Тема 8.

Понятие о векторной модели коррекции ошибками (VECM)

Коинтеграция: обобщение

Опр 8.1. I(1)-процессы $y_{1t},\ldots, y_{Nt}$ являются **коинтегрированными**, если существует вектор $\beta=(\beta_1,\ldots,\beta_N)^T$, отличный от нулевого, для кот.

$$(\beta_1 y_{1t} + \ldots + \beta_N y_{Nt}) \sim I(0) - стац.процесс$$

β – коинтегрирующий вектор.

-Долговременное положение равновесия системы:

$$c = E(\beta_1 y_{1t} + \ldots + \beta_N y_{Nt})$$

- Отклонение системы от положения равновесия

$$z_t = (\beta_1 y_{1t} + \ldots + \beta_N y_{Nt} - c) - стац.процесс$$

$$E(z_t) = 0$$

Ранг коинтеграции

Для I(1)-процессов $y_{1t},\ldots, y_{Nt}$ в общем случае существует несколько лин. незав. коинтегрирующих векторов β.

- Пример коинтегрирующих векторов. ***Сколько существует в-ров β?***

Опр. 8.2. Ранг коинтеграции r (cointegrating rank)– максимальное количество лин.незав. коинтегрирующих векторов для процессов $y_{1t},\ldots, y_{Nt}$

Какие значения принимает r?

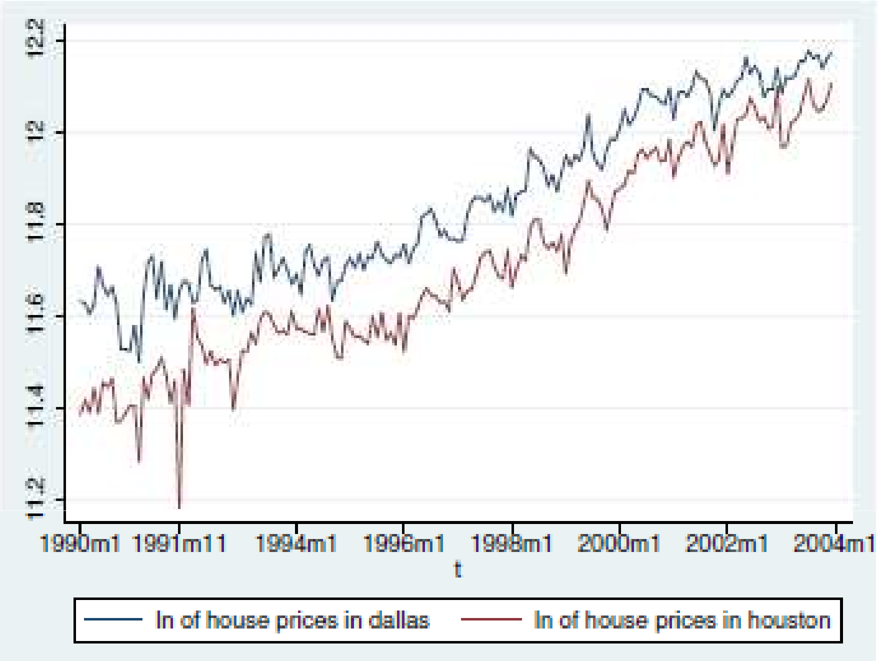
-r=1,…,N-1 (r<N) – ряды коинтегрированы

-r=0 – ряды не коинтегрированы

-r=N – ряды стационарны

Опр.8.3. Коинтеграционное пространство – совокупность всех возможных коинтегрирующих векторов для коинтегр. с-мы I(1)-процессов, образующих r-мерн. лин. векторн. пр-во.

Ранг коинтеграции



Случай двух рядов.

Какие значения принимает r?

r=0 (ряды не коинтегрированы)

r=1 (ряды коинтегрированы)

r=2 (ряды стационарны)

Ранг матрицы – количество линейно независимых строк (столбцов) матрицы.

Определение ранга методом Гаусса:

1) с помощью элементарных преобразований приводим матрицу к ступенчатому виду;

2) ранг матрицы равен количеству строк.

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & -2 & 4 \\ -1 & 1 & -2 \end{pmatrix} \xrightarrow{(1)} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{(2)} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

Представление VECM: случай VAR(1)

VAR(1)

$$\begin{aligned} x_t &= \alpha_1 + \beta_{11} x_{t-1} + \beta_{12} y_{t-1} + \varepsilon_{1t} \\ y_t &= \alpha_2 + \beta_{21} x_{t-1} + \beta_{22} y_{t-1} + \varepsilon_{2t} \\ &\varepsilon_{1t}, \varepsilon_{2t} \sim \mathrm{WN} \end{aligned} \longrightarrow \begin{cases} x_t - x_{t-1} = \alpha_1 + \beta_{11} x_{t-1} - x_{t-1} + \beta_{12} y_{t-1} + \varepsilon_{1t} \\ y_t - y_{t-1} = \alpha_2 + \beta_{21} x_{t-1} + \beta_{22} y_{t-1} - y_{t-1} + \varepsilon_{2t} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \Delta x_t = \alpha_1 + (\beta_{11} - 1) x_{t-1} + \beta_{12} y_{t-1} + \varepsilon_{1t} \\ \Delta y_t = \alpha_2 + \beta_{21} x_{t-1} + (\beta_{22} - 1) y_{t-1} + \varepsilon_{2t} \end{cases}$$

$$y_t = \alpha + B_1 y_{t-1} + \varepsilon_t$$ **VAR**

$$\Delta y_t = \alpha + \Pi y_{t-1} + \varepsilon_t,$$ **Простейший пример VECM**

$$\Pi = B_1 - I.$$ - Долгосрочная матрица, описывающая долгосрочные свойства

VECM - Vector error correction model – Векторная модель коррекции ошибками

Представление VECM: обобщение

VAR(p)

$$y_t = \mu + B_1 y_{t-1} + B_2 y_{t-2} + \ldots + B_p y_{t-p} + \varepsilon_t$$

$$\boxed{\Delta y_t = \mu + \Pi y_{t-1} + \Gamma_1 \Delta y_{t-1} + \Gamma_2 \Delta y_{t-2} + \ldots + \Gamma_p \Delta y_{t-(p-1)} + \varepsilon_t}$$

$$\Pi = -I_k + \sum_{i=1}^{p} B_i;$$

- Долгосрочная матрица, описывающая долгосрочные свойства

(8.2) VECM

$$\Gamma_j = -\sum_{i=j+1}^{p} B_i$$

- Краткосрочные матрицы

Представление VECM: пример

- Пример VAR(3)→VECM

$$y_t = \mu + B_1 y_{t-1} + B_2 y_{t-2} + B_3 y_{t-3} + \varepsilon_t$$

$$\underbrace{\Delta y_t}_{\text{стац}} = \Pi y_{t-1} + \underbrace{\Gamma_1 \Delta y_{t-1}}_{\text{стац}} + \underbrace{\Gamma_2 \Delta y_{t-2}}_{\text{стац}} + \underbrace{\varepsilon_t}_{\text{ста}}$$

Ранг коинтеграции

$$\Delta y_t = \mu + \Pi y_{t-1} + \Gamma_1 \Delta y_{t-1} + \Gamma_2 \Delta y_{t-2} + \ldots + \Gamma_p \Delta y_{t-(p-1)} + \varepsilon_t$$

$$\Pi = -I_k + \sum_{i=1}^{p} B_i ; \Gamma_j = -\sum_{i=j+1}^{p} B_i$$

VECM

$$z_{1t-1} = \beta_1^T y_{t-1}, z_{2t-1} = \beta_2^T y_{t-2}, \ldots, z_{rt-1} = \beta_r^T y_{t-1}$$

отклонения от *r* долговременных соотношений между рядами

Связь между рангом матрицы П и коинтеграцией

1. r(П)=0→П – нулевая матрица

$\Delta y_t = \Gamma_1 \Delta y_{t-1} + \Gamma_2 \Delta y_{t-2} + \ldots + \Gamma_p \Delta y_{t-(p-1)} + \varepsilon_t$ → VAR в разностях

2. r(П)=N → ряды стационарны→VAR
3. r(П)=r<N → ряды коинтегрированы

Определение ранга r(П)?

Ранг коинтеграции: пример

Связь между рангом матрицы П и коинтеграцией

1. r(П)=0→П – нулевая матрица →VAR в разностях
2. r(П)=N → ряды стационарны→VAR
3. r(П)=r<N → ряды коинтегрированы

Пример

$$1.\ VAR(1)\quad \begin{pmatrix} x_t \\ y_t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.8 & 0.6 \\ 0.2 & 0.4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{t-1} \\ y_{t-1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \varepsilon_{1t} \\ \varepsilon_{2t} \end{pmatrix}$$

$$2.\ VAR(1)\quad \begin{pmatrix} x_t \\ y_t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.4 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0.8 & 0 \\ 0.2 & 0.8 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{t-1} \\ y_{t-1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \varepsilon_{1t} \\ \varepsilon_{2t} \end{pmatrix}$$

$$3.\ VAR(2)\quad \begin{pmatrix} x_t \\ y_t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.3 \\ 0 & 0.8 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{t-1} \\ y_{t-1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0.5 & -0.3 \\ 0 & 0.2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{t-1} \\ y_{t-1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \varepsilon_{1t} \\ \varepsilon_{2t} \end{pmatrix}$$

Анализ и интерпретация матрицы П

$$\Delta y_t = \mu + \boxed{\Pi y_{t-1}} + \Gamma_1 \Delta y_{t-1} + \Gamma_2 \Delta y_{t-2} + \ldots + \Gamma_p \Delta y_{t-(p-1)} + \varepsilon_t$$

$$\Pi = -I_k + \sum_{i=1}^{p} B_i; \quad \Gamma_j = -\sum_{i=j+1}^{p} B_i;$$

VECM

$$\Pi = \alpha\beta^{/};$$

Любую матрицу неполного ранга можно представить в виде произведения матриц полного ранга

$$z_{t-1} = \beta^{/} y_{t-1}$$

отклонения от *r* долговременных соотношений между рядами

$$\Delta y_t = \mu + \alpha\beta^{/} y_{t-1} + \Gamma_1 \Delta y_{t-1} + \Gamma_2 \Delta y_{t-2} + \ldots + \Gamma_p \Delta y_{t-(p-1)} + \varepsilon_t$$

Опр. Матрица α – **загрузочная матрица**, элементы м-цы пок-т, сколь быстро компоненты Δyt подвергаются корректировке при отклонении от долгосрочных соотношений. Другое название «***корректирующий вектор***».

Матрица неполного ранга→ число столбцов(строк)= рангу

Анализ и интерпретация матрицы П

$$\Delta y_t = \mu + \Pi y_{t-1} + \Gamma_1 \Delta y_{t-1} + \Gamma_2 \Delta y_{t-2} + \ldots + \Gamma_p \Delta y_{t-(p-1)} + \varepsilon_t$$

$$\Pi = -I_k + \sum_{i=1}^{p} B_i; \quad \Pi = \alpha\beta^{/}; \quad z_{t-1} = \beta^{/} y_{t-1}$$

VECM

Пример $VAR(1)$ $\begin{pmatrix} x_t \\ y_t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.8 & 0.6 \\ 0.2 & 0.4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{t-1} \\ y_{t-1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \varepsilon_{1t} \\ \varepsilon_{2t} \end{pmatrix}$

1. r(П)=1 → ряды коинтегрированны

2. VECM $\begin{pmatrix} \Delta y_t \\ \Delta x_t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0.2 & 0.6 \\ 0.2 & -0.6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_{t-1} \\ x_{t-1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \varepsilon_{1t} \\ \varepsilon_{2t} \end{pmatrix}$

3. Пусть **П** представили в виде произведения:

$$\begin{pmatrix} \Delta y_t \\ \Delta x_t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0.2 \\ 0.2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_{t-1} \\ x_{t-1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \varepsilon_{1t} \\ \varepsilon_{2t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0.2 \\ 0.2 \end{pmatrix} (y_{t-1} - 3x_{t-1}) + \begin{pmatrix} \varepsilon_{1t} \\ \varepsilon_{2t} \end{pmatrix}$$

Скорость коррекции к равновесию для обеих переменных равна 0,2

Подход Йохансена: Оценивание ранга коинтеграции

$$\Delta y_t = \mu + \Pi y_{t-1} + \Gamma_1 \Delta y_{t-1} + \Gamma_2 \Delta y_{t-2} + \ldots + \Gamma_p \Delta y_{t-(p-1)} + \varepsilon_t$$

$$\Pi = -I_k + \sum_{i=1}^{p} B_i ; \Gamma_j = -\sum_{i=j+1}^{p} B_i$$

VECM

Ранг коинтеграции r для ВР $y_{1t}, \ldots, y_{Nt}$: $r = rank\Pi < N$

Подход **Йохансена** (Johansen, 1988, 1991)

-Критерий максимального собственного значения (Maximum eigenvalue statistic)

- Критерий следа (trace statistic)

Johansen, S. 1988. Statistical analysis of cointegration vectors. Journal of Economic Dynamics and Control 12: 231–254.

Johansen, S. 1991. Estimation and hypothesis testing of cointegration vectors in Gaussian vector autoregressive models. Econometrica 59: 1551–1580.

Оценивание ранга коинтеграции через собственные значения

Что такое собственное значение?

Ранг квадратной матрицы = кол-ву ненулевых собственных значений.

Опр. λ – собственное значение м-цы П, если существует ненулевой вектор –столбец С: **ПС= λС**

Пример. $$ПC = \begin{pmatrix} -1 & -6 \\ 2 & 6 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix} = 2\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} \to \lambda = 2$$

Как определить **λ?**

Оценивание ранга коинтеграции

$$\boxed{\Delta y_t = \mu + \Pi y_{t-1} + \Gamma_1 \Delta y_{t-1} + \Gamma_2 \Delta y_{t-2} + \ldots + \Gamma_p \Delta y_{t-(p-1)} + \varepsilon_t}$$

VECM

$$\Pi = -I_k + \sum_{i=1}^{p} B_i; \Gamma_j = -\sum_{i=j+1}^{p} B_i, r = r(\Pi)$$

Подход **Йохансена** (Johansen, 1988, 1991)

1. Вычисляют собственные значения $1 > \hat{\lambda}_1 > \hat{\lambda}_2 > \ldots > \hat{\lambda}_N > 0$
2. Статистика, основанная на собственных значениях

$$L(r) = -\frac{T}{2}\sum_{i=1}^{r} \ln(1-\hat{\lambda}_i), \quad r = 1,\ldots,N$$

3. Сравнение значений L(r) при различных r

Johansen, S. 1988. Statistical analysis of cointegration vectors. Journal of Economic Dynamics and Control 12: 231–254.

Оценивание ранга коинтеграции

Подход **Йохансена** (Johansen, 1988, 1991) $r = rank\Pi < N$

Критерий максимального собственного значения

(Maximum eigenvalue statistic)

H_0: $r \le r^*$ H_1: $r = r^* + 1$

$$\lambda_{\max}(r^*) = 2\left[L(r^*+1) - L(r^*)\right] = -\frac{T}{2}\ln(1-\hat{\lambda}_{r^*+1})$$

Ранг r – заранее не известен

Йохансен: последовательная процедура проверки гипотез

H_0: r=0 H_1: r=1

H_0: r=1 H_1: r=2

H_0: r=2 H_1: r=3 …

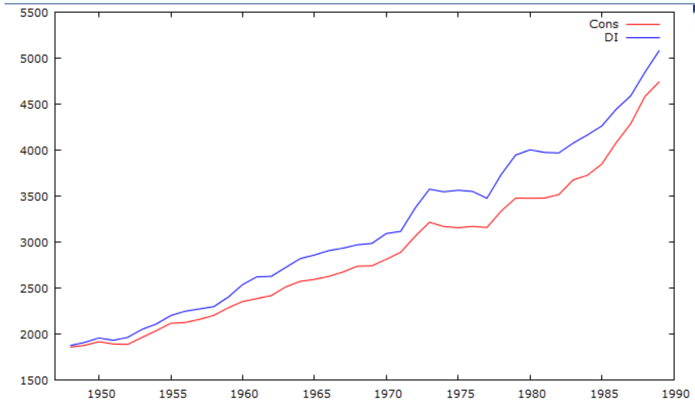
Table A2.9 Quantiles of the asymptotic distribution of the Johansen cointegration rank test statistics (constant in cointegrating vectors only)

$p-r$	50%	80%	90%	95%	97.5%	99%	Mean	Var
λ_{max}								
1	3.40	5.91	7.52	9.24	10.80	12.97	4.03	7.07
2	8.27	11.54	13.75	15.67	17.63	20.20	8.86	13.08
3	13.47	17.40	19.77	22.00	24.07	26.81	14.02	19.24
4	18.70	22.95	25.56	28.14	30.32	33.24	19.23	23.83
5	23.78	28.76	31.66	34.40	36.90	39.79	24.48	29.26
6	29.08	34.25	37.45	40.30	43.22	46.82	29.72	34.63
7	34.73	40.13	43.25	46.45	48.99	51.91	35.18	38.35
8	39.70	45.53	48.91	52.00	54.71	57.95	40.35	41.98
9	44.97	50.73	54.35	57.42	60.50	63.71	45.55	44.13
10	50.21	56.52	60.25	63.57	66.24	69.94	50.82	49.28
11	55.70	62.38	66.02	69.74	72.64	76.63	56.33	54.99

Brooks

Source: Osterwald-Lenum (1992, table 1*).

Оценивание VECM: пример



Тест Йохансена (Gretl)

Связь между рангом матрицы П и коинтеграцией

1. r(П)=0→нет коинтеграции
2. r(П)=N → ряды стационарны
3. r(П)=r<N → ряды коинтегрированы

Критерий максимального собственного значения
(Maximum eigenvalue statistic)

```
Тест Йохансена:
Количество уравнений = 2
Порядок лага = 1
Период оценки: 1949 - 1989 (T = 41)
Вариант 3: Неограниченная константа

Лог. правдоподобие = -314,704 (Включая константу: -431,057)
```

Критерий максимального собственного значения

Ранг	Собственное значение	Тест на след матрицы	P-значение	Lmax test	P-значение
0	0,45388	28,053	[0,0003]	24,802	[0,0005]
1	0,076239	3,2514	[0,0714]	3,2514	[0,0714]

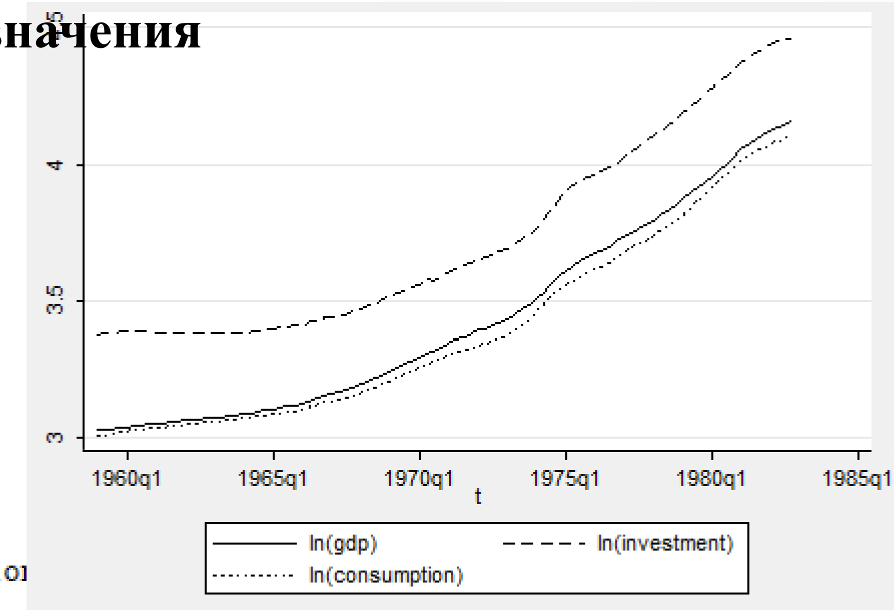
H_0: r=0 H_1: r=1

H_0: r=1 H_1: r=2

Вывод: коинтеграционный ранг =1, ряды коинтегрированы

Оценивание ранга коинтеграции

Критерий максимального собственного значения
(Maximum eigenvalue statistic)



Связь между рангом матрицы П и коинтеграцией

1. r(П)=0→нет коинтеграции
2. r(П)=N → ряды стационарны
3. r(П)=r<N → ряды коинтегрированы

```
. vecrank y i c, lags(5) max levela notrace
                          Johansen tests for cointegratio
Trend: constant
Sample:  1960q2 - 1982q4                                    Lags =       5
```

maximum rank	parms	LL	eigenvalue	max statistic	5% critical value	1% critical value
0	39	1231.1041		28.5682	20.97	25.52
1	44	1245.3882	0.26943	14.2346	14.07	18.63
2	47	1252.5055	0.14480	3.3465	3.76	6.65
3	48	1254.1787	0.03611			

Вывод:r =2 (5%), **r** =3 (1%), ряды коинтегрированы

Оценивание ранга коинтеграции

Подход **Йохансена** (Johansen, 1988, 1991) $r = rank\Pi < N$

Критерий следа (trace statistic)

След матрицы – сумма элементов, стоящих на главной диагонали.

H_0: r=r* H_1: r>r*

$$\lambda_{trace}(r^*) = 2\left[L_{\max}(N) - L_{\max}(r^*)\right] = -\frac{T}{2}\sum_{i=r^*+1}^{N}\ln(1-\hat{\lambda}_i)$$

последовательная процедура проверки гипотез

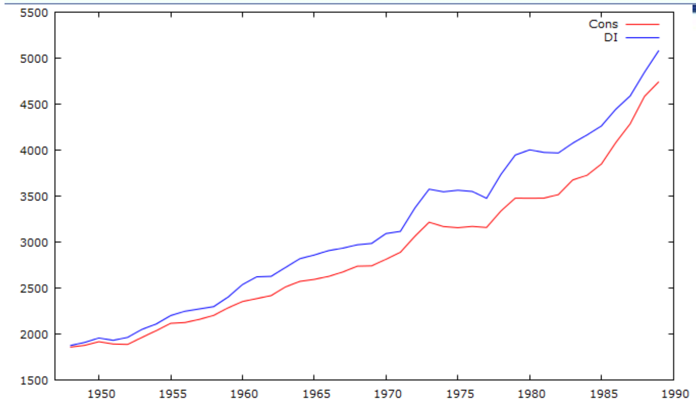
```
Rank      Trace test          Lmax test
          H0      H1          H0      H1
---------------------------------------------
 0       c = 0   c = 3       c = 0   c = 1
 1       c = 1   c = 3       c = 1   c = 2
 2       c = 2   c = 3       c = 2   c = 3
---------------------------------------------
```

Table A2.9 Quantiles of the asymptotic distribution of the Johansen cointegration rank test statistics (constant in cointegrating vectors only)

$p-r$	50%	80%	90%	95%	97.5%	99%	Mean	Var
λ_{Trace}								
1	3.40	5.91	7.52	9.24	10.80	12.97	4.03	7.07
2	11.25	15.25	17.85	19.96	22.05	24.60	11.91	18.94
3	23.28	28.75	32.00	34.91	37.61	41.07	23.84	37.98
4	38.84	45.65	49.65	53.12	56.06	60.16	39.50	59.42
5	58.46	66.91	71.86	76.07	80.06	84.45	59.16	91.65
6	81.90	91.57	97.18	102.14	106.74	111.01	82.49	126.94
7	109.17	120.35	126.58	131.70	136.49	143.09	109.75	167.91
8	139.83	152.56	159.48	165.58	171.28	177.20	140.57	208.09
9	174.88	198.08	196.37	202.92	208.81	215.74	175.44	257.84
10	212.93	228.08	236.54	244.15	251.30	257.68	213.53	317.24
11	254.84	272.82	282.45	291.40	298.31	307.64	256.15	413.35

Brooks

Оценивание VECM: пример



Тест Йохансена (Gretl)

Связь между рангом матрицы П и коинтеграцией

1. r(П)=0→нет коинтеграции
2. r(П)=N → ряды стационарны
3. r(П)=r<N → ряды коинтегрированы

Критерий следа (trace statistic)

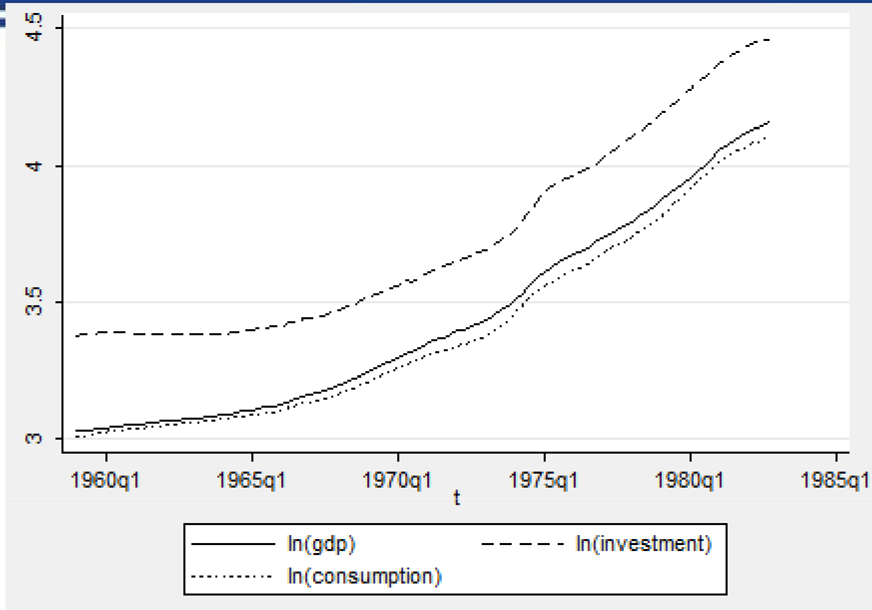
H_0: r=0 H_1: r=2

H_0: r=1 H_1: r=2

```
Тест Йохансена:
Количество уравнений = 2
Порядок лага = 1
Период оценки: 1949 - 1989 (T = 41)
Вариант 3: Неограниченная константа

Лог. правдоподобие = -314,704 (Включая константу: -431,057)

Ранг Собственное значение Тест на след матрицы  P-значение  Lmax test  P-значение
   0     0,45388           28,053 [0,0003]     24,802 [0,0005]
   1    0,076239           3,2514 [0,0714]     3,2514 [0,0714]
```

Вывод: r=1 (5%), ряды коинтегрированы

Оценивание ранга коинтеграции



Подход **Йохансена**

Критерий следа (trace statistic)

Связь между рангом матрицы П и коинтеграцией

1. r(П)=0→нет коинтеграции
2. r(П)=N → ряды стационарны
3. r(П)=r<N → ряды коинтегрированы

```
. use http://www.stata-press.com/data/r13/balance2
(macro data for VECM/balance study)

. vecrank y i c, lags(5)

                    Johansen tests for cointegration
Trend: constant                                  Number of obs =      91
Sample:  1960q2 - 1982q4                                  Lags =       5
```

maximum rank	parms	LL	eigenvalue	trace statistic	5% critical value
0	39	1231.1041	.	46.1492	29.68
1	44	1245.3882	0.26943	17.5810	15.41
2	47	1252.5055	0.14480	3.3465*	3.76
3	48	1254.1787	0.03611		

Вывод:r =2 (5%), ряды коинтегрированы

Оценивание ранга коинтеграции: проблемы спецификации

$$\Delta \mathbf{y}_t = \alpha(\beta \mathbf{y}_{t-1} + \mu + \rho t) + \sum_{i=1}^{p-1} \Gamma_i \Delta \mathbf{y}_{t-i} + \gamma + \tau t + \epsilon_t$$

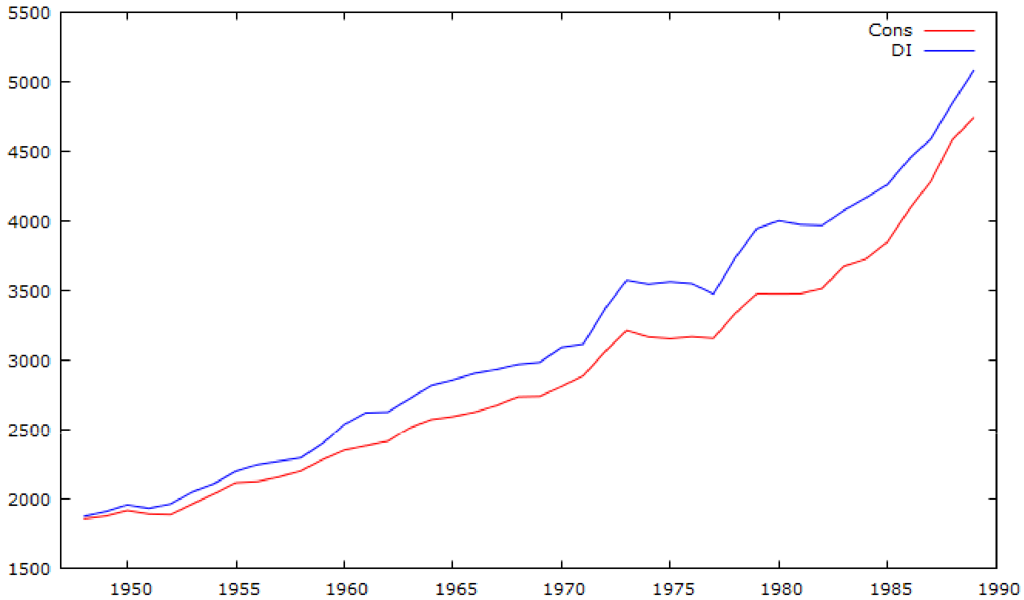
Five different trend specifications are available:

Option in trend()	Parameter restrictions	Johansen (1995) notation
trend	none	$H(r)$
rtrend	$\tau = 0$	$H^*(r)$
constant	$\rho = 0$, and $\tau = 0$	$H_1(r)$
rconstant	$\rho = 0$, $\gamma = 0$ and $\tau = 0$	$H_1^*(r)$
none	$\mu = 0$, $\rho = 0$, $\gamma = 0$, and $\tau = 0$	$H_2(r)$

Использование информационных критериев

```
. vecrank y i c, lags(5) ic notrace

                    Johansen tests for cointegration
Trend: constant                                   Number of obs =      91
Sample:  1960q2 - 1982q4                                   Lags =       5

maximum
  rank    parms       LL       eigenvalue     SBIC        HQIC        AIC
    0      39     1231.1041                -25.12401   -25.76596   -26.20009
    1      44     1245.3882     0.26943    -25.19009   -25.91435   -26.40414
    2      47     1252.5055     0.14480    -25.19781*  -25.97144*  -26.49463
    3      48     1254.1787     0.03611    -25.18501   -25.97511   -26.50942
```

Оценивание VECM: пример 1



DATA6-3: United Kingdom Annual data.

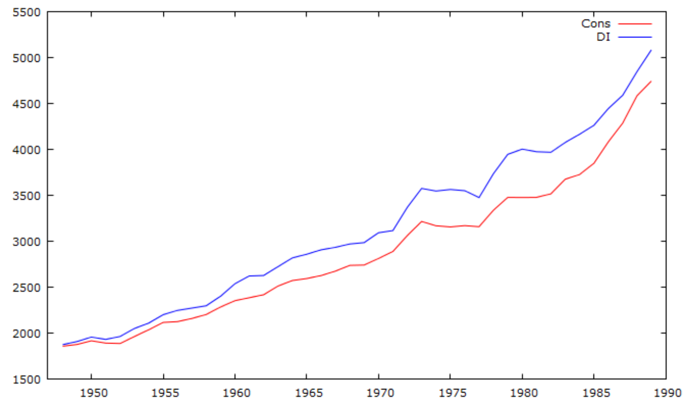
Cons = Per capita consumption expenditure in British pounds (Range 1858 - 4744)

DI = Per capita personal disposable income in British pounds (Range 1875 - 5084)

Source: Economic Trends, Annual Supplement 1991 Edition.

A publication of the Government Statistical Service, London, UK.

Оценивание VECM: пример



Определим лаг.

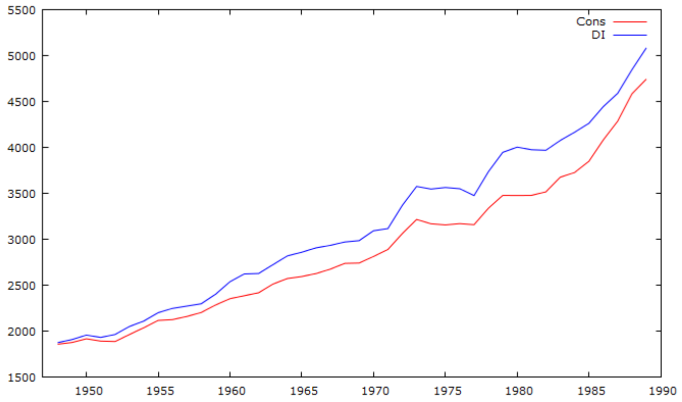
gretl: выбор лагов для VAR

VAR система, максимальный порядок лага 10

Звездочка указывает на наилучшие (минимальные) значения информационных критериев Акаике (AIC), Шварца (BIC) и Хеннана-Куинна (HQC).

lags	loglik	p(LR)	AIC	BIC	HQC
1	-340,72131		21,670082	21,944907*	21,761179
2	-338,19409	0,28176	21,762131	22,220173	21,913959
3	-334,54363	0,12081	21,783977	22,425236	21,996536
4	-334,04559	0,91039	22,002850	22,827326	22,276140
5	-325,55578	0,00195	21,722236	22,729930	22,056258
6	-313,42941	0,00007	21,214338	22,405249	21,609091
7	-306,22489	0,00610	21,014056	22,388183	21,469540*
8	-301,88576	0,06966	20,992860*	22,550204	21,509076
9	-300,55286	0,61521	21,159554	22,900115	21,736500
10	-294,51453	0,01679	21,032158	22,955936	21,669836

Оценивание VECM: пример



Тест Йохансена

```
Тест Йохансена:
Количество уравнений = 2
Порядок лага = 1
Период оценки: 1949 - 1989 (T = 41)
Вариант 3: Неограниченная константа

Лог. правдоподобие = -314,704 (Включая константу: -431,057)

Ранг Собственное значение Тест на след матрицы  P-значение  Lmax test  P-значение
   0     0,45388      28,053 [0,0003]      24,802 [0,0005]
   1    0,076239      3,2514 [0,0714]      3,2514 [0,0714]
```

Вывод: ряды коинтегрированны, r=1

Оценивание VECM: пример

```
VECM система, порядок лага 1
Метод оценки - Максимальное правдоподобие, наблюдения 1949-1989 (T = 41)
Ранг коинтеграции = 1
Вариант 3: Неограниченная константа

beta (Коинтегрирующие векторы, в скобках указаны стандартные ошибки)

Cons         1,0000
           (0,00000)
DI         -0,77501
          (0,019687)

alpha (Корректирующие векторы)

Cons        0,53363
DI          0,55631

Лог. правдоподобие = -432,68226
Определитель ковариационной матрицы = 5028828,2
Крит. Акаике = 21,3991
Крит. Шварца = 21,6499
Крит. Хеннана-Куинна = 21,4905
```

→**Долгосрочное соотношение**

Скорость коррекции

```
Уравнение 1: d_Cons

              Коэффициент   Ст. ошибка   t-статистика   P-значение
  ------------------------------------------------------------------
  const       -164,142      42,6892        -3,845        0,0004    ***
  EC1            0,533633    0,0950094       5,617        1,76e-06  ***

Среднее зав. перемен    70,39024   Ст. откл. зав. перемен   75,45955
Сумма кв. остатков      125914,8   Ст. ошибка модели        56,82063
R-квадрат               0,447174   Испр. R-квадрат          0,432999
Параметр rho            0,045915   Стат. Дарбина-Вотсона    1,800054

Уравнение 2: d_DI

              Коэффициент   Ст. ошибка   t-статистика   P-значение
  ------------------------------------------------------------------
  const       -166,232      50,1910        -3,312        0,0020    ***
  EC1            0,556314    0,111705        4,980        1,33e-05  ***

Среднее зав. перемен    78,26829   Ст. откл. зав. перемен   84,37269
Сумма кв. остатков      174057,2   Ст. ошибка модели        66,80572
R-квадрат               0,388737   Испр. R-квадрат          0,373064
Параметр rho            0,099212   Стат. Дарбина-Вотсона    1,782948
```

Анализ и интерпретация матрицы П

$$\Delta y_t = \mu + \Pi y_{t-1} + \cancel{\Gamma_1 \Delta y_{t-1} + \Gamma_2 \Delta y_{t-2} + \ldots + \Gamma_p \Delta y_{t-(p-1)}} + \varepsilon_t$$

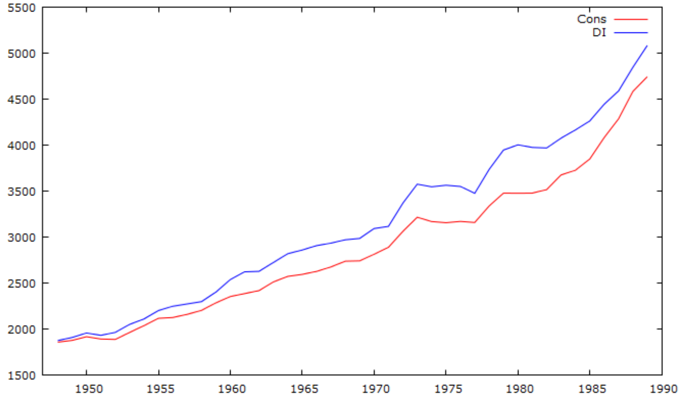
$$\Pi = -I_k + \sum_{i=1}^{p} B_i; \quad \Pi = \alpha\beta^{/}; \quad z_{t-1} = \beta^{/} y_{t-1}$$

VECM

Пример 1. r(П)=1 → ряды коинтегрированны

2. VECM

$$\begin{pmatrix} \Delta y_t \\ \Delta x_t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -164 \\ -166 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0.53 \\ 0.56 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -0,77 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_{t-1} \\ x_{t-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -164 \\ -166 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0.53 \\ 0.56 \end{pmatrix} (y_{t-1} - 0,77 x_{t-1})$$



Скорость коррекции к равновесию для обеих переменных равна 0,5, период возврата к равновесному состоянию 2 года.

При ↑ дохода на 1 ед., потребление ↑ на 0,77ед.

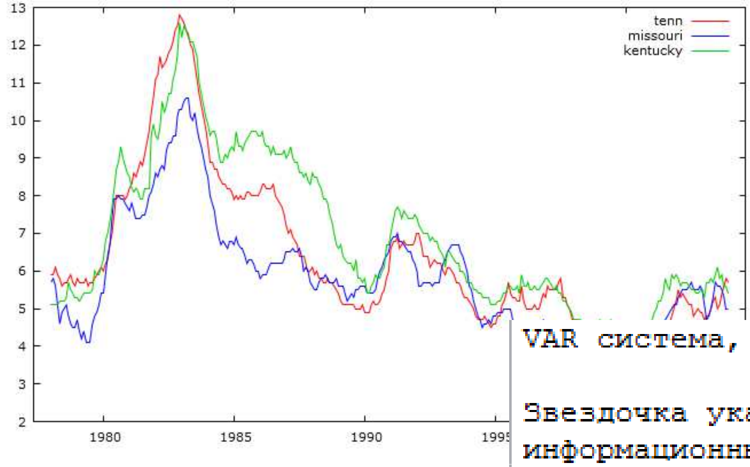
Оценивание VECM: пример 2 (случай трех переменных)

Уровень безработицы в штатах США

use http://www.stata-press.com/data/r13/urates, clear

vec missouri indiana kentucky illinois, rank(2) lags(4)

Оценивание VECM: пример 2
Определение лага

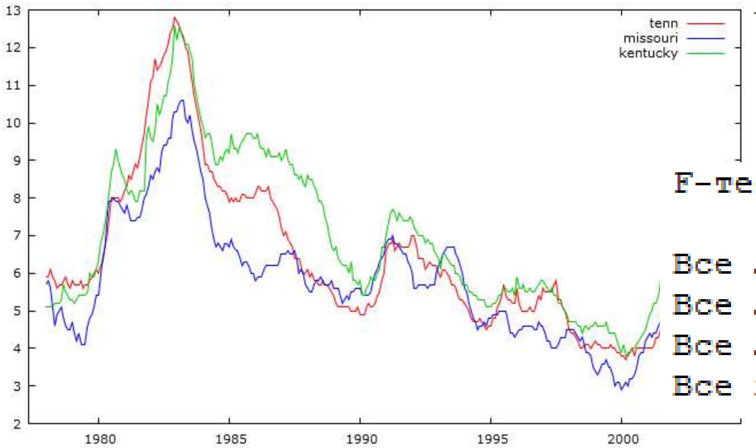


Уровень безработицы в штатах США

```
VAR система, максимальный порядок лага 12

Звездочка указывает на наилучшие (минимальные) значения
информационных критериев Акаике (AIC), Шварца (BIC)
и Хеннана-Куинна (HQC).
```

lags	loglik	p(LR)	AIC	BIC	HQC
1	299,51007		-1,916734	-1,768583	-1,857443
2	343,82998	0,00000	-2,152200	-1,892935*	-2,048442
3	365,76636	0,00000	-2,238442	-1,868064	-2,090217
4	381,52665	0,00024	-2,283511*	-1,802019	-2,090817*
5	385,94882	0,45177	-2,252992	-1,660387	-2,015831
6	393,70203	0,07793	-2,244680	-1,540962	-1,963051
7	404,42887	0,01078	-2,256192	-1,441360	-1,930095
8	414,38682	0,01844	-2,262579	-1,336633	-1,892014
9	419,86833	0,27825	-2,239122	-1,202063	-1,824090
10	432,08860	0,00366	-2,260591	-1,112418	-1,801090
11	437,93752	0,23088	-2,239583	-0,980297	-1,735615
12	442,71848	0,38710	-2,211457	-0,841057	-1,663021

Оценивание VECM: пример 2
Причинность по Гренджеру



Уровень безработицы в штатах США

Уравнение 1: tenn (Tennessee)

```
F-тесты для нулевых ограничений:

Все лаги для tenn            F(2, 303) =   2511,2 [0,0000]
Все лаги для missouri        F(2, 303) =   5,3995 [0,0050]
Все лаги для kentucky        F(2, 303) =   2,2640 [0,1057]
Все переменные, лаг 2        F(3, 303) =   14,066 [0,0000]
```

Уравнение 2: missouri

```
F-тесты для нулевых ограничений:

Все лаги для tenn            F(2, 303) =   6,5283 [0,0017]
Все лаги для missouri        F(2, 303) =   1939,1 [0,0000]
Все лаги для kentucky        F(2, 303) =  0,26929 [0,7641]
Все переменные, лаг 2        F(3, 303) =   23,758 [0,0000]
```

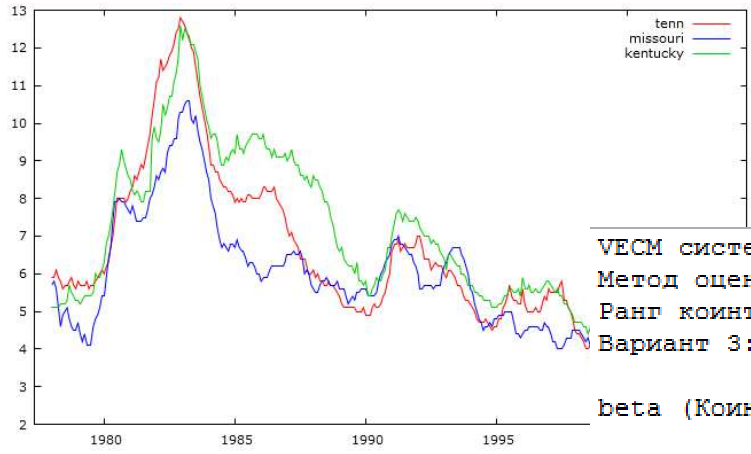
Уравнение 2: kentucky

F-тесты для нулевых ограничений:

Все лаги для tenn	F(2, 303) = 11,506 [0,0000]
Все лаги для missouri	F(2, 303) = 7,5372 [0,0006]
Все лаги для kentucky	F(2, 303) = 1614,7 [0,0000]
Все переменные, лаг 2	F(3, 303) = 10,519 [0,0000]

Экзогенность **kentucky?**

Оценивание VECM: пример 2

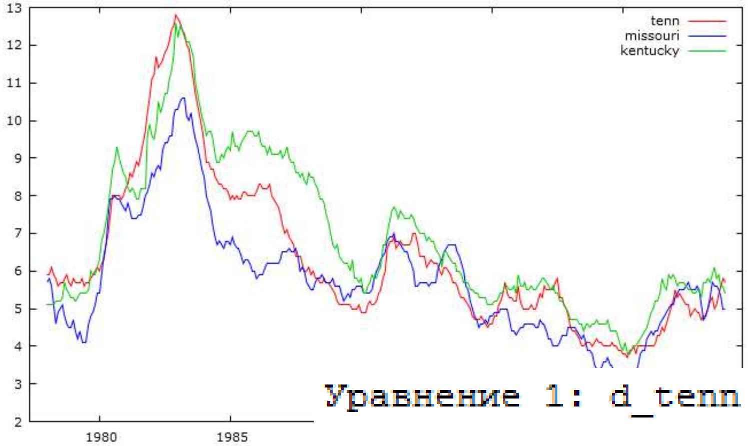


Уровень безработицы в штатах США

```
VECM система, порядок лага 2
Метод оценки - Максимальное правдоподобие, наблюдения 1978:03-2003:12 (T = 310)
Ранг коинтеграции = 1
Вариант 3: Неограниченная константа

beta (Коинтегрирующие векторы, в скобках указаны стандартные ошибки)

tenn           1,0000
              (0,0000)
missouri      0,59439
             (0,39067)
kentucky      -1,4824
             (0,30743)

alpha (Корректирующие векторы)

tenn         0,017419
missouri   -0,0016675
kentucky     0,039813

Лог. правдоподобие = 340,72399
Определитель ковариационной матрицы = 2,2279347e-005
Крит. Акаике = -2,0627
Крит. Шварца = -1,8096
Крит. Хеннана-Куинна = -1,9615
```

Долгосрочный эффект

Оценивание VECM: пример 2



Уровень безработицы в штатах США

Краткосрочный эффект (по каждому уравнению)

Уравнение 1: d_tenn

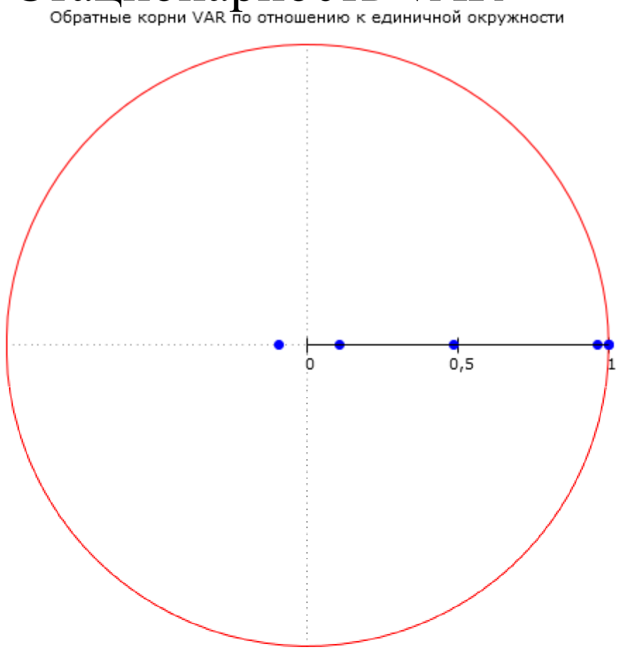
	Коэффициент	Ст. ошибка	t-статистика	P-значение	
const	0,00699278	0,0100208	0,6978	0,4858	
d_tenn_1	0,240853	0,0626468	3,845	0,0001	***
d_missouri_1	0,160853	0,0548773	2,931	0,0036	***
d_kentucky_1	0,0257628	0,0503903	0,5113	0,6095	
EC1	0,0174192	0,00904877	1,925	0,0552	*

Среднее зав. перемен	-0,000645	Ст. откл. зав. перемен	0,176627
Сумма кв. остатков	8,168193	Ст. ошибка модели	0,163649
R-квадрат	0,152666	Испр. R-квадрат	0,141553
Параметр rho	-0,093505	Стат. Дарбина-Вотсона	2,182482

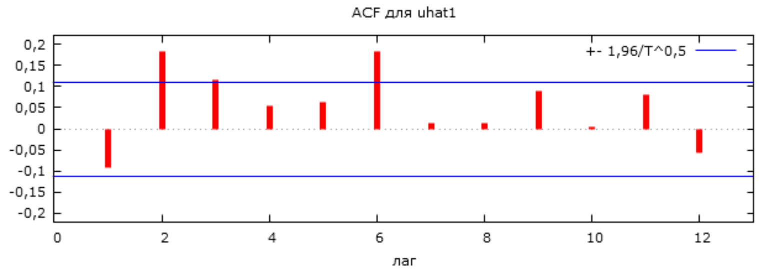
Оценивание VECM: пример 2
Анализ остатков

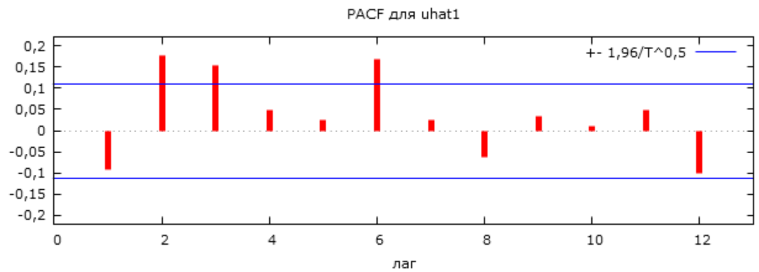
Уровень безработицы в штатах США

Стационарность VAR



Уравнение 1: tenn (Tennessee),
анализ автокорреляции остатков





!Необходимо наращивать лаговую структуру

Тест на нормальное распределение uhat1:

Тест Дурника-Хансена (Doornik-Hansen) = 6,21, p-значение 0,04

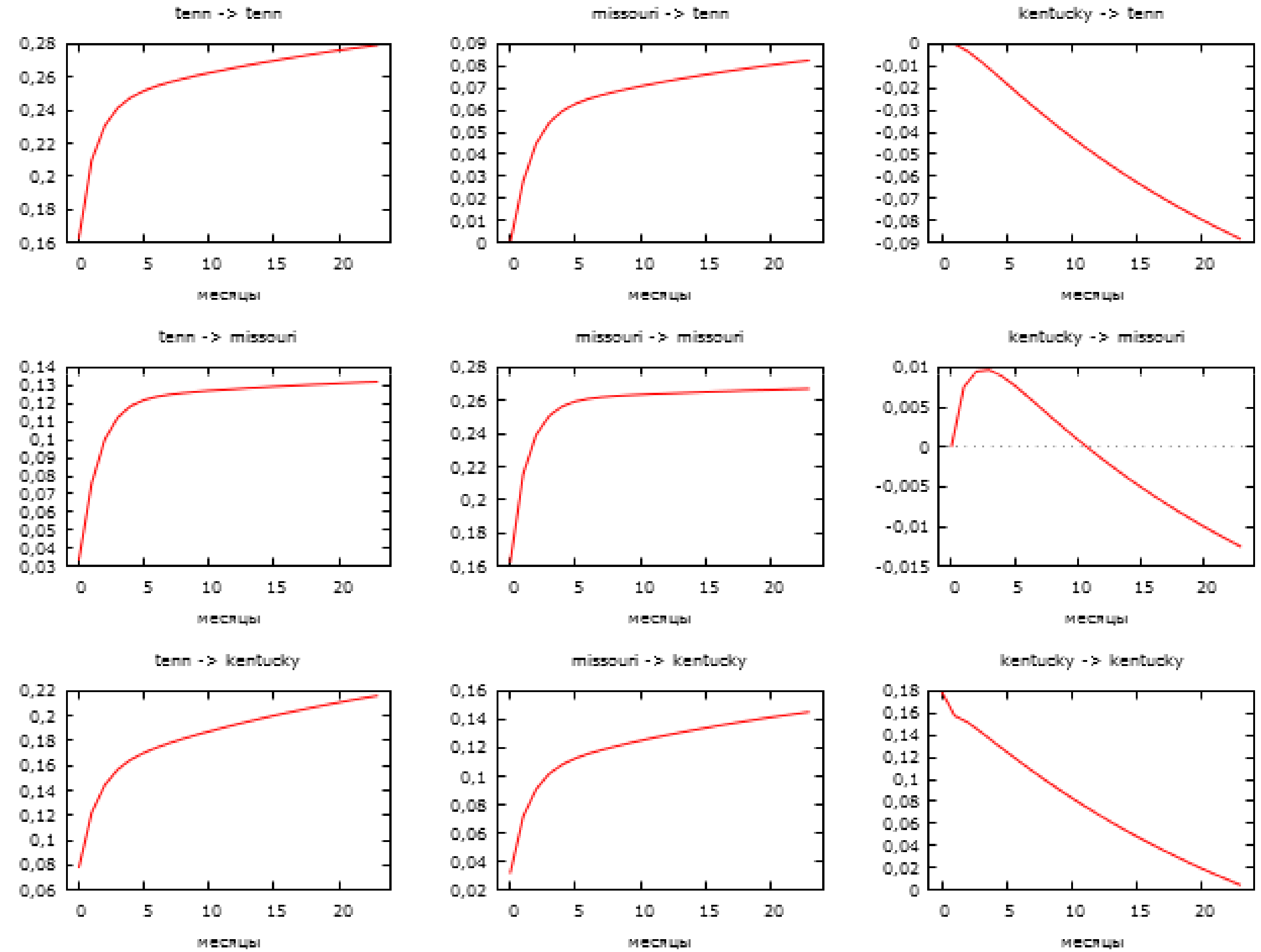
Тест Шапиро-Уилка (Shapiro-Wilk W) = 0,99, p-значение 0,11

Тест Лиллифорса (Lilliefors) = 0,037, p-значение ~= 0,34

Тест Жака-Бера (Jarque-Bera) = 6,88, p-значение 0,032

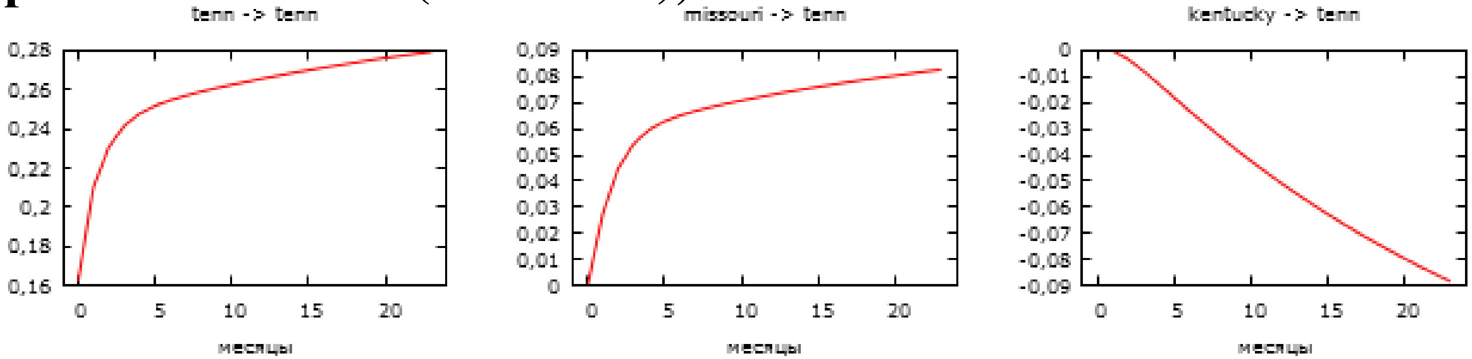
Оценивание VECM: пример 2 интерпретация через IRF

Уровень безработицы в штатах США



Оценивание VECM: пример 2 интерпретация через IRF

Уравнение 1: tenn (Tennessee), IRF



Разложение дисперсии для tenn

Период	Ст. ошибка	tenn	missouri	kentucky
1	0,162324	100,0000	0,0000	0,0000
2	0,266793	98,9167	1,0833	0,0000
3	0,355577	97,7836	2,2075	0,0089
4	0,433315	96,9039	3,0571	0,0389
5	0,502825	96,2306	3,6748	0,0946
6	0,566089	95,6920	4,1319	0,1761
7	0,624534	95,2368	4,4812	0,2820
8	0,679191	94,8326	4,7571	0,4103
9	0,730815	94,4596	4,9820	0,5584
10	0,779966	94,1058	5,1702	0,7241
11	0,827061	93,7638	5,3312	0,9050
12	0,872424	**93,4295**	**5,4715**	**1,0991**

Слабое влияние kentucky