

## Занятие 15. Адаптивные модели.

1. Экспоненциально взвешенная СС
2. Модель Хольта
3. Модель Хольта\_Уитерса (аддитивная и мультипликативная)

### Литература

Holt CC (2004) Forecasting seasonals and trends by exponentially weighted moving averages. Int J Forecasting, 20, 5-10.

Winters, P. R. (1960). Forecasting Sales by Exponentially Weighted Moving Averages. Management Science 6 (3): 324–342.

Goodwin P (2010) The Holt-Winters approach to exponential smoothing: 50 years old and going strong. Foresight, Fall 2010, 30-33.

#### Forecasting Competitions

Makridakis S et al (1982) The accuracy of extrapolation (time series) methods: results of a forecasting competition. J Forecasting, 1, 111-153.

Makridakis S and Hibon M (2000) The M3 Competition: results, conclusions and implications, Int J Forecasting, 16, 451-476.

### Задача 1. Исходные данные: Объемы продаж .

Файл: S15.xls

t	sales
1	97.80807
2	99
3	96
4	92

1.1. Рассчитайте значения экспоненциально взвешенной СС для первых трех точек (по формулам), задав  $\lambda=0.4$ .

$$\hat{f}_t = \lambda \hat{f}_{t-1} + (1 - \lambda) y_t$$

**Пример.**  $\hat{f}_1 = 0,4 \hat{f}_0 + (1 - 0,4) * 97,81$

Как выбрать начальное значение  $f_0$ ?

Вариант 1. Пусть  $f_0=y_1$ .

Вариант 2. Пусть  $f_0$ =среднее значение первых четырех наблюдений.

*Замечание.* Оптимальный параметр  $\lambda$  выбирается на основе минимизации SSE/RMSE.

**Выбор параметра сглаживания. Расчет SSE/RMSE.**

t	$y_t$	$\hat{y}_t$	$e_t^2 = (y_t - \hat{y}_t)^2$
1	98		
2	99		
3	96		
4	Сумма		

$$SSE = \sum_{t=1}^T (y_t - \hat{y}_{t|t-1})^2 \rightarrow \min$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (y_t - \hat{y}_t)^2}$$

1.2. Рассчитайте в Stata значения экспоненциально взвешенной СС, задав разные  $\lambda=0.1$ ,  $\lambda=0.9$ .

Экспоненциально взвешенная СС	
tssmooth exponential y = x	Построение взвешенной экспоненциальной средней для x (параметр оптимальный)
tssmooth exponential y1 = x, parms(0.1)	Построение взвешенной экспоненциальной средней для x (параметр заданный)
tssmooth shwinters yt = x, period(6)	Построение модели Хольта-Уинтерса для x (параметры оптимальные)
tssmooth shwinters shw11 = sales, period(4) additive	Построение модели Хольта-Уинтерса (адитивной) для x (параметры оптимальные)

Исходные данные: **bsales.dta**.

Как параметр сглаживания влияет на результат? Определите оптимальный параметр  $\lambda$ . Сравните RMSE.

**Stata:**

\*значения экспоненциально взвешенной СС для  $\lambda=0.1$ ,  $\lambda=0.9$

tssmooth exponential x01 = sales, parms(0.1)

tssmooth exponential x09 = sales, parms(0.9)

tssmooth exponential x = sales

tsline sales x x01 x09

**Результат:**

. tssmooth exponential x01 = sales, parms(0.1)

exponential coefficient = 0.1000  
sum-of-squared residuals = 4580.1  
root mean squared error = 8.737

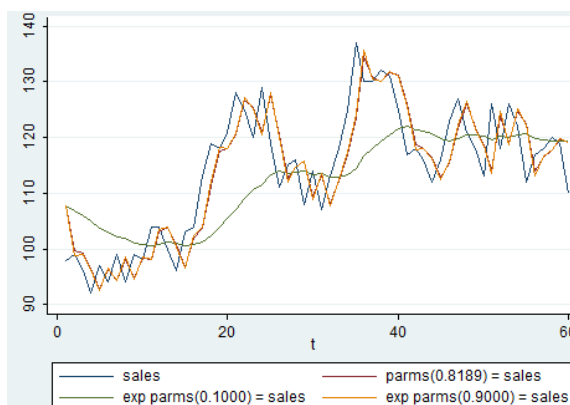
. tssmooth exponential x09 = sales, parms(0.9)

exponential coefficient = 0.9000  
sum-of-squared residuals = 2025.8  
root mean squared error = 5.8107

. tssmooth exponential x = sales

computing optimal exponential coefficient (0,1)

optimal exponential coefficient = 0.8189  
sum-of-squared residuals = 2012.1861  
root mean squared error = 5.7910651



## Задача 2. Модель Хольта (Stata).

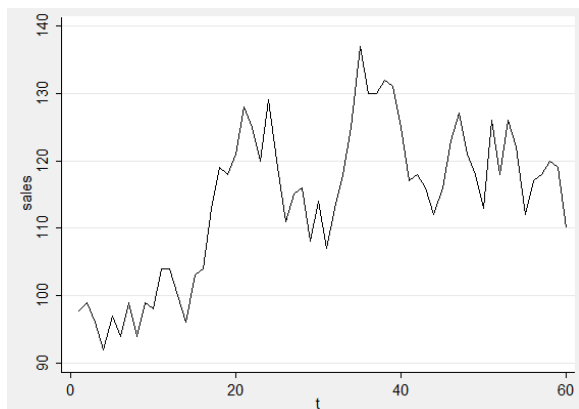
Holt C.C. Forecasting trends and seasonals by exponentially weighted moving averages // O.N.R. Memorandum, Carnegie Inst. of Technology. - 1957. - №2.

Модель Хольта	
tssmooth shwinters yt = x tssmooth shwinters yt = x, period(6)	Построение модели Хольта-Уинтерса для x (параметры оптимальные)
$\hat{y}_{t+h} = \hat{a}_t + \hat{b}_t h$ $\hat{a}_t = \alpha y_t + (1 - \alpha) \{ \hat{a}_{t-1} + \hat{b}_{t-1} \}$ $\hat{b}_t = \beta \{ \hat{a}_t - \hat{a}_{t-1} \} + (1 - \beta) \hat{b}_{t-1}$	

Исходные данные: Объемы продаж (T=60)

Файл: **S15.xls**

**bsales.dta.** (webuse bsales)



	t	sales
1	1	97.80807
2	2	99
3	3	96
4	4	92
5	5	97
6	6	94
7	7	99
8	8	94
9	9	99
10	10	98

1. В чем суть модели Хольта?
2. Постройте модель Хольта для рассматриваемых данных, используя параметры адаптации, равные  $\alpha=0.8$  и  $0.01$ , а потом для  $0.3$  и  $0.4$  (В Экселе и Стате). По формулам рассчитайте первые три значения.
  - Задайте начальное значение (например, в качестве начального значения выберите оценки параметров линейной зависимости по первой трети выборки).
  - Получите остатки модели.
  - Рассчитайте сумму квадратов остатков.
  - Как выбрать наиболее оптимальный параметр сглаживания?
  - Оцените адекватность полученной модели.

Параметры адаптации	Начальные значения	RMSE	Адекватность модели
$\alpha=0.8, \beta=0.01$			
$\alpha=0.3, \beta=0.4$			
Оптимальные $\alpha=$ , $\beta=$			

**Пример.**

$$\hat{y}_{t+h} = \hat{a}_t + \hat{b}_t h \quad \hat{a}_t = \alpha y_t + (1 - \alpha) \{\hat{a}_{t-1} + \hat{b}_{t-1}\}$$

$$\hat{b}_t = \beta \{\hat{a}_t - \hat{a}_{t-1}\} + (1 - \beta) \hat{b}_{t-1}$$

t	$y_t$	$\hat{y}_{t+h} = \hat{a}_t + \hat{b}_t h$	$\hat{a}_t = \alpha y_t + (1 - \alpha) \{\hat{a}_{t-1} + \hat{b}_{t-1}\}$	$\hat{b}_t = \beta \{\hat{a}_t - \hat{a}_{t-1}\} + (1 - \beta) \hat{b}_{t-1}$
1	98	$\hat{y}_1 = \hat{y}_{0+1} = \hat{a}_0 + \hat{b}_0 \cdot 1$ $\hat{y}_1 = 90 + 1,2 = 91,2$	$\hat{a}_0 = 90$ (МНК по первой трети выборки)	$\hat{b}_0 = 1,2$ (МНК по первой трети выборки)
2	99	$\hat{y}_2 = \hat{y}_{1+1} = \hat{a}_1 + \hat{b}_1 \cdot 1$ $\hat{y}_2 = 96,6 + 1,3 = 97,9$	$\hat{a}_1 = 0,8 y_1 + (1 - 0,8) \{\hat{a}_0 + \hat{b}_0\}$ $= 0,8 \cdot 98 + 0,2 \cdot \{90 + 1,2\} = 96,6$	$\hat{b}_1 = 0,01 \{\hat{a}_1 - \hat{a}_0\} + (1 - 0,01) \hat{b}_0$ $= 0,01 \{96,6 - 90\} + 0,99 \cdot 1,2 = 1,3$
3	96	$\hat{y}_3 = \hat{y}_{2+1} = \hat{a}_2 + \hat{b}_2$		
4	-	Прогноз $\hat{y}_4 = \hat{y}_{3+1} = \hat{a}_3 + \hat{b}_3$		

### Расчет начальных значений. («МНК по первой трети выборки»)

webuse bsales

tsline sales

reg sales t if t<=20

Source	SS	df	MS	Number of obs =	20
Model	926.236982	1	926.236982	F( 1, 18) =	33.33
Residual	500.286951	18	27.7937195	Prob > F =	0.0000
				R-squared =	0.6493
				Adj R-squared =	0.6298
Total	1426.52393	19	75.080207	Root MSE =	5.272

sales	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]
t	1.180185	.2044384	5.77	0.000	.7506762 1.609695
_cons	89.99846	2.448998	36.75	0.000	84.8533 95.14361

### Выбор параметра сглаживания. Расчет SSE/RMSE.

t	y <sub>t</sub>	$\hat{y}_t$	$e_t^2 = (y_t - \hat{y}_t)^2$
1	98	91,2	
2	99	97,9	
3	96		
4	Сумма		

$$SSE = \sum_{t=1}^T (y_t - \hat{y}_{t|t-1})^2 \rightarrow \min$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (y_t - \hat{y}_t)^2}$$

### 3. Постройте модель Хольта для рассматриваемых данных, используя **встроенную процедуру**.

- Сравните полученные параметры адаптации с ранее полученными результатами.
- Оцените адекватность полученной модели.
- Запишите модель.
- Используйте модель для краткосрочного прогнозирования.

#### Stata:

```
***** Модель Хольта: встроенная процедура
***** расчет начальных значений по первым 20 наблюдениям
reg sales t if t<=20

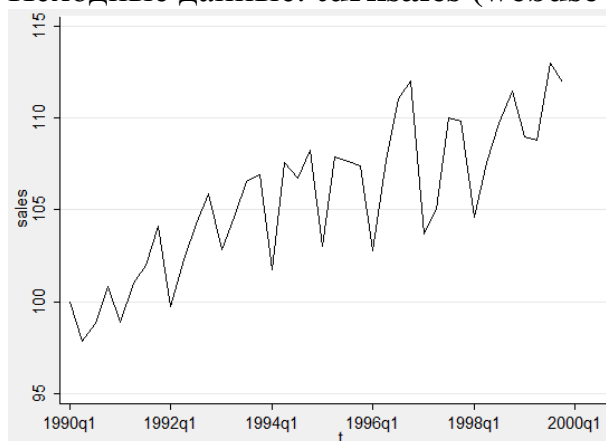
tssmooth hwinters hl1 = sales, parms(0.8 0.01) s0(90 1.18)
tssmooth hwinters hl2 = sales, parms(0.3 0.4) s0(90 1.18)
tssmooth hwinters hl3 = sales
tsline sales hl1 hl2
tssmooth hwinters hl3 = sales, forecast(3)
list hl3 in 61/63
```

### Задача 3. Модель Хольта-Уинтерса (аддитивная)

Модель Хольта-Уинтерса	
tssmooth shwinters yt = x tssmooth shwinters yt = x, period(6)	Построение модели Хольта-Уинтерса для x (параметры оптимальные)
tssmooth shwinters shw11 = sales, period(4) additive	Построение модели Хольта-Уинтерса (аддитивной) для x (параметры оптимальные)
tssmooth shwinters shw11 = sales	Построение модели Хольта-Уинтерса (мультипликативной) для x (параметры оптимальные)

Модель	Параметры модели	Начальные значения
$\hat{y}_{t+h} = \{\hat{a}_t + h \cdot \hat{b}_t\} + \hat{s}_{t-L+h}$	$\hat{a}_t = \alpha(y_t - \hat{S}(t-L)) + (1-\alpha)\{\hat{a}_{t-1} + \hat{b}_{t-1}\}$ $\hat{b}_t = \beta\{\hat{a}_t - \hat{a}_{t-1}\} + (1-\beta)\hat{b}_{t-1};$ $\hat{S}_t = \gamma(y_t - \hat{a}_t) + (1-\gamma)\hat{S}(t-L);$ $0 < \alpha, \beta, \gamma < 1.$	$y_t = a_t(0) + b_t(0)t +$ $+ \beta_{s,1-L}d_1 + \beta_{s,2-L}d_2 + \dots + \beta_{s0}d_L + \varepsilon_t$

### Исходные данные: turksales (webuse turksales)



1. В чем суть модели Хольта-Уинтерса?
2. Постройте график sales. Проанализируйте сезонную составляющую.
3. Постройте модель Хольта-Уинтерса для рассматриваемых данных, используя параметры адаптации, равные 0.1 0.2 0.3, используя встроенную процедуру.
  - Задайте начальное значение.
  - Получите остатки модели.
  - Рассчитайте сумму квадратов остатков.
  - Как выбрать наиболее оптимальный параметр сглаживания?
  - Оцените адекватность полученной модели.

Параметры адаптации	Начальные значения	Сумма квадратов остатков	Адекватность модели
$\alpha=0.1, \beta=0.2, \gamma=0.3$			
Оптимальные $\alpha=$ , $\beta=$ , $\gamma=$			

3. Постройте модель Хольта-Уинтерса для рассматриваемых данных, используя *встроенную процедуру*.
  - Сравните полученные параметры адаптации с ранее полученными результатами.
  - Оцените адекватность полученной модели.
  - Запишите модель.
  - Используйте модель для краткосрочного прогнозирования.

#### Stata:

\*Модель Хольта-Уинтерса: (встроенная процедура)  
 tssmooth shwinters shw11 = sales, period(4) additive  
 tssmooth shwinters shw12 = sales, parms(0.3 0.02 0.85) forecast(4) period(4) additive  
 tsline sales shw12

#### Задача 4. Модель Хольта-Уинтерса (мультипликативная)

Модель	Параметры модели	Начальные значения
$\hat{y}_{t+\tau} = \{\hat{a}_t + \tau \cdot \hat{b}_t\} \cdot \hat{s}_{t-L+\tau}$	$\hat{a}_t = \alpha \frac{y_t}{\hat{s}(t-L)} + (1-\alpha)\{\hat{a}_{t-1} + \hat{b}_{t-1}\}$ $\hat{b}_t = \beta\{\hat{a}_t - \hat{a}_{t-1}\} + (1-\beta)\hat{b}_{t-1};$ $\hat{s}_t = \gamma \frac{y_t}{\hat{a}_t} + (1-\gamma)\hat{s}(t-L);$ $0 < \alpha, \beta, \gamma < 1.$	$\hat{b}_t(0) = \frac{\bar{y}_m - \bar{y}_1}{(m-1)L};$ $\hat{a}_t(0) = \bar{y}_1 - \frac{L}{2}\hat{b}_t(0);$ $\hat{s}_{0l} = \bar{s}_l \left( \frac{l}{\sum_{l=1}^L \bar{s}_l} \right), l = \overline{1, L};$ $\bar{s}_l = \frac{1}{m} \sum_{k=0}^{m-1} S_{l+kL}$

##### 3.1. Исходные данные: **turksales (webuse turksales)**

Постройте модель Хольта-Уинтерса для рассматриваемых данных, используя встроенную процедуру.

- Проанализируйте полученные параметры адаптации.
- Оцените адекватность полученной модели.
- Запишите модель.
- Используйте модель для краткосрочного прогнозирования.

Параметры адаптации	Начальные значения	Сумма квадратов остатков	Адекватность модели
$\alpha=0.1, \beta=0.2, \gamma=0.3$			
Оптимальные $\alpha=$ , $\beta=$ , $\gamma=$			

##### 3.2. Исходные данные: **air (webuse air2)** авиаперевозки.

- Постройте модель Хольта-Уинтерса, используя встроенную процедуру.
- Оцените модель SARIMA.
- Сравните полученные модели между собой.

**Stata:**

```
webuse air2
generate lnair = ln(air)
*Модель Хольта-Уинтерса (мультипликативная): (встроенная процедура)
tssmooth shwinters hw1 = lnair, period(12)
tssmooth shwinters hw2 = lnair, period(12) forecast(12)
tsline lnair hw1 hw2
```

**Команды Stata**

tssmooth shwinters yt = x, period(6)	Построение модели Хольта-Уинтерса для x (параметры оптимальные)
tssmooth shwinters shw11 = sales, period(4) additive	Построение модели Хольта-Уинтерса (аддитивной) для x (параметры оптимальные)
arima y, arima(1,1,1) arima y, ar(1) ma(1) arima y, ar(1 5) ma(1 3)	Оценивание arima-модели для y
dmariano y if tin(2017m1,2018m11), crit(MAPE)	тест Diebold, Mariano

Diebold, Francis and Roberto Mariano, "Comparing Predictive Accuracy," Journal of Business and Economic Statistics, 13:3, 253-263, 1995.

#### Задача 4. СР на занятии

##### Исходные данные:

Родионова Л.А. Майнор «Прикладной статистический анализ»  
Временные ряды и их практическое применение 2021

Cows'milk collection and products obtained - monthly data [apro\_mk\_colm]

Last update 12.04.19 Source of data Eurostat

<https://ec.europa.eu/eurostat/web/agriculture/data/database>

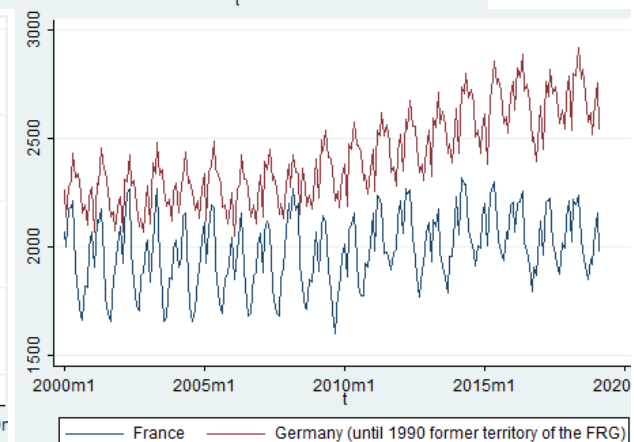
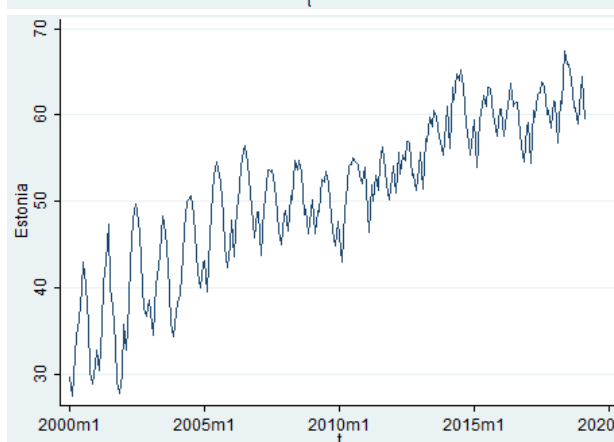
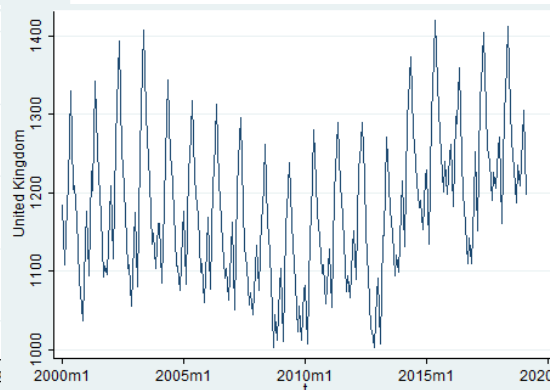
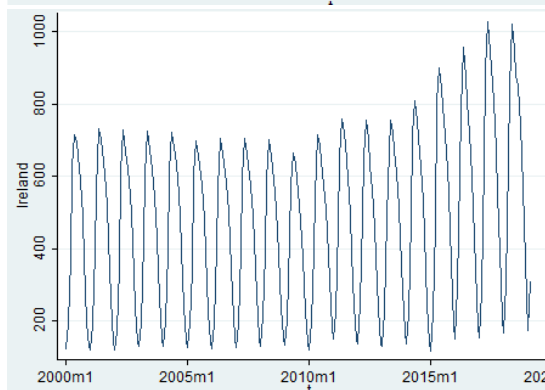
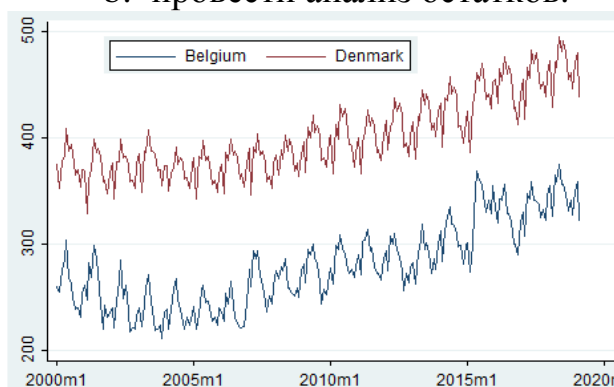
UNIT Thousand tonnes

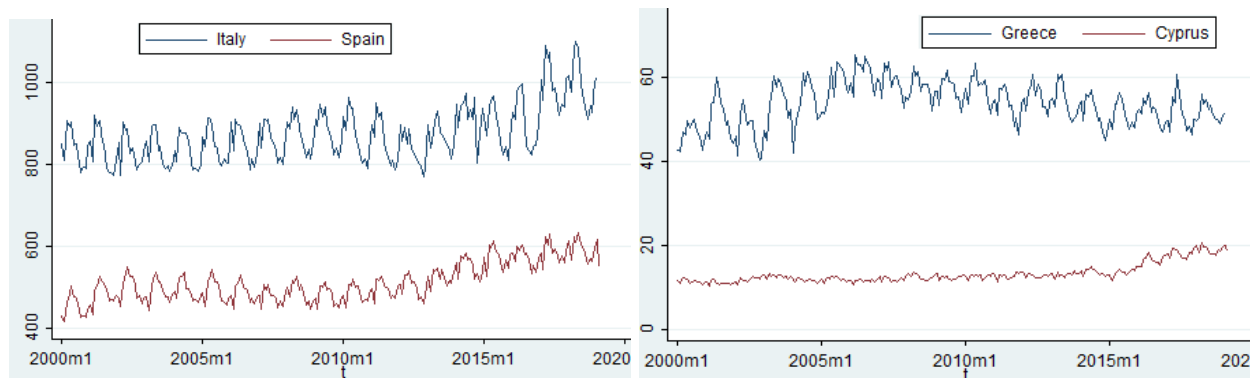
**Файл: milkEU.dta**

Файл со всеми данными: apro\_mk\_colm

Сравнить производство молока в двух выбранных странах (север/юг или лидер/аутсайдер).

1. Выбранные страны
2. Описать характер сезонности.
3. Подобрать адаптивную модель (какая?),
4. Записать оптимальные параметры сглаживания, RMSE
  - a. как выбирались нач значения,
  - b. провести анализ остатков.





## Домашняя работа (ТДЗ) 15. Адаптивные модели.

**1. Адаптивные модели.** Исходные данные: Cows'milk collection and products obtained - monthly data [apro\_mk\_colm] Last update 12.04.19

Source of data Eurostat

<https://ec.europa.eu/eurostat/web/agriculture/data/database>


UNIT Thousand tones

**Файл: milkEU.dta** Файл со всеми данными: apro\_mk\_colm

Сравнить производство молока в двух выбранных странах (север/юг или лидер/аутсайдер).

1. Описать характер сезонности.
2. Подобрать адаптивную модель, описать оптимальные параметры сглаживания, как выбирались нач значения, провести анализ остатков.
3. Подобрать адекватную SARIMA-модель (представить итоговый вариант модели), провести анализ остатков, ответ обосновать.
4. Сравнить прогнозы по адаптивной и SARIMA-моделям на основе критерия Диболда-Мариано (встроенная процедура в Stata). Сделать вывод, какая модель предпочтительна для прогнозирования. (см методические указания «Сравнение прогнозов»)

### Простейшие команды Stata

edit	редактирование данных (открытие редактора данных)
clear	очистить память компьютера
display	Вывод на экран значения переменной или выражения
dis	калькулятор
list	Вывод на экран значений переменных из активного множества данных
<b>Описательные статистики</b>	
list [v1]	вывести значения переменных (v1) на экран, кнопка BREAK  (прервать выполнение команды)
describe [v1]	вывести описание переменных
sum [v1]	расчет дескриптивных статистик для переменной (v1)
<b>Действия над переменными</b>	
gen v2=g(v1 )	создать новую переменную v2 как функцию g от v1
drop v1	удалить переменную v1



ren v1 v2	переименовать переменную v1 в v2
<b>Работа с временными рядами</b>	
tsset t	Объявить переменную t переменной времени
tsline y	Построить график временного ряда y
regress y t	Построить линейную регрессию
predict y1, xb	Сохранить предсказанные значения в y1
predict e1, residuals	Сохранить значения остатков в e1
ac y	построить автокорреляционную функцию для y
corrgram y	Вычислить значения автокорреляционных функций для y
pergram y	Построение периодограммы для y
sktest e1	Тест на нормальность для e1
wntestq e1	Статистика Льюинга-Бокса для e1
estat dwatson	Статистика Дарбина-Уотсона на наличие автокорреляции 1-го порядка
Число ПИ	_pi
tssmooth exponential y = x	Построение взвешенной экспоненциальной средней для x (параметр оптимальный)
tssmooth exponential y1 = x, parms(0.1)	Построение взвешенной экспоненциальной средней для x (параметр заданный)
tssmooth shwinters yt = x, period(6)	Построение модели Хольта-Уинтерса для x (параметры оптимальные)
tssmooth shwinters shw11 = sales, period(4) additive	Построение модели Хольта-Уинтерса (адитивной) для x (параметры оптимальные)

#### **Дополнительная литература:**

- Abraham, B., and J. Ledolter. 1983. Statistical Methods for Forecasting. New York: Wiley.
- Bowerman, B. L., and R. T. O’Connell. 1993. Forecasting and Time Series: An Applied Approach. 3rd ed. Pacific Grove, CA: Duxbury.
- Chatfield, C. 2001. Time-Series Forecasting. London: Chapman & Hall/CRC.
- Chatfield, C. 2004. The Analysis of Time Series: An Introduction. 6th ed. Boca Raton, FL: Chapman & Hall/CRC.
- Chatfield, C., and M. Yar. 1988. Holt-Winters forecasting: Some practical issues. Statistician 37: 129–140.
- Holt, C. C. 2004. Forecasting seasonals and trends by exponentially weighted moving averages. International Journal of Forecasting 20: 5–10.
- Montgomery, D. C., L. A. Johnson, and J. S. Gardiner. 1990. Forecasting and Time Series Analysis. 2nd ed. New York: McGraw–Hill.
- Winters, P. R. 1960. Forecasting sales by exponentially weighted moving averages. Management Science 6: 324–342.