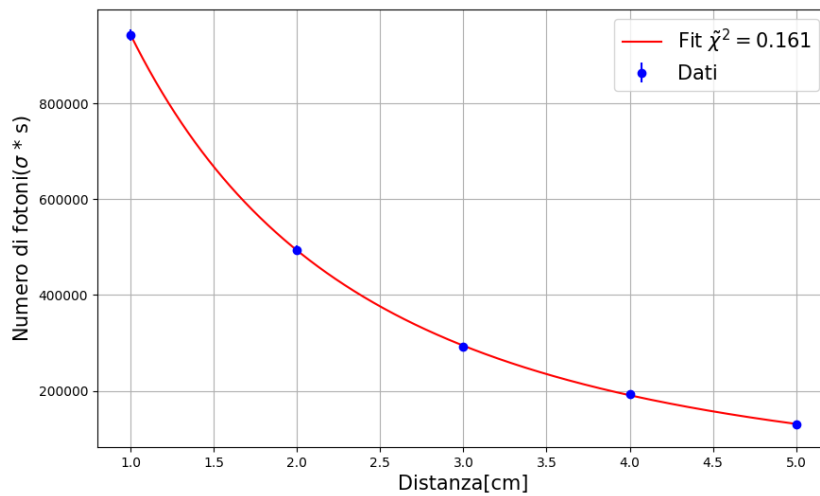


Figure 44: Scintillatore BGO

Variabile	Valore	Errore
a	8.8E+06	1.9E+06
b	1.96	0.28
$\mu$	0.065	0.032

Come mostrato dalla tabella, il coefficiente di attenuazione dell'aria risulta essere il più piccolo di tutti. É possibile ricavare una stima del parametro tabulato imponendo la seguente ipotesi: l'aria è composta da due gas, azoto (79%) e ossigeno (21%). Alla temperatura di 20°C e alla pressione di 1 atm è possibile stimare la densità dell'aria al valore di 0,0012 g/cm<sup>3</sup>.

Conoscendo i due coefficienti di attenuazione è possibile ricavare quello dell'aria tramite la loro media pesata. Il peso dei due coefficienti corrisponde alla rispettiva abbondanza. Ottenendo i coefficienti di ossigeno e azoto dal sito del NIST si ricava che l'aria ha un coefficiente di attenuazione pari a  $1.04E - 04 \text{ cm}^{-1}$ .

Il valore ricavato risulta due ordini di grandezza inferiore a quello trovato sperimentalmente. Il disaccordo tra le misure e la stima teorica può essere dovuto a diversi fattori, quello considerato più importante è la presenza del tappo del SiPM. Durante la presa dati non si è tenuto conto del tappo in plastica che sigilla il cristallo scintillatore e il SiPM. La copertura ha una densità e un coefficiente di attenuazione maggiori dell'aria. Un possibile ulteriore fattore è la dipendenza della densità dell'aria dalla percentuale di umidità e dalla temperatura. Essendo comparsa questa criticità sui dati sperimentali, si è deciso di effettuare ulteriori misurazioni riguardanti il coefficiente di attenuazione dell'aria. In questo caso il SiPM e il cristallo sono scoperti. Di seguito sono riportati gli spettri con e senza tappo.

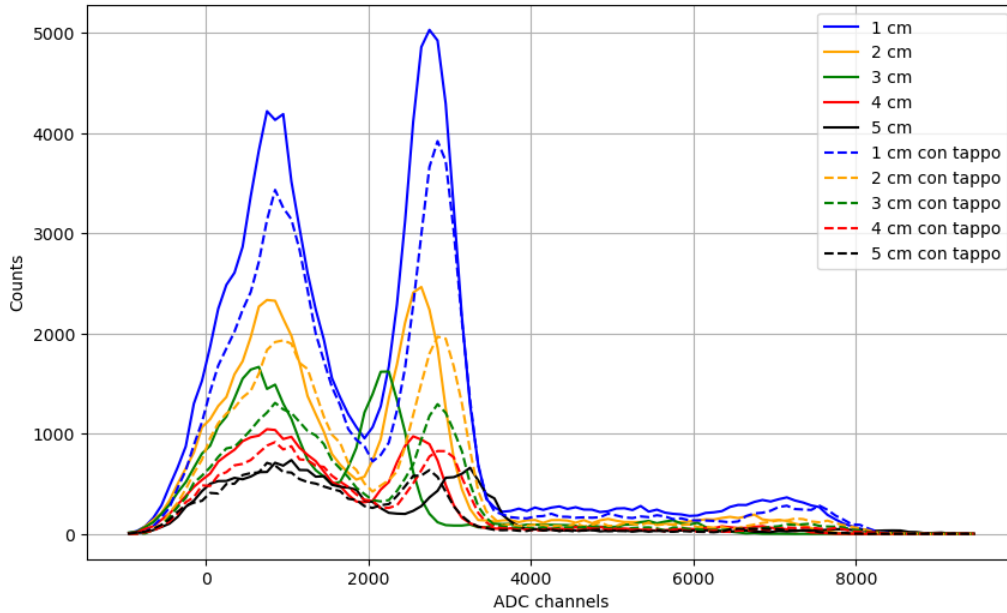
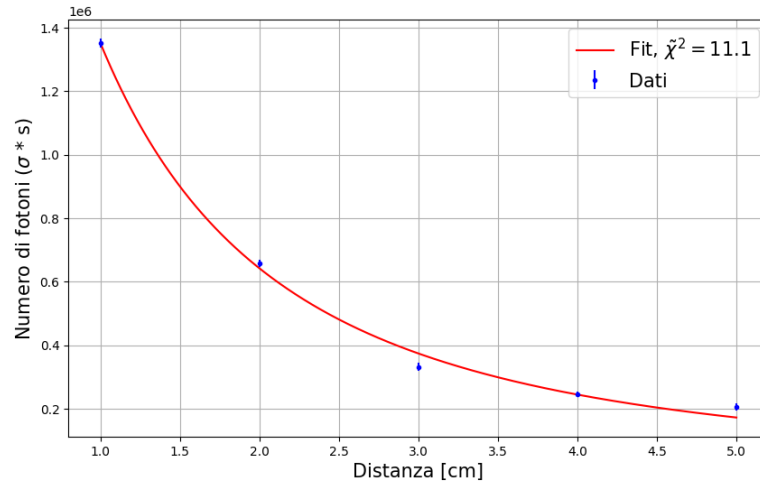


Figure 45: Spettro sodio a diverse distanze con e senza tappo del SiPM

Confrontando le aree del medesimo picco alla stessa distanza, tabella (14) in appendice, si può evincere che le misure senza tappo sono mediamente 1.36 volte maggiori di quelle con il tappo. Si è verificato che il tappo influisce sulle misurazioni. Verificata questa ipotesi si è proceduto a interpolare la funzione 4.1.3 per il set di dati ricavato senza la copertura.



Variabile	Valore	Errore
a	6.65E+06	0.23E+06
b	1.22	0.04
$\mu$	1.0E-07	73E-07

Table 4: Parametri del fit in assenza del tappo

Dall'interpolazione si ricava un valore di  $\mu$  inferiore di cinque ordini di grandezza rispetto al valore trovato precedentemente. In questo caso il coefficiente di attenuazione è molto inferiore rispetto a quello stimato attraverso le tabelle NIST. Si consideri che il fit prodotto non risulta avere una bontà ottimale, come dimostrato dal valore del  $\chi^2$  pari a 11.1. In conclusione si può affermare che non è stato possibile trovare il valore esatto del coefficiente di attenuazione dell'aria, ma si è potuto mettere un limite superiore pari a  $(0.065 \pm 0.032) \text{ cm}^{-1}$ . Nonostante la poca compatibilità dei risultati sperimentali con i valori tabulati, è stato possibile verificare che l'alluminio ha il coefficiente di attenuazione maggiore rispetto agli altri materiali. L'aria ha il coefficiente più basso rispetto agli altri due.

## 5 Misura di spettro dei $\mu$ cosmici

Nell'ultima sezione dell'esperimento ci si è concentrati sullo studio dei raggi cosmici. Nel dettaglio ci si è occupati dello studio dello spettro dei muoni cosmici a livello del suolo. I raggi cosmici sono composti principalmente da protoni e particelle  $\alpha$ . Questo studio non può avvenire in maniera diretta, in quanto l'interazione dei raggi cosmici con l'atmosfera fa sì che si formino  $\pi^\pm$  e  $\pi^0$ . I pioni sono particelle instabili che decadono secondo i seguenti canali:

$$1) \pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu \qquad 2) \pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu \qquad 3) \pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma \quad (6)$$

Lo studio dei raggi cosmici avviene solo tramite l'analisi dei muoni derivanti dal decadimento dei  $\pi^\pm$ . Non è possibile far uso del decadimento del  $\pi^0$  in quanto la formazione dei pioni avviene a circa 20km dalla superficie terrestre; questa distanza fa sì che i fotoni emessi non arrivino al suolo, rendendo dunque impossibile il loro studio.

### 5.0.1 Configurazione

In questa ultima parte dell'esperimento abbiamo utilizzato una configurazione diversa rispetto alle sezioni precedenti. Si è fatto uso del terzo SiPM, modello S13360 - 6050PE di Hamamatsu, accoppiato con un cristallo plastico. Lo scintillatore ha una superficie più estesa dei tre utilizzati in precedenza, questo rende più efficace la rivelazione delle particelle. A differenza della sezione precedente, i segnali, dovuti ai muoni rivelati, non sono molto intensi e per ciò risulta comodo utilizzare l'unità PSAU sia come trigger che come amplificatore. Infine, analogamente alle altre sezioni, il segnale processato e l'impulso di trigger vengono inviati al digitizer per la digitalizzazione.

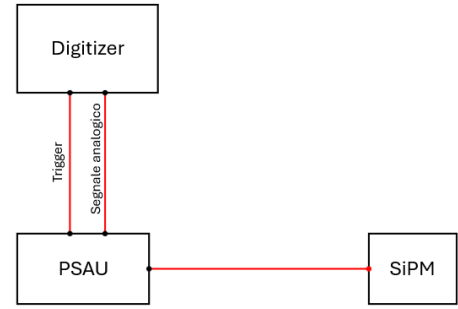


Figure 46: Configurazione apparato

### 5.1 Individuazione del segnale sul rumore

Il flusso di muoni atteso è relativamente basso rispetto al rumore intrinseco del dispositivo. La prima parte dell'esperimento consiste nello stabilire una tensione di soglia in grado di tagliare la maggior parte del rumore elettronico e catturare quanti più segnali possibili dovuti ai raggi cosmici.

Per rimuovere il rumore è stata acquisita la frequenza dei segnali rivelati in funzione della soglia applicata, in maniera simile a quanto fatto nella sezione 2.1. Queste misure sono state ripetute due volte: la prima presa dati è stata eseguita senza posizionare lo scintillatore plastico, in modo da misurare unicamente il DCR. Per la seconda acquisizione, invece, ci si è serviti del cristallo per ottenere la sensibilità alla radiazione desiderata.

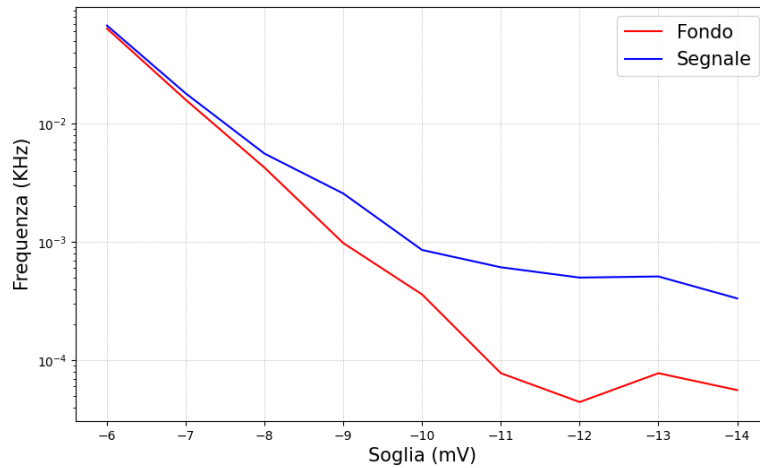


Figure 47: Confronto tra segnale rilevato con e senza scintillatore plastico



Osservando il grafico 47, si nota come oltre il valore di tensione di soglia di 10 mV, la frequenza degli eventi di fondo si aggira intorno ai  $10^{-1}$  Hz. Oltre a questo valore di soglia il rumore rimane pressoché costante. Analizzando la frequenza di eventi rivelati con il cristallo si può notare che oltre alla soglia di 10mV rimane costante. Questa frequenza risulta essere maggiore di un ordine di grandezza rispetto a quella di eventi di buio. Da queste considerazioni, si è scelto di impostare il valore della tensione di soglia a 13 mV.

## 5.2 Acquisizione dello spettro

Dopo aver determinato quale fosse il regime ottimale per le misure, si è proceduto a ricavare i dati per lo spettro. L'acquisizione effettuata è durata un'ora e i dati ottenuti sono riportati in figura 49.

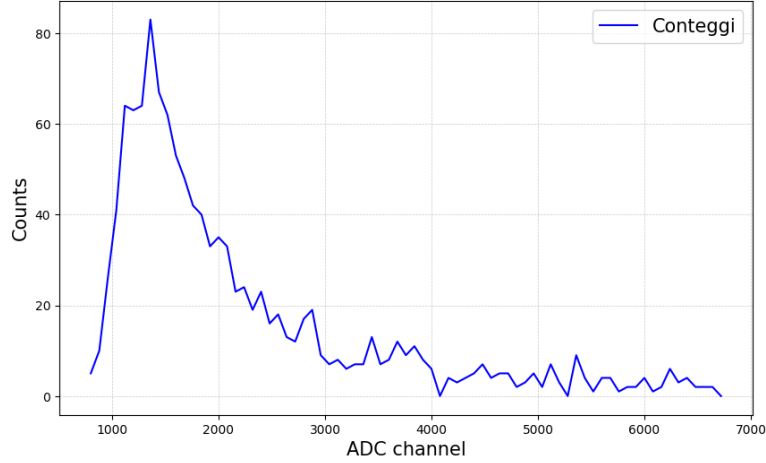


Figure 48: Spettro dei  $\mu$  cosmici

I muoni prodotti ad alta quota nell'atmosfera, si propagano attraverso l'aria cedendo gradualmente energia alle molecole che incontrano. Per particelle cariche, la perdita di energia nella materia è descritta dalla legge di Bethe-Bloch:

$$-\frac{dE}{dx} = 4\pi N_e r_e^2 m_e c^2 \frac{z^2}{\beta^2} \left( \ln \frac{2m_e c^2 \beta^2 \gamma^2}{I} - \beta^2 - \frac{\delta(\gamma)}{2} \right) \quad (7)$$

Questa equazione può essere approssimata dalla distribuzione di Landau

$$f(\lambda) = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \exp[-t \ln t - t \lambda] \quad (8)$$

A partire dai dati raccolti, si è provato ad eseguire un fit utilizzando questa funzione. Gli errori sono stati assegnati mediante la radice quadrata del valore stesso. Alle misure con un conteggio minore di 20, è stato assegnato come errore  $\sqrt{20}$ , come soglia inferiore. Il risultato del fit è riportato in figura 49. Si può notare una buona concordanza tra i risultati sperimentali e il modello proposto. Per valori di ADC channel (e dunque di energia) elevati, ci si accorge di uno scostamento della teoria, in quanto le misure sono costantemente al di sopra di quanto previsto dal modello. Questo è probabilmente dovuto alle numerose fonti di radioattività ambientale che popolano anche i canali meno probabili secondo la distribuzione.

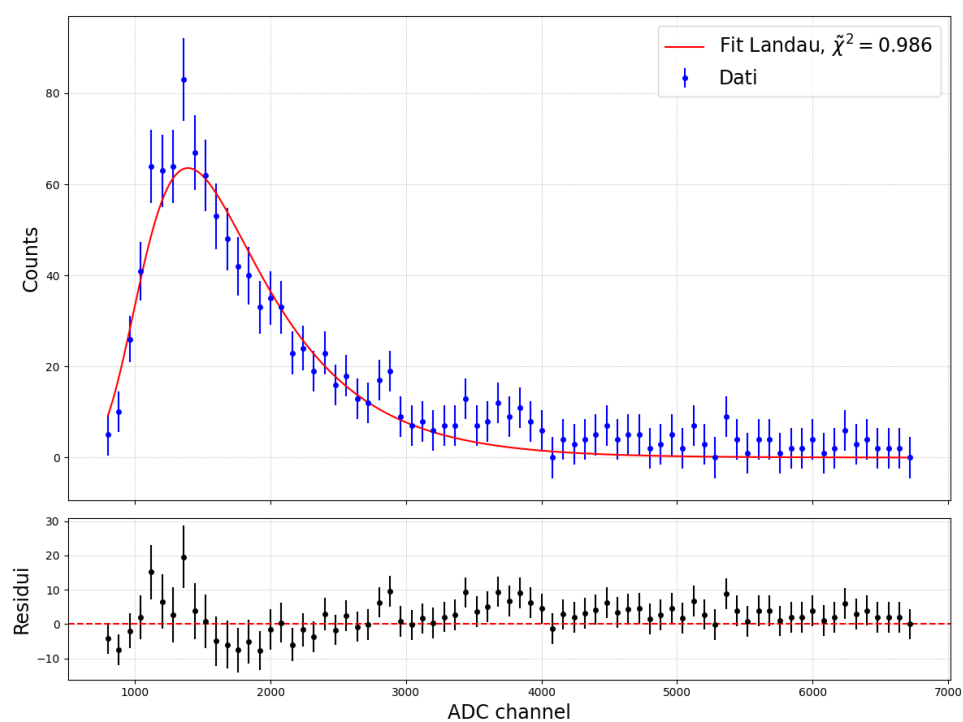


Figure 49: Fit dei dati mediante distribuzione di Landau 8

## 6 Sitografia

- Tabelle attenuazione azoto
- Tabelle attenuazione ossigeno
- Tabelle attenuazione alluminio
- Tabella attenuazione PMMA
- Link alla repository dell'esperimento
- Perdita di energia dei  $\mu$  nella materia

## 7 Appendice

### 7.1 Cross-talk ottico

Overvoltage [V]	Cross-talk (%)	Errore
2	0.577	0.020
2.5	1.206	0.042
3	1.857	0.057
3.5	3.221	0.112

Table 5: Cross-talk ottico in funzione di  $V_{Bias}$

### 7.2 Gain in funzione di $V_{Bias}$

Tensione (V)	Distanza media (canali)	Errore (canali)
53.0	31.65	5.01
53.5	45.57	4.89
54.0	91.07	5.21
54.5	100.91	5.77
55.0	156.69	6.77
55.5	181.14	7.22
56.0	204.62	8.23
56.5	228.11	9.08

Table 6: Distanze medie tra i picchi e relativi errori per le diverse tensioni di polarizzazione.

### 7.3 Fit BGO

Variabile	Valore	Errore
$\mu$	3.2 E+03	1.7
$\sigma$	2.9 E+02	2.0
S	7.3 E+03	4.5 E+01
a	7.0 E+03	2.3 E+02
b	-3.3	1.5 E-01
c	4.1 E-04	2.3 E-05
$\chi^2$ ridotto	8.4	

(a) Primo picco con funzione:

$$S * e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2*\sigma^2}} + a + b * x + c * x^2$$

Variabile	Valore	Errore
$\mu$	4.2 E+02	5.9
$\sigma$	1.8 E+02	1.0 E+01
S	1.4 E+03	8.1 E+01
a	3.9 E+02	3.8 E+01
b	6.8 E-02	1.6 E-01
c	-1.5 E-03	1.8 E-04
d	1.2 E-06	3.1 E-07
$\chi^2$ ridotto	2.1	

(c) Cobalto con funzione:  $S * e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2*\sigma^2}} + a + b * x + c * x^2 + d * x^3$

Variabile	Valore	Errore
$\mu$	8.1 E+03	1.7
$\sigma$	4.4 E+02	2.0
S	4.6 E+02	1.1 E+01
a	9.2 E+02	5.1 E+01
b	-9.7 E-02	5.4 E-03
$\chi^2$ ridotto	2.4	

(b) Secondo picco con funzione:

$$S * e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2*\sigma^2}} + a + b * x$$

Table 7: Risultati interpolazioni sezione 3

### 7.4 Fit LYSO

Variabile	Valore	Errore
$\mu$	1.0 E+04	1.7 E+01
$\sigma$	1.4 E+03	2.3 E+01
S	3.3 E+03	3.9 E+01
a	3.7 E+03	7.2 E+01
b	-2.7 E-01	7.8 E-03
$\chi^2$ ridotto	3.6	

(a) Primo picco sodio con funzione:  $S * e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2*\sigma^2}} + a + b * x$

Variabile	Valore	Errore
$\mu$	2.5 E+03	4.8
$\sigma$	4.2 E+02	4.9
S	3.0 E+03	3.1 E+01
$\chi^2$ ridotto	1.1	

(b) Cobalto con funzione:  $S * e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2*\sigma^2}}$

Table 8: Risultati interpolazioni sezione 3

## 7.5 Fit CsI

Variabile	Valore	Errore
$\mu$	2.4 E+04	2.1 E+01
$\sigma$	1.7 E+03	2.0 E+01
S	1.8 E+02	2.8
$\chi^2$ ridotto	2.4	

(a) primo picco sodio con funzione:  $S * e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2*\sigma^2}}$

Variabile	Valore	Errore
$\mu$	5.3 E+03	8.2
$\sigma$	5.0 E+02	8.0
S	5.5 E+02	9.5
a	1.1 E+03	6.3
b	-3.1 E-01	1.2 E-03
c	2.9 E-05	1.5 E-07
d	-8.0 E-10	1.5 E-11
$\chi^2$ ridotto	1.0	

(b) Cobalto con funzione:

$$S * e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2*\sigma^2}} + a + b * x + c * x^2 + d * x^3$$

Table 9: Risultati interpolazioni sezione 3

## 7.6 Confronto light yield

	122 keV cobalto		511 keV sodio	
Cristalli	Valore sperimentale	Errore	Valore sperimentale	Errore
$\frac{BGO}{CsI}$	0.136	0.016	0.079	0.035
$\frac{LySO}{CsI}$	3.250	0.536	6.093	2.803
$\frac{BGO}{LySO}$	0.442	0.068	0.482	0.092

Table 10: Ligth yield relativi tra cristalli

## 7.7 Tempi di scintillazione

Tempo di salita (Na)	Tempo di discesa (Co)	
BGO	$37.22 \pm 0.84$	$543.31 \pm 13.51$
CsI	$81.54 \pm 0.82$	$1083.23 \pm 8.36$

Table 11: Tempi caratteristici con  $^{22}\text{Na}$ .

Cristallo	Tempo di salita (ns)	Tempo di discesa (ns)
BGO	$42.02 \pm 0.80$	$436.95 \pm 5.36$
CsI	$76.91 \pm 0.69$	$1022.78 \pm 6.80$

Table 12: Tempi caratteristici con  $^{57}\text{Co}$ .

Cristallo	Tempo di salita (ns)	Tempo di discesa (ns)
LySO	$22.61 \pm 0.36$	$154.74 \pm 0.92$

Table 13: Tempi caratteristici per il cristallo LySO.

## 7.8 Attenuazione attraverso la plastica

### 7.8.1 BGO

Dati relativi a  $^{22}\text{Na}$

Primo picco interpolato con la funzione:  $S * e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2*\sigma^2}} + a + b * x + c * x^2$

Variabile	Valore	Errore
$\mu$	2687	6
$\sigma$	253	6
S	693	16
a	1240	70
b	-0.65	0.05
c	87 E-06	9 E-06
Area picco	175.45E+03	5.85E+03
$\chi^2$ ridotto	1.6	

Figure 50: Dati dell'interpolazione per 1cm

Variabile	Valore	Errore
$\mu$	2823	7
$\sigma$	269	8
S	693	16
a	1340	17
b	-0.72	0.09
c	1.00 E-04	0.15 E-04
Area picco	173.14E+03	6.95E+03
$\chi^2$ ridotto	1.3	

Figure 51: Dati dell'interpolazione per 2cm

Variabile	Valore	Errore
$\mu$	2853	9
$\sigma$	259	9
S	549	15
a	1020	120
b	-0.48	0.06
c	59 E-06	9 E-06
Area picco	142.20E+03	6.395E+03
$\chi^2$ ridotto	1.7	

Figure 52: Dati dell'interpolazione per 3cm

Variabile	Valore	Errore
$\mu$	2718	7
$\sigma$	237	6
S	496	14
a	961	24
b	-0.429	0.013
c	49.2 E-06	1.7 E-06
Area picco	117.45E+03	4.53E+03
$\chi^2$ ridotto	1.7	

Figure 53: Dati dell'interpolazione per 4cm

Dati relativi a  $^{57}\text{Co}$

Picco interpolato con la funzione:  $S * e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2*\sigma^2}} + a + b * x$

Variabile	Valore	Errore
$\mu$	285	9
$\sigma$	411	9
S	254	6
a	3.0	1.2
b	5.0 E-03	0.6 E-03
Area picco	104.47E+03	3.57E+03
$\chi^2$ ridotto	2.5	

Figure 54: Dati dell'interpolazione per 1cm

Variabile	Valore	Errore
$\mu$	263	14
$\sigma$	357	15
S	233	8
a	19	6
b	0.010	0.004
Area picco	83.01E+03	4.48E+03
$\chi^2$ ridotto	1.1	

Figure 55: Dati dell'interpolazione per 2cm

Variabile	Valore	Errore
$\mu$	278	10
$\sigma$	423	11
S	211	6
a	1.0	1.1
b	3.3 E-3	0.5 E-3
Area picco	89.38E+03	3.42E+03
$\chi^2$ ridotto	3.6	

Figure 56: Dati dell'interpolazione per 3cm

Variabile	Valore	Errore
$\mu$	263	12
$\sigma$	377	18
S	192	7
a	27	6
b	-7.5 E-3	2.7 E-3
Area picco	72.50E+03	4.43E+03
$\chi^2$ ridotto	1.8	

Figure 57: Dati dell'interpolazione per 4cm

## 7.8.2 CsI

Dati relativi a  $^{22}\text{Na}$

Primo picco interpolato con la funzione:  $S * e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2*\sigma^2}} + a + b * x$

Variabile	Valore	Errore
$\mu$	1.823 E+04	0.004 E+04
$\sigma$	966	31
S	58.3	2.2
a	33.6	2.6
b	-1.28 E-03	0.12 E-03
Area picco	56.32E+03	2.75E+03
$\chi^2$ ridotto	1.2	

Figure 58: Dati dell'interpolazione per 1cm

Variabile	Valore	Errore
$\mu$	1.890 E+04	0.004 E+04
$\sigma$	942	35
S	54.9	2.1
a	30	4
b	-1.15 E-03	0.19 E-03
Area picco	51.76E+03	2.77E+03
$\chi^2$ ridotto	1.0	

Figure 59: Dati dell'interpolazione per 2cm

Variabile	Valore	Errore
$\mu$	1.916 E+04	0.005 E+04
$\sigma$	1060	50
S	47.3	1.9
a	34	4
b	-1.35 E-03	0.19 E-03
Area picco	50.22E+03	2.97E+03
$\chi^2$ ridotto	0.9	

Figure 60: Dati dell'interpolazione per 3cm

Variabile	Valore	Errore
$\mu$	1.927 E+04	0.005 E+04
$\sigma$	1000	50
S	41.0	1.9
a	40	4
b	-1.55 E-03	0.18 E-03
Area picco	40.87E+03	2.63E+03
$\chi^2$ ridotto	1.1	

Figure 61: Dati dell'interpolazione per 4cm

Dati relativi a  $^{57}\text{Co}$

Picco interpolato con la funzione:  $S * e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2*\sigma^2}} + a$  ( Spessore di 1cm)

Picco interpolato con la funzione:  $S * e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2*\sigma^2}} + a + b * x$  ( Spessore di 2cm, 3cm, 4cm)

Variabile	Valore	Errore
$\mu$	3820	50
$\sigma$	1690	40
S	45.45	1.3
a	1.80	0.32
b	0.13 E-03	0.06 E-03
Area picco	101.20E+03	6.71E+03
$\chi^2$ ridotto	0.4	

Figure 62: Dati dell'interpolazione per 1cm

Variabile	Valore	Errore
$\mu$	3200	50
$\sigma$	1640	50
S	55.1	1.5
a	24.	0.8
b	-0.03 E-03	0.11 E-03
Area picco	90.59E+03	3.55E+03
$\chi^2$ ridotto	1.6	

Figure 63: Dati dell'interpolazione per 2cm

Variabile	Valore	Errore
$\mu$	3260	50
$\sigma$	1650	50
S	53.6	1.5
a	1.8	0.8
b	0.01 E-3	0.10 E-03
Area picco	88.47E+03	3.52E+03
$\chi^2$ ridotto	1.7	

Figure 64: Dati dell'interpolazione per 3cm

Variabile	Valore	Errore
$\mu$	3060	50
$\sigma$	1640	50
S	54.5	1.5
a	1.2	0.7
b	0.27 E-3	0.10 E-03
Area picco	89.08E+03	3.52E+03
$\chi^2$ ridotto	1.1	

Figure 65: Dati dell'interpolazione per 4cm

## 7.9 Attenuazione attraverso l'alluminio

### 7.9.1 BGO

Dati relativi a  $^{22}\text{Na}$

Primo picco interpolato con la funzione:  $S * e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2*\sigma^2}} + a + b * x + c * x^2 + d * x^3$

Variabile	Valore	Errore
$\mu$	2864	7
$\sigma$	285	7
S	593	14
a	1879	15
b	-1.293	0.005
c	302.1 E-06	1.1 E-06
d	-23.43 E-09	0.18 E-09
Area picco	168.97E+03	4.17E+03
$\chi^2$ ridotto	1.0	

Figure 66: Dati dell'interpolazione per 1cm

Variabile	Valore	Errore
$\mu$	3111	7
$\sigma$	268	9
S	526	15
a	1570	300
b	-0.97	0.27
c	0.20 E-03	0.08 E-03
d	-14 E-09	7 E-09
Area picco	141.03E+03	4.24E+03
$\chi^2$ ridotto	1.5	

Figure 67: Dati dell'interpolazione per 2cm

Variabile	Valore	Errore
$\mu$	3193	8
$\sigma$	254	8
S	452	13
a	1410	180
b	-0.84	0.15
c	0.17 E-03	0.04 E-03
d	-11.4 E-09	3.2 E-09
Area picco	114.99E+03	3.39E+03
$\chi^2$ ridotto	1.6	

Figure 68: Dati dell'interpolazione per 3cm

Variabile	Valore	Errore
$\mu$	3141	9
$\sigma$	268	10
S	346	12
a	1190	160
b	-0.68	0.13
c	0.131 E-03	0.034 E-03
d	-8.5 E-09	2.9 E-09
Area picco	92.78E+03	3.24E+03
$\chi^2$ ridotto	1.3	

Figure 69: Dati dell'interpolazione per 4cm

Dati relativi a  $^{57}\text{Co}$

Picco interpolato con la funzione:  $S * e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2*\sigma^2}} + a + b * x$

Variabile	Valore	Errore
$\mu$	598	10
$\sigma$	399	13
S	187	7
a	6.0	0.7
b	4.2E-03	0.5E-03
Area picco	74.53E+03	2.74E+03
$\chi^2$ ridotto	3.5	

Figure 70: Dati dell'interpolazione per 1cm

Variabile	Valore	Errore
$\mu$	607	11
$\sigma$	404	15
S	169	6
a	6.9	0.8
b	4.4E-03	0.5E-03
Area picco	68.45E+03	2.61E+03
$\chi^2$ ridotto	3.8	

Figure 71: Dati dell'interpolazione per 2cm

Variabile	Valore	Errore
$\mu$	645	13
$\sigma$	417	17
S	152	6
a	8.7	0.6
b	2.2E-03	0.6 E-03
Area picco	63.45E+03	2.54E+03
$\chi^2$ ridotto	3.4	

Figure 72: Dati dell'interpolazione per 3cm

Variabile	Valore	Errore
$\mu$	632	13
$\sigma$	420	14
S	142	5
a	6.9	0.8
b	3.9 E-03	0.6 E-03
Area picco	59.41E+03	2.22E+03
$\chi^2$ ridotto	1.7	

Figure 73: Dati dell'interpolazione per 4cm



## 7.9.2 CsI

Dati relativi a  $^{22}\text{Na}$

Primo picco interpolato con la funzione:  $S * e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2*\sigma^2}} + a + b * x$  (Spessore di 1cm, 2cm, 3cm)

Primo picco interpolato con la funzione:  $S * e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2*\sigma^2}} + a + b * x + c * x^2$  (Spessore di 4cm)

Variabile	Valore	Errore
$\mu$	2.080 E+04	0.005 E+04
$\sigma$	1230	50
S	42.4	1.7
a	35	4
b	-1.25 E-03	0.15 E-03
Area picco	52.19E+03	3.05E+03
$\chi^2$ ridotto	0.8	

Figure 74: Dati dell'interpolazione per 1cm

Variabile	Valore	Errore
$\mu$	1.850 E+04	0.005 E+04
$\sigma$	1120	50
S	38.5	1.7
a	24.6	2.8
b	-0.89 E-03	0.12 E-03
Area picco	43.08E+03	2.64E+03
$\chi^2$ ridotto	1.1	

Figure 75: Dati dell'interpolazione per 2cm

Variabile	Valore	Errore
$\mu$	2.111 E+04	0.011 E+04
$\sigma$	-1670	160
S	27.2	1.7
a	32	6
b	-1.36 E-03	0.27 E-03
Area picco	45.34E+03	5.33E+03
$\chi^2$ ridotto	1.1	

Figure 76: Dati dell'interpolazione per 3cm

Variabile	Valore	Errore
$\mu$	2.112 E+04	0.008 E+04
$\sigma$	-1540	190
S	25.6	3.2
a	170	70
b	-0.014	0.007
c	0.30 E-06	0.15 E-06
Area picco	39.46E+03	6.84E+03
$\chi^2$ ridotto	1.0	

Figure 77: Dati dell'interpolazione per 4cm

Dati relativi a  $^{57}\text{Co}$

Picco interpolato con la funzione:  $S * e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2*\sigma^2}} + a + b * x$  ( Spessore di 1cm, 2cm)

Picco interpolato con la funzione:  $S * e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2*\sigma^2}} + a$  ( Spessore di 3cm, 4cm)

Variabile	Valore	Errore
$\mu$	3820	50
$\sigma$	1690	40
S	45.5	1.3
a	1.80	0.32
b	0.13 E-03	0.06 E-03
Area picco	76.74E+03	2.97E+03
$\chi^2$ ridotto	1.4	

Figure 78: Dati dell'interpolazione per 1cm

Variabile	Valore	Errore
$\mu$	3890	50
$\sigma$	1580	40
S	46.7	1.4
a	1.92	0.27
b	0.34 E-03	0.06 E-03
Area picco	73.75E+03	3.07E+03
$\chi^2$ ridotto	1.0	

Figure 79: Dati dell'interpolazione per 2cm

Variabile	Valore	Errore
$\mu$	3860	50
$\sigma$	1930	80
S	39.0	1.2
a	1.1	0.7
Area picco	75.22E+03	3.80E+03
$\chi^2$ ridotto	1.6	

Figure 80: Dati dell'interpolazione per 3cm

Variabile	Valore	Errore
$\mu$	3780	50
$\sigma$	1730	60
S	35.0	1.2
a	2.2	0.4
Area picco	60.55E+03	2.98E+03
$\chi^2$ ridotto	1.1	

Figure 81: Dati dell'interpolazione per 4cm

## 7.10 Attenuazione attraverso l'aria

### 7.10.1 BGO con tappo

Dati relativi a  $^{22}\text{Na}$

Primo picco interpolato con la funzione:  $S * e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2*\sigma^2}} + a + b * x + c * x^2$

Variabile	Valore	Errore
$\mu$	2849.3	2.3
$\sigma$	259.2	2.3
S	3636	33
a	3230	120
b	-1.66	0.08
c	0.223 E-03	0.013 E-03
$\chi^2$ ridotto	2.6	

Figure 82: Dati dell'interpolazione per 1cm

Variabile	Valore	Errore
$\mu$	2871.8	3.5
$\sigma$	267.3	3.5
S	1848	23
a	1186	100
b	-0.94	0.06
c	0.123 E-06	0.010 E-06
$\chi^2$ ridotto	3.3	

Figure 83: Dati dell'interpolazione per 2cm

Variabile	Valore	Errore
$\mu$	2878	4
$\sigma$	256	4
S	1144	19
a	1300	70
b	-0.63	0.05
c	7.9E-05	0.8E-05
$\chi^2$ ridotto	1.3	

Figure 84: Dati dell'interpolazione per 3cm

Variabile	Valore	Errore
$\mu$	2896	5
$\sigma$	256	5
S	756	16
a	1180	70
b	-0.58	0.05
c	7.4E-05	0.7E-05
$\chi^2$ ridotto	1.3	

Figure 85: Dati dell'interpolazione per 4cm

Variabile	Valore	Errore
$\mu$	2709	7
$\sigma$	254	8
S	512	14
a	1000	60
b	-0.50	0.04
c	6.4E-05	0.5E-05
$\chi^2$ ridotto	2.6	

Figure 86: Dati dell'interpolazione per 5cm

### 7.10.2 BGO senza tappo

Dati relativi a  $^{22}\text{Na}$

Primo picco interpolato con la funzione:  $S * e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2*\sigma^2}} + a + b * x + c * x^2$  (Distanza di 1cm, 2cm, 3cm, 5cm)

Primo picco interpolato con la funzione:  $S * e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2*\sigma^2}} + a + b * x + c * x^2$  (Distanza di 4cm)

Variabile	Valore	Errore
$\mu$	2761.6	2.2
$\sigma$	279.8	2.2
S	4830	40
a	3710	140
b	-1.94	0.09
c	0.267E-03	0.014E-03
$\chi^2$ ridotto	4.1	

Figure 87: Dati dell'interpolazione per 1cm

Variabile	Valore	Errore
$\mu$	2616.0	3.1
$\sigma$	-281	4
S	2343	30
a	2560	170
b	-1.56	0.14
c	0.245E-03	0.023E-03
$\chi^2$ ridotto	1.7	

Figure 88: Dati dell'interpolazione per 2cm

Variabile	Valore	Errore
$\mu$	2199	7
$\sigma$	236	7
S	1404	32
a	1750	260
b	-1.03	0.16
c	0.158E-03	0.026E-03
$\chi^2$ ridotto	1.6	

Figure 89: Dati dell'interpolazione per 3cm

Variabile	Valore	Errore
$\mu$	2617	5
$\sigma$	269	17
S	915	17
a	2770	110
b	-2.30	0.13
c	0.64E-03	0.05E-03
d	-60E-09	5E-09
$\chi^2$ ridotto	1.0	

Figure 90: Dati dell'interpolazione per 4cm

Variabile	Valore	Errore
$\mu$	3174	6
$\sigma$	331	13
S	617	24
a	1620	200
b	-0.91	0.14
c	0.127 E-03	0.023 E-05
$\chi^2$ ridotto	1.7	

Figure 91: Dati dell'interpolazione per 5cm

### 7.10.3 Confronto aree

Distanza	Area con tappo	Errore	Area senza tappo	Errore
1cm	94.27E+04	1.20E+04	135.16E+04	1.47E+04
2cm	493.98E+03	8.95E+03	65.75E+04	1.26E+04
3cm	292.36E+03	6.90E+03	33.15E+04	1.18E+04
4cm	193.42E+03	5.71E+03	246.24E+03	6.67E+03
5cm	130.11E+03	5.26E+03	20.41E+04	1.13E+04

Table 14: Aree con e senza tappo