



*Saint-Petersburg Electrotechnical University*  
*«LETI»*

## **ЛЕКЦИЯ 15**

**Передаточная функция цепи и ее связь  
с временными характеристиками**

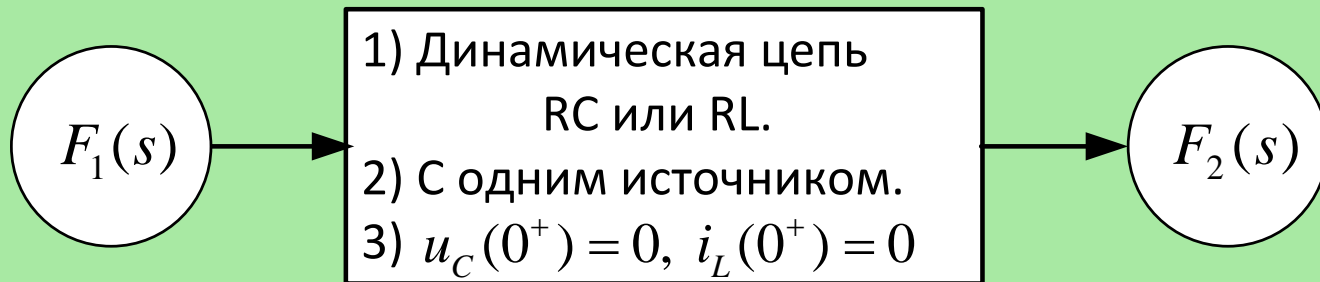
**China**

# СОДЕРЖАНИЕ

1. Передаточная функция цепи.
2. Элементы операторной схемы замещения цепи.
3. Расчёт передаточной функции цепи.
4. Проверка  $H(s)$  по схемам замещения цепи.
5. Задание №1 на расчёт.
6. Расчёт временных характеристик цепи.
7. Задание №2 на расчёт.

# 1. Передаточная функция цепи

## Определение



Передаточная функция (ПФ):

$$H(s) = \frac{F_2(s)}{F_1(s)}$$

Свойства передаточной функции:

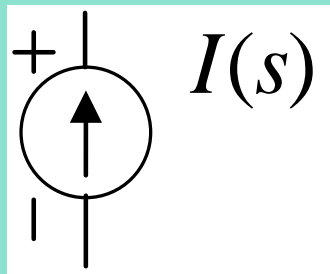
$H(s) \div h(t)$ , где  $h(t)$  - импульсная характеристика

$H_1(s) = \frac{H(s)}{s} \div h_1(t)$ , где  $h_1(t)$  - импульсная характеристика

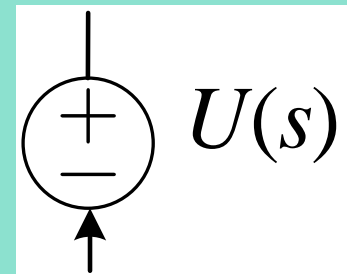
$$F_2(s) = H(s) \cdot F_1(s);$$

## 2. Элементы операторной схемы замещения цепи

Источник  
Тока



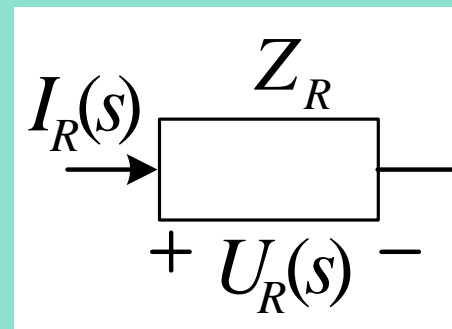
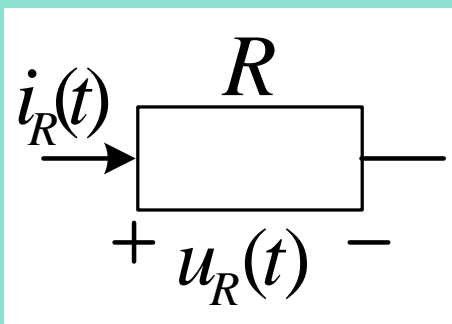
Источник  
Напряжения



**$R$  - элемент**



$$Z_R = R$$

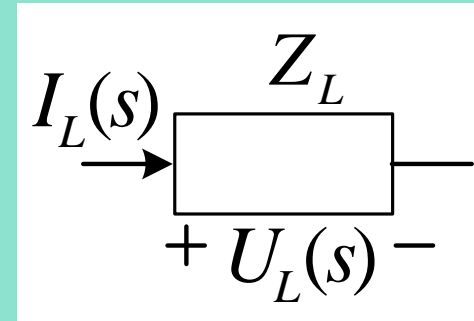
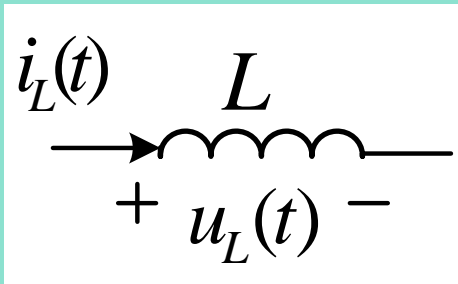


# Элементы операторной схемы замещения цепи

**L - элемент**



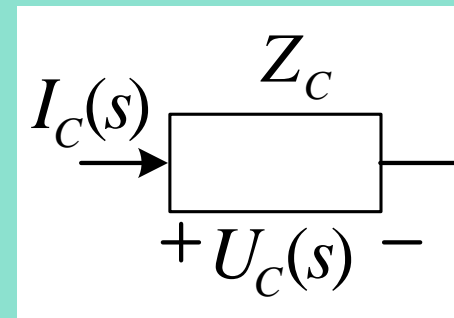
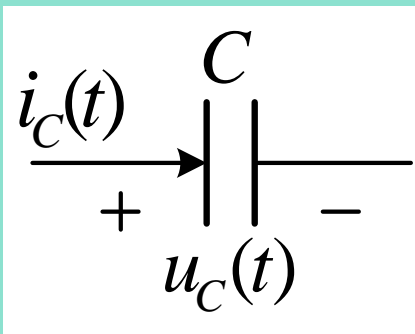
$$Z_L = s \cdot L$$



**C - элемент**



$$Z_C = \frac{1}{C \cdot s}$$



### 3. Расчёт передаточной функции цепи

Цепь имеет нулевые  
начальные условия.

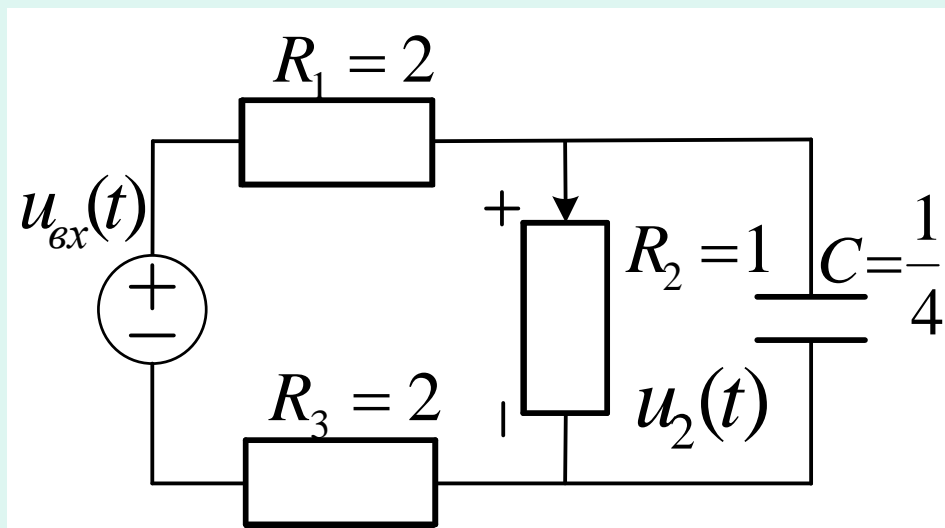
Дано:

Сопротивления:  $R_1=2$ ,  $R_2=1$ ,  $R_3=2$

Конденсатор:  $C=0,25$

Воздействие (входной сигнал):  $u_0(t)$

Реакция (выходной сигнал):  $u_2(t)$



Определить  
(вычислить):

- 1) Передаточную функцию:  $H(s)$
- 2) Выполнить её проверку

# Решение

## Переход к операторной схеме замещения цепи

**Элементы цепи в  
операторной области:**

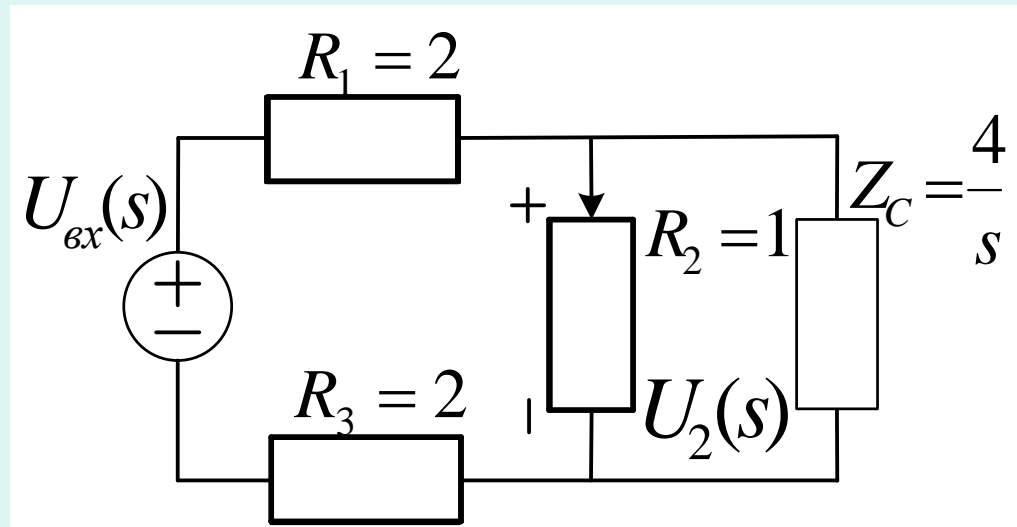
$$Z_{R_1} = R_1 = 2$$

$$Z_{R_2} = R_2 = 1$$

$$Z_{R_3} = R_3 = 2$$

$$Z_C = \frac{1}{Cs} = \frac{4}{s}$$

**Операторная схема  
замещения цепи:**



## продолжение решения

### Расчёт реакции (выходного сигнала) цепи

Полагаем:  $U_{ex}(s) = 1,$

тогда

$$H(s) = \frac{F_2(s)}{F_1(s)} = \frac{U_2(s)}{U_{ex}(s)} = \frac{U_2(s)}{1} = U_2(s)$$

Находим (определяем):  $U_2(s) = ?$

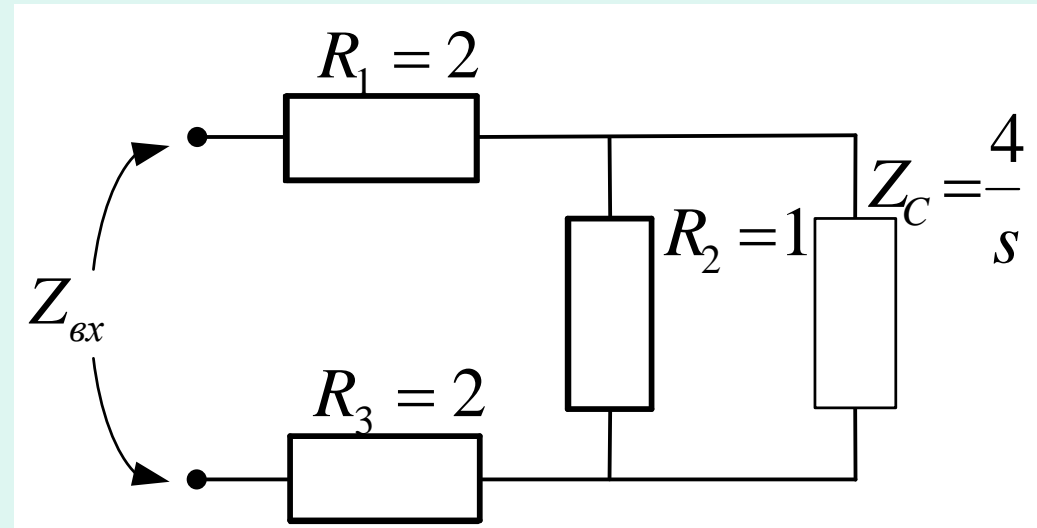


## продолжение решения

Находим входное сопротивление.

$$Z_{\text{ex}} = Z_{R_1} + (Z_{R_2} \parallel Z_C) + Z_{R_3}$$

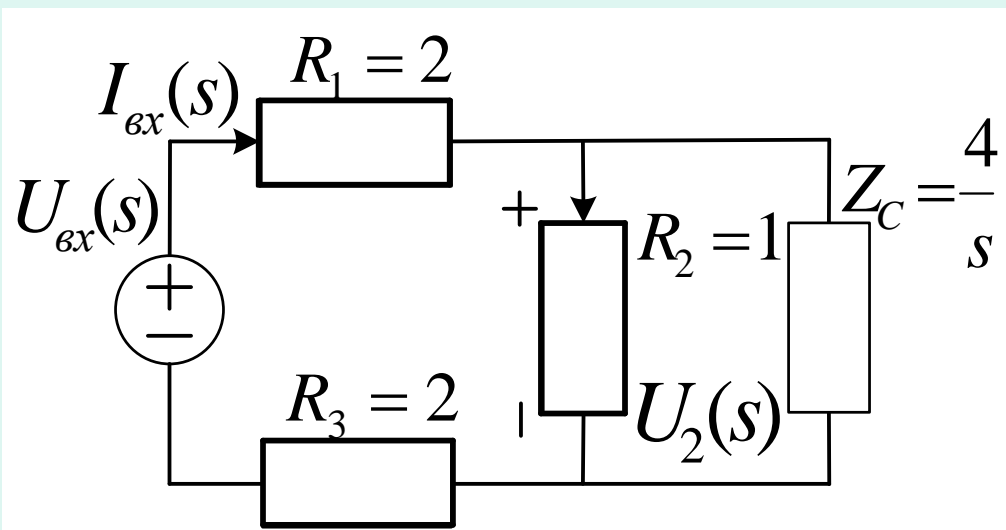
$$\begin{aligned} Z_{R_2 C} &= \frac{Z_{R_2} \cdot Z_C}{Z_{R_2} + Z_C} = \\ &= \frac{1 \cdot 4/s}{1 + 4/s} = \frac{4}{s + 4} \end{aligned}$$



$$Z_{\text{ex}} = 2 + \frac{4}{s + 4} + 2 = \frac{4s + 16 + 4}{s + 4} = \frac{4s + 20}{s + 4}$$

## продолжение решения

Определяем входной ток.



По закону Ома:

$$I_{ex} = \frac{U_{ex}}{Z_{ex}} = \frac{s + 4}{4s + 20}$$

## продолжение решения

Определяем  $U_2(s)=H(s)$ .

По формуле делителя тока

находим:

$$I_2(s) = I_{ex} \frac{Z_C}{Z_C + Z_{R_2}} = \frac{(s+4)}{4s+20} \cdot \frac{4}{(s+4)} = \frac{1}{s+5}$$

По закону Ома

находим:

$$U_2(s) = I_2 \cdot Z_{R_2} = \frac{1}{s+5}$$

Передаточная функция:

$$H(s) = \frac{1}{s+5}$$

## 4. Проверка $H(s)$ по схемам замещения цепи

Передаточная функция, при  $s=0$ :

$$H(s) = \frac{1}{s+5} \Big|_{s=0} = \frac{1}{5}$$

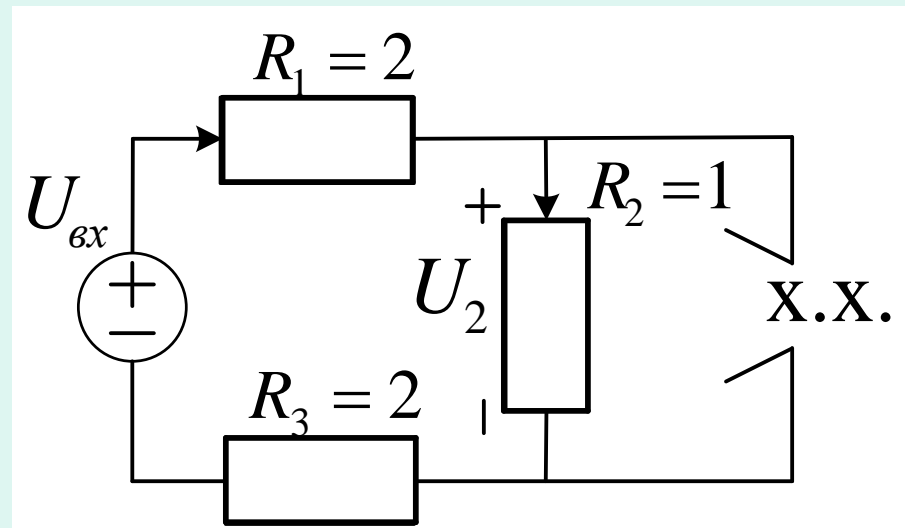
Схема замещения при  $s=0$ :

$$Z_C = \frac{1}{Cs} \Big|_{s=0} = \infty \Rightarrow C \rightarrow \text{X.X.}$$

$$U_{ex} = 1$$

$$U_2 = \frac{1}{5}$$

$$H(s) = \frac{U_2}{U_{ex}} = \frac{1}{5}$$



## Проверка $H(s)$ (продолжение)

**Передаточная функция, при  $s = \infty$  :**

$$H(s) = \frac{1}{s+5} \Big|_{s=\infty} = 0$$

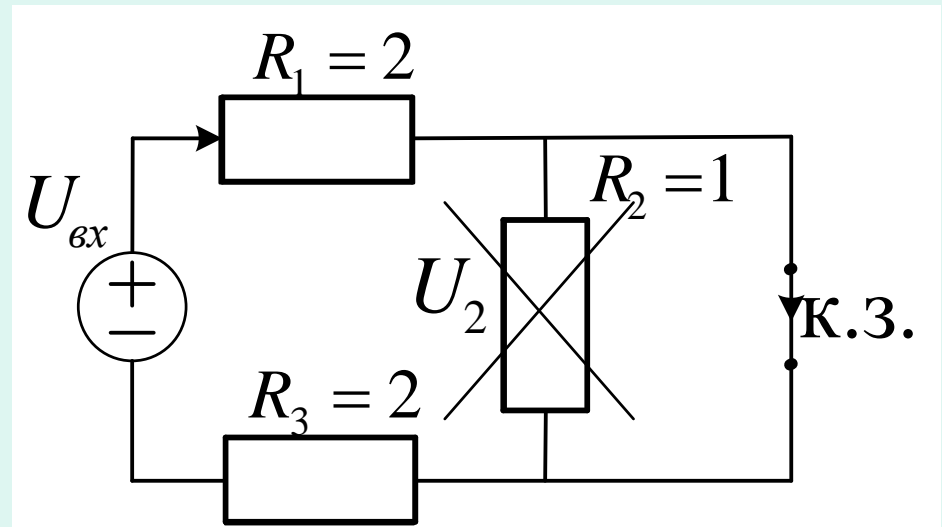
**Схема замещения при  $s = \infty$  :**

$$Z_C = \frac{1}{Cs} \Big|_{s=\infty} = 0 \Rightarrow C \rightarrow \text{К.3.}$$

$$U_{ex} = 1$$

$$U_2 = 0$$

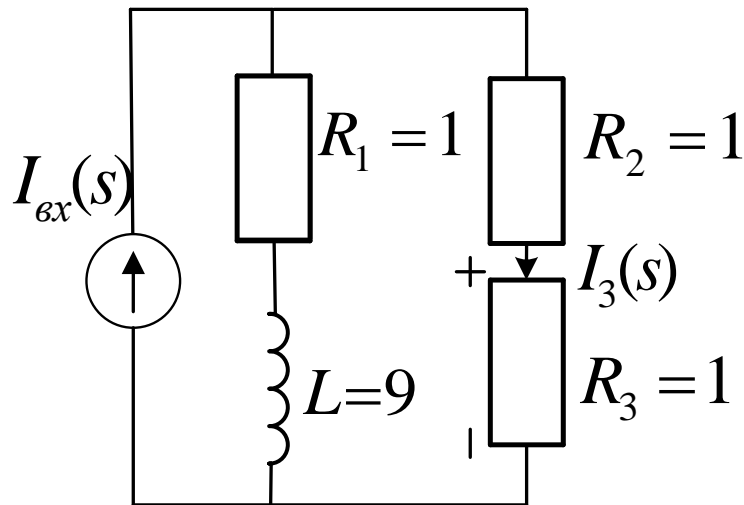
$$H(s) = \frac{U_2}{U_{ex}} = 0$$



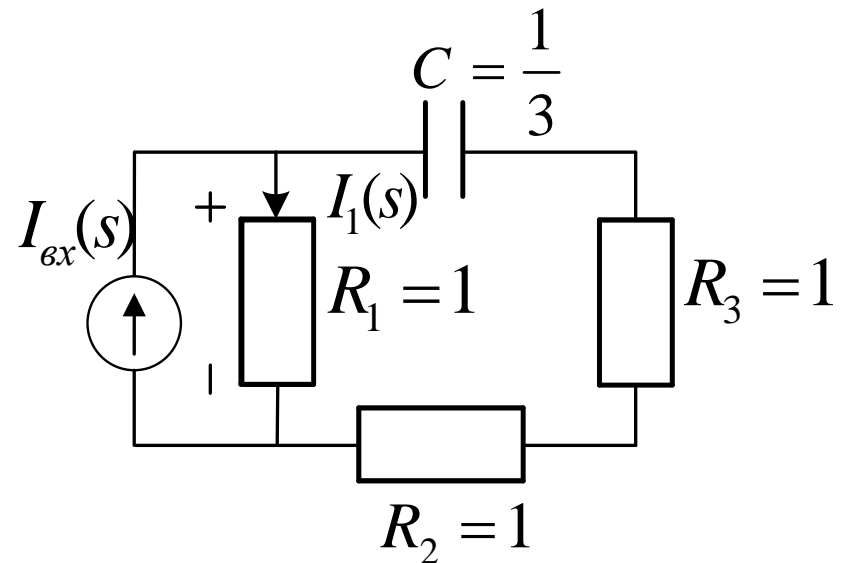
## 5. Задание №1 на расчёт

- 1) Определить (найти)  $H(s)$ .
- 2) Выполнить её проверку.

**№1: Реакция**  
(выходной сигнал):  $I_3(s)$



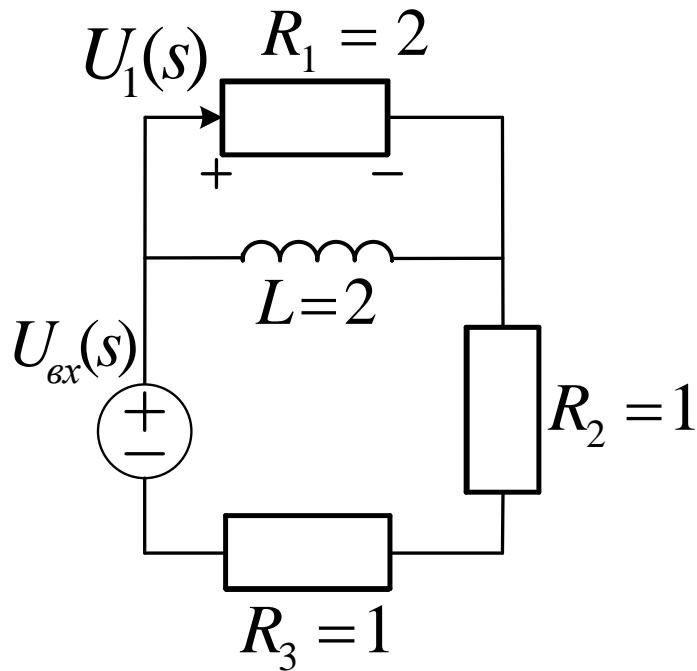
**№2: Реакция**  
(выходной сигнал):  $I_1(s)$



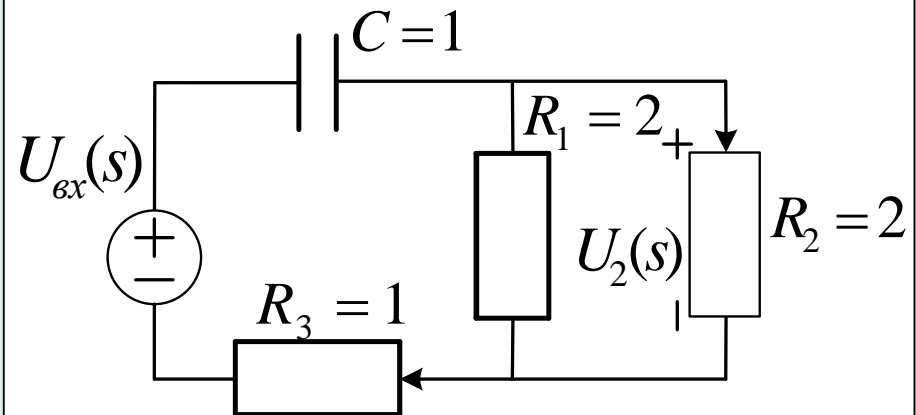
## продолжение

- 1) Определить (найти)  $H(s)$ .
- 2) Выполнить её проверку.

**№3: Реакция**  
(выходной сигнал):  $U_1(s)$



**№4: Реакция**  
(выходной сигнал):  $U_2(s)$



## 6. Расчёт временных характеристик цепи

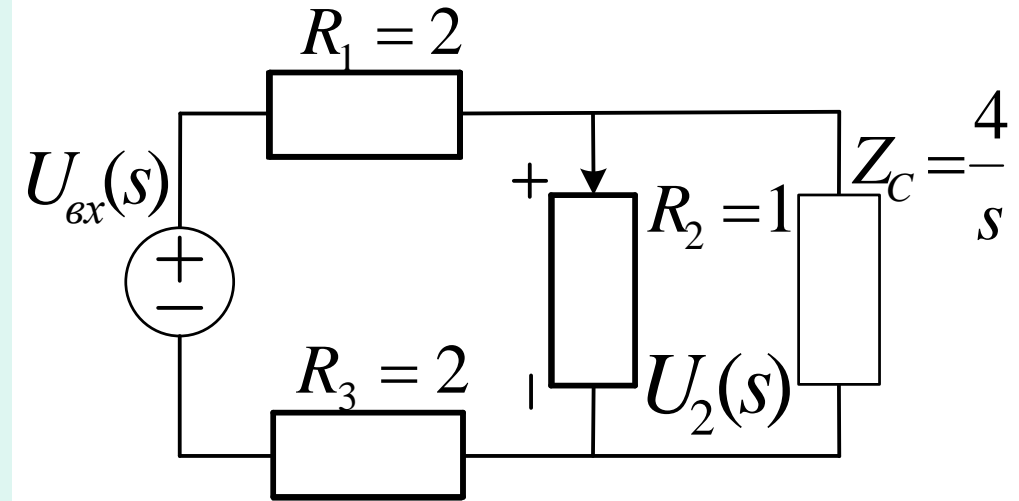
**Дано:**

**Сопротивления:**  $Z_{R_1} = Z_{R_3} = 2$ ,

$$Z_{R_2} = 1, \quad Z_C = 4/s$$

**Воздействие:**  $U_{ex}(s)$

**Реакция:**  $U_2(s)$



**Передаточная функция:**

$$H(s) = \frac{1}{s + 5}$$

**Определить  
(вычислить):**

- 1) Импульсную характеристику  $h(t)$
- 2) Переходную характеристику  $h_1(t)$   
Выполнить проверку.
- 3) Построить графики  $h(t), h_1(t)$



# Расчёт импульсной характеристики

Используя таблицу преобразований Лапласа, переходим во временную область:

$$H(s) = \frac{1}{s+5} \div h(t) = 1 \cdot e^{-5t} \cdot \delta_1(t)$$

**Проверка:**

**Теорема о начальном значении**

$$h(0) = 1$$

$$\lim_{s \rightarrow \infty} (s \cdot H(s)) = 1$$

**Теорема о конечном значении**

$$h(\infty) = 0$$

$$\lim_{s \rightarrow 0} (s \cdot H(s)) = 0$$

# Расчёт переходной характеристики

Записываем изображение переходной характеристики:

$$H_1(s) = \frac{H(s)}{s} = \frac{1}{s(s+5)} \div h_1(t)$$

Используем теорему разложения:

$$H_1(s) = \frac{1}{s(s+5)} = \frac{A_1}{s} + \frac{A_2}{(s+5)}$$

$$A_1 = s \cdot H(s) \Big|_{s=0} = \frac{1}{5}$$

$$A_2 = (s+5) \cdot H(s) \Big|_{s=-5} = -\frac{1}{5}$$

## продолжение расчёта

Используя таблицу преобразований Лапласа, переходим во временную область:

$$H_1(s) = \frac{1}{s(s+5)} \div h_1(t) = \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{5}e^{-5t}\right) \cdot \delta_1(t)$$

**Проверка:**

**Теорема о начальном значении**

$$h_1(0) = 0$$

$$\lim_{s \rightarrow \infty} (s \cdot H_1(s)) = \lim_{s \rightarrow \infty} H(s) = 0$$

**Теорема о конечном значении**

$$h_1(\infty) = \frac{1}{5}$$

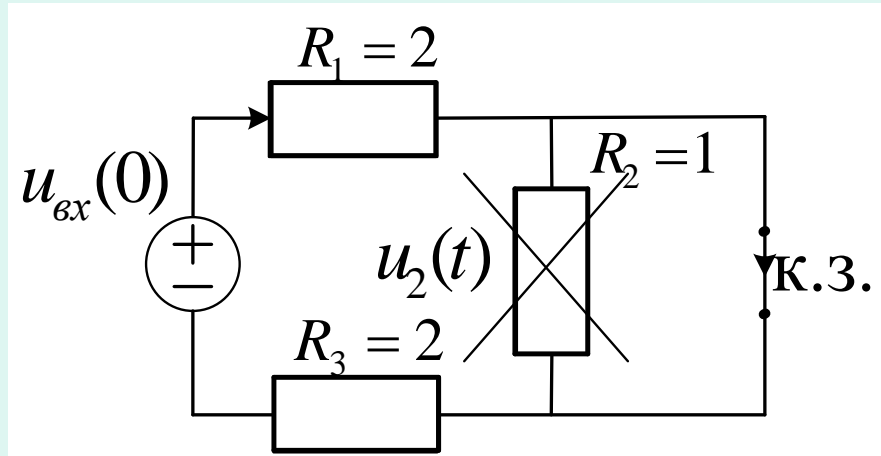
$$\lim_{s \rightarrow 0} (s \cdot H_1(s)) = \lim_{s \rightarrow 0} H(s) = \frac{1}{5}$$

# Проверка переходной характеристики по схемам замещения цепи

При  $t=0$ , С – К.З.

$$u_{ex}(0) = 1$$

$$u_2(0) = h_1(0) = 0$$



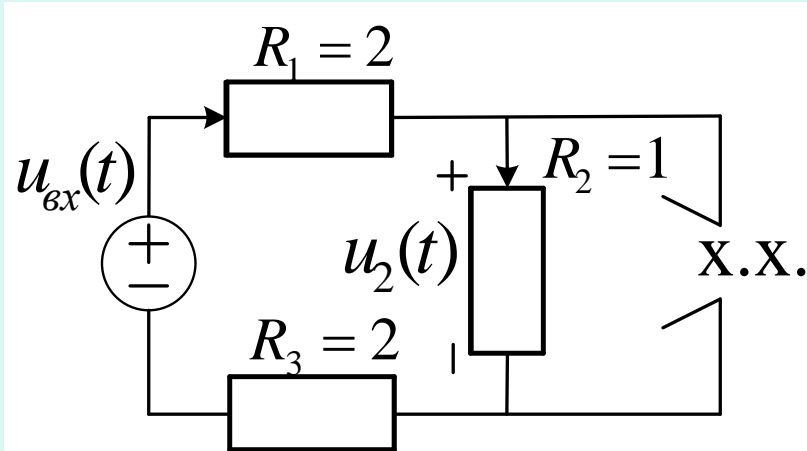
При  $t = \infty$ , С – Х.Х.

$$u_{ex}(\infty) = 1$$

$$R_{ex} = 5$$

$$i = \frac{u_{ex}}{R_{ex}} = \frac{1}{5}$$

$$u_2 = h_1(\infty) = i \cdot R_2 = \frac{1}{5}$$

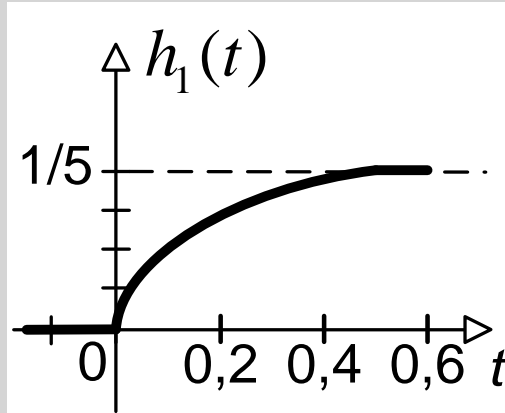


# Графики характеристик цепи

## Переходная характеристика

$$h_1(0) = 0$$

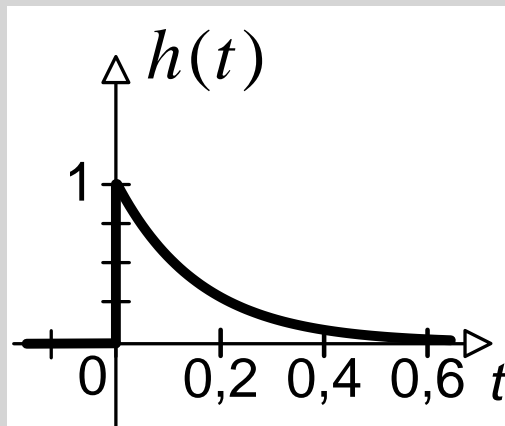
$$h_1(\infty) = \frac{1}{5}$$



## Импульсная характеристика

$$h(0) = 1$$

$$h(\infty) = 0$$



## Проверка $h(t)$ :

$$h(t) = h_1'(t)$$

$$h_1(t) = \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{5}e^{-5t}\right) \cdot \delta_1(t)$$

$$h_1'(t) = e^{-5t} \cdot \delta_1(t) = h(t)$$

## 7. Задание №2 на расчёт

Дано:  $H(s)$ .

Определить (найти):  $h(t), h_1(t)$

Построить их графики.

№1

$$H(s) = \frac{2s}{(s+3)}$$

№2

$$H(s) = \frac{5}{3(s+4)}$$

№3

$$H(s) = \frac{7}{2(s+5)}$$

№4

$$H(s) = \frac{2(s+1)}{3(s+5)}$$