

## Практическое занятие 12.

### «Анализ и моделирование сезонности во временных рядах»

#### План занятия

1. Анализ сезонности в данных (сезонная волна, ACF, PACF, периодограмма)
2. Моделирование сезонности с помощью фиктивных переменных.  
Моделирование сезонности с помощью гармонического анализа.  
Моделирование сезонности с помощью тренд-сезонной модели (самостоятельно).

**Сезонные колебания** – это повторяющиеся в каждом временном периоде колебания, связанные с изменением времени года (период колебания <1 года)

#### 1. Анализ сезонности в данных (сезонная волна, ACF, PACF, периодограмма)

##### Задача 1. Сезонная волна

$$I_s = \frac{\tilde{y}_i}{\bar{y}} \cdot 100\%$$

Данные: уровень безработицы в России, % (Excel)

	I	II	III	IV
2016	5,9	5,8	5,3	5,3
2017	5,5	5,2	5	5
2018	5,1	4,8	4,6	4,7
$y_i$	5,5	5,3	5,0	***
$y_{cp}$				
$I_s$	***	***	95,82	96,46

Рассчитайте сезонные приросты в 1-м квартале, сделайте вывод. Рассчитайте индекс сезонности и постройте график сезонной волны. Дайте интерпретацию полученным результатам.

##### Задача 2. Периодограмма

$$I(f_i) = \frac{N}{2} (a_i^2 + b_i^2)$$

Данные: уровень безработицы в России, % (Excel)

time	yt	t
2017 I	5,5	1
II	5,2	2
III	5	3
IV	5	4
2018 I	5,1	5
II	4,8	6
III	4,6	7
IV	4,7	8

Постройте периодограмму и дайте интерпретацию полученным результатам.

Заполните вспомогательную таблицу:

i	f <sub>i</sub>	w <sub>i</sub>	a <sub>i</sub>	b <sub>i</sub>	I(f)	p
1	0,125	0,785	***	***	***	***
2	***	***	-0,078	0,246	***	***
3	***	***	-0,077	0,036	0,029	***
4	***	***	-0,125	-0,007	0,063	***

1. Количество гармоник  $q$ ,  $i = \overline{1, q}$   $q = N/2$ ;  $f_i = i/N$ ;  $\omega_i = 2\pi f_i$ ,

2. Частота  $f_i$ ,  $\omega_i$

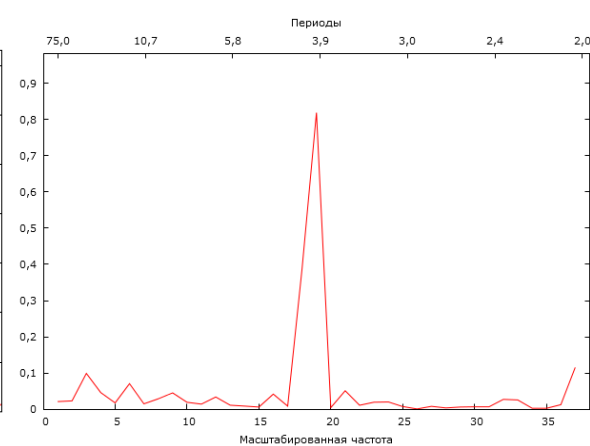
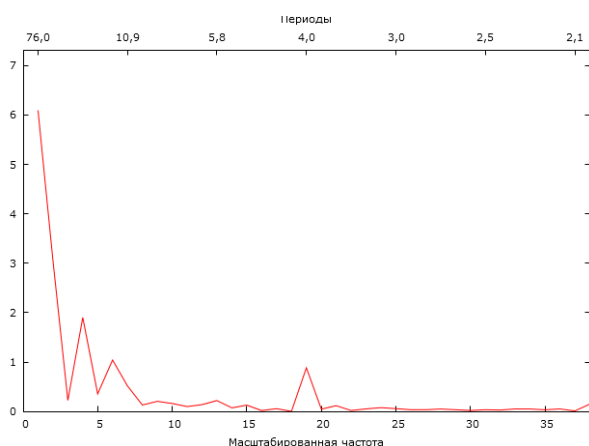
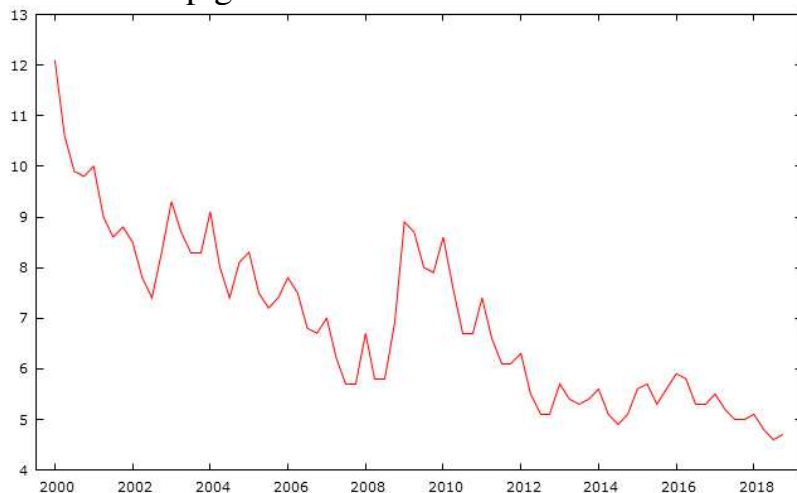
3. Расчет  $a_i$ ,  $b_i$ ,  $I(f_i)$

4. Определение  $f = \frac{1}{p}$

$$a_i = \frac{2}{N} \sum_{t=1}^N y_t \cos \omega_i t;$$

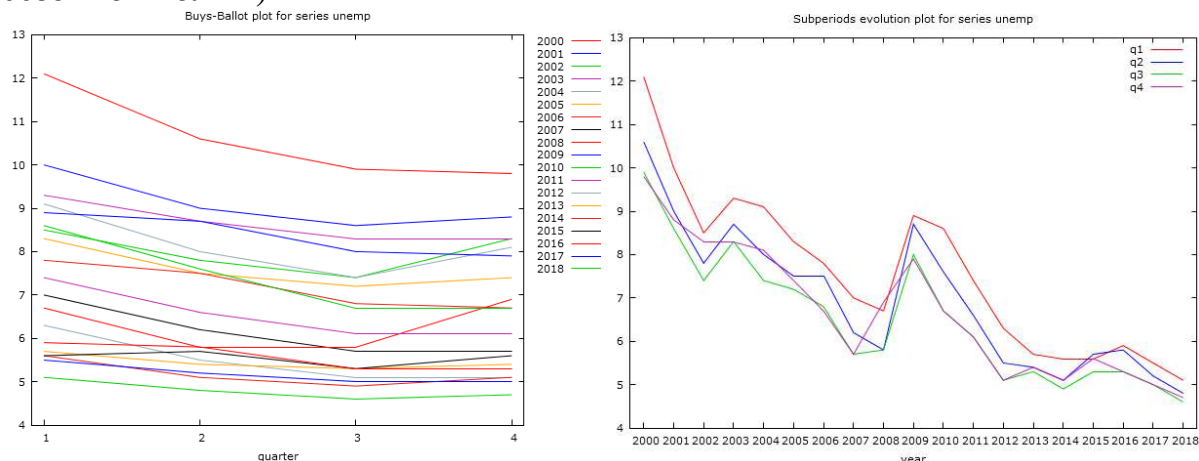
$$b_i = \frac{2}{N} \sum_{t=1}^N y_t \sin \omega_i t.$$

**Задача 3. Анализ сезонности в стат пакете.** Постройте и проанализируйте периодограмму в Gretl для **уровня безработицы в России за период 2000-2018 гг.** Сравните периодограмму для исходных данных и после устранения тренда. Файл: unemp.gdt



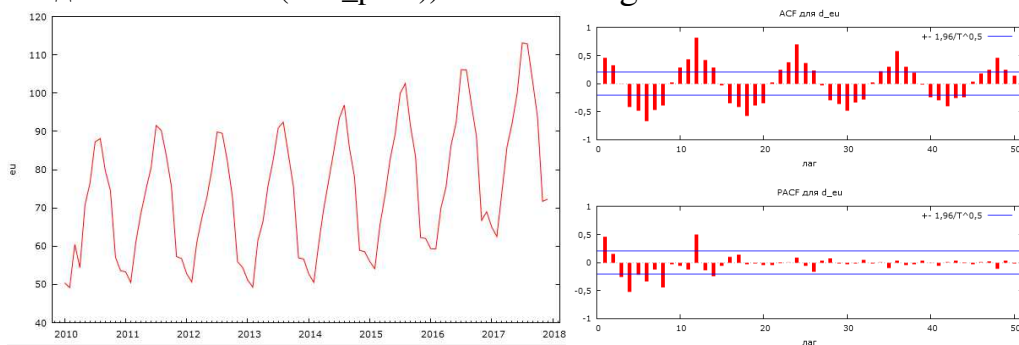
1.4. Проанализируйте **ACF**, **PACF** для ряда безработицы, сравните ACF, PACF для исходных данных и после устранения тренда. Сделайте вывод о поведении графиков.

## 1.5. Сравните данные по кварталам в разные годы **Gretl: Buys-Ballot plot** (аналог сезонной волны)



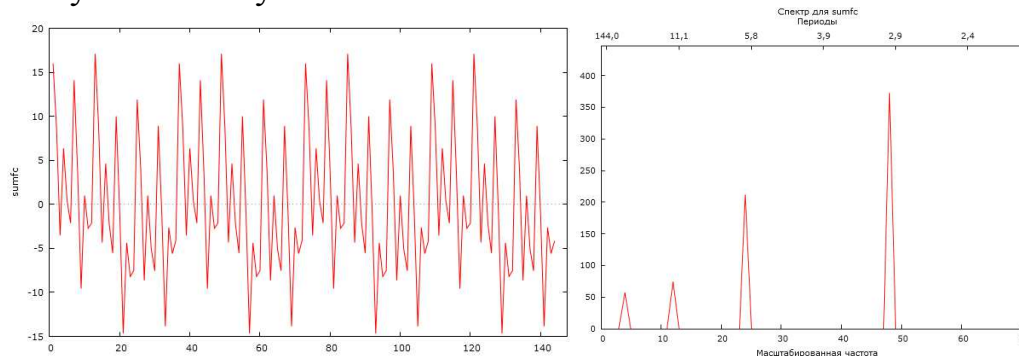
## 1.6. Рассмотрите **другие примеры** рядов, проанализируйте наличие сезонности (цикличности) в рассматриваемых рядах.

1. Объем авиаперевозок в ЕС (в млн. человек), (янв 2010 – дек 2017) (Источник: данные Eurostat (avia\_raoc)) Файл: EU.gdt

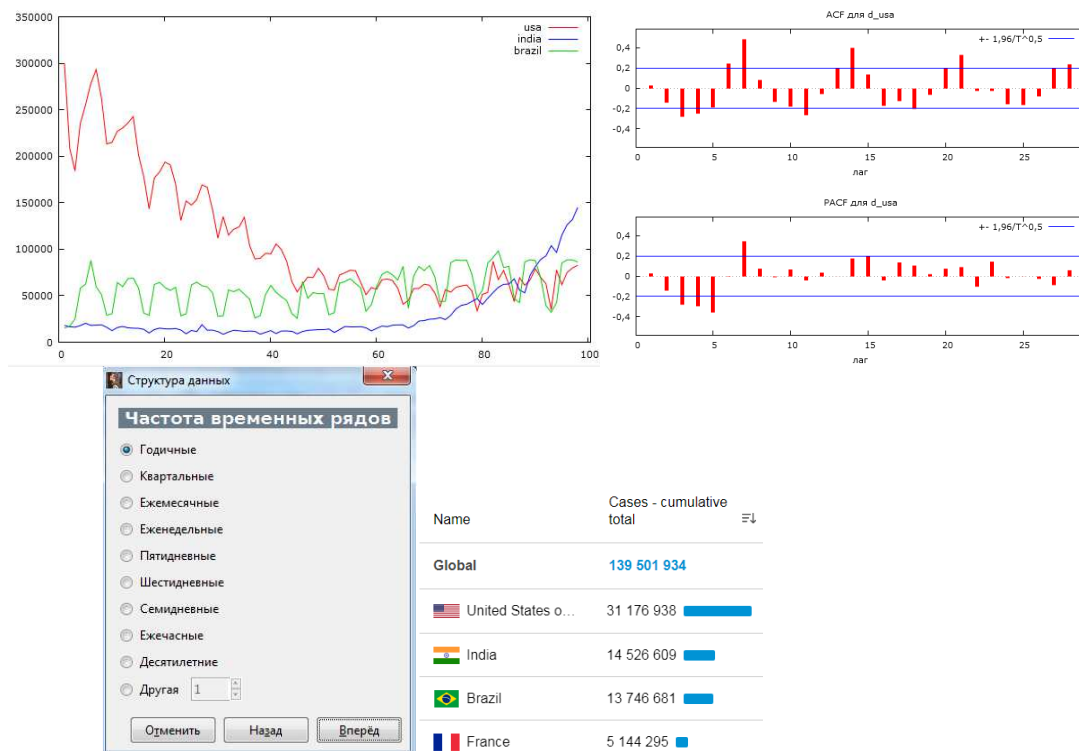


2. Белый шум Файл: EU.gdt

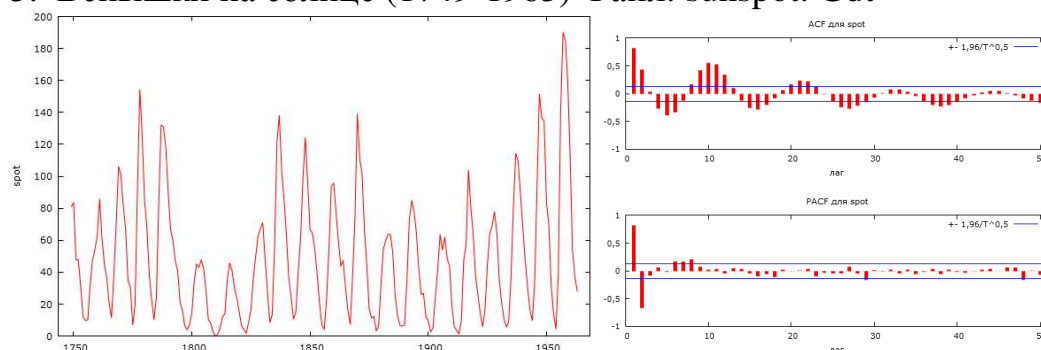
3. Сумма косинусов Файл: cos4. Gdt



4. Заболеваемость COVID (новые случаи) в некоторых странах мира (США, Индия, Бразилия) в период 2-01-2021 по 9-04-21. Файл: COVID.xls (ежедневные данные)



## 5. Вспышки на солнце (1749-1963) Файл: sunspot. Gdt



## 6. (самостоятельно) Количество рожденных детей в России (янв 2006-нояб 2018)(Источник: Росстат) birth. gdt

Сделайте вывод.

## 2. Моделирование сезонности: случай «детерминированной сезонности».

### Задача 4. Модели с фиктивными переменными

Исходные данные: уровень безработицы в России

- Как учесть сезонность в модели с фиктивными переменными? Создаем переменные.

$$d_i = \begin{cases} 1, & \text{если наблюдение } i - \text{му кварталу}, i = 2, 3, 4 \\ 0, & \text{в остальных случаях.} \end{cases}$$

$$y_t = a + bt + c_2d_2 + c_3d_3 + c_4d_4 + \varepsilon_t,$$

Gretl: Добавить – Фиктивную переменную для периода

### Замечание.

- В случае ежемесячных данных необходимо создать 12 фиктивных переменных (соответствующие каждому месяцу).
- В случае ежедневных данных необходимо создать 7 фиктивных переменных (соответствующие каждому дню недели).

Команда Stata:

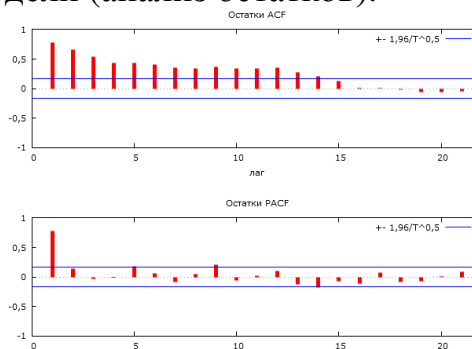
quietly tabulate Q2, generate(Q\_)

1. Оцените модель с фиктивными переменными, характеризующими сезонность, предположив наличие *линейного тренда*.
2. Запишите модель в математической форме, опишите статистические свойства модели. Проверьте адекватность модели (анализ остатков).

Модель 1: МНК, использованы наблюдения 2000:1–2018:4 (T = 76)  
Зависимая переменная: unemployment

	Коэффициент	Ст. ошибка	t-статистика	P-значение
const	9,91423	0,230614	42,99	1,42e-052 ***
time	-0,0639693	0,00402118	-15,91	4,16e-025 ***
dq2	-0,562346	0,249216	-2,256	0,0271 **
dq3	-0,924693	0,249313	-3,709	0,0004 ***
dq4	-0,676513	0,249475	-2,712	0,0084 ***

Среднее зав. перемен	6,910526	Ст. откл. зав. перемен	1,645890
Сумма кв. остатков	41,88125	Ст. ошибка модели	0,768034
R-квадрат	0,793863	Испр. R-квадрат	0,782249
F(4, 71)	68,35765	P-значение (F)	1,31e-23
Лог. правдоподобие	-85,19531	Крит. Акаике	180,3906
Крит. Шварца	192,0443	Крит. Хеннана-Куинна	185,0480
Параметр rho	0,815556	Стат. Дарбина-Вотсона	0,249621



3. Оцените сезонные отклонения в каждом квартале:

во 2-м:

в 3-м:

в 3-м:

Сделайте вывод.

4. Постройте совмещенные графики: исходные данные и предсказанные значения по модели.
5. Рассчитайте прогноз уровня безработицы на следующие два квартала.

$$\hat{y}_{t=2019Q1} = a + bt + c_2d_2 + c_3d_3 + c_4d_4 =$$

### Задача 5. Моделирование сезонности с помощью гармонических составляющих

Основные формулы:

$$y_t = a_0 + \sum_{i=1}^q a_i \cos \omega_i t + \sum_{i=1}^q b_i \sin \omega_i t + \varepsilon_t,$$

$$y_t = a_0 + a_1 \cos \omega_1 t + b_1 \sin \omega_1 t + a_2 \cos \omega_2 t + b_2 \sin \omega_2 t + \varepsilon_t.$$

$$\omega_i = 2\pi f_i, \quad f_i = i/N.$$

1. Оцените модель, добавив поочередно 1-ю, 2-ю гармонику (N=4).

Gretl: Добавить – Добавить новую переменную:  $\cos 1 = \cos(2 \cdot \pi \cdot (1/4) \cdot t)$  и т.д.

2. Запишите модель в математической форме, опишите статистические свойства модели. Проверьте модель на адекватность.

3. Постройте совмещенные графики: исходные данные и предсказанные значения по модели.
4. Сделайте общий вывод относительно качества построенной модели.
5. **Самостоятельно.** Рассмотрите случай **параболического тренда** и добавьте переменную **структурного сдвига**.

### **Задача 6. Моделирование сезонности с помощью тренд-сезонной модели (самостоятельно).** См учебник Дубровой в ЛМС

Процедура построения тренд-сезонных моделей:

1. Сглаживание ВР с помощью скользящей средней
2. Оценивание сезонной составляющей с учетом характера сезонности (аддитивной или мультипликативной).
3. Сезонная корректировка (десезонализация) исходных данных.
4. Расчет параметров трендовой составляющей.
5. Моделирование динамики исходного ряда с учетом трендовой и сезонной составляющих.
6. Оценка точности и адекватности полученной модели.
7. Использование построенной модели для прогнозирования.

### **Литература:**

- Дуброва Т.А. Статистические методы прогнозирования. Учебное пособие для ВУЗов. – М.: Юнити, 2003.
- Исмагилов И.И., Кадочникова Е.И. Специальные модели эконометрики в среде Gretl: учебное пособие для студентов. Казань: Казан.ун-т, 2018. (см ЛМС))

## **Домашнее задание (ТДЗ) 12. Сезонность 1**

**1. Анализ периодограммы. Исходные данные:** число заключенных браков в России, тыс.

t	yt
1	60,777
2	63,760
3	78,424
4	58,576
5	37,662
6	102,812
7	127,025
8	137,191
9	134,834
10	98,916
11	85,707
12	80,682
13	55,509
14	62,449

1.1. Заполните вспомогательную таблицу:

i	fi	wi	ai	bi	I(f)	p
1						

- 1.2. Приведите подробно расчеты с формулами (не Эксель!) для  $i=1$ . Все вспомогательные расчеты можно сделать в Экселе.
- 1.3. Постройте периодограмму и дайте интерпретацию полученным результатам (определите период сезонности). Ответ обоснуйте.

**2. Вариант 1.** Объём авиаперевозок в ЕС (в млн. человек), (янв 2010 – дек 2017)  
(Источник: данные Eurostat (avia\_паос)) Файл: EU.gdt

!Можно взять свои данные

2.1. Постройте график ряда и опишите исходные данные.

2.2. Исследуйте наличие сезонности в данных (график сезонной волны/аналог (в пакете), ACF/PACF (36 лагов), периодограмма. Приведите графики и дайте интерпретацию полученным результатам.

2.3. Оцените **модель с сезонными** фиктивными переменными. Опишите, как строились фиктивные переменные. Запишите модель, проверьте адекватность модели. Какие результаты получились. Насколько адекватны модели, почему? Подходит ли данный вид модели для Ваших данных? Почему?

2.4. Оцените **модель с гармоническими** переменными. Опишите, как строились гармонические переменные. Запишите модель, проверьте адекватность модели. Какие результаты получились. Насколько адекватны модели, почему? Подходит ли данный вид модели для Ваших данных? Почему?

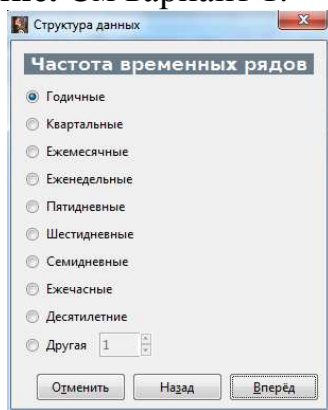
2.6. По одной из моделей аналитически рассчитайте прогноз на 1 месяц вперед вперед.

**Или Вариант 2.** Данные по заболеваемости COVID в некоторых странах (США, Индия, Бразилия).

Файл: COVID.xls (ежедневные данные)

**Замечание.** В данных наблюдается еженедельная сезонность (по дням недели). Модели лучше строить в Stata. (Gretl не позволяет загружать данные с дневной частотой).

**Задание.** См вариант 1.



Другие страны/даты <https://covid19.who.int/table>