Семинар 22. ARCH- GARCH-процессы (Stata)

План занятия

1. Анализ **ARCH- GARCH-процессов** и их свойств.
2. Представление GARCH в виде ARCH(∞).
3. Моделирование **ARCH-, GARCH-процессов**.

Задача 1.1. Анализ ARCH-, GARCH-процессов и их свойств.

Для процессов рассчитайте условные и безусловные характеристики (математическое ожидание E(y_t), дисперсию V(y_t), ковариацию 1-го порядка γ(1))

$$1.\ u_t = \varepsilon_t \cdot \sigma_t = \varepsilon_t \cdot (0.7 + 0.3u_{t-1}^2)^{1/2}, \quad \varepsilon_t \sim \mathrm{WN}(0, \sigma^2 = 1)$$

$$2.\ u_t = \varepsilon_t \cdot \sigma_t = \varepsilon_t \cdot (0.1 + 0.2u_{t-1}^2 + 0.1u_{t-2}^2)^{1/2}, \quad \varepsilon_t \sim \mathrm{WN}(0, \sigma^2 = 1)$$

Задача 1.2. Запишите модели:

ARCH(2)
GARCH(1,3)
AR(1 4)-GARCH(1,1)

Пример записи модели MA(1)-ARCH(4)

$$y_t = const + \varepsilon_t + \theta_1\ \varepsilon_{t-1}, \quad \varepsilon_t \sim N(0, \sigma_{t|t-1}^2)$$

$$\sigma_{t|t-1}^2 = \mathrm{var}(\varepsilon_t) = E(\varepsilon_t^2 \mid \varepsilon_{t-1}) = \alpha_0 + \alpha_1\ \varepsilon_{t-1}^2 + \alpha_2\ \varepsilon_{t-2}^2 + \alpha_3\ \varepsilon_{t-3}^2 + \alpha_4\ \varepsilon_{t-4}^2$$

Задача 2. Используя ряд дневных доходностей DJ-индекса y_t, оцените волатильность в t=600, 601, 602, если известны параметры GARCH-модели и некоторые значения: $\sigma_t^2 = 0.005 + 0.7\,\varepsilon_{t-1}^2 + 0.1\,\sigma_{t-1}^2$

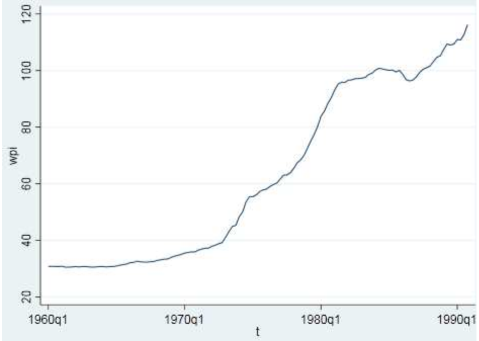
t	$\hat{\sigma}_t^2$	$\hat{\varepsilon}_t^2$
599	0,01	0,005
600		–
601		–
602		–

Моделирование ARCH- GARCH-процессов.

Задача 3. ARCH-эффекты

Файл: **wpi.dta** (Индекс цен)

1. Откройте данные. Изучите график временного ряда.

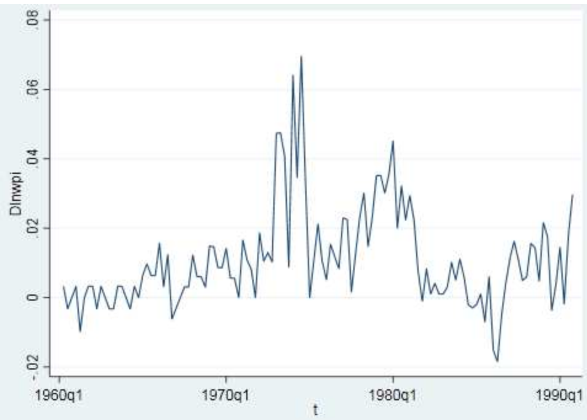


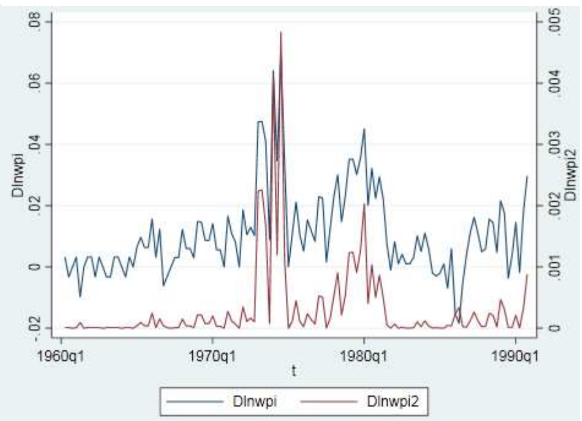
2. Перейдите к ***логарифмической разности***.

$$r_t = \ln \frac{y_t}{y_{t-1}}$$

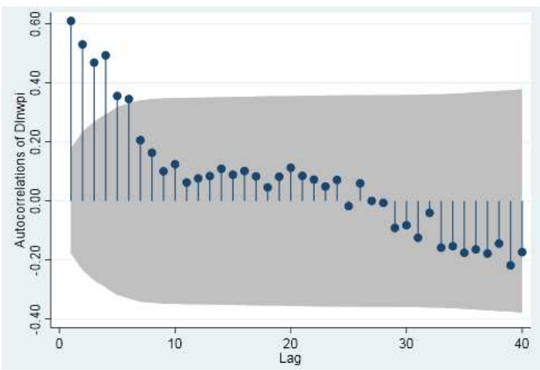
Постройте квадрат ряда логарифмической разности для определения эффекта «кластеризации» волатильности. Наблюдается ли эффект «кластеризации волатильности»?

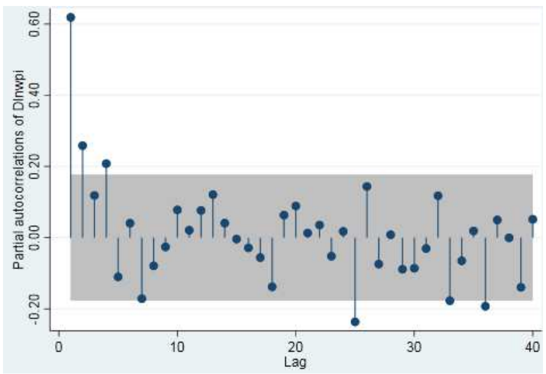
Команда Stata:
g lnwpi=ln(wpi) g Dlnwpi=D.lnwpi g Dlnwpi2=(D.lnwpi)^2 tsline Dlnwpi Dlnwpi2





3. **Стационарность ряда.** Постройте ACF, PACF для ряда логарифмической разности. Исследуйте ряд на стационарность (DF-test, KPSS). Сделайте вывод.





```
. dfuller Dlnwpi, lag(1) regress

Augmented Dickey-Fuller test for unit root          Number of obs   =       121

                               ---------- Interpolated Dickey-Fuller ---------
                  Test         1% Critical       5% Critical      10% Critical
               Statistic           Value             Value             Value
------------------------------------------------------------------------------
 Z(t)             -3.629            -3.503            -2.889            -2.579
------------------------------------------------------------------------------
MacKinnon approximate p-value for Z(t) = 0.0052
```

```
. kpss Dlnwpi, auto notrend
KPSS test for Dlnwpi
Automatic bandwidth selection (maxlag) = 7
Autocovariances weighted by Bartlett kernel

Critical values for H0: Dlnwpi is level stationary

10%: 0.347   5% : 0.463   2.5%: 0.574   1% : 0.739

Lag order    Test statistic
    7            .265
```

4. **Описательные статистики.** Рассчитайте описательные статистики и проанализируйте описательные статистики. На какой показатель надо обратить внимание при исследовании эффекта «кластеризации волатильности»?

Команда Stata:
sum Dlnwpi, detail

```
. sum Dlnwpi, detail

                           Dlnwpi
-------------------------------------------------------------
      Percentiles      Smallest
 1%    -.0150986       -.018424
 5%    -.0036631      -.0150986
10%    -.0030913      -.0097878       Obs                 123
25%     .0010347      -.0070105       Sum of Wgt.         123

50%     .0064933                      Mean           .0108215
                        Largest       Std. Dev.       .014377
75%     .0156989       .0473313
90%     .0301661       .0475147       Variance       .0002067
95%     .0355368       .0641246       Skewness       1.439496
99%     .0641246        .069526       Kurtosis       5.906107
```

Проверьте гипотезу о том, что показатель починяются нормальному закону распределения. Какие особенности имеют данные?

```
swilk Dlnwpi

                   Shapiro-Wilk W test for normal data

    Variable |        Obs       W           V         z       Prob>z
-------------+------------------------------------------------------
      Dlnwpi |        123    0.89130     10.681     5.313    0.00000
```

5. Исследуйте **ARCH-эффекты.**

Условная дисперсия: $\sigma_t^2 = \mathrm{var}(\varepsilon_t) = E(\varepsilon_t^2 \mid \varepsilon_{t-1}) = \alpha_0 + \alpha_1\, \varepsilon_{t-1}^2$

Команда Stata:
regress Dlnwpi estat archlm, lags(1)

```
. estat archlm, lags(1)
LM test for autoregressive conditional heteroskedasticity (ARCH)
```

lags(p)	chi2	df	Prob > chi2
1	8.366	1	0.0038

```
         H0: no ARCH effects       vs.   H1: ARCH(p) disturbance
```

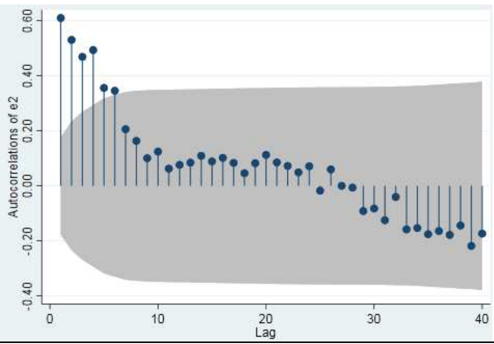
Вывод: присутствуют **ARCH(1)-эффекты.**

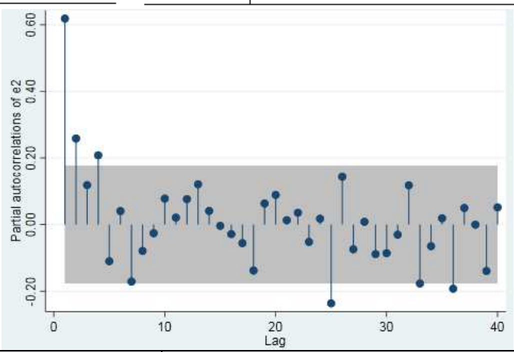
6. **ARCH-модели.** Оцените, запишите и сравните модели:
ARCH(1)
GARCH(1,1)

Команда Stata:
arch D.lnwpi, arch(1) arch D.lnwpi, arch(1) garch(1)

```
ARCH family regression

Sample: 1960q2 - 1990q4                         Number of obs     =        123
Distribution: Gaussian                          Wald chi2(.)      =          .
Log likelihood =  358.9719                      Prob > chi2       =          .

------------------------------------------------------------------------------
             |                 OPG
     D.lnwpi |      Coef.   Std. Err.      z    P>|z|     [95% Conf. Interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
lnwpi        |
       _cons |   .0078156   .0015534     5.03   0.000     .0047709    .0108602
-------------+----------------------------------------------------------------
ARCH         |
        arch |
         L1. |   .4441128   .1355637     3.28   0.001     .1784129    .7098128
             |
       _cons |   .0001174   9.67e-06    12.13   0.000     .0000984    .0001363
------------------------------------------------------------------------------
```

```
ARCH family regression

Sample: 1960q2 - 1990q4                         Number of obs     =        123
Distribution: Gaussian                          Wald chi2(.)      =          .
Log likelihood =   373.234                      Prob > chi2       =          .

------------------------------------------------------------------------------
             |                 OPG
     D.lnwpi |      Coef.   Std. Err.      z    P>|z|     [95% Conf. Interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
lnwpi        |
       _cons |   .0061167   .0010616     5.76   0.000     .0040361    .0081974
-------------+----------------------------------------------------------------
ARCH         |
        arch |
         L1. |   .4364123   .2437428     1.79   0.073    -.0413147    .9141394
             |
       garch |
         L1. |   .4544606   .1866606     2.43   0.015     .0886127    .8203086
             |
       _cons |   .0000269   .0000122     2.20   0.028     2.97e-06    .0000508
------------------------------------------------------------------------------
```





ARCH(1)	GARCH(1,1)
$y_t = const + \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2_{t\mid t-1})$ $\sigma^2_t = 0{,}0001 + 0{,}44\ \varepsilon^2_{t-1}$	$y_t = const + \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2_{t\mid t-1})$ $\sigma^2_t = 0{,}00003 + 0{,}44\ \varepsilon^2_{t-1} + 0{,}45\ \sigma^2_{t-1}$
Значимость коэффициентов AIC BIC Остатки	

7. **ARCH+ARIMA-модели.** Для устранения квартальных сезонных эффектов (автокорреляции остатков) добавьте в модель ARMA компоненту и оцените модель ARMA (1; 1 4) GARCH(1,1)

Команда Stata:
arch D.lnwpi, ar(1) ma(1 4) arch(1) garch(1) test [ARCH]L1.arch [ARCH]L1.garch

```
Sample: 1960q2 - 1990q4                         Number of obs     =        123
Distribution: Gaussian                          Wald chi2(3)      =     153.56
Log likelihood =  399.5144                      Prob > chi2       =     0.0000
```

D.lnwpi	Coef.	OPG Std. Err.	z	P>|z|	[95% Conf.	Interval]
lnwpi						
_cons	.0069541	.0039517	1.76	0.078	-.000791	.0146992
ARMA						
ar L1.	.7922674	.1072225	7.39	0.000	.5821153	1.00242
ma L1.	-.341774	.1499943	-2.28	0.023	-.6357574	-.0477905
L4.	.2451724	.1251131	1.96	0.050	-.0000447	.4903896
ARCH						
arch L1.	.2040449	.1244991	1.64	0.101	-.0399688	.4480587
garch L1.	.6949687	.1892176	3.67	0.000	.3241091	1.065828
_cons	.0000119	.0000104	1.14	0.253	-8.52e-06	.0000324

```
. test [ARCH]L1.arch [ARCH]L1.garch

 ( 1)  [ARCH]L.arch = 0
 ( 2)  [ARCH]L.garch = 0

           chi2(  2) =   84.92
         Prob > chi2 =    0.0000
```

$$y_t = 0{,}007 + 0{,}79\, y_{t-1} + \varepsilon_t - 0{,}34\varepsilon_{t-1} + 0{,}24\varepsilon_{t-1}, \quad \varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2_{t|t-1})$$

$$\sigma^2_t = 0{,}00001 + 0{,}2\, \varepsilon^2_{t-1} + 0{,}69\, \sigma^2_{t-1}$$

8. Проверьте выполнение предпосылок **стационарности** моделей:

ARCH(2) $\quad \sigma^2_{t|t-1} = \alpha_0 + \alpha_1\, \varepsilon^2_{t-1} + \alpha_2\, \varepsilon^2_{t-2} \rightarrow \alpha_0 > 0, \alpha_i \ge 0, \sum_{i=1}^{2} \alpha_i < 1.$

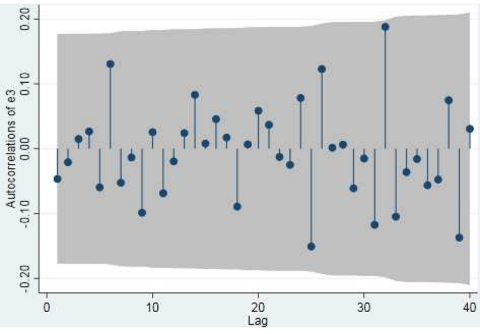
ARCH(p) $\quad \sigma^2_{t|t-1} = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{p} \alpha_i\, \varepsilon^2_{t-i}. \qquad \alpha_0 > 0, \alpha_i \ge 0, \sum_{i=1}^{p} \alpha_i < 1.$

GARCH(p,q)

$$\sigma^2_{t|t-1} = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{p} \alpha_i\, \varepsilon^2_{t-i} + \sum_{j=1}^{q} \gamma_i\, \sigma^2_{t-j}. \qquad \alpha_0 > 0, \alpha_i \ge 0, \gamma_j \ge 0, \sum_{i=1}^{p} \alpha_i + \sum_{j=1}^{q} \gamma_j < 1.$$

9. **Анализ остатков.** Исследуйте поведение остатков.

Сравните с остатками для белого шума.
- анализ автокорреляции в остатках
- анализ ARCH-эффектов в остатках
- анализ нормального распределения в остатках (тесты, гистограмма, описательные статистики, Q-Q график) (в случае отсутствия нормальности, необходимо рассматривать другие модификации GARCH)




```
. wntestq e3

Portmanteau test for white noise
---------------------------------------
 Portmanteau (Q) statistic =    32.6245
 Prob > chi2(40)           =     0.7898
```

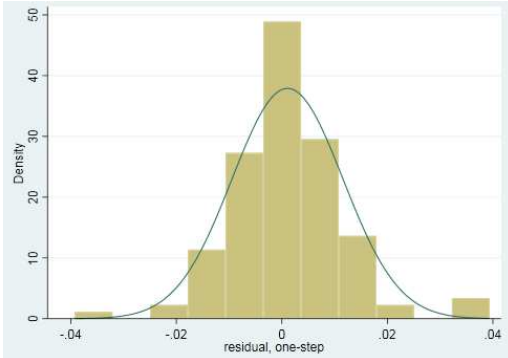
```
. estat archlm, lags(1)
LM test for autoregressive conditional heteroskedasticity (ARCH)
```

lags(p)	chi2	df	Prob > chi2
1	1.438	1	0.2304

```
H0: no ARCH effects      vs.   H1: ARCH(p) disturbance
```

```
. swilk e3

                   Shapiro-Wilk W test for normal data
```

Variable	Obs	W	V	z	Prob>z
e3	123	0.94129	5.769	3.931	0.00004



Замечание.

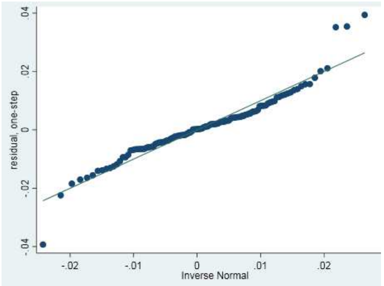
- Есть некоторые предположения, которые чаще всего используют при работе с GARCH-моделями (Stata):
  - нормальное (Гауссово) распределение,
  - t-распределение Стьюдента (и асимметричное)
  - обобщенное распределение ошибок (Generalized Error Distribution (GED).

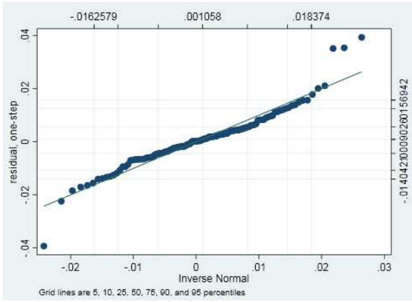
Учитывая предположение о распределении, параметры модели оцениваются ММП (методом максимального правдоподобия).

- Для t-распределения Стьюдента при степенях свободы $v > 2$ моделируются «толстые хвосты».
- Для учета асимметрии следует использовать асимметричные распределения с «толстыми хвостами», например, скошенное t-распределение Хансена.

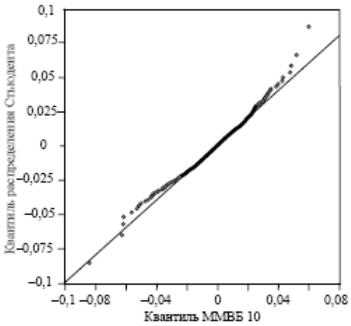
Например, можно привести Q-Q графики в предположении нормальности и Т-распределения.

Команда Stata:
qnorm e3 qnorm e3, grid





Возможны варианты:



10.Постройте прогноз на 3 шага вперед (в Stata).

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1\, \varepsilon_{t-1}^2 + \gamma\, \sigma_{t-1}^2$$

$$\mathrm{h} = 1 \rightarrow \hat{\sigma}_{T+1}^2 = E(\sigma_{T+1}^2 \big| \Omega_T) = E(\alpha_0 + \alpha_1\, \varepsilon_T^2 + \gamma\, \sigma_T^2\ \big|\Omega_T) = \alpha_0 + \alpha_1\, \varepsilon_T^2 + \gamma\, \sigma_T^2$$

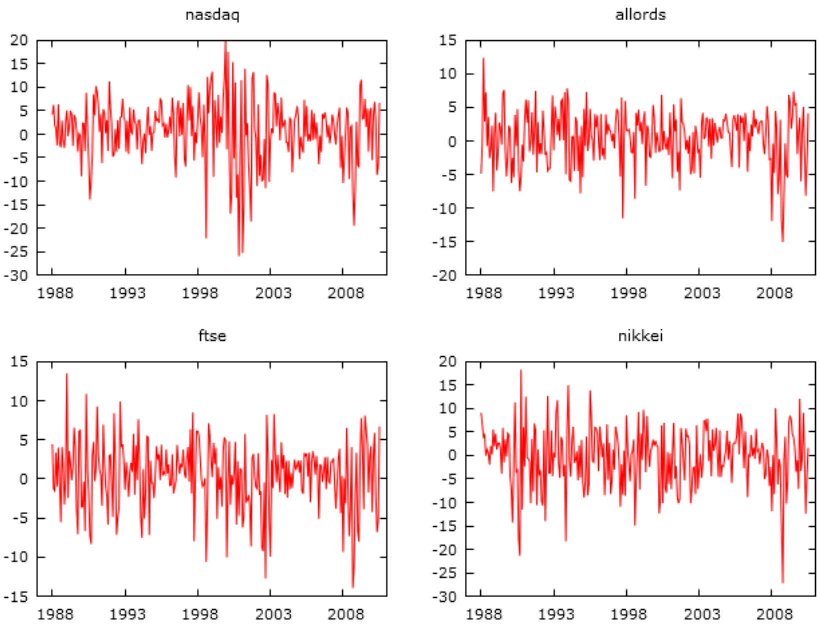
Задача 4. ARCH-эффекты: анализ фондовых индексов

Файл: **returns.dta**

returns.def Obs: 271, monthly, (1988:1 - 2010.7)

nasdaq	NASDAQ stock Index (USA)
allods	All Ordinaries Stock Index (Australia)
ftse	FTSE Stock Index (UK)
nikkei	NIkkei Stock Index (Japan)

Source: Yahoo Finance



Для справки: **NASDAQ** (сокр. от англ. National Association of Securities Dealers Automated Quotation, читается как «Насдак» — Автоматизированные котировки Национальной ассоциации дилеров по ценным бумагам) — американская биржа, специализирующаяся на акциях высокотехнологичных компаний (производство электроники, программного обеспечения и т. п.). Одна из трёх основных фондовых бирж США (наряду с NYSE и AMEX), является подразделением NASD, контролируется SEC. Собственник биржи — американская компания NASDAQ OMX Group. Помимо NASDAQ, ей принадлежат также 8 европейских бирж.
Основана 8 февраля 1971 года. Название происходит от автоматической системы получения котировок, положившей начало бирже. На данный момент на NASDAQ торгуют акциями более 3 200 компаний, в том числе и двух российских.

1. Постройте графики показателей. Что можно сказать об эффекте «Кластеризации волатильности»?
2. Рассчитайте описательные статистики и проверьте гипотезу о том, что показатели починяются нормальному закону распределения. Какие особенности имеют данные?
3. Исследуйте **ARCH-эффекты.**

Показатель	Описательные статистики	ARCH-эффекты
nasdaq	As=-0.74; Ek=1.7	H0 отклоняется (присутствуют ARCH-эффекты)
allods		
ftse		
nikkei		

4. Оцените и запишите модели: ARCH(1)
   ARCH(2)
   GARCH(1,1)
   Сравните модели

Модель	σ	LnL	Информационные критерии
ARCH(1) ARCH(2) GARCH(1,1)			

5. Исследуйте поведение остатков. Сравните с остатками для белого шума.

   - анализ автокорреляции в остатках
   - анализ ARCH-эффектов в остатках
   - анализ нормального распределения в остатках (тесты, гистограмма, описательные статистики, Q-Q график) (в случае отсутствия нормальности, необходимо рассматривать другие модификации GARCH)

Задача 5. Модификакции GARCH (p, q). (Stata)

Недостатки GARCH (p, q). Одним из основных недостатков спецификации модели GARCH (p, q) является положение о том, что положительные и отрицательные шоки имеют одинаковое влияние на ожидаемую будущую волатильность. Однако, в реальности часто наблюдается эффект левериджа. Для этого используются асимметричные модели.

Разновидности GARCH (q, p).

Экспоненциальная GARCH-модель (Exponential GARCH, EGARCH).

$$\log \sigma_t^2 = \omega + \sum_{k=1}^{q} \beta_k g(Z_{t-k}) + \sum_{k=1}^{p} \alpha_k \log \sigma_{t-k}^2$$

$$g(Z_t) = \theta Z_t + \lambda(|Z_t| - E(|Z_t|))$$

Воздействие асимметрично, если $\alpha_i \neq 0$.

Nelson, D. B. 1991. Conditional heteroskedasticity in asset returns: A new approach. Econometrica 59: 347–370.

Пороговая ARCH-модель (Threshold ARCH, TARCH).

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{j=1}^{q} \beta_j \sigma_{t-j}^2 + \sum_{i=1}^{p} \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{k=1}^{r} \gamma_k \varepsilon_{t-k}^2 \, \Gamma_{t-k},$$

где $\Gamma_t = 1$, если $\varepsilon_t < 0$, и $\Gamma_t = 0$ – в противном случае.

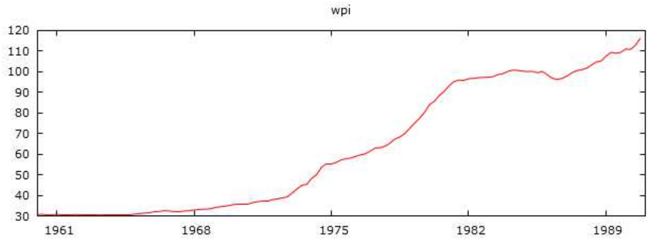
В данной модели позитивные новости при $\varepsilon_{t-i} > 0$ и негативные новости при $\varepsilon_{t-i} < 0$ имеют различные эффекты воздействия.

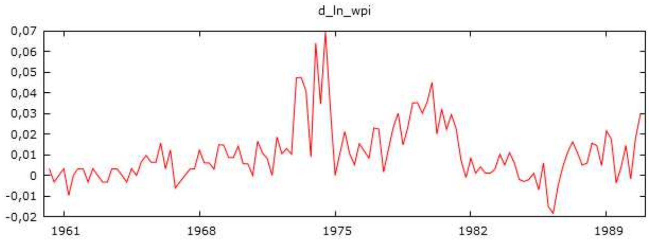
Zakoian J. M.(1994). Threshold heteroscedastic models // Journal of Economic dynamics and Control. 18, 931–955.

Stata:

Common term
ARCH (Engle 1982)
GARCH (Bollerslev 1986)
ARCH-in-mean (Engle, Lilien, and Robins 1987)
GARCH with ARMA terms
EGARCH (Nelson 1991)
TARCH, threshold ARCH (Zakoian 1994)
GJR, form of threshold ARCH (Glosten, Jagannathan, and Runkle 1993)
SAARCH, simple asymmetric ARCH (Engle 1990)
PARCH, power ARCH (Higgins and Bera 1992)
NARCH, nonlinear ARCH
NARCHK, nonlinear ARCH with one shift
A-PARCH, asymmetric power ARCH (Ding, Granger, and Engle 1993)
NPARCH, nonlinear power ARCH

Данные: Индекс цен **Файл: wpi.dta**





Оцените **Экспоненциальную GARCH-модель**

Statistics > Time series > ARCH/GARCH > Nelson's EGARCH model

Предположение: Экономика реагирует по-разному на непредвиденное повышение оптовых цен, чем на снижение (леверидж эффект). Возможно, непредвиденное увеличение цен приведет к проблемам с денежными потоками, которые повлияют на запасы и приведут к увеличению волатильности.

Рассмотрим модель ARCH, которая позволяет учесть асимметричный эффект «новостей» - нововведений или непредвиденных изменений, модели - EGARCH (Nelson 1991).

Команда Stata:
arch D.ln_wpi, ar(1) ma(1 4) earch(1) egarch(1)

ARCH family regression -- ARMA disturbances

Sample: **1960q2 - 1990q4** Number of obs = **123**
Distribution: **Gaussian** Wald chi2(3) = **156.02**
Log likelihood = **405.3145** Prob > chi2 = **0.0000**

D.ln_wpi	Coef.	OPG Std. Err.	z	P>|z|	[95% Conf.	Interval]
ln_wpi						
_cons	.0087342	.0034004	2.57	0.010	.0020695	.0153989
ARMA						
ar						
L1.	.7692142	.0968392	7.94	0.000	.5794128	.9590157
ma						
L1.	-.3554624	.1265721	-2.81	0.005	-.6035392	-.1073857
L4.	.2414626	.0863834	2.80	0.005	.0721542	.4107709
ARCH						
earch						
L1.	.406393	.11635	3.49	0.000	.1783512	.6344348
earch_a						
L1.	.2467327	.1233356	2.00	0.045	.0049992	.4884661
egarch						
L1.	.8417338	.0704073	11.96	0.000	.703738	.9797296
_cons	-1.48836	.6604349	-2.25	0.024	-2.782789	-.1939314

Экспоненциальная GARCH (p,q)-модель (Exponential GARCH, EGARCH).

$$\log \sigma_t^2 = \omega + \sum_{k=1}^{q} \beta_k g(Z_{t-k}) + \sum_{k=1}^{p} \alpha_k \log \sigma_{t-k}^2$$

$g(Z_t) = \theta Z_t + \lambda(|Z_t| - E(|Z_t|))$ имеет стандартное нормальное распределение или обобщенное распределение ошибок (Generalized Error Distribution (GED).

Представление g(Zt) позволяет оценить отдельно влияние положительных шоков (θ) и отрицательных(λ).

Воздействие асимметрично, если $\alpha_i \neq 0$.

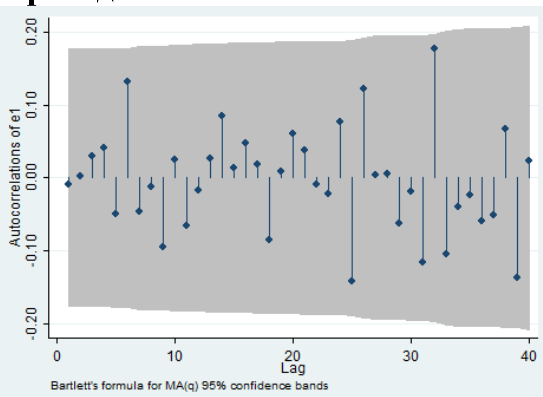
Запись модели:

$$\ln(\sigma_t^2) = -1.49 + .406\, z_{t-1} + .247\, \left(|z_{t-1}| - \sqrt{2/\pi}\,\right) + .842\, \ln(\sigma_{t-1}^2)$$

where $z_t = \epsilon_t/\sigma_t$, which is distributed as $N(0,1)$.

Анализ коэффициентов: Наблюдается наличие левередж эффекта (значимость коэффициента при L1.egarch 0.84). Положительный коэффициент при L1.earch (0,406) означает, что положительные шоки (непредвиденный рост цен) являются более дестабилизирующими, чем отрицательные шоки (коэффициент 0,247).

Проведите анализ остатков



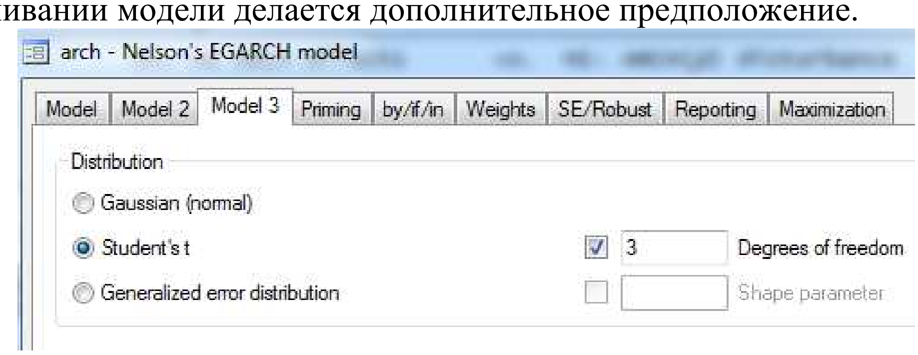

```
. wntestq e1, lags(10)

Portmanteau test for white noise

 Portmanteau (Q) statistic =     4.5613
 Prob > chi2(10)           =     0.9185
```

```
. estat archlm
LM test for autoregressive conditional heteroskedasticity (ARCH)
```

lags(p)	chi2	df	Prob > chi2
1	**1.118**	**1**	**0.2903**

H0: no ARCH effects *vs.* H1: ARCH(p) disturbance

Замечание. В случае, если остатки не подчиняются нормальному закону распределения, то при оценивании модели делается дополнительное предположение.



Заново оцените модель, предположив, что остатки подчиняются распределению Стьюдента с числом степеней свободы 2.

Команда Stata:
arch lnwpi, ar(1) ma(1 4) earch(1) egarch(1) distribution(t 3)

Задача 5. (самостоятельно). Подобрать одну из моделей класса ARCH model

Исходные данные: Daily stock price data (closing value of the Dow-Jones Industrial Average) from the 1953 (02jan1953- 20feb1990).
Файл(Stata): **dow.dta**

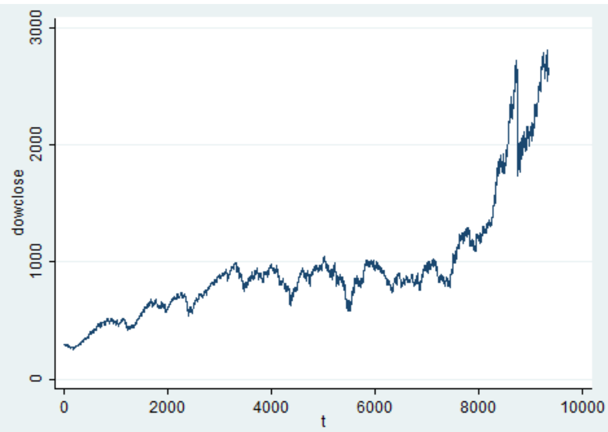
1. Откройте данные. webuse dow1

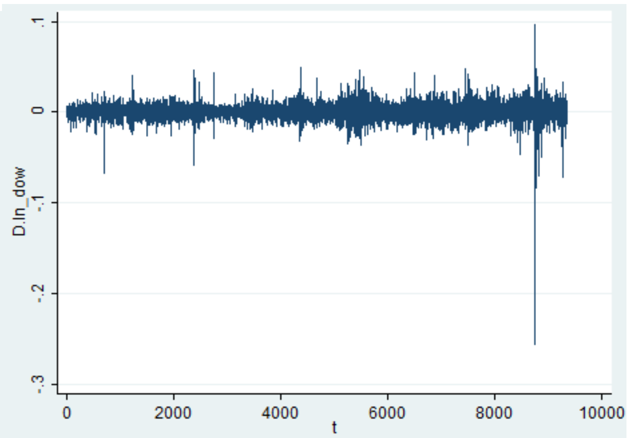
2. Изучите график временного ряда. Перейдите к ***логарифмической разности***.
   Для получения рядов **доходностей** берутся логарифмы исходных рядов, к ним применяется оператор первых разностей и полученные величины умножаются на 100 для перехода к процентным изменениям за период (t-1); t

$$r_t = \ln \frac{y_t}{y_{t-1}}$$

Постройте график ряда доходностей для определения эффекта «кластеризации» волатильности.

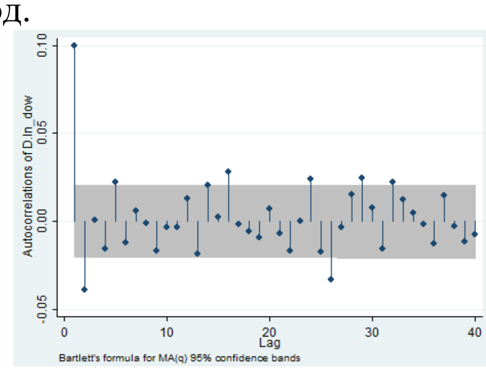
tsline D.ln_dow

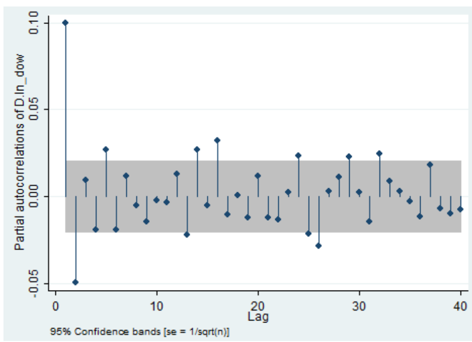




19 октября 1987. Чёрный понедельник: индекс Доу-Джонса пережил самое большое падение в истории — на 22,6 %.

3. **Стационарность ряда.** Постройте ACF, PACF для ряда логарифмической разности. Исследуйте ряд на стационарность (DF-test, KPSS). Сделайте вывод.





3. **Дескриптивные статистики.** Рассчитайте дескриптивные статистики. Чему равен эксцесс? О чем это свидетельствует?

```
                          D.ln_dow
-------------------------------------------------------------
      Percentiles      Smallest
 1%    -.0217228      -.2563195
 5%    -.0131841      -.0838103
10%    -.0093744      -.0715547       Obs                9340
25%    -.0043364       -.070972       Sum of Wgt.        9340

50%     .0003128                      Mean           .0002339
                        Largest       Std. Dev.      .0089265
75%     .0048165       .0483613
90%      .009645       .0494537       Variance       .0000797
95%     .0132322       .0571537       Skewness      -2.539828
99%     .0229793       .0966616       Kurtosis       81.32063
```

4. ARCH-эффекты. Проведите тест на наличие ARCH-эффектов

5. Подобрать одну из моделей класса ARCH model
   Asymmetric power ARCH model

Команда Stata:
arch D.ln_dow, ar(1) aparch(1) pgarch(1) arch D.ln_dow, ar(1) aparch(1) pgarch(1) distribution(ged)

Обсуждение модели: см help Stata

Анализ остатков:

- анализ автокорреляции в остатках
- анализ ARCH-эффектов в остатках
- анализ нормального распределения в остатках (тесты, гистограмма, описательные статистики, Q-Q график) (в случае отсутствия нормальности, необходимо рассматривать другие модификации GARCH)

Рекомендуемая литература:

- Engle, Robert F. (1982). "Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of Variance of United Kingdom Inflation". Econometrica. 50 (4): 987–1008.
- Bollerslev, Tim (1986). "Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity". *Journal of Econometrics*. **31** (3): 307–327.
- Эконометрический ликбез: волатильность// Квантиль№8. http://quantile.ru/08/08-ER.pdf
- О.Е. Перцовский МОДЕЛИРОВАНИЕ ВАЛЮТНЫХ РЫНКОВ НА ОСНОВЕ ПРОЦЕССОВ С ДЛИННОЙ ПАМЯТЬЮ Препринт WP2/2004/03 https://www.hse.ru/data/2010/05/04/1216407546/WP2_2004_03.pdf
- Федорова Е.А. МОДЕЛИРОВАНИЕ ВОЛАТИЛЬНОСТИ ФОНДОВОГО РЫНКА В ПЕРИОД КРИЗИСА (2011, 2013) https://cyberleninka.ru/article/n/modelirovanie-volatilnosti-fondovogo-rynka-v-period-krizisa

Book: Guidolin M., Pedio M. (2018) Essentials of Time Series for Financial Applications https://www.sciencedirect.com/book/9780128134092/essentials-of-time-series-for-financial-applications