

Семинар 6. «Исследование свойств стационарных процессов. AR-процессы (задачи)»

План занятия

1. Идентификация и анализ свойств AR-процессов (Gretl).
2. Решение задач: стационарность и основные свойства AR-процессов.

1. Идентификация и анализ свойств AR-процессов.

Пример 1.1. Файл: AR.dta откройте в Gretl.

Были сгенерированы белый шум и AR-процессы 1, 2-го порядков (N=200):
 y_1, y_2, y_3, y_4, y_5 .

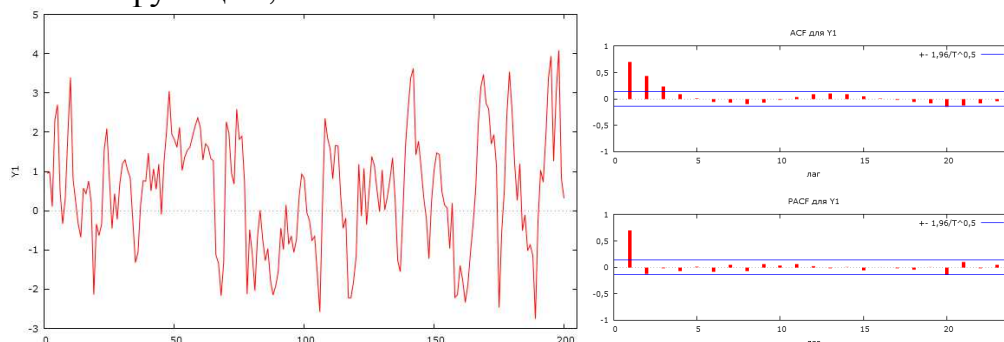
1. $y_t = 0.7y_{t-1} + \varepsilon_t$
2. $y_t = 5 - 0.7y_{t-1} + \varepsilon_t$
3. $y_t = -1.3y_{t-1} + \varepsilon_t$
4. $y_t = 0.1y_{t-1} + 0.5y_{t-2} + \varepsilon_t$
5. $y_t = \varepsilon_t$

Как различить данные процессы? Какими свойствами обладают данные процессы и их характеристики, их автокорреляционные (ACF) и частные автокорреляционные функции (PACF)?

2. По виду графика, ACF и PACF определите, к какому AR-процессу относятся сгенерированные процессы? Обоснуйте почему.

Проанализируйте поведение временного ряда

- постройте график временного ряда;
- постройте графики автокорреляционной и частной автокорреляционной функции;



По мере выполнения заданий заполните таблицу:

Сгенерированный процесс (Переменная)	Предполагаемый процесс	Обоснование
y_1		
y_2		
y_3		
y_4		
y_5		

Пример 1.2. Идентификация процесса: Анализ младенческой смертности (Gretl)

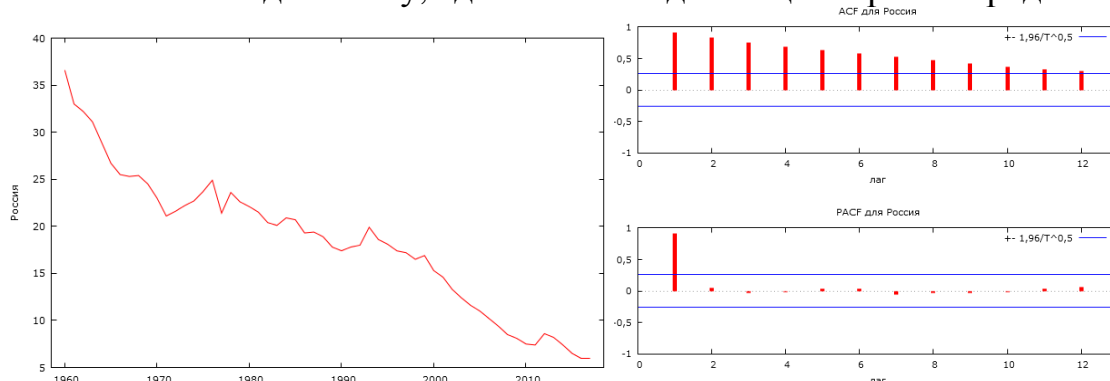
Файл: млад смерт.gdt

Данные: младенческая смертность в России за период 1960-2017 гг.

Источник данных: Демоскоп <http://www.demoscope.ru/weekly/pril.php>

1. Постройте график временного ряда младенческой смертности в России.

Опишите динамику, сделайте вывод о стационарности ряда.



По поведению коррелограммы (график автокорреляционной и частной автокорреляционной функции) сделайте вывод о стационарности ряда и попытайтесь идентифицировать процесс.

Самостоятельно. Что можно сказать о типах процессов, описываемых младенческую смертность в Украине, Белоруссии, Молдове?

2. Решение задач: стационарность и основные свойства AR-процессов.

1. Вычислить $(1 - 0.2L) \cdot 4$; $\frac{1}{(1 - 0.3L)} \cdot 3$; $\frac{1}{L^2 - 1.3L + 0.4} \cdot 2$

2. $y_t = 5 - 0.7y_{t-1} + \varepsilon_t$

3. $y_t = 2 - 0.5y_{t-1} + 0.5y_{t-2} + \varepsilon_t$

4. $y_t = 1 + 1.3y_{t-1} - 1.4y_{t-2} + \varepsilon_t$

5. $y_t = 1 + 1.3y_{t-1} - 0.4y_{t-2} + \varepsilon_t$

Рассмотрите основные свойства стационарных процессов. Для процессов (2)-(5):

1. Показать, стационарен ли **AR** -процесс и представить **AR** -процесс в виде **МА**, если это возможно.

2. Рассчитайте $E(y_t)$, $V(y_t)$, $\gamma(k)$, $\rho(k)$, $\rho_{\text{част}}(k)$, $k=1,2,3$. Постройте схематично графики $\rho(k)$, $\rho_{\text{част}}(k)$, $k=1,2,3$. Опишите поведение коррелограмм и обобщите на случай **AR** (**p**)-процесса.

3. Рассчитайте прогноз на 3 шага вперед, ошибку прогноза, дисперсию ошибки прогноза и постройте 95% доверительный интервал прогноза, предположив, что $y_T = 0.5$; $\sigma^2 = 1$.

Домашнее задание (ТДЗ) 6. AR-процессы

Даны процессы

$$(1) y_t = 5 + 0.3y_{t-1} + 0.1y_{t-2} + \varepsilon_t$$

$$(2) y_t = -1 + 0.2y_{t-1} - 0.5y_{t-2} + \varepsilon_t$$

1. Для процессов (1)- (2) показать, стационарны ли процессы.
2. Процесс (1) представить AR-процесс в виде $MA(\infty)$, если это возможно.
3. Для процесса (1), (2) рассчитайте $E(y_t)$, $V(y_t)$, $\gamma(k)$, $k=1,2,3$.
4. Для процесса (1) рассчитайте $\rho(k)$, $\rho_{част}(k)$ (по формулам Юла-Уолкера с выводом), $k=1,2,3$. Постройте схематично графики ACF и PACF.

5*. Дополнительное задание (самоконтроль, сдавать не нужно) Вывести условие стационарности для AR(2): $y_t = \alpha_1 y_{t-1} + \alpha_2 y_{t-2} + \varepsilon_t$ в терминах α_1 , α_2 . (см лекцию: AR-процессы).

6*. Дополнительное задание (самоконтроль, сдавать не нужно) Для процесса (с комплексными корнями характеристического уравнения)

$$y_t = 3 + 0.5\varepsilon_{t-1} + 0.1\varepsilon_{t-2} + \varepsilon_t$$


получить AR(∞)-представление (выпишите первые 4 члена разложения).

Напишите решение задач (скан рукописного варианта) и краткий отчет с выводами и полученными графиками, где это необходимо. Допускается сдача работы в группе по 2 человека (не забывайте указывать авторов).

Выполненная домашняя работа загружается в LMS. Срок выполнения – 1 неделя.

Задания, отмеченные звездочками (*), не загружаются в LMS, выполняются по желанию в качестве дополнительного материала для самостоятельного изучения.

Команды Stata

edit	редактирование данных (открытие редактора данных)
clear	очистить память компьютера
display	Вывод на экран значения переменной или выражения
dis	калькулятор
list	Вывод на экран значений переменных из активного множества данных
Описательные статистики	
list [v1]	вывести значения переменных (v1) на экран, кнопка BREAK  (прервать выполнение команды)
describe [v1]	вывести описание переменных
sum [v1]	расчет дескриптивных статистик для переменной (v1)
Действия над переменными	
gen v2=g(v1)	создать новую переменную v2 как функцию g от v1
drop v1	удалить переменную v1
ren v1 v2	переименовать переменную v1 в v2
egen t=seq()	Создание последовательности целых чисел

Работа с временными рядами	
tsset t	Объявить переменную t переменной времени
tsline y	Построить график временного ряда y
regress y t	Построить линейную регрессию
predict y1, xb	Сохранить предсказанные значения в y1
predict e1, residuals	Сохранить значения остатков в e1
ac y	построить автокорреляционную функцию для y
pac y	построить частную автокорреляционную функцию для y
corrgram y	Вычислить значения автокорреляционной функций для y
pergram y	Построение периодограммы для y
sktest e1	Тест на нормальность для e1
wntestq e1	Статистика Льюинга-Бокса для e1
estat dwatson	Статистика Дарбина-Уотсона на наличие автокорреляции 1-го порядка
Число ПИ	_pi
dfuller y	Тест Дики-Фуллера для y