

Практическое занятие 13.

«Анализ стационарности и моделирование сезонности во временных рядах»

План занятия

1. Стационарность сезонных рядов.
2. Тесты единичного корня, HEGY.
3. Моделирование сезонности с помощью ARIMA и детерминированных составляющих.

Задание 1. Стационарность сезонного временного ряда. Проверить стационарность ряда. В случае нестационарности ряда определить, какие единичные корни являются сезонными и несезонными.

$$(1) \quad y_t = 3 + 0,1y_{t-1} + 0,2y_{t-2} + \varepsilon_t + 0,3\varepsilon_{t-1} + \sum_{i=1}^4 \alpha_i d_i$$

$$(2) \quad y_t = -2 + \frac{1}{16} y_{t-4} + \varepsilon_t$$

$$(3) \quad y_t = 2 + y_{t-4} - y_{t-3} + y_{t-1} + \varepsilon_t - 0,2\varepsilon_{t-1}$$

$$(4) \quad (1 - 0,5L)(1 - L^4)y_t = \varepsilon_t$$

$$(5) \quad (1 - 0,5L)(1 - L)(1 - L^4)y_t = \varepsilon_t$$

Замечание. При решении характ. уравнения 4-й степени также возможно использовать метод Феррари. https://ru.wikipedia.org/wiki/Метод_Феррари
<http://www.resolventa.ru/spr/algebra/ferrary.htm>

Задание 2. HEGY: анализ сезонных единичных корней.

2.1. В чем суть HEGY-теста для квартальных данных? Какие H_0 проверяются? Как выявить сезонные единичные корни?

2.2. Для данных рассмотрите различные модификации HEGY-теста (с конст/трендом/фиктивными переменными) в уровнях/первая разность/сезонная разность.

2.3. Сделайте вывод о несезонных и сезонных единичных корнях? Являются ли ряды тренд/разностно-стационарными, какая сезонность (детерминированная случайная)?

Замечание. Сезонная разность.

$$\Delta_s y_t = y_t - y_{t-s}$$

$$\Delta_4 y_t = y_t - y_{t-4}$$

$$\Delta_{12} y_t = y_t - y_{t-12}$$

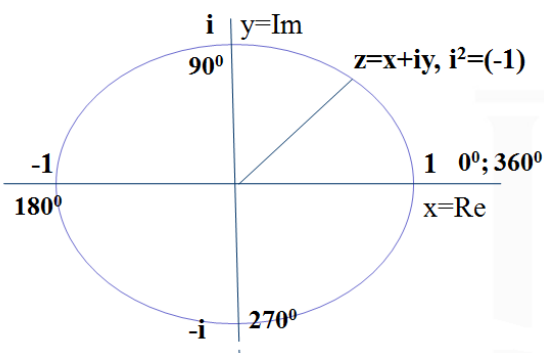
Единичные корни для сезонных данных.

$(1-L^4)=0 \rightarrow (1-z^4)=0$ имеет 4 единичных корня:

$z_1 = 1$, обычный ед.корень

$z_2 = -1$, сезонный полугодовой ед.корень

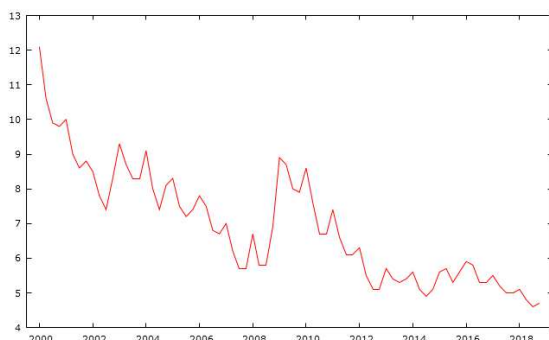
$z_{3,4} = \pm i$, $i^2 = -1$ сезонный квартальный ед.корень



Данные:

1. Уровень безработицы в России (1 кв.2000-4 кв.2018 гг.)

Файл: unemp.gdt



HEGY test of seasonal unit roots for series unemp:

AR order = 2 (determined by BIC with max.order=8)

Deterministic component: constant

Dof (T-k) = 63

Statistic	p-value	Ang. Frequency	Period
t1= -1,63	1,00000	zero	infinity
F1= 1,88	0,04858 **	+pi/2	4
t2= -1,89	0,98905	pi	2
Fs= 2,42	0,00646	All the seasonal cycles	
Ft= 2,64	0,03059	Delta_s (all the seas. + zero freq.)	

Команда Stata:

```
ssc install hegy
hegy unemp, det(const)
hegy unemp, det(trend)
hegy unemp
```

Результат (Stata):

	Stat	1% critical	5% critical	10% critical	
t[0]	-1.586	-3.414	-2.805	-2.500	(несезонный ед корень)
t[Pi]	-2.849	-3.414	-2.805	-2.500	(сезонный полугодовой ед корень)
F[Pi/2]	4.592	9.058	6.604	5.507	(сезонный квартальный ед корень)
F[All seas]	6.21	8.030	6.044	5.147	
F[All]	5.491	7.479	5.747	4.958	

Проведите серию тестов и сделайте вывод о наличии сезонных/несезонных ед корней.

Модификации hegy в Stata:

Опция det(string)	Контролирует детерминированные составляющие во временном ряду
hegy unemp	По умолчанию включаются фиктивные дамми-переменные
hegy unemp, det(none)	Нет детерминированных составляющих (тренд/фиктивные переменные) во временном ряду

hegy unemp, det(trend)	Добавление линейного тренда
hegy unemp, det(const)	Добавление только константы

Последовательность проверки стационарности для рядов с сезонностью:

- для ряда в уровнях без детерминированных составляющих
- для ряда в уровнях с трендом
- для ряда в уровнях с сезонными дамми

- для ряда первой несезонной разности без детерминированных составляющих
- для ряда первой несезонной разности с трендом
- для ряда первой несезонной разности с сезонными дамми

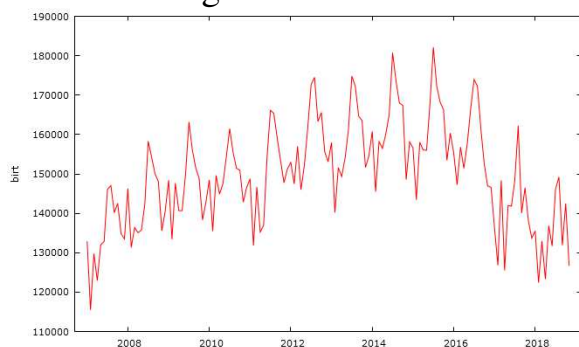
- для ряда первой сезонной разности без детерминированных составляющих
- для ряда первой сезонной разности с трендом
- для ряда первой сезонной разности с сезонными дамми

- для ряда первой несезонной и сезонной разности без детерминированных составляющих
- для ряда первой несезонной и сезонной разности с трендом
- для ряда первой несезонной и сезонной разности с сезонными дамми и т.д.

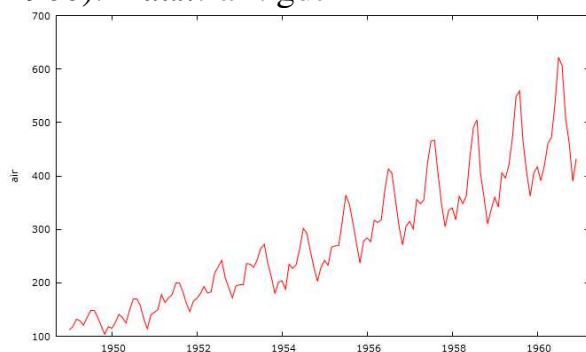
Данные:

2. Количество рожденных детей в России (янв 2006-нояб 2018)(Источник: Росстат)

Файл: birth. gdt



3. (самостоятельно) Ежемесячные данные об авиаперевозках пассажиров (1949 – 1960). Файл: air. gdt



2.4. Результаты тестирования для каждого показателя сведите в таблицу:

ВР	Тест	Нулевая гипотеза	Статистика критерия	p-значение	Вывод
y	HEGY (с трендом/без)				

	HEGY (с фикт пер/без)				
	HEGY (с трендом+ фикт пер)				
Δy	HEGY (без тренда)				
	HEGY (с фикт пер)				
	HEGY (с гарм пер)				
Δ _{sy}	HEGY (с трендом/без)				
	HEGY (с фикт пер/без)				
ΔΔ _{sy}	HEGY (с трендом/без)				
	HEGY (с фикт пер/без)				

Задание 3. Моделирование сезонности: случай детерминированной сезонности (ARIMA+фиктивные/гармонические переменные).

Исходные данные: Количество рожденных детей в России (янв 2006-нояб 2018) (Источник: Росстат) birth. gdt

1. Анализ динамики ВР.
2. Тесты единичного корня. Определения порядка несезонной/сезонной интегрируемости, детерминированных составляющих.
3. Анализ ACF/PACF для идентификации порядков p, q в ARIMA(p,d,q)
4. Оценивание ARIMA(p,d,q) с фиктивными/гармоническими переменными. Адекватность модели.
5. Прогноз. Совмещенные графики: исходные данные и предсказанные значения по модели.
6. Как аналитически рассчитать прогноз на 1 шаг для модели с детерминированными составляющими?

Пример. Пусть рассматриваются ежеквартальные данные, T=40, с 1 по 4 квартал.

$$\Delta\Delta_4 y_t = 3 + 0,1y_{t-1} + 0,5t + \varepsilon_t + 0,3\varepsilon_{t-1} + 0,1d_1 + 0,3d_2 - 0,2d_3$$

Домашняя работа 13 (ТД313-14). См занятие 14