

## Семинар 19-20. Коинтеграция и модель коррекции ошибками

### План занятия

1. Понятие коинтеграции. Тестирование коинтеграция рядов. Процедура Энгла - Грейнджера.
2. Оценивание модели коррекции ошибками.
3. Подход Йохансена.
4. Векторная модель коррекции ошибками (VECM-Vector Error-Correction Models).

## Часть 1. Коинтеграция : подход Энгла- Грейнджера

### План занятия

### Задача 1. Тестирование коинтеграции

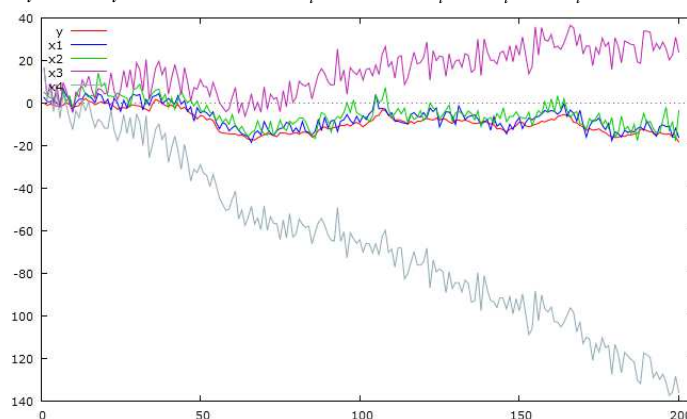
Файл *Coint. (Gretl)*

1.1. Были сгенерированны следующие случайные процессы (T=200):

$$y_t = y_{t-1} + \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim WN(0,1); \quad z_t = y_t + \varepsilon_{0t}, \quad \varepsilon_{0t} \sim WN(1,1)$$

$$x1_t = z_t + \varepsilon_{1t}, \quad \varepsilon_{1t} \sim WN \quad x2_t = 1 + z_t + \varepsilon_{2t}, \quad \varepsilon_{2t} \sim WN$$

$$x3_t = at + \varepsilon_{3t}, \quad \varepsilon_{3t} \sim WN \quad x4_t = -3at + z_t + \varepsilon_{4t}, \quad \varepsilon_{4t} \sim WN$$



1.2. **Определение порядка интегрируемости.** Постройте графики, опишите поведение моделируемых процессов. Являются ли они стационарными? Почему?

На основе тестов единичного корня определите порядок интегрируемости.

Процесс	DF-test	Порядок интегрируемости
$y_t$		
$x1_t$		
$x2_t$		
$x3_t$		
$x4_t$		

**Односторонние критические значения статистики Дики-Фуллера (Магнус)**

$$y_t = b_1 y_{t-1} + \varepsilon_{1t}, \quad (11.48)$$

$$y_t = a_2 + b_2 y_{t-1} + \varepsilon_{2t}, \quad (11.49)$$

$$y_t = a_2 + b_3 y_{t-1} + c_3 t + \varepsilon_{3t} \quad (11.50)$$

Доверительный уровень	Размер выборки			
	25	50	100	$\infty$
AR модель (11.48)				
0.010	-2.66	-2.62	-2.60	-2.58
0.025	-2.26	-2.25	-2.24	-2.23
0.050	-1.95	-1.95	-1.95	-1.95
AR модель с константой (11.49)				
0.010	-3.75	-3.58	-3.51	-3.43
0.025	-3.33	-3.22	-3.17	-3.12
0.050	-3.00	-2.93	-2.89	-2.86
AR модель с константой и трендом (11.50)				
0.010	-4.38	-4.15	-4.04	-3.96
0.025	-3.95	-3.80	-3.69	-3.66
0.050	-3.60	-3.50	-3.45	-3.41

Источник: (Fuller, 1976).

**1.3. Метод Энгла-Грэнджера.** Используя метод Энгла-Грэнджера (The Engle–Granger cointegration test), найдите коинтеграционные соотношения, если они существуют. Ответ обоснуйте.

Engle, R.F. and Granger, C.W.J. 1987. "Co-integration and Error Correction: Representation, Estimation and Testing" *Econometrica*, Vol. 55, pp. 251–276.

MacKinnon, James G. 1990, 2010. Critical Values for Cointegration Tests. Queen's Economics Department Working Paper No. 1227, Queen's University, Kingston, Ontario, Canada.

Available at <http://ideas.repec.org/p/qed/wpaper/1227.html>.

Используйте метод Энгла-Грэнджера по шагам (вручную) и встроенную процедуру, сравните результаты.

Процесс	Коинтеграционное соотношение	Анализ остатков коинтеграционного соотношения
$y_t$ и $x_{1t}$		«Вручную» $\tau =$ p-value= Встроенный тест $\tau =$ p-value=
$y_t$ и $x_{2t}$		
$y_t$ и $x_{3t}$		
$y_t$ и $x_{4t}$		

Асимптотические критические значения t-статистики (MacKinnon, 1993) (Магнус)

Число переменных	Тип теста	Доверительный уровень		
		0.01	0.05	0.10
2	константа	-3.90	-3.34	-3.04
	константа и тренд	-4.32	-3.78	-3.50
3	константа	-4.29	-3.74	-3.45
	константа и тренд	-4.66	-4.12	-3.84
4	константа	-4.64	-4.10	-3.81
	константа и тренд	-4.97	-4.43	-4.15
5	константа	-4.96	-4.42	-4.13
	константа и тренд	-5.25	-4.72	-4.43
6	константа	-5.25	-4.71	-4.42
	константа и тренд	-5.52	-4.98	-4.70

Источник: (Davidson and MacKinnon, 1993).

Estimated Cointegrating Regression Residual:

$$z_t = y_t - \beta_0 - \beta_1 x_{1t} - \beta_2 x_{2t} - \beta_3 x_{3t} - \dots - \beta_N x_{Nt}$$

Number of Variables $N + 1$	Sample Size	Critical Values		
		10%	5%	1%
2	50	3.28	3.67	4.32
	100	3.03	3.37	4.07
	200	3.02	3.37	4.00
3	50	3.73	4.11	4.84
	100	3.59	3.93	4.45
	200	3.47	3.78	4.35
4	50	4.02	4.35	4.94
	100	3.89	4.22	4.75
	200	3.89	4.18	4.70
5	50	4.42	4.76	5.41
	100	4.26	4.58	5.18
	200	4.18	4.48	5.02
6	500	4.43	4.71	5.28

<http://homes.chass.utoronto.ca/~floyd/statabs.pdf>

## Задача 2. Коинтеграция и модель коррекции ошибками

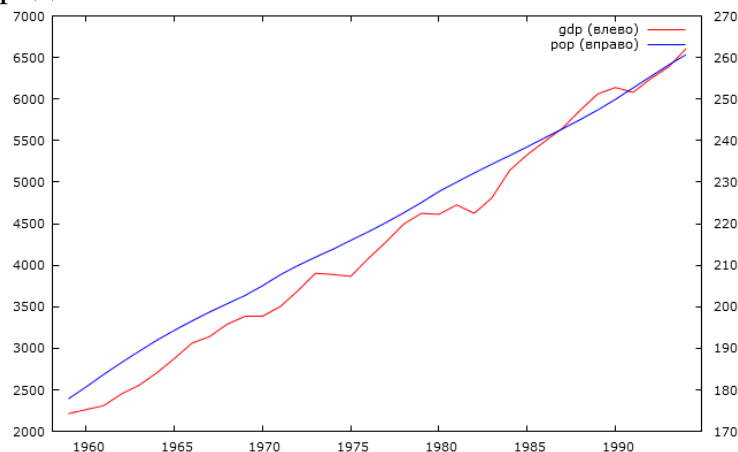
Данные: DATA3-15: Annual data on U.S. Population and GDP

Source: Economic Report of the President, 1996

gdp = Real Gross Domestic Product in billions of 1992 dollars, Seasonally adjusted annual rates, (Range 2212.3 - 6604.2)

pop = Population in millions, (177.82 - 260.66)

**1. Описательный анализ.** Постройте графики и опишите поведение исследуемых рядов.



**2. Стационарность рядов.** Исследуйте стационарность рядов, используя тест Дики-Фуллера. Какая гипотеза проверяется? Чему равен порядок интегрируемости рядов?

BP	DF-статистика	Порядок интегрируемости	Вывод:
gdp			
pop			

**3. Тестирование коинтеграции.** Постройте коинтеграционное соотношение, если оно существует.

Коинтеграционная модель:  $gdp_t = \alpha + \beta pop_t + \varepsilon_t$

Коинтегрирующий вектор:

Дайте интерпретацию коинтеграционной модели (опишите долгосрочные эффекты).

**4.1. Модель коррекции ошибками.** Постройте модель коррекции ошибками (ECM error-correction model).

**ЕСМ1.**  $\Delta y_t = \alpha + \beta \Delta x_t + \gamma(y_{t-1} - \lambda_1 x_{t-1}) + v_t$

Постройте модель коррекции ошибками (ЕСМ error-correction model). При необходимости добавьте лаги. Что включить в модель?

D.gdp – разность ВВП

D.pop – разность численности населения

L.e1 – первый лаг для остатков коинтеграционного соотношения.

-Опишите модель и ее статистические свойства. Оцените качество модели.

- Проверьте **адекватность** модели.

- Дайте содержательную интерпретацию модели (опишите краткосрочные и долгосрочные эффекты).
- Чему равна скорость корректировки к равновесному состоянию. Определить период возврата  $y_t$  к равновесному состоянию?

#### 4.2.Случай автокорреляции остатков. ЕСМ2.

$$\Delta y_t = \alpha + \beta \Delta x_t + \gamma(y_{t-1} - \lambda_1 x_{t-1}) + b_1 \Delta y_{t-1} + b_2 \Delta x_{t-1} + v_t$$

В случае автокорреляции остатков необходимо добавлять лаги переменных.

5. Оцените коинтеграцию «наоборот». Сравните результаты. В чем недостаток процедуры Энгла-Грейнджера.

6. Рассмотрите вариант модели с *детерминированным* трендом.

#### Задача 3. Коинтеграция и модель коррекции ошибками

Исходные данные «Стоимость жилья в некоторых городах Техаса (США)»

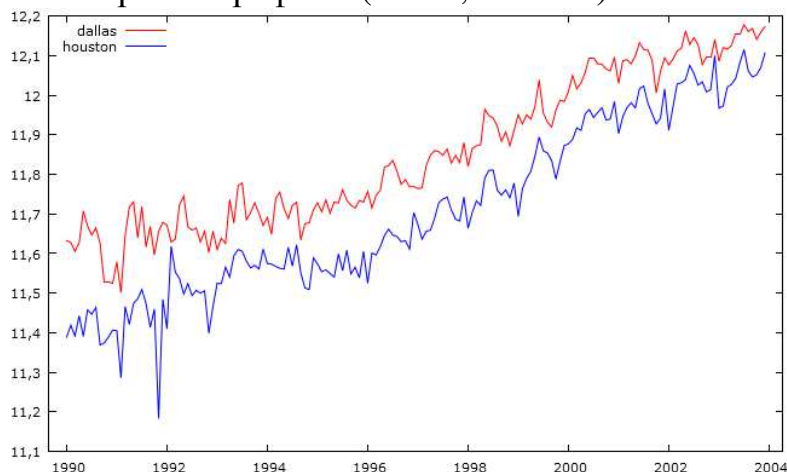
Данные: ежемесячные данные о стоимости жилья в период с 1990 по 2003.

t	Time (in months) T=1,...,168 1990m1 - 2003m12
austin	Логарифм средней стоимости жилья в Остине
dallas	Логарифм средней стоимости жилья в Далласе
houston	Логарифм средней стоимости жилья в Хьюстоне
sa	Логарифм средней стоимости жилья в Сан-Антонио

We have monthly data on the average selling prices of houses in four cities in Texas: Austin, Dallas, Houston, and San Antonio. In the dataset, these average housing prices are contained in the variables austin, dallas, houston, and sa. The series begin in January of 1990 and go through December 2003, for a total of 168 observations.

1. Откройте файл с данными: **txhprice.gdt**

2. Постройте графики (dallas, houston) и опишите поведение исследуемых рядов.



3. **Порядок интегрируемости.** Используя тест Дики-Фуллера, проверьте содержат ли ряды dallas и houston единичный корень. Какая гипотеза проверяется? Чему равна DF-статистика?

BP	DF-статистика	Порядок интегрируемости	Вывод:
dallas			
houston			

**4. Тестирование коинтеграции.** Постройте коинтеграционное соотношение, если оно существует.

Коинтеграционная модель:  $y_t = \alpha + \beta x_t + \varepsilon_t$

Коинтегрирующий вектор:

Дайте интерпретацию коинтеграционной модели (опишите долгосрочные эффекты).

Коинтеграционная регрессия –

МНК, использованы наблюдения 1990:01–2003:12 (T = 168)

Зависимая переменная: dallas

	Коэффициент	Ст. ошибка	t-статистика	P-значение	
const	2,00946	0,183724	10,94	2,60e-021	***
houston	0,840623	0,0156900	53,58	1,08e-106	***
Среднее зав. перемен	11,85116	Ст. откл. зав. перемен	0,187714		
Сумма кв. остатков	0,321698	Ст. ошибка модели	0,044022		
R-квадрат	0,945332	Испр. R-квадрат	0,945002		
Лог. правдоподобие	287,2993	Крит. Акаике	-570,5986		
Крит. Шварца	-564,3507	Крит. Хеннана–Куинна	-568,0629		
Параметр rho	0,132967	Стат. Дарбина–Вотсона	1,726021		

**5. Постройте модель коррекции ошибками (ECM error-correction model).**

**ЕСМ 1.**  $\Delta y_t = \alpha + \beta \Delta x_t + \gamma(y_{t-1} - \lambda_1 x_{t-1}) + v_t$

-Опишите модель и ее статистические свойства. Оцените качество модели.

- Проверьте **адекватность** модели.

- Дайте содержательную интерпретацию модели (опишите краткосрочные и долгосрочные эффекты).

-Чему равна скорость корректировки к равновесному состоянию. Определить период возврата  $y_t$  к равновесному состоянию?

**6. Добавьте в модель ЕСМ дополнительный лаг (модель 2), оцените модель и сравните с моделью 1. Когда появляются лаги приращений?**

**ЕСМ 2.**  $\Delta y_t = \alpha + \beta \Delta x_t + \gamma(y_{t-1} - \lambda_1 x_{t-1}) + b_1 \Delta y_{t-1} + b_2 \Delta x_{t-1} + v_t$

Опишите и сравните построенные модели. Выберите наилучшую. Ответ обоснуйте.

Интерпретируйте результаты.

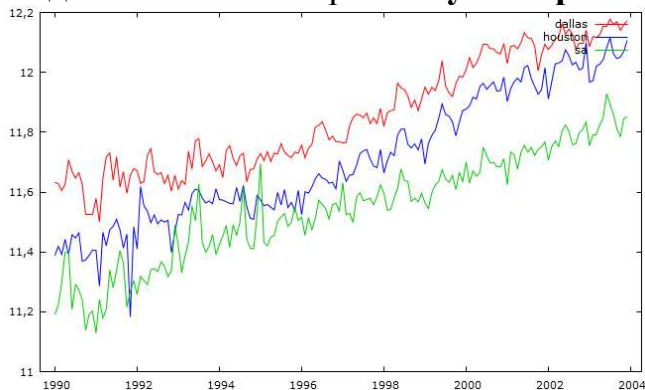
модели	Ошибка, R <sup>2</sup>	Инф.критерии	Анализ остатков	Наилучшая модель
1.				
2.				

Если остатки автокоррелированы, необходимо включать достаточное количество лагов.

Подберите адекватную модель ЕСМ.

-Опишите модель и ее статистические свойства. Оцените качество модели. Проверьте **адекватность** модели. Дайте содержательную интерпретацию модели (опишите краткосрочные эффекты).

### Модель 3. Рассмотрите случай трех переменных (dallas, houston, sa)



Какое предположение можно сделать о наличии коинтеграции? Исследуйте наличие коинтеграции (dallas, sa), (dallas, houston, sa).

Оцените коинтеграционное уравнение (dallas ← houston, sa) и ECM-модель. Опишите результаты и дайте интерпретацию.

Коинтеграционная регрессия -  
МНК, использованы наблюдения 1990:01-2003:12 (T = 168)  
Зависимая переменная: dallas

					Зависимая переменная: d dallas				
	Коэффициент	Ст. ошибка	t-статистика	P-значение		Коэффициент	Ст. ошибка	t-статистика	P-значение
const	1,73045	0,220239	7,857	4,79e-013 ***	const	0,00142755	0,00273863	0,5213	0,6029
sa	0,117823	0,0526527	2,238	0,0266 **	d_houston	0,275036	0,0549751	5,003	1,45e-06 ***
houston	0,748270	0,0440871	16,97	4,99e-038 ***	d_sa	0,167997	0,0447162	3,757	0,0002 ***
					et_1	-0,504517	0,0712035	-7,086	3,96e-011 ***

8. **Самостоятельно.** Исследуйте взаимосвязи между стоимостью жилья в других городах Техаса. Оцените коинтеграционные соотношения (по возможности рассмотрите случай 3-х переменных). В случае наличия коинтеграции оцените ECM-модель. Дайте интерпретацию полученным результатам.

Составьте коинтеграционную матрицу, указав направление связи.

	austin	dallas	houston	sa
austin				
dallas				
houston				
sa				

## Часть 2. VECM (Vector Error-Correction Models)

### Задача 4. Коинтегрирующий вектор

Даны процессы

$$x_t = -4 + \sum_{i=1}^t \varepsilon_i + u_{2t}; \quad y_t = 0,5 \sum_{i=1}^t \varepsilon_i + u_{1t}; \quad z_t = 1 - \sum_{i=1}^t \varepsilon_i + u_{3t}; \quad \varepsilon_t; u_{1t}; u_{2t}; u_{3t} - WN$$

$$\beta_1 = (1; 0; 1)$$

Проверить, какие из векторов являются коинтегрирующими:  $\beta_2 = (1; -1; 1)$

$$\beta_3 = (1; -2; 0)$$

## Задача 5. VECM-представление/ранг коинтеграции

Для моделей VAR(p):

- найти ранг коинтеграции (два способа: приведение к ступенчатому виду, через собственные значения),
- перейти к VECM-представлению, дать интерпретацию.

$$5.1. \begin{cases} y_t = 0,6y_{t-1} + 0,8x_{t-1} + \varepsilon_{1t} \\ x_t = 0,4y_{t-1} + 0,2x_{t-1} + \varepsilon_{2t} \end{cases}$$

$$5.2. \begin{pmatrix} y_t \\ x_t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1,3 & 0 \\ -0,3 & 1,3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_{t-1} \\ x_{t-1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \varepsilon_{1t} \\ \varepsilon_{2t} \end{pmatrix}$$

$$5.3. \begin{pmatrix} y_t \\ x_t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0,6 & 0,1 \\ 0,2 & 0,7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_{t-1} \\ x_{t-1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0,4 & -0,1 \\ -0,2 & 0,3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_{t-2} \\ x_{t-2} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \varepsilon_{1t} \\ \varepsilon_{2t} \end{pmatrix}$$

Замечание.

$$\Delta y_t = \Pi y_{t-1} + \varepsilon_t, \Pi = B_1 - \Gamma_2$$

Процессы	Ранг коинтеграции r(Π)
N=2 $y_t, x_t$	r(Π)=0 нет коинтеграции, процессы не стационарны r(Π)=1 - 1 коинтеграционное соотношение r(Π)=2 - процессы стационарны
N=3 $y_t, x_t, z_t$	r(Π)=0 нет коинтеграции, процессы не стационарны r(Π)=1,2 - 1,2 коинтеграционных соотношения r(Π)=3 - процессы стационарны

**Пример 1.**  $VAR(1)$   $\begin{pmatrix} x_t \\ y_t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,8 & 0,6 \\ 0,2 & 0,4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{t-1} \\ y_{t-1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \varepsilon_{1t} \\ \varepsilon_{2t} \end{pmatrix}$

VECM имеет вид:  $\begin{pmatrix} \Delta x_t \\ \Delta y_t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0,2 & 0,6 \\ 0,2 & -0,6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{t-1} \\ y_{t-1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \varepsilon_{1t} \\ \varepsilon_{2t} \end{pmatrix}$ ,

$$\text{где } \Pi = B_1 - \Gamma_2 = \begin{pmatrix} 0,8 & 0,6 \\ 0,2 & 0,4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0,2 & 0,6 \\ 0,2 & -0,6 \end{pmatrix}$$

С помощью элементарных преобразований приводим матрицу Π к ступенчатому

виду:  $\begin{pmatrix} -0,2 & 0,6 \\ 0,2 & -0,6 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} -0,2 & 0,6 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow r(\Pi) = 1 < (N=2)$

ряды коинтегрированы

## Задача 6. Тест Йохансена. Сделайте вывод об интегрируемости процессов и порядке коинтеграции по результатам тестирования.

Результаты тестирования 1

Тест Йохансена: Количество уравнений = 3 Порядок лага = 1			
Ранг	Собственное значение	Тест на след матрицы (Р-значение)	Lmax test (Р-значение)
<b>0</b>	0,42	41,562 [0,0012]	33,74 [0,0003]
<b>1</b>	<b>0,12</b>	<b>7,817 [0,4923]</b>	<b>7,7991 [0,408]</b>
<b>2</b>	0,0003	0,018 [0,0020]	0,018 [0,0020]

Результаты тестирования 2

Тест Йохансена: Количество уравнений = 3 Порядок лага = 1			
Ранг	Собственное значение	Тест на след матрицы (Р-значение)	Lmax test (Р-значение)
<b>0</b>	0,42	1,562 [0,0012]	3,74 [0,0003]
<b>1</b>	0,12	10,81 [0,004923]	17,79 [0,00408]
<b>2</b>	<b>0,0003</b>	<b>0,118 [0,620]</b>	<b>0,118 [0,8020]</b>



### Результаты тестирования 3

Тест Йохансена: Количество уравнений = 3    Порядок лага = 1			
Ранг	Собственное значение	Тест на след матрицы (Р-значение)	Lmax test (Р-значение)
0	0,92	9,62 [0,12]	10,4 [0,3]
1	0,2	7,817 [0,001]	7,7991 [0,0004]
2	0,0012	0,018 [0,0020]	0,018 [0,0020]

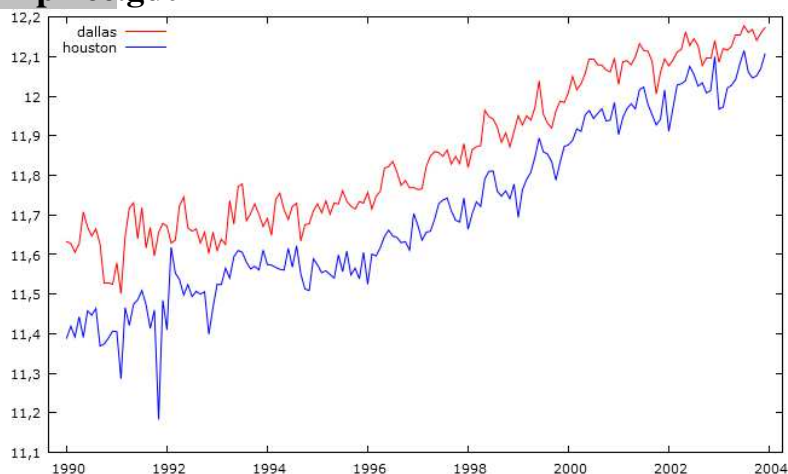
### Задача 7. Оценивание VECM-модели

**Исходные данные «Стоимость жилья в некоторых городах Техаса (США)»**

**Данные:** ежемесячные данные о стоимости жилья в период с 1990 по 2003.

t	Time (in months) T=1,...,168 1990m1 - 2003m12
austin	Логарифм средней стоимости жилья в Остине
dallas	Логарифм средней стоимости жилья в Далласе
houston	Логарифм средней стоимости жилья в Хьюстоне
sa	Логарифм средней стоимости жилья в Сан-Антонио

Файл с данными: **txhprice.gdt**



### Оценивание VECM

1. Проверка порядка интегрируемости. Если есть детерминированные тренды, то необходимо их использовать при оценивании ЕСМ.
2. Определение порядка VAR и ее оценивание.
3. Проверка причинности по Грейнджеру.
4. Нахождение коинтеграционного ранга и анализ коинтегрирующих векторов.
5. Оценивание VECM.
6. Проверка адекватности модели.
7. Интерпретация.

1. **Проверка порядка интегрируемости.** dallas, houston – I(1) процессы (р/м ранее).
2. Определение порядка VAR и ее оценивание.



VAR система, максимальный порядок лага 4

Звездочка указывает на наилучшие (минимальные) значения информационных критериев Акаике (AIC), Шварца (BIC) и Хеннана-Куинна (HQC).

lags	loglik	p(LR)	AIC	BIC	HQC
1	577,48278		-6,969302	-6,855892	-6,923262
2	590,97818	0,00002	-7,085100*	-6,896083*	-7,008366*
3	593,43715	0,29582	-7,066307	-6,801684	-6,958880
4	596,36376	0,21038	-7,053217	-6,712987	-6,915096

### 3. Проверка причинности по Грейнджеру.

#### Уравнение 1: dallas

F-тесты для нулевых ограничений:

Все лаги для dallas	F(2, 161) = 33,056 [0,0000]
Все лаги для houston	F(2, 161) = 5,4888 [0,0049]
Все переменные, лаг 2	F(2, 161) = 4,8724 [0,0088]

#### Уравнение 2: houston

F-тесты для нулевых ограничений:

Все лаги для dallas	F(2, 161) = 13,832 [0,0000]
Все лаги для houston	F(2, 161) = 18,618 [0,0000]
Все переменные, лаг 2	F(2, 161) = 12,758 [0,0000]

Нарисуйте схему. Сделайте вывод.

### 4. Нахождение коинтеграционного ранга.

Ранг	Собственное значение	Тест на след матрицы	P-значение	Lmax test	P-знач
0	0,24498		46,825 [0,0000]	46,647 [0,0000]	
1	0,0010747		0,17850 [0,6727]	0,17850 [0,6727]	

Вывод:  $r(\Pi)=1 \rightarrow$  ряды коинтегрированы

Процессы	Ранг коинтеграции $r(\Pi)$
N=2 $y_t, x_t$	$r(\Pi)=0$ нет коинтеграции, процессы не стационарны $r(\Pi)=1$ - 1 коинтеграционное соотношение $r(\Pi)=2$ - процессы стационарны
N=3 $y_t, x_t, z_t$	$r(\Pi)=0$ нет коинтеграции, процессы не стационарны $r(\Pi)=1,2$ - 1,2 коинтеграционных соотношения $r(\Pi)=3$ - процессы стационарны

### 5. Анализ взаимосвязей. Оцените VECM, сравните VECM(1) и VECM(2), порядок лага 1 и 2, ранг коинтеграции = 1.

Запишите модель и дайте интерпретацию полученным моделям.

Запись модели

$$VAR(1): y_t = \mu + B_1 y_{t-1} + \varepsilon_t$$

$$VAR(2): y_t = \mu + B_1 y_{t-1} + B_2 y_{t-2} + \varepsilon_t$$

$$VECM: \Delta y_t = \mu + \Pi y_{t-1} + \varepsilon_t$$

$$VECM: \Delta y_t = \mu + \Pi y_{t-1} + \Gamma_1 \Delta y_{t-1} + \varepsilon_t$$

$$\Pi = -I_k + B_1.$$

$$\Pi = -I_k + B_1 + B_2; \quad \Gamma_1 = -(B_2)$$

Долгосрочная матрица:

$$\Pi = \alpha \beta'; \quad z_{t-1} = \beta' y_{t-1}$$

VECM(2) , lags(2)					VECM(1), lags(1)				
Уравнение 1: d_dallas					Уравнение 1: d_dallas				
	Коэффициент	Ст. ошибка	t-статистика	P-значение		Коэффициент	Ст. ошибка	t-статистика	P-значение
const	0,518835	0,153878	3,372	0,0009 ***	const	0,519001	0,113850	4,559	9,99e-06 ***
d_dallas_1	-0,164730	0,0879356	-1,873	0,0628 *	EC1	-0,311616	0,0687618	-4,532	1,12e-05 ***
d_houston_1	-0,0998368	0,0650838	-1,534	0,1270					
EC1	-0,303880	0,0908504	-3,345	0,0010 ***					
Среднее зав. перемен	0,003283	Ст. откл. зав. перемен	0,041773		Среднее зав. перемен	0,003237	Ст. откл. зав. перемен	0,041651	
Сумма кв. остатков	0,240693	Ст. ошибка модели	0,038546		Сумма кв. остатков	0,256101	Ст. ошибка модели	0,039397	
R-квадрат	0,164023	Испр. R-квадрат	0,148542		R-квадрат	0,110691	Испр. R-квадрат	0,105302	
Параметр rho	-0,000587	Стат. Дарбина-Вотсона	1,999418		Параметр rho	-0,211468	Стат. Дарбина-Вотсона	2,422091	
Уравнение 2: d_houston					Уравнение 2: d_houston				
	Коэффициент	Ст. ошибка	t-статистика	P-значение		Коэффициент	Ст. ошибка	t-статистика	P-значение
const	-0,845640	0,181035	-4,671	6,26e-06 ***	const	-1,08737	0,139944	-7,770	7,94e-013 ***
d_dallas_1	-0,0619653	0,103455	-0,5990	0,5500	EC1	0,659565	0,0845215	7,804	6,54e-013 ***
d_houston_1	-0,332844	0,0765700	-4,347	2,43e-05 ***					
EC1	0,502714	0,106884	4,703	5,45e-06 ***					
Среднее зав. перемен	0,004142	Ст. откл. зав. перемен	0,056626		Среднее зав. перемен	0,004298	Ст. откл. зав. перемен	0,056491	
Сумма кв. остатков	0,333145	Ст. ошибка модели	0,045348		Сумма кв. остатков	0,386946	Ст. ошибка модели	0,048427	
R-квадрат	0,370333	Испр. R-квадрат	0,358673		R-квадрат	0,269572	Испр. R-квадрат	0,265145	
Параметр rho	0,014692	Стат. Дарбина-Вотсона	1,961625		Параметр rho	-0,269658	Стат. Дарбина-Вотсона	2,533328	
Корректирующий вектор: $\alpha=(-0.3; 0.5)$					Корректирующий вектор: $\alpha=(-0.31; 0.65)$				
alpha (Корректирующие векторы) dallas -0,30388 houston 0,50271					beta (Коинтегрирующие векторы, dallas 1,0000 (0,0000) houston -0,86759 (0,021423)				
Коинтегрирующий вектор: $\beta=(1; -0,86)$					Коинтегрирующий вектор: $\beta=(1; -0,87)$				
Модель VECM(2) $\begin{pmatrix} \Delta y_t \\ \Delta x_t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.51 \\ -0.84 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -0.3 \\ 0.5 \end{pmatrix} (1 \quad -0,86) \begin{pmatrix} y_{t-1} \\ x_{t-1} \end{pmatrix} + \Gamma_1 \begin{pmatrix} \Delta y_{t-1} \\ \Delta x_{t-1} \end{pmatrix}$					Модель VECM(2) $\begin{pmatrix} \Delta y_t \\ \Delta x_t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0.51 \\ -1.09 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -0.31 \\ 0.65 \end{pmatrix} (1 \quad -0,87) \begin{pmatrix} y_{t-1} \\ x_{t-1} \end{pmatrix}$				

**Интерпретация:** (!показатели в логарифмах)

Долгосрочный эффект:

Краткосрочный эффект:

Период возврата к равновесному состоянию:

## 5. Адекватность модели.

- Стационарность VECM (анализ корней)
- Отсутствие автокорреляции
- Нормальность

Отсутствие автокорреляции  
VECM(2)

VECM(1)

Test for autocorrelation of order up to 5

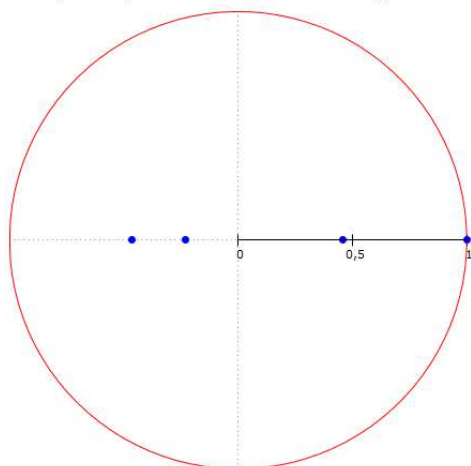
	Rao F	Approx dist.	p-value
lag 1	0,979	F(4, 320)	0,4193
lag 2	1,266	F(8, 316)	0,2604
lag 3	1,155	F(12, 312)	0,3150
lag 4	1,337	F(16, 308)	0,1729
lag 5	1,358	F(20, 304)	0,1416

Test for autocorrelation of order up to 5

	Rao F	Approx dist.	p-value
lag 1	6,624	F(4, 326)	0,0000
lag 2	3,749	F(8, 322)	0,0003
lag 3	3,066	F(12, 318)	0,0004
lag 4	2,791	F(16, 314)	0,0003
lag 5	2,399	F(20, 310)	0,0008

## -Стационарность VECM (анализ корней) для VECM(2)

Обратные корни VAR по отношению к единичной окружности



*Замечание.* Один из корней лежит на единичной окружности, что означает, что хотя бы один ряд имеет единичный корень и коинтеграция возможна. (Подкорытова, с 174)

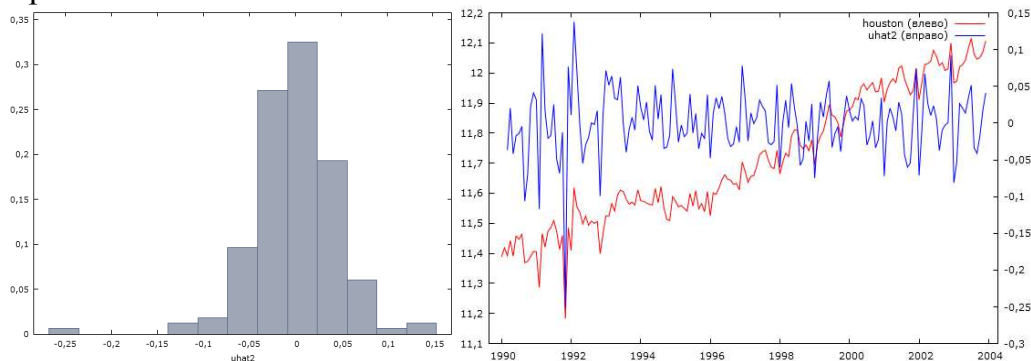
## - Нормальность остатков.

Тест Дурника-Хансена (Doornik-Hansen)

Хи-квадрат(4) = 81,6676 [0,0000]

Попытайтесь посмотреть из-за чего отсутствует нормальность в остатках? Сохраните остатки каждого уравнения и проанализируйте нормальность остатков.

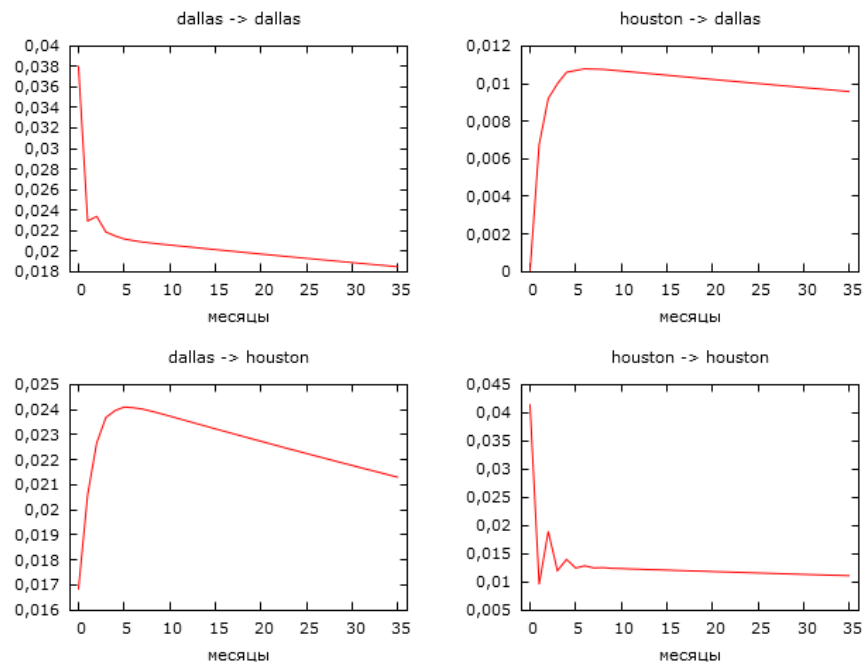
Уравнение 2.



## 6. Интерпретация (IRF и VD)

- Функция импульсного отклика (impulse responses - IRF)
- Разложение дисперсии ошибки прогноза (variance decompositions - VD)

### 6.1. Функция импульсного отклика (impulse responses - IRF)



### Вывод:

1. В ответ на шоки в **dallas** (логарифм стоимости жилья) показатель **houston** \_\_\_\_\_, в ответ на собственные шоки \_\_\_\_\_

Период возврата к РС:

2. В ответ на шоки в **houston** (логарифм стоимости жилья) показатель **dallas** \_\_\_\_\_, в ответ на собственные шоки \_\_\_\_\_

Период возврата к РС:

-Для какой переменной период возврата к РС наименьший/наибольший?

- Какая переменная имеет наибольшую/наименьшую реакцию на шоки?

## 6.2. Разложение дисперсии ошибки прогноза (variance decompositions - VD)

Разложение дисперсии для dallas				Разложение дисперсии для houston			
Период	Ст. ошибка	dallas	houston	Период	Ст. ошибка	dallas	houston
1	0,0380783	100,0000	0,0000	1	0,0447984	14,1283	85,8717
2	0,0449985	97,7163	2,2837	2	0,0502616	28,1410	71,8590
3	0,0516419	95,0027	4,9973	3	0,0584086	36,1743	63,8257
4	0,0570886	92,7483	7,2517	4	0,0642898	43,7630	56,2370
5	0,0620748	90,8300	9,1700	5	0,0701983	48,7472	51,2528
6	0,0666433	89,3423	10,6577	6	0,0754631	52,8132	47,1868
7	0,0709173	88,1379	11,8621	7	0,0804791	55,8396	44,1604
8	0,0749408	87,1728	12,8272	8	0,0851673	58,2945	41,7055
9	0,0787587	86,3790	13,6210	9	0,0896287	60,2596	39,7404
10	0,0823986	85,7202	14,2798	10	0,093872	61,8915	38,1085
11	0,0858843	85,1642	14,8358	11	0,0979351	63,2554	36,7446
12	0,0892336	84,6898	15,3102	12	0,101835	64,4170	35,5830
13	0,0924618	84,2801	15,7199	13	0,105592	65,4157	34,5843
14	0,0955809	83,9229	16,0771	14	0,109219	66,2845	33,7155
15	0,0986013	83,6087	16,3913	15	0,11273	67,0466	32,9534
16	0,101532	83,3303	16,6697	16	0,116134	67,7207	32,2793
17	0,10438	83,0819	16,9181	17	0,119442	68,3212	31,6788
18	0,107153	82,8588	17,1412	18	0,122661	68,8594	31,1406
19	0,109856	82,6574	17,3426	19	0,125797	69,3447	30,6553
20	0,112494	82,4747	17,5253	20	0,128857	69,7845	30,2155
21	0,115071	82,3081	17,6919	21	0,131845	70,1848	29,8152
22	0,117592	82,1557	17,8443	22	0,134768	70,5507	29,4493
23	0,12006	82,0157	17,9843	23	0,137629	70,8866	29,1134
24	0,122478	81,8867	18,1133	24	0,140431	71,1959	28,8041

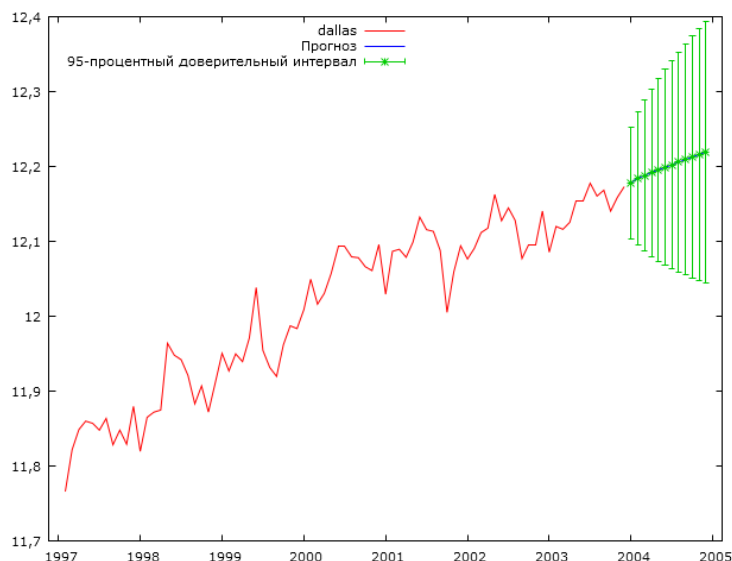
### Выводы:

(1) Дисперсия **dallas** (логарифма стоимости жилья) объясняется в среднем собственными шоками на \_\_\_\_% и шоками **houston** на \_\_\_\_%.

(2) Дисперсия **houston** (логарифма стоимости жилья) объясняется в среднем собственными шоками на \_\_\_\_% и шоками **dallas** на \_\_\_\_%.

- Подтвердились ли Ваши предположения относительно эндогенности/экзогенности переменных?

## 7. Прогноз.



## 8. Случай трех переменных. Исследуйте наличие коинтеграции для **dallas**, **houston**, **sa**, используя тест Йохансена.

Тест Йохансена:

Количество уравнений = 3

Порядок лага = 1

Период оценки: 1990:02 - 2003:12 (T = 167)

Вариант 3: Неограниченная константа

Лог. правдоподобие = 1328,48 (Включая константу: 854,55)

Ранг	Собственное значение	Тест на след матрицы	P-значение	Lmax test	P-значе
0	0,49876	158,70	[0,0000]	115,34	[0,0000]
1	0,22511	43,360	[0,0000]	42,591	[0,0000]
2	0,0045940	0,76897	[0,3805]	0,76897	[0,3805]

Вывод:

Процессы	Ранг коинтеграции $r(\Pi)$
N=2 $y_t, x_t$	$r(\Pi)=0$ нет коинтеграции, процессы не стационарны $r(\Pi)=1$ - 1 коинтеграционное соотношение $r(\Pi)=2$ - процессы стационарны
N=3 $y_t, x_t, z_t$	$r(\Pi)=0$ нет коинтеграции, процессы не стационарны $r(\Pi)=1,2$ - 1,2 коинтеграционных соотношения $r(\Pi)=3$ - процессы стационарны

## Задача 8. Случай I(2)-процессов. Данные: incUSA.gdt

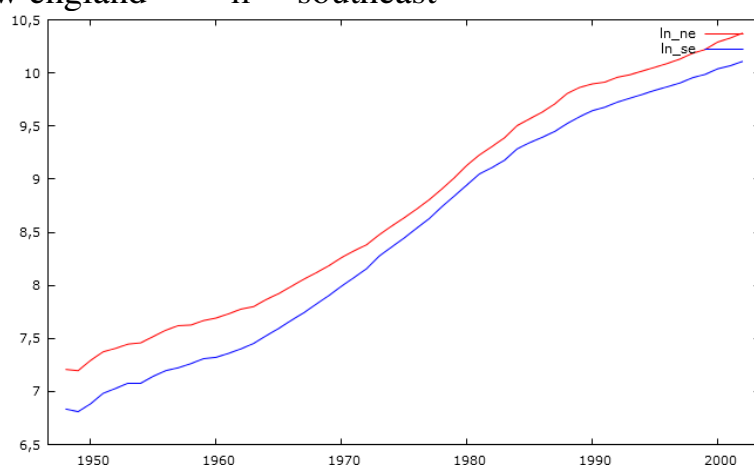
This example uses annual data on the average per-capita disposable personal income in the eight U.S. Bureau of Economic Analysis (BEA) regions of the United States. We use data from 1948–2002 in logarithms. Stata: `*webuse rdinc`

ln_ne	ln(new_england)
ln_me	ln(mideast)
ln_gl	ln(great_lakes)
ln_pl	ln(plains)
ln_se	ln(southeast)
ln_sw	ln(southwest)
ln_rm	ln(rocky_mountain)
ln_fw	ln(far_west)



U.S. Bureau of Economic Analysis Regions <https://www.icip.iastate.edu/maps/refmaps/bea>

1. Рассмотрим два региона США:  
new england и southeast



Обоснуйте выбор VECM, оцените VECM и дайте интерпретацию полученной модели.

## Оценивание VECM

1. Проверка порядка интегрируемости. Если есть детерминированные тренды, то необходимо их использовать при оценивании ECM.
2. Определение порядка VAR и ее оценивание.
3. Проверка причинности по Грейнджеру.
4. Нахождение коинтеграционного ранга и анализ коинтегрирующих векторов.
5. Оценивание VECM.
6. Проверка адекватности модели.
7. Интерпретация.

Процессы	Ранг коинтеграции $r(\Pi)$
N=2 $y_t, x_t$	$r(\Pi)=0$ нет коинтеграции, процессы не стационарны $r(\Pi)=1$ - 1 коинтеграционное соотношение $r(\Pi)=2$ - процессы стационарны
N=3 $y_t, x_t, z_t$	$r(\Pi)=0$ нет коинтеграции, процессы не стационарны $r(\Pi)=1,2$ - 1,2 коинтеграционных соотношения $r(\Pi)=3$ - процессы стационарны



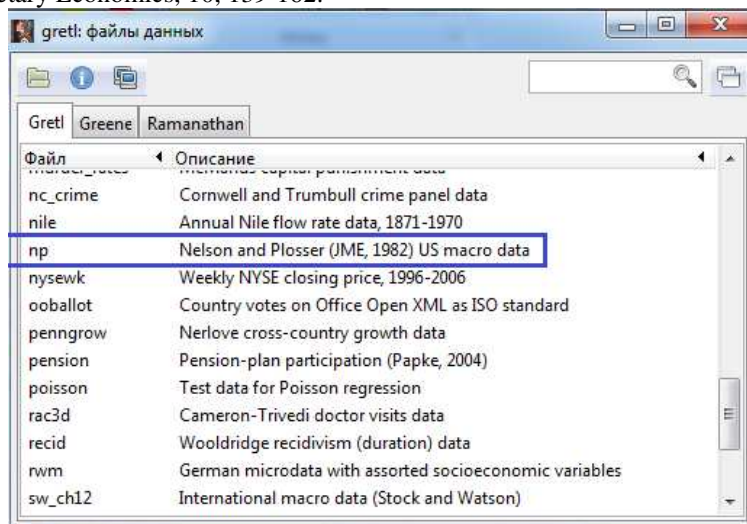
## Домашняя работа (ТДЗ) 19-20. Коинтеграция

Необходимо выполнить один из вариантов.

### Вариант 1.

Исходные данные: **np.gdt**

Data from Nelson, C. R. and Plosser, C. (1982). Trends and random walks in macro-economic time series: some evidence and implications. Journal of Monetary Economics, 10, 139-162.



*Gretl – Файл - Открыть - Примеры*

1. Исследовать и описать исходные данные (выбрать 3-4 показателя). Сделать предположение о наличии возможных коинтеграционных связей по графику.

Исследовать порядок интегрируемости выбранных процессов.

Процесс	Порядок интегрируемости	Обоснование
y1		
y2		
y3		

## 2. Наличие коинтеграции.

**2.1. Подход Энгла-Грейнджера.** На основе подхода Энгла-Грейнджера протестировать наличие коинтеграции (для 3 переменных). Заполните коинтеграционную таблицу.

	y1	y2	y3
y1			
y2			
y3			

**2.2. Подход Йохансена.** На основе теста Йохансена протестировать наличие коинтеграции (для 3 переменных, попарно и вместе). Сравните результаты с тестом Энгла-Грейнджера.

**3. Коинтеграция.** Оценить коинтеграционное соотношение и ЕСМ-модель (или VECM на выбор).

- Опишите модели и их статистические свойства. Оцените качество моделей. Проверьте **адекватность** модели (приведите результаты всех необходимых тестов).



- Дайте содержательную интерпретацию моделям.

**4. Случай отсутствия коинтеграции.** В случае отсутствия коинтеграции, перейти к первым разностям и оценить ADL/ARMAX-модель (на выбор), записать ЕСМ-представление. (Если коинтеграция есть, то этот пункт не выполнять).

- Опишите модели и их статистические свойства. Оцените качество моделей. Проверьте *адекватность* модели (приведите результаты всех необходимых тестов).
- Дайте содержательную интерпретацию моделям.

**Вариант 2.** Выполните задание по своим данным. Приложите файл с данными.

- Напишите краткий отчет с выводами и полученными графиками. Допускается сдача работы в группе по 2 человека (не забывайте указывать авторов).
- Выполненная домашняя работа загружается в LMS. Срок выполнения – 1 неделя.

### **Примеры оценивания модели ЕСМ**

Используйте примеры из журналов для оформления отчетов

- Краснопеева Н. А., Назруллаева Е. Ю. Моделирование влияния инвестиций в основной капитал на материальные затраты в отраслях промышленности США в 1958–2005 гг. // Экономический журнал ВШЭ [2014] Т. 18 № 1. С. 102–132  
<http://ej.hse.ru/2014-18-1/119907605.html>

- Айвазян С. А., Б. Е. Бродский, Э. М. Сандоян, М. А. Восканян, Д. Э. Манукян. Макроэконометрическое моделирование экономик России и Армении // ПЭ. 2013. №3(31)  
[http://pe.cemi.rssi.ru/pe\\_2013\\_3\\_03-31.pdf](http://pe.cemi.rssi.ru/pe_2013_3_03-31.pdf)

С использованием квартальных данных 1995(1)–2011(4) получена следующая коинтеграционная зависимость (см. (Вербик, 2008, гл. 9)) для индекса реального ВВП ( $GDP$ ) (под значениями оцененных коэффициентов регрессионного уравнения в скобках приведены соответствующие значения  $t$ -статистик):

$$\ln(GDP_t) = 2.748 + 0.180 \ln(woil_t) - 0.084 \ln(rmon_t) + 0.209 \ln(Inv_{t-4}) + 0.121 \cdot s2001p2_t$$

(26.63)      (9.97)      (-2.59)      (7.27)      (3.84)

**Дополнительное задание (!сдавать не надо). Тест Дурника-Хансена**

$$X = \begin{pmatrix} 0.4 & -0.5 & 0.2 & 0.5 \\ 0.1 & 0.2 & -0.1 & -0.2 \end{pmatrix}$$

Или свой пример.

Doornik, J. A., and H. Hansen. 2008. An omnibus test for univariate and multivariate normality. Oxford Bulletin of Economics and Statistics 70: 927–939.

Провести тест на нормальность Дурника-Хансена: подробные вычисления по формулам с комментариями и объяснениями.

Показатели качества этой зависимости:  $R^2 = 0.95$ ,  $DW = 1.97$ . Проверка ряда регрессионных остатков этой зависимости на стационарность с использованием теста Девидсона–Маккиннона (см., например, (Вербик, 2008, п. 9.2.2)) подтвердила гипотезу стационарности. Таким образом, долгосрочный коэффициент эластичности индекса реального ВВП по фактору экспортных цен на нефть составляет 0.18, по фактору дефлированных тарифов на электроэнергию – 0.08, по фактору реальных инвестиций в основной капитал 0.18, по фактору налоговой политики 0.12.

Для оценки влияния реального эффективного курса рубля на темпы роста ВВП коинтеграционная зависимость была расширена до модели коррекции регрессионными остатками, см. (Вербик, 2008, гл. 9). При этом в спецификацию эконометрической модели включался реальный эффективный курс рубля к иностранным валютам, который более точно отражает макроэкономический эффект данного фактора. Далее в расчетах использован индекс реального эффективного курса российского рубля к иностранным валютам  $rer$  (1995 г. = 100%), рассчитываемый как взвешенное среднее геометрическое индексов реальных обменных курсов рубля к валютам стран — основных торговых партнеров России. Точная методика расчета этого показателя приведена в работе (Balassa, 1964).

Модель коррекции регрессионными остатками, полученная на интервале данных 1995(3)–2011(4), имеет вид (в скобках —  $t$ -статистики для коэффициентов):

$$D \ln(GDP_t) = \underset{(-4.78)}{-0.053} + \underset{(3.57)}{0.553} D \ln(GDP_{t-2}) - \underset{(-2.29)}{0.203} R \ln(GDP_{t-1}) - \underset{(-2.49)}{0.131} D \ln(rer_{t-1}) - \underset{(-6.67)}{0.137} Seas_t + \underset{(7.46)}{0.133} Seas_{t-1} + \underset{(9.61)}{0.246} Seas_{t-2},$$

где  $D$  — оператор дискретного дифференцирования (взятия последовательных разностей) соответствующего временного ряда;  $R$  — оператор ряда регрессионных остатков построенной выше коинтеграционной модели;  $Seas$  — сезонная фиктивная переменная.

Показатели этой модели:  $R^2 = 0.94$ , критерий Бреуша–Годфри на автокорреляцию остатков до четвертого порядка подтверждают ее приемлемое качество.

Из этих результатов следует, что рост реального эффективного курса рубля влечет за собой снижение темпов роста ВВП — эластичность реального ВВП по данному фактору составляет –0.13.

## Литература:

- Канторович Г. Г. Лекции: Анализ временных рядов // Экономический журнал Высшей школы экономики. 2003. Т. 7. № 1. С. 79-103. <http://www.hse.ru/mag/economics/2003-7-1/26547295.html>
- Магнус Я.Р., Катышев П.К., Пересецкий А.А. Эконометрика. Начальный курс: Учеб. — 8-е изд., испр. — М.: Дело, 2007. Раздел: "Коинтеграция" <http://econometrics.nes.ru/mkp/>