## **Bap. 1** (83822020)

- 1. В результате эксперимента получены данные, приведенные в таблице 1.
  - а) Построить вариационный ряд, эмпирическую функцию распределения и гистограмму частот.
  - b) Вычислить выборочные аналоги следующих числовых характеристик:
    - (i) математического ожидания, (ii) дисперсии, (iii) медианы, (iv) асимметрии, (v) эксцесса,
    - (vi) вероятности  $\mathbf{P}(X \in [a, b])$ .
  - с) В предположении, что исходные наблюдения являются выборкой из распределения Пуассона, построить оценку максимального правдоподобия параметра  $\lambda$ , а также оценку  $\lambda$  по методу моментов. Найти смещение оценок.
  - d) Построить асимптотический доверительный интервал уровня значимости  $\alpha_1$  для параметра  $\lambda$  на базе оценки максимального правдоподобия.
  - e) Используя гистограмму частот, построить критерий значимости  $\chi^2$  проверки простой гипотезы согласия с распределением Пуассона с параметром  $\lambda_0$ . Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_1$ . Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором еще нет оснований отвергнуть данную гипотезу.
  - ${
    m f})$  Построить критерий значимости  $\chi^2$  проверки сложной гипотезы согласия с распределением Пуассона. Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_1$ . Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором еще нет оснований отвергнуть данную гипотезу.
  - g) Построить наиболее мощный критерий проверки простой гипотезы пуассоновости с параметром  $\lambda = \lambda_0$  при альтернативе пуассоновости с параметром  $\lambda = \lambda_1$ . Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_1$ . Что получится, если поменять местами основную и альтернативную гипотезы?
  - h) В пунктах (c)-(f) заменить семейство распределений Пуассона на семейство геометрических распределений

$$\mathbf{P}_{\lambda}(X=k) = \frac{\lambda^k}{(\lambda+1)^{k+1}}, \ k=0,1,\dots.$$

 $\alpha_1 = 0.10$ ; a = 0.00; b = 3.96;  $\lambda_0 = 2.00$ ;  $\lambda_1 = 4.00$ . Таблица 1

 $7 \; 1 \; 2 \; 4 \; 2 \; 0 \; 0 \; 5 \; 4 \; 1 \; 4 \; 0 \; 0 \; 2 \; 3 \; 0 \; 1 \; 1 \; 1 \; 4 \; 0 \; 1 \; 4 \; 1 \; 0 \; 3 \; 2 \; 0 \; 1 \; 6 \; 0 \; 1 \; 1 \; 3 \; 0 \; 0 \; 4 \; 7 \; 0 \; 0 \; 1 \; 0 \; 0 \; 1 \; 6 \; 4 \; 12$ 

- 2. В результате эксперимента получены данные, приведенные в таблице 2.
  - а) Построить вариационный ряд, эмпирическую функцию распределения, гистограмму и полигон частот с шагом h.
  - b) Вычислить выборочные аналоги следующих числовых характеристик:
    - (i) математического ожидания, (ii) дисперсии, (iii) медианы, (iv) асимметрии, (v) эксцесса,
    - (vi) вероятности  $\mathbf{P}(X \in [c,d])$ .
  - с) В предположении, что исходные наблюдения являются выборкой из показательного распределения, построить оценку максимального правдоподобия параметра  $\lambda$  и соответствующую оценку по методу моментов. Найти смещение оценок.
  - d) Построить асимптотический доверительный интервал уровня значимости  $\alpha_2$  для параметра  $\lambda$  на базе оценки максимального правдоподобия.
  - е) С использованием теоремы Колмогорова построить критерий значимости проверки простой гипотезы согласия с показательным распределением с параметром  $\lambda_0$ . Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_2$ . Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором нет оснований отвергнуть данную гипотезу.
  - ${
    m f}$ ) Используя гистограмму частот, построить критерий значимости  $\chi^2$  проверки простой гипотезы согласия  ${
    m c}$ показательным распределением с параметром  $\lambda_0$ . Проверить гипотезу на уровне  $\alpha_2$ . Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором еще нет оснований отвергнуть данную гипотезу.
  - g) Построить критерий проверки значимости  $\chi^2$  сложной гипотезы согласия с показательным распределением. Проверить гипотезу на уровне  $\alpha_2$ . Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором еще нет оснований отвергнуть данную гипотезу.
  - h) Построить наиболее мощный критерий проверки простой гипотезы о показательности с параметром  $\lambda = \lambda_0$ при альтернативе показательности с параметром  $\lambda = \lambda_1$ . Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_2$ . Что получится, если поменять местами основную и альтернативную гипотезы?
  - i) В пунктах (c)-(h) заменить семейство показательных распределений на семейство гамма-распределений с плотностями  $f(x)=\frac{\sqrt{\lambda}\,\mathrm{e}^{-\lambda x/2}}{\sqrt{2\pi x}}$  (использовать таблицу распределений  $\chi_1^2$ ). лица 2  $\alpha_2=0.20;\ c=0.00;\ d=2.80;\ h=0.80;\ \lambda_0=0.33;\ \lambda_1=0.50.$

 $3.151\ 0.028\ 1.278\ 0.056\ 0.892\ 2.538\ 0.888\ 0.696\ 8.698\ 5.735\ 7.056\ 0.138\ 2.443\ 0.658\ 2.688\ 0.134\ 0.420\ 2.772\ 0.498\ 1.915\ 0.124$  $1.860\ 2.407\ 1.334\ 0.189\ 2.331\ 1.486\ 0.879\ 2.099\ 6.943\ 0.918\ 6.291\ 1.273\ 2.183\ 0.968\ 2.078\ 1.584\ 0.151\ 5.704\ 4.917\ 2.887\ 0.039$  $1.073\ 0.234\ 1.700\ 1.586\ 0.450\ 0.987\ 3.171\ 0.581$ 

# Bap. 2 (83822020)

- 1. В результате эксперимента получены данные, приведенные в таблице 1.
  - а) Построить вариационный ряд, эмпирическую функцию распределения и гистограмму частот.
  - b) Вычислить выборочные аналоги следующих числовых характеристик:
    - (i) математического ожидания, (ii) дисперсии, (iii) медианы, (iv) асимметрии, (v) эксцесса,
    - (vi) вероятности  $\mathbf{P}(X \in [a, b])$ .
  - с) В предположении, что исходные наблюдения являются выборкой из распределения Пуассона, построить оценку максимального правдоподобия параметра  $\lambda$ , а также оценку  $\lambda$  по методу моментов. Найти смещение оценок.
  - d) Построить асимптотический доверительный интервал уровня значимости  $\alpha_1$  для параметра  $\lambda$  на базе оценки максимального правдоподобия.
  - е) Используя гистограмму частот, построить критерий значимости  $\chi^2$  проверки простой гипотезы согласия с распределением Пуассона с параметром  $\lambda_0$ . Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_1$ . Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором еще нет оснований отвергнуть данную гипотезу.
  - f) Построить критерий значимости  $\chi^2$  проверки сложной гипотезы согласия с распределением Пуассона. Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_1$ . Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором еще нет оснований отвергнуть данную гипотезу.
  - g) Построить наиболее мощный критерий проверки простой гипотезы пуассоновости с параметром  $\lambda = \lambda_0$  при альтернативе пуассоновости с параметром  $\lambda = \lambda_1$ . Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_1$ . Что получится, если поменять местами основную и альтернативную гипотезы?
  - h) В пунктах (c)-(f) заменить семейство распределений Пуассона на семейство геометрических распределений

$$\mathbf{P}_{\lambda}(X=k) = \frac{\lambda^k}{(\lambda+1)^{k+1}}, \ k=0,1,\dots.$$

**Таблица 1**  $\alpha_1=0.05;\ a=2.00;\ b=5.60;\ \lambda_0=4.00;\ \lambda_1=7.00.$ 

 $7\ 3\ 6\ 4\ 4\ 4\ 3\ 0\ 4\ 2\ 1\ 7\ 3\ 6\ 2\ 3\ 3\ 2\ 2\ 3\ 4\ 0\ 5\ 6\ 5\ 6\ 5\ 7\ 2\ 7\ 5\ 3\ 6\ 3\ 2\ 5\ 5\ 2\ 2\ 9\ 3\ 3\ 4\ 5\ 3\ 5\ 5$   $5\ 4\ 5$ 

- 2. В результате эксперимента получены данные, приведенные в таблице 2.
  - а) Построить вариационный ряд, эмпирическую функцию распределения, гистограмму и полигон частот с шагом h.
  - b) Вычислить выборочные аналоги следующих числовых характеристик:
    - (і) математического ожидания, (іі) дисперсии, (ііі) медианы, (іv) асимметрии, (v) эксцесса,
    - (vi) вероятности  $\mathbf{P}(X \in [c,d])$ .
  - с) В предположении, что исходные наблюдения являются выборкой из нормального распределения, построить оценку максимального правдоподобия параметров  $(a, \sigma^2)$  и соответствующие оценки по методу моментов. Найти смещение оценок.
  - d) Построить доверительные интервалы уровня значимости  $\alpha_2$  для параметров  $(a, \sigma^2)$ .
  - е) С использованием теоремы Колмогорова построить критерий значимости проверки простой гипотезы согласия с нормальным распределением с параметрами  $a_0$ ,  $\sigma_0^2$ . Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_2$ . Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором нет оснований отвергнуть данную гипотезу.
  - f) Используя гистограмму частот, построить критерий значимости  $\chi^2$  проверки простой гипотезы согласия с нормальным распределением с параметрами  $(a_0, \sigma_0^2)$ . Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_2$ . Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором еще нет оснований отвергнуть данную гипотезу.
  - g) Построить критерий проверки значимости  $\chi^2$  сложной гипотезы согласия с нормальным распределением. Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_2$ . Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором еще нет оснований отвергнуть данную гипотезу.
  - h) Построить наиболее мощный критерий проверки простой гипотезы о нормальности с параметром  $(a, \sigma^2) = (a_0, \sigma_0^2)$  при альтернативе нормальности с параметром  $(a, \sigma^2) = (a_1, \sigma_1^2)$ . Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_2$ . Что получится, если поменять местами основную и альтернативную гипотезы?
  - і) В пунктах (c)-(g) заменить семейство нормальных распределений на двухпараметрическое семейство распределений Лапласа с плотностями  $f(x)=\frac{1}{\sqrt{2}\,\sigma}\mathrm{e}^{-\frac{\sqrt{2}}{\sigma}|x-a|}.$  Саблица 2  $\alpha_2=0.20;\ c=0.40;\ d=2.80;\ h=1.20;\ a_0=-9.00;\ \sigma_0=3.00;\ a_1=1.00;\ \sigma_1=3.00.$

Таблица 2  $\alpha_2=0.20;\ c=0.40;\ d=2.80;\ h=1.20;\ a_0=-9.00;\ \sigma_0=3.00;\ a_1=1.00;\ \sigma_1=3.00.$   $-5.830\ 3.955\ 2.791\ 0.659\ -1.995\ 0.414\ -0.177\ -2.869\ 3.799\ 6.669\ -0.415\ 4.446\ 3.752\ -6.050\ -2.239\ 1.112\ -0.832\ -1.025\ 1.930\ 5.126\ 3.209\ -3.694\ 2.751\ -2.178\ 2.418\ -0.841\ 1.783\ -2.025\ 2.948\ 1.454\ -0.415\ 2.728\ -1.991\ 2.492\ -1.125\ -1.486\ -0.156\ 4.943\ 4.110\ 7.996\ 2.641\ -0.955\ 0.625\ 2.356\ 3.686\ 4.925\ 2.389\ -0.917\ -0.891\ 0.450$ 

# **Bap. 3** (83822020)

- 1. В результате эксперимента получены данные, приведенные в таблице 1.
  - а) Построить вариационный ряд, эмпирическую функцию распределения и гистограмму частот.
  - b) Вычислить выборочные аналоги следующих числовых характеристик:
    - (i) математического ожидания, (ii) дисперсии, (iii) медианы, (iv) асимметрии, (v) эксцесса,
    - (vi) вероятности  $\mathbf{P}(X \in [a, b])$ .
  - с) В предположении, что исходные наблюдения являются выборкой из распределения Пуассона, построить оценку максимального правдоподобия параметра  $\lambda$ , а также оценку  $\lambda$  по методу моментов. Найти смещение оценок.
  - d) Построить асимптотический доверительный интервал уровня значимости  $\alpha_1$  для параметра  $\lambda$  на базе оценки максимального правдоподобия.
  - e) Используя гистограмму частот, построить критерий значимости  $\chi^2$  проверки простой гипотезы согласия с распределением Пуассона с параметром  $\lambda_0$ . Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_1$ . Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором еще нет оснований отвергнуть данную гипотезу.
  - ${
    m f})$  Построить критерий значимости  $\chi^2$  проверки сложной гипотезы согласия с распределением Пуассона. Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_1$ . Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором еще нет оснований отвергнуть данную гипотезу.
  - g) Построить наиболее мощный критерий проверки простой гипотезы пуассоновости с параметром  $\lambda = \lambda_0$  при альтернативе пуассоновости с параметром  $\lambda = \lambda_1$ . Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_1$ . Что получится, если поменять местами основную и альтернативную гипотезы?
  - h) В пунктах (c)-(f) заменить семейство распределений Пуассона на семейство геометрических распределений

$$\mathbf{P}_{\lambda}(X=k) = \frac{\lambda^k}{(\lambda+1)^{k+1}}, \ k=0,1,\dots.$$

 $\alpha_1 = 0.05; \ a = 0.00; \ b = 0.85; \ \lambda_0 = 0.50; \ \lambda_1 = 2.00.$ 

0 1 0

- 2. В результате эксперимента получены данные, приведенные в таблице 2.
  - а) Построить вариационный ряд, эмпирическую функцию распределения, гистограмму и полигон частот с шагом h.
  - b) Вычислить выборочные аналоги следующих числовых характеристик:
    - (i) математического ожидания, (ii) дисперсии, (iii) медианы, (iv) асимметрии, (v) эксцесса,
    - (vi) вероятности  $\mathbf{P}(X \in [c,d])$ .
  - с) В предположении, что исходные наблюдения являются выборкой из показательного распределения, построить оценку максимального правдоподобия параметра  $\lambda$  и соответствующую оценку по методу моментов. Найти смещение оценок.
  - d) Построить асимптотический доверительный интервал уровня значимости  $\alpha_2$  для параметра  $\lambda$  на базе оценки максимального правдоподобия.
  - е) С использованием теоремы Колмогорова построить критерий значимости проверки простой гипотезы согласия с показательным распределением с параметром  $\lambda_0$ . Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_2$ . Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором нет оснований отвергнуть данную гипотезу.
  - ${
    m f}$ ) Используя гистограмму частот, построить критерий значимости  $\chi^2$  проверки простой гипотезы согласия  ${
    m c}$ показательным распределением с параметром  $\lambda_0$ . Проверить гипотезу на уровне  $\alpha_2$ . Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором еще нет оснований отвергнуть данную гипотезу.
  - g) Построить критерий проверки значимости  $\chi^2$  сложной гипотезы согласия с показательным распределением. Проверить гипотезу на уровне  $\alpha_2$ . Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором еще нет оснований отвергнуть данную гипотезу.
  - h) Построить наиболее мощный критерий проверки простой гипотезы о показательности с параметром  $\lambda = \lambda_0$ при альтернативе показательности с параметром  $\lambda = \lambda_1$ . Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_2$ . Что получится, если поменять местами основную и альтернативную гипотезы?
  - i) В пунктах (c)-(h) заменить семейство показательных распределений на семейство гамма-распределений с плотностями  $f(x)=\frac{\sqrt{\lambda}\,\mathrm{e}^{-\lambda x/2}}{\sqrt{2\pi x}}$  (использовать таблицу распределений  $\chi_1^2$ ). лица 2  $\qquad \alpha_2=0.10;\ c=1.09;\ d=4.62;\ h=1.40;\ \lambda_0=0.14;\ \lambda_1=0.33.$

 $8.50\ 2.64\ 0.00\ 1.15\ 8.78\ 0.59\ 9.29\ 0.57\ 3.54\ 0.53\ 0.18\ 4.86\ 1.49\ 5.54\ 4.29\ 13.97\ 0.53\ 1.39\ 18.80\ 8.61\ 0.06\ 0.82\ 2.98\ 0.00\ 0.37$  $3.35\ 0.18\ 3.82\ 0.00\ 2.23\ 2.31\ 2.10\ 0.51\ 0.56\ 0.48\ 0.05\ 4.21\ 0.38\ 0.00\ 0.95\ 1.41\ 0.28\ 4.33\ 2.04\ 0.50\ 0.79\ 1.18\ 5.16\ 0.70\ 0.50$ 

# Bap. 4 (83822020)

- 1. В результате эксперимента получены данные, приведенные в таблице 1.
  - а) Построить вариационный ряд, эмпирическую функцию распределения и гистограмму частот.
  - b) Вычислить выборочные аналоги следующих числовых характеристик:
    - (i) математического ожидания, (ii) дисперсии, (iii) медианы, (iv) асимметрии, (v) эксцесса,
    - (vi) вероятности  $P(X \in [a, b])$ .
  - с) В предположении, что исходные наблюдения являются выборкой из распределения Пуассона, построить оценку максимального правдоподобия параметра  $\lambda$ , а также оценку  $\lambda$  по методу моментов. Найти смещение оценок.
  - d) Построить асимптотический доверительный интервал уровня значимости  $\alpha_1$  для параметра  $\lambda$  на базе оценки максимального правдоподобия.
  - е) Используя гистограмму частот, построить критерий значимости  $\chi^2$  проверки простой гипотезы согласия с распределением Пуассона с параметром  $\lambda_0$ . Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_1$ . Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором еще нет оснований отвергнуть данную гипотезу.
  - f) Построить критерий значимости  $\chi^2$  проверки сложной гипотезы согласия с распределением Пуассона. Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_1$ . Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором еще нет оснований отвергнуть данную гипотезу.
  - g) Построить наиболее мощный критерий проверки простой гипотезы пуассоновости с параметром  $\lambda = \lambda_0$  при альтернативе пуассоновости с параметром  $\lambda = \lambda_1$ . Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_1$ . Что получится, если поменять местами основную и альтернативную гипотезы?
  - h) В пунктах (c)-(f) заменить семейство распределений Пуассона на семейство геометрических распределений

$$\mathbf{P}_{\lambda}(X=k) = \frac{\lambda^k}{(\lambda+1)^{k+1}}, \ k=0,1,\dots$$

**Таблица 1**  $\alpha_1 = 0.20; \ a = 2.65; \ b = 4.73; \ \lambda_0 = 3.00; \ \lambda_1 = 5.00.$ 

- 2. В результате эксперимента получены данные, приведенные в таблице 2.
  - а) Построить вариационный ряд, эмпирическую функцию распределения, гистограмму и полигон частот с шагом h.
  - b) Вычислить выборочные аналоги следующих числовых характеристик:
    - (i) математического ожидания, (ii) дисперсии, (iii) медианы, (iv) асимметрии, (v) эксцесса,
    - (vi) вероятности  $\mathbf{P}(X \in [c,d])$ .
  - с) В предположении, что исходные наблюдения являются выборкой из нормального распределения, построить оценку максимального правдоподобия параметров  $(a, \sigma^2)$  и соответствующие оценки по методу моментов. Найти смещение оценок.
  - d) Построить доверительные интервалы уровня значимости  $\alpha_2$  для параметров  $(a, \sigma^2)$ .
  - е) С использованием теоремы Колмогорова построить критерий значимости проверки простой гипотезы согласия с нормальным распределением с параметрами  $a_0$ ,  $\sigma_0^2$ . Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_2$ . Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором нет оснований отвергнуть данную гипотезу.
  - f) Используя гистограмму частот, построить критерий значимости  $\chi^2$  проверки простой гипотезы согласия с нормальным распределением с параметрами  $(a_0, \sigma_0^2)$ . Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_2$ . Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором еще нет оснований отвергнуть данную гипотезу.
  - g) Построить критерий проверки значимости  $\chi^2$  сложной гипотезы согласия с нормальным распределением. Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_2$ . Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором еще нет оснований отвергнуть данную гипотезу.
  - h) Построить наиболее мощный критерий проверки простой гипотезы о нормальности с параметром  $(a, \sigma^2) = (a_0, \sigma_0^2)$  при альтернативе нормальности с параметром  $(a, \sigma^2) = (a_1, \sigma_1^2)$ . Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_2$ . Что получится, если поменять местами основную и альтернативную гипотезы?
  - i) В пунктах (c)-(g) заменить семейство нормальных распределений на двухпараметрическое семейство распределений Лапласа с плотностями  $f(x)=\frac{1}{\sqrt{2}\,\sigma}\mathrm{e}^{-\frac{\sqrt{2}}{\sigma}|x-a|}.$

Таблица 2  $\alpha_2=0.10;\ c=-6.20;\ d=-3.80;\ h=\overset{\checkmark}{1.20};\ a_0=-5.00;\ \sigma_0=3.00;\ a_1=-8.00;\ \sigma_1=3.00.$  -7.82-5.21-3.39-1.73-8.49-5.03-8.71-8.61-7.98-1.76-8.27-6.03-8.64-0.31-4.48-2.72-1.35-7.45-3.94-0.23-8.47-7.92-5.22-7.79-0.83-6.92-7.00-7.90-4.43-4.72-5.29-1.23-3.42-5.43-11.15-2.35-1.90-5.47-2.15-2.46-9.05-6.19-7.93-1.04-1.97-0.67-6.05-3.68-9.73-1.19

# **Bap. 5** (83822020)

- 1. В результате эксперимента получены данные, приведенные в таблице 1.
  - а) Построить вариационный ряд, эмпирическую функцию распределения и гистограмму частот.
  - b) Вычислить выборочные аналоги следующих числовых характеристик:
    - (i) математического ожидания, (ii) дисперсии, (iii) медианы, (iv) асимметрии, (v) эксцесса,
    - (vi) вероятности  $\mathbf{P}(X \in [a, b])$ .
  - с) В предположении, что исходные наблюдения являются выборкой из распределения Пуассона, построить оценку максимального правдоподобия параметра  $\lambda$ , а также оценку  $\lambda$  по методу моментов. Найти смещение оценок.
  - d) Построить асимптотический доверительный интервал уровня значимости  $\alpha_1$  для параметра  $\lambda$  на базе оценки максимального правдоподобия.
  - e) Используя гистограмму частот, построить критерий значимости  $\chi^2$  проверки простой гипотезы согласия с распределением Пуассона с параметром  $\lambda_0$ . Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_1$ . Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором еще нет оснований отвергнуть данную гипотезу.
  - ${
    m f})$  Построить критерий значимости  $\chi^2$  проверки сложной гипотезы согласия с распределением Пуассона. Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_1$ . Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором еще нет оснований отвергнуть данную гипотезу.
  - g) Построить наиболее мощный критерий проверки простой гипотезы пуассоновости с параметром  $\lambda = \lambda_0$  при альтернативе пуассоновости с параметром  $\lambda = \lambda_1$ . Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_1$ . Что получится, если поменять местами основную и альтернативную гипотезы?
  - h) В пунктах (c)-(f) заменить семейство распределений Пуассона на семейство геометрических распределений

$$\mathbf{P}_{\lambda}(X=k) = \frac{\lambda^k}{(\lambda+1)^{k+1}}, \ k=0,1,\dots.$$

 $\alpha_1 = 0.01; \ a = 2.21; \ b = 6.68; \ \lambda_0 = 4.00; \ \lambda_1 = 7.00.$ Таблица 1

 $4\ 0\ 2\ 10\ 0\ 3\ 2\ 5\ 1\ 1\ 0\ 8\ 2\ 11\ 4\ 8\ 3\ 6\ 2\ 1\ 1\ 4\ 4\ 8\ 6\ 3\ 0\ 9\ 1\ 5\ 4\ 3\ 6\ 10\ 1\ 0\ 1\ 1\ 8\ 7\ 7\ 6\ 1\ 1\ 5$ 13 1 0 3 2

- 2. В результате эксперимента получены данные, приведенные в таблице 2.
  - а) Построить вариационный ряд, эмпирическую функцию распределения, гистограмму и полигон частот с шагом h.
  - b) Вычислить выборочные аналоги следующих числовых характеристик:
    - (i) математического ожидания, (ii) дисперсии, (iii) медианы, (iv) асимметрии, (v) эксцесса,
    - (vi) вероятности  $\mathbf{P}(X \in [c,d])$ .
  - с) В предположении, что исходные наблюдения являются выборкой из показательного распределения, построить оценку максимального правдоподобия параметра  $\lambda$  и соответствующую оценку по методу моментов. Найти смещение оценок.
  - d) Построить асимптотический доверительный интервал уровня значимости  $\alpha_2$  для параметра  $\lambda$  на базе оценки максимального правдоподобия.
  - е) С использованием теоремы Колмогорова построить критерий значимости проверки простой гипотезы согласия с показательным распределением с параметром  $\lambda_0$ . Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_2$ . Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором нет оснований отвергнуть данную гипотезу.
  - ${
    m f}$ ) Используя гистограмму частот, построить критерий значимости  $\chi^2$  проверки простой гипотезы согласия  ${
    m c}$ показательным распределением с параметром  $\lambda_0$ . Проверить гипотезу на уровне  $\alpha_2$ . Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором еще нет оснований отвергнуть данную гипотезу.
  - g) Построить критерий проверки значимости  $\chi^2$  сложной гипотезы согласия с показательным распределением. Проверить гипотезу на уровне  $\alpha_2$ . Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором еще нет оснований отвергнуть данную гипотезу.
  - h) Построить наиболее мощный критерий проверки простой гипотезы о показательности с параметром  $\lambda = \lambda_0$ при альтернативе показательности с параметром  $\lambda = \lambda_1$ . Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_2$ . Что получится, если поменять местами основную и альтернативную гипотезы?
  - i) В пунктах (c)-(h) заменить семейство показательных распределений на семейство гамма-распределений с плотностями  $f(x)=\frac{\sqrt{\lambda}\,\mathrm{e}^{-\lambda x/2}}{\sqrt{2\pi x}}$  (использовать таблицу распределений  $\chi_1^2$ ). лица 2  $\alpha_2=0.20;\ c=1.20;\ d=4.20;\ h=1.20;\ \lambda_0=0.33;\ \lambda_1=0.25.$

 $2.17\ 0.18\ 9.13\ 2.43\ 6.87\ 2.06\ 4.58\ 9.67\ 2.73\ 1.69\ 0.08\ 8.96\ 4.51\ 2.04\ 0.45\ 1.61\ 0.94\ 7.65\ 9.55\ 0.35\ 5.94\ 0.23\ 3.01\ 5.41\ 0.25\ 1.57$  $5.37\ 0.12\ 12.00\ 2.07\ 0.38\ 0.95\ 0.73\ 1.56\ 0.45\ 3.43\ 1.40\ 2.08\ 0.05\ 2.38\ 1.52\ 2.32\ 0.26\ 2.07\ 2.36\ 2.74\ 5.60\ 7.68\ 0.70\ 0.62$ 

# **Bap. 6** (83822020)

- 1. В результате эксперимента получены данные, приведенные в таблице 1.
  - а) Построить вариационный ряд, эмпирическую функцию распределения и гистограмму частот.
  - b) Вычислить выборочные аналоги следующих числовых характеристик:
    - (i) математического ожидания, (ii) дисперсии, (iii) медианы, (iv) асимметрии, (v) эксцесса,
    - (vi) вероятности  $\mathbf{P}(X \in [a, b])$ .
  - с) В предположении, что исходные наблюдения являются выборкой из распределения Пуассона, построить оценку максимального правдоподобия параметра  $\lambda$ , а также оценку  $\lambda$  по методу моментов. Найти смещение оценок.
  - d) Построить асимптотический доверительный интервал уровня значимости  $\alpha_1$  для параметра  $\lambda$  на базе оценки максимального правдоподобия.
  - е) Используя гистограмму частот, построить критерий значимости  $\chi^2$  проверки простой гипотезы согласия с распределением Пуассона с параметром  $\lambda_0$ . Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_1$ . Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором еще нет оснований отвергнуть данную гипотезу.
  - f) Построить критерий значимости  $\chi^2$  проверки сложной гипотезы согласия с распределением Пуассона. Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_1$ . Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором еще нет оснований отвергнуть данную гипотезу.
  - g) Построить наиболее мощный критерий проверки простой гипотезы пуассоновости с параметром  $\lambda = \lambda_0$  при альтернативе пуассоновости с параметром  $\lambda = \lambda_1$ . Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_1$ . Что получится, если поменять местами основную и альтернативную гипотезы?
  - h) В пунктах (c)-(f) заменить семейство распределений Пуассона на семейство геометрических распределений

$$\mathbf{P}_{\lambda}(X=k) = \frac{\lambda^k}{(\lambda+1)^{k+1}}, \ k=0,1,\dots$$

**Таблица 1**  $\alpha_1 = 0.10; \ a = 1.72; \ b = 3.13; \ \lambda_0 = 5.00; \ \lambda_1 = 2.00.$ 

- 2. В результате эксперимента получены данные, приведенные в таблице 2.
  - а) Построить вариационный ряд, эмпирическую функцию распределения, гистограмму и полигон частот с шагом h.
  - b) Вычислить выборочные аналоги следующих числовых характеристик:
    - (і) математического ожидания, (іі) дисперсии, (ііі) медианы, (іv) асимметрии, (v) эксцесса,
    - (vi) вероятности  $\mathbf{P}(X \in [c,d])$ .
  - с) В предположении, что исходные наблюдения являются выборкой из нормального распределения, построить оценку максимального правдоподобия параметров  $(a, \sigma^2)$  и соответствующие оценки по методу моментов. Найти смещение оценок.
  - d) Построить доверительные интервалы уровня значимости  $\alpha_2$  для параметров  $(a, \sigma^2)$ .
  - е) С использованием теоремы Колмогорова построить критерий значимости проверки простой гипотезы согласия с нормальным распределением с параметрами  $a_0$ ,  $\sigma_0^2$ . Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_2$ . Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором нет оснований отвергнуть данную гипотезу.
  - f) Используя гистограмму частот, построить критерий значимости  $\chi^2$  проверки простой гипотезы согласия с нормальным распределением с параметрами  $(a_0, \sigma_0^2)$ . Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_2$ . Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором еще нет оснований отвергнуть данную гипотезу.
  - g) Построить критерий проверки значимости  $\chi^2$  сложной гипотезы согласия с нормальным распределением. Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_2$ . Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором еще нет оснований отвергнуть данную гипотезу.
  - h) Построить наиболее мощный критерий проверки простой гипотезы о нормальности с параметром  $(a, \sigma^2) = (a_0, \sigma_0^2)$  при альтернативе нормальности с параметром  $(a, \sigma^2) = (a_1, \sigma_1^2)$ . Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_2$ . Что получится, если поменять местами основную и альтернативную гипотезы?
  - i) В пунктах (c)-(g) заменить семейство нормальных распределений на двухпараметрическое семейство распределений Лапласа с плотностями  $f(x)=\frac{1}{\sqrt{2}\,\sigma}\mathrm{e}^{-\frac{\sqrt{2}}{\sigma}|x-a|}.$

Таблица 2  $\alpha_2=0.05;\ c=-3.80;\ d=-2.00;\ h=0.40;\ a_0=-3.00;\ \sigma_0=1.00;\ a_1=-6.00;\ \sigma_1=1.00.$   $-4.134\ -3.794\ -2.764\ -4.835\ -2.717\ -1.649\ -3.882\ -3.455\ -2.177\ -4.785\ -2.932\ -3.147\ -2.466\ -2.887\ -1.583\ -4.009\ -2.905\ -3.961\ -2.193\ -3.930\ -3.526\ -1.251\ -2.463\ -4.431\ -3.445\ -4.493\ -3.287\ -3.096\ -2.056\ -2.347\ -2.113\ -3.136$ 

 $-3.775 \ -3.906 \ -2.491 \ -1.949 \ -4.483 \ -3.212 \ -0.087 \ -2.367 \ -1.950 \ -2.691 \ -3.571 \ -4.174 \ -3.401 \ -3.760 \ -2.639 \ -2.690 \ -2.691 \ -3.571 \ -4.174 \ -3.401 \ -3.760 \ -2.639 \ -2.690 \ -2.691 \ -3.571 \ -4.174 \ -3.401 \ -3.760 \ -2.639 \ -2.690 \ -2.691 \ -3.571 \ -4.174 \ -3.401 \ -3.760 \ -2.639 \ -2.690 \ -2.691 \ -3.571 \ -4.174 \ -3.401 \ -3.760 \ -2.639 \ -2.690 \ -2.691 \ -3.571 \ -4.174 \ -3.401 \ -3.760 \ -2.639 \ -2.690 \ -2.691 \ -3.571 \ -4.174 \ -3.401 \ -3.760 \ -2.639 \ -2.690 \ -2.690 \ -2.691 \ -3.571 \ -4.174 \ -3.401 \ -3.760 \ -2.639 \ -2.690 \ -2.691 \ -3.571 \ -4.174 \ -3.401 \ -3.760 \ -2.639 \ -2.690 \ -2.691 \ -3.571 \ -4.174 \ -3.401 \ -3.760 \ -2.639 \ -2.690 \ -2.691 \ -3.571 \ -4.174 \ -3.401 \ -3.760 \ -2.639 \ -2.690 \ -2.691 \ -3.571 \ -4.174 \ -3.401 \ -3.760 \ -2.639 \ -2.690 \ -2.691 \ -$ 

-1.435 -4.263

## **Bap.** 7 (83822020)

- 1. В результате эксперимента получены данные, приведенные в таблице 1.
  - а) Построить вариационный ряд, эмпирическую функцию распределения и гистограмму частот.
  - b) Вычислить выборочные аналоги следующих числовых характеристик:
    - (i) математического ожидания, (ii) дисперсии, (iii) медианы, (iv) асимметрии, (v) эксцесса,
    - (vi) вероятности  $\mathbf{P}(X \in [a, b])$ .
  - с) В предположении, что исходные наблюдения являются выборкой из распределения Пуассона, построить оценку максимального правдоподобия параметра  $\lambda$ , а также оценку  $\lambda$  по методу моментов. Найти смещение оценок.
  - d) Построить асимптотический доверительный интервал уровня значимости  $\alpha_1$  для параметра  $\lambda$  на базе оценки максимального правдоподобия.
  - e) Используя гистограмму частот, построить критерий значимости  $\chi^2$  проверки простой гипотезы согласия с распределением Пуассона с параметром  $\lambda_0$ . Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_1$ . Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором еще нет оснований отвергнуть данную гипотезу.
  - ${
    m f})$  Построить критерий значимости  $\chi^2$  проверки сложной гипотезы согласия с распределением Пуассона. Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_1$ . Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором еще нет оснований отвергнуть данную гипотезу.
  - g) Построить наиболее мощный критерий проверки простой гипотезы пуассоновости с параметром  $\lambda = \lambda_0$  при альтернативе пуассоновости с параметром  $\lambda = \lambda_1$ . Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_1$ . Что получится, если поменять местами основную и альтернативную гипотезы?
  - h) В пунктах (c)-(f) заменить семейство распределений Пуассона на семейство геометрических распределений

$$\mathbf{P}_{\lambda}(X=k) = \frac{\lambda^k}{(\lambda+1)^{k+1}}, \ k = 0, 1, \dots$$

 $\alpha_1 = 0.05; \ a = 1.61; \ b = 5.77; \ \lambda_0 = 6.00; \ \lambda_1 = 3.00.$ 

7 0 0 5

- 2. В результате эксперимента получены данные, приведенные в таблице 2.
  - а) Построить вариационный ряд, эмпирическую функцию распределения, гистограмму и полигон частот с шагом h.
  - b) Вычислить выборочные аналоги следующих числовых характеристик:
    - (i) математического ожидания, (ii) дисперсии, (iii) медианы, (iv) асимметрии, (v) эксцесса,
    - (vi) вероятности  $\mathbf{P}(X \in [c,d])$ .
  - с) В предположении, что исходные наблюдения являются выборкой из показательного распределения, построить оценку максимального правдоподобия параметра  $\lambda$  и соответствующую оценку по методу моментов. Найти смещение оценок.
  - d) Построить асимптотический доверительный интервал уровня значимости  $\alpha_2$  для параметра  $\lambda$  на базе оценки максимального правдоподобия.
  - е) С использованием теоремы Колмогорова построить критерий значимости проверки простой гипотезы согласия с показательным распределением с параметром  $\lambda_0$ . Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_2$ . Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором нет оснований отвергнуть данную гипотезу.
  - ${
    m f}$ ) Используя гистограмму частот, построить критерий значимости  $\chi^2$  проверки простой гипотезы согласия  ${
    m c}$ показательным распределением с параметром  $\lambda_0$ . Проверить гипотезу на уровне  $\alpha_2$ . Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором еще нет оснований отвергнуть данную гипотезу.
  - g) Построить критерий проверки значимости  $\chi^2$  сложной гипотезы согласия с показательным распределением. Проверить гипотезу на уровне  $\alpha_2$ . Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором еще нет оснований отвергнуть данную гипотезу.
  - h) Построить наиболее мощный критерий проверки простой гипотезы о показательности с параметром  $\lambda = \lambda_0$ при альтернативе показательности с параметром  $\lambda = \lambda_1$ . Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_2$ . Что получится, если поменять местами основную и альтернативную гипотезы?
  - i) В пунктах (c)-(h) заменить семейство показательных распределений на семейство гамма-распределений с плотностями  $f(x)=\frac{\sqrt{\lambda}\,{\rm e}^{-\lambda x/2}}{\sqrt{2\pi x}}$  (использовать таблицу распределений  $\chi_1^2$ ).

 $\alpha_2 = 0.10; c = 0.00; d = 1.28; h = 0.50; \lambda_0 = 0.71; \lambda_1 = 0.42.$ 

 $0.005\ 2.827\ 0.042\ 1.063\ 0.613\ 0.001\ 0.049\ 0.364\ 0.060\ 0.729\ 0.050\ 0.202\ 1.130\ 0.013\ 0.879\ 6.425\ 0.001\ 0.220\ 0.000\ 0.032\ 0.003$  $3.852\ 2.094\ 0.016\ 2.846\ 0.044\ 0.942\ 0.085\ 6.125\ 1.264\ 1.235\ 0.040\ 0.056\ 0.003\ 0.007\ 2.181\ 0.764\ 3.196\ 0.983\ 0.763\ 3.097\ 3.536$  $1.803\ 0.090\ 0.051\ 0.459\ 0.734\ 4.460\ 1.469\ 0.029$ 

# Bap. 8 (83822020)

- 1. В результате эксперимента получены данные, приведенные в таблице 1.
  - а) Построить вариационный ряд, эмпирическую функцию распределения и гистограмму частот.
  - b) Вычислить выборочные аналоги следующих числовых характеристик:
    - (i) математического ожидания, (ii) дисперсии, (iii) медианы, (iv) асимметрии, (v) эксцесса,
    - (vi) вероятности  $\mathbf{P}(X \in [a, b])$ .
  - с) В предположении, что исходные наблюдения являются выборкой из распределения Пуассона, построить оценку максимального правдоподобия параметра  $\lambda$ , а также оценку  $\lambda$  по методу моментов. Найти смещение оценок.
  - d) Построить асимптотический доверительный интервал уровня значимости  $\alpha_1$  для параметра  $\lambda$  на базе оценки максимального правдоподобия.
  - е) Используя гистограмму частот, построить критерий значимости  $\chi^2$  проверки простой гипотезы согласия с распределением Пуассона с параметром  $\lambda_0$ . Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_1$ . Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором еще нет оснований отвергнуть данную гипотезу.
  - f) Построить критерий значимости  $\chi^2$  проверки сложной гипотезы согласия с распределением Пуассона. Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_1$ . Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором еще нет оснований отвергнуть данную гипотезу.
  - g) Построить наиболее мощный критерий проверки простой гипотезы пуассоновости с параметром  $\lambda = \lambda_0$  при альтернативе пуассоновости с параметром  $\lambda = \lambda_1$ . Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_1$ . Что получится, если поменять местами основную и альтернативную гипотезы?
  - h) В пунктах (c)-(f) заменить семейство распределений Пуассона на семейство геометрических распределений

$$\mathbf{P}_{\lambda}(X=k) = \frac{\lambda^k}{(\lambda+1)^{k+1}}, \ k=0,1,\dots$$

**Таблица 1**  $\alpha_1 = 0.05; \ a = 0.00; \ b = 1.54; \ \lambda_0 = 0.70; \ \lambda_1 = 1.40.$ 

- 2. В результате эксперимента получены данные, приведенные в таблице 2.
  - а) Построить вариационный ряд, эмпирическую функцию распределения, гистограмму и полигон частот с шагом h.
  - b) Вычислить выборочные аналоги следующих числовых характеристик:
    - (i) математического ожидания, (ii) дисперсии, (iii) медианы, (iv) асимметрии, (v) эксцесса,
    - (vi) вероятности  $\mathbf{P}(X \in [c,d])$ .
  - с) В предположении, что исходные наблюдения являются выборкой из нормального распределения, построить оценку максимального правдоподобия параметров  $(a, \sigma^2)$  и соответствующие оценки по методу моментов. Найти смещение оценок.
  - d) Построить доверительные интервалы уровня значимости  $\alpha_2$  для параметров  $(a, \sigma^2)$ .
  - е) С использованием теоремы Колмогорова построить критерий значимости проверки простой гипотезы согласия с нормальным распределением с параметрами  $a_0$ ,  $\sigma_0^2$ . Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_2$ . Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором нет оснований отвергнуть данную гипотезу.
  - f) Используя гистограмму частот, построить критерий значимости  $\chi^2$  проверки простой гипотезы согласия с нормальным распределением с параметрами  $(a_0, \sigma_0^2)$ . Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_2$ . Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором еще нет оснований отвергнуть данную гипотезу.
  - g) Построить критерий проверки значимости  $\chi^2$  сложной гипотезы согласия с нормальным распределением. Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_2$ . Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором еще нет оснований отвергнуть данную гипотезу.
  - h) Построить наиболее мощный критерий проверки простой гипотезы о нормальности с параметром  $(a,\sigma^2)=(a_0,\sigma_0^2)$  при альтернативе нормальности с параметром  $(a,\sigma^2)=(a_1,\sigma_1^2)$ . Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_2$ . Что получится, если поменять местами основную и альтернативную гипотезы?
  - і) В пунктах (c)-(g) заменить семейство нормальных распределений на двухпараметрическое семейство распределений Лапласа с плотностями  $f(x)=\frac{1}{\sqrt{2}\,\sigma}\mathrm{e}^{-\frac{\sqrt{2}}{\sigma}|x-a|}.$  Саблица 2  $\alpha_2=0.02;\ c=1.30;\ d=2.28;\ h=0.20;\ a_0=2.00;\ a_0=0.70;\ a_1=4.00;\ a_1=0.70.$

Таблица 2  $\alpha_2=0.02;\ c=1.30;\ d=2.28;\ h=0.20;\ a_0=2.00;\ a_0=0.70;\ a_1=4.00;\ a_1=0.70.$  1.898 2.488 2.687 2.385 3.104 1.625 1.894 0.954 2.386 2.548 1.886 3.115 3.692 1.770 1.995 1.506 2.186 2.874 1.540 2.744 2.263 1.012 0.862 2.215 0.304 1.851 2.101 1.918 1.930 3.042 1.012 1.820 2.430 1.680 2.365 1.943 2.145 3.084 1.765 2.391 1.324 1.908 2.417 1.544 1.324 1.535 0.884 0.509 2.334 1.640

# **Bap. 9** (83822020)

- 1. В результате эксперимента получены данные, приведенные в таблице 1.
  - а) Построить вариационный ряд, эмпирическую функцию распределения и гистограмму частот.
  - b) Вычислить выборочные аналоги следующих числовых характеристик:
    - (i) математического ожидания, (ii) дисперсии, (iii) медианы, (iv) асимметрии, (v) эксцесса,
    - (vi) вероятности  $\mathbf{P}(X \in [a, b])$ .
  - с) В предположении, что исходные наблюдения являются выборкой из распределения Пуассона, построить оценку максимального правдоподобия параметра  $\lambda$ , а также оценку  $\lambda$  по методу моментов. Найти смещение оценок.
  - d) Построить асимптотический доверительный интервал уровня значимости  $\alpha_1$  для параметра  $\lambda$  на базе оценки максимального правдоподобия.
  - e) Используя гистограмму частот, построить критерий значимости  $\chi^2$  проверки простой гипотезы согласия с распределением Пуассона с параметром  $\lambda_0$ . Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_1$ . Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором еще нет оснований отвергнуть данную гипотезу.
  - ${
    m f})$  Построить критерий значимости  $\chi^2$  проверки сложной гипотезы согласия с распределением Пуассона. Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_1$ . Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором еще нет оснований отвергнуть данную гипотезу.
  - g) Построить наиболее мощный критерий проверки простой гипотезы пуассоновости с параметром  $\lambda = \lambda_0$  при альтернативе пуассоновости с параметром  $\lambda = \lambda_1$ . Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_1$ . Что получится, если поменять местами основную и альтернативную гипотезы?
  - h) В пунктах (c)-(f) заменить семейство распределений Пуассона на семейство геометрических распределений

$$\mathbf{P}_{\lambda}(X=k) = \frac{\lambda^k}{(\lambda+1)^{k+1}}, \ k=0,1,\dots.$$

 $\alpha_1 = 0.20; \ a = 1.61; \ b = 5.77; \ \lambda_0 = 3.00; \ \lambda_1 = 4.00.$ 

 $8\ 2\ 6\ 2\ 0\ 1\ 4\ 10\ 1\ 1\ 3\ 3\ 6\ 3\ 1\ 9\ 5\ 1\ 0\ 1\ 0\ 0\ 0\ 2\ 2\ 2\ 2\ 3\ 6\ 1\ 0\ 5\ 0\ 1\ 6\ 0\ 16\ 1\ 1\ 2\ 7\ 6\ 0\ 4\ 3\ 1$ 3 5 0 0

- 2. В результате эксперимента получены данные, приведенные в таблице 2.
  - а) Построить вариационный ряд, эмпирическую функцию распределения, гистограмму и полигон частот с шагом h.
  - b) Вычислить выборочные аналоги следующих числовых характеристик:
    - (i) математического ожидания, (ii) дисперсии, (iii) медианы, (iv) асимметрии, (v) эксцесса,
    - (vi) вероятности  $\mathbf{P}(X \in [c,d])$ .
  - с) В предположении, что исходные наблюдения являются выборкой из показательного распределения, построить оценку максимального правдоподобия параметра  $\lambda$  и соответствующую оценку по методу моментов. Найти смещение оценок.
  - d) Построить асимптотический доверительный интервал уровня значимости  $\alpha_2$  для параметра  $\lambda$  на базе оценки максимального правдоподобия.
  - е) С использованием теоремы Колмогорова построить критерий значимости проверки простой гипотезы согласия с показательным распределением с параметром  $\lambda_0$ . Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_2$ . Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором нет оснований отвергнуть данную гипотезу.
  - ${
    m f}$ ) Используя гистограмму частот, построить критерий значимости  $\chi^2$  проверки простой гипотезы согласия  ${
    m c}$ показательным распределением с параметром  $\lambda_0$ . Проверить гипотезу на уровне  $\alpha_2$ . Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором еще нет оснований отвергнуть данную гипотезу.
  - g) Построить критерий проверки значимости  $\chi^2$  сложной гипотезы согласия с показательным распределением. Проверить гипотезу на уровне  $\alpha_2$ . Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором еще нет оснований отвергнуть данную гипотезу.
  - h) Построить наиболее мощный критерий проверки простой гипотезы о показательности с параметром  $\lambda = \lambda_0$ при альтернативе показательности с параметром  $\lambda = \lambda_1$ . Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_2$ . Что получится, если поменять местами основную и альтернативную гипотезы?
  - i) В пунктах (c)-(h) заменить семейство показательных распределений на семейство гамма-распределений с плотностями  $f(x)=\frac{\sqrt{\lambda}\,\mathrm{e}^{-\lambda x/2}}{\sqrt{2\pi x}}$  (использовать таблицу распределений  $\chi_1^2$ ). лица 2  $\alpha_2=0.10;\ c=1.60;\ d=3.20;\ h=0.80;\ \lambda_0=0.25;\ \lambda_1=0.50.$

 $0.903\ 0.162\ 3.147\ 1.811\ 0.096\ 2.558\ 0.269\ 2.807\ 5.428\ 3.161\ 1.501\ 0.409\ 0.756\ 1.102\ 0.580\ 1.231\ 3.331\ 3.112\ 3.380\ 1.495\ 0.511$  $1.180\ 5.633\ 7.406\ 2.209\ 0.024\ 0.721\ 0.881\ 7.118\ 0.708\ 1.341\ 1.427\ 0.330\ 2.439\ 0.683\ 1.907\ 1.203\ 1.241\ 0.527\ 1.005\ 0.464\ 0.110$  $7.942\ 2.447\ 1.691\ 4.281\ 0.023\ 1.149\ 3.783\ 0.054$ 

## **Bap. 10** (83822020)

- 1. В результате эксперимента получены данные, приведенные в таблице 1.
  - а) Построить вариационный ряд, эмпирическую функцию распределения и гистограмму частот.
  - b) Вычислить выборочные аналоги следующих числовых характеристик:
    - (i) математического ожидания, (ii) дисперсии, (iii) медианы, (iv) асимметрии, (v) эксцесса,
    - (vi) вероятности  $\mathbf{P}(X \in [a, b])$ .
  - с) В предположении, что исходные наблюдения являются выборкой из распределения Пуассона, построить оценку максимального правдоподобия параметра  $\lambda$ , а также оценку  $\lambda$  по методу моментов. Найти смещение оценок.
  - d) Построить асимптотический доверительный интервал уровня значимости  $\alpha_1$  для параметра  $\lambda$  на базе оценки максимального правдоподобия.
  - е) Используя гистограмму частот, построить критерий значимости  $\chi^2$  проверки простой гипотезы согласия с распределением Пуассона с параметром  $\lambda_0$ . Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_1$ . Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором еще нет оснований отвергнуть данную гипотезу.
  - f) Построить критерий значимости  $\chi^2$  проверки сложной гипотезы согласия с распределением Пуассона. Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_1$ . Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором еще нет оснований отвергнуть данную гипотезу.
  - g) Построить наиболее мощный критерий проверки простой гипотезы пуассоновости с параметром  $\lambda = \lambda_0$  при альтернативе пуассоновости с параметром  $\lambda = \lambda_1$ . Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_1$ . Что получится, если поменять местами основную и альтернативную гипотезы?
  - h) В пунктах (c)-(f) заменить семейство распределений Пуассона на семейство геометрических распределений

$$\mathbf{P}_{\lambda}(X=k) = \frac{\lambda^k}{(\lambda+1)^{k+1}}, \ k=0,1,\dots.$$

**Таблица 1**  $\alpha_1 = 0.05; \ a = 0.00; \ b = 2.85; \ \lambda_0 = 2.00; \ \lambda_1 = 5.00.$ 

- 2. В результате эксперимента получены данные, приведенные в таблице 2.
  - а) Построить вариационный ряд, эмпирическую функцию распределения, гистограмму и полигон частот с шагом h.
  - b) Вычислить выборочные аналоги следующих числовых характеристик:
    - (і) математического ожидания, (іі) дисперсии, (ііі) медианы, (іv) асимметрии, (v) эксцесса,
    - (vi) вероятности  $\mathbf{P}(X \in [c,d])$ .
  - с) В предположении, что исходные наблюдения являются выборкой из нормального распределения, построить оценку максимального правдоподобия параметров  $(a, \sigma^2)$  и соответствующие оценки по методу моментов. Найти смещение оценок.
  - d) Построить доверительные интервалы уровня значимости  $\alpha_2$  для параметров  $(a, \sigma^2)$ .
  - е) С использованием теоремы Колмогорова построить критерий значимости проверки простой гипотезы согласия с нормальным распределением с параметрами  $a_0$ ,  $\sigma_0^2$ . Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_2$ . Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором нет оснований отвергнуть данную гипотезу.
  - f) Используя гистограмму частот, построить критерий значимости  $\chi^2$  проверки простой гипотезы согласия с нормальным распределением с параметрами  $(a_0, \sigma_0^2)$ . Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_2$ . Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором еще нет оснований отвергнуть данную гипотезу.
  - g) Построить критерий проверки значимости  $\chi^2$  сложной гипотезы согласия с нормальным распределением. Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_2$ . Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором еще нет оснований отвергнуть данную гипотезу.
  - h) Построить наиболее мощный критерий проверки простой гипотезы о нормальности с параметром  $(a,\sigma^2)=(a_0,\sigma_0^2)$  при альтернативе нормальности с параметром  $(a,\sigma^2)=(a_1,\sigma_1^2)$ . Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_2$ . Что получится, если поменять местами основную и альтернативную гипотезы?
  - і) В пунктах (c)–(g) заменить семейство нормальных распределений на двухпараметрическое семейство распределений Лапласа с плотностями  $f(x)=\frac{1}{\sqrt{2}\,\sigma}\mathrm{e}^{-\frac{\sqrt{2}}{\sigma}|x-a|}.$  Саблица 2  $\alpha_2=0.20;\ c=3.90;\ d=4.40;\ h=0.20;\ a_0=4.50;\ \sigma_0=0.50;\ a_1=4.00;\ \sigma_1=0.50.$

Таблица 2  $\alpha_2=0.20;\ c=3.90;\ d=4.40;\ h=0.20;\ a_0=4.50;\ \sigma_0=0.50;\ a_1=4.00;\ \sigma_1=0.50.$  5.119 4.449 4.140 3.293 4.995 3.548 4.777 4.194 4.247 4.595 3.789 4.325 4.214 3.601 4.170 5.419 3.476 4.028 4.226 4.049 3.908 4.409 3.351 4.282 3.542 3.997 4.058 3.525 3.953 4.428 3.572 5.053 3.277 4.071 3.606 4.105 3.576 4.058 3.565 3.689 3.692 4.275 3.344 4.429 3.228 4.032 4.324 3.937 4.611 4.766

## **Bap. 11** (83822020)

- 1. В результате эксперимента получены данные, приведенные в таблице 1.
  - а) Построить вариационный ряд, эмпирическую функцию распределения и гистограмму частот.
  - b) Вычислить выборочные аналоги следующих числовых характеристик:
    - (i) математического ожидания, (ii) дисперсии, (iii) медианы, (iv) асимметрии, (v) эксцесса,
    - (vi) вероятности  $\mathbf{P}(X \in [a, b])$ .
  - с) В предположении, что исходные наблюдения являются выборкой из распределения Пуассона, построить оценку максимального правдоподобия параметра  $\lambda$ , а также оценку  $\lambda$  по методу моментов. Найти смещение оценок.
  - d) Построить асимптотический доверительный интервал уровня значимости  $\alpha_1$  для параметра  $\lambda$  на базе оценки максимального правдоподобия.
  - e) Используя гистограмму частот, построить критерий значимости  $\chi^2$  проверки простой гипотезы согласия с распределением Пуассона с параметром  $\lambda_0$ . Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_1$ . Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором еще нет оснований отвергнуть данную гипотезу.
  - ${
    m f})$  Построить критерий значимости  $\chi^2$  проверки сложной гипотезы согласия с распределением Пуассона. Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_1$ . Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором еще нет оснований отвергнуть данную гипотезу.
  - g) Построить наиболее мощный критерий проверки простой гипотезы пуассоновости с параметром  $\lambda = \lambda_0$  при альтернативе пуассоновости с параметром  $\lambda = \lambda_1$ . Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_1$ . Что получится, если поменять местами основную и альтернативную гипотезы?
  - h) В пунктах (c)-(f) заменить семейство распределений Пуассона на семейство геометрических распределений

$$\mathbf{P}_{\lambda}(X=k) = \frac{\lambda^k}{(\lambda+1)^{k+1}}, \ k=0,1,\dots.$$

 $\alpha_1 = 0.02; \ a = 1.61; \ b = 3.69; \ \lambda_0 = 4.00; \ \lambda_1 = 3.00.$ 

 $4\ 1\ 5\ 2\ 2$ 

- 2. В результате эксперимента получены данные, приведенные в таблице 2.
  - а) Построить вариационный ряд, эмпирическую функцию распределения, гистограмму и полигон частот с шагом h.
  - b) Вычислить выборочные аналоги следующих числовых характеристик:
    - (i) математического ожидания, (ii) дисперсии, (iii) медианы, (iv) асимметрии, (v) эксцесса,
    - (vi) вероятности  $\mathbf{P}(X \in [c,d])$ .
  - с) В предположении, что исходные наблюдения являются выборкой из показательного распределения, построить оценку максимального правдоподобия параметра  $\lambda$  и соответствующую оценку по методу моментов. Найти смещение оценок.
  - d) Построить асимптотический доверительный интервал уровня значимости  $\alpha_2$  для параметра  $\lambda$  на базе оценки максимального правдоподобия.
  - е) С использованием теоремы Колмогорова построить критерий значимости проверки простой гипотезы согласия с показательным распределением с параметром  $\lambda_0$ . Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_2$ . Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором нет оснований отвергнуть данную гипотезу.
  - ${
    m f}$ ) Используя гистограмму частот, построить критерий значимости  $\chi^2$  проверки простой гипотезы согласия  ${
    m c}$ показательным распределением с параметром  $\lambda_0$ . Проверить гипотезу на уровне  $\alpha_2$ . Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором еще нет оснований отвергнуть данную гипотезу.
  - g) Построить критерий проверки значимости  $\chi^2$  сложной гипотезы согласия с показательным распределением. Проверить гипотезу на уровне  $\alpha_2$ . Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором еще нет оснований отвергнуть данную гипотезу.
  - h) Построить наиболее мощный критерий проверки простой гипотезы о показательности с параметром  $\lambda = \lambda_0$ при альтернативе показательности с параметром  $\lambda = \lambda_1$ . Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_2$ . Что получится, если поменять местами основную и альтернативную гипотезы?
  - i) В пунктах (c)-(h) заменить семейство показательных распределений на семейство гамма-распределений с плотностями  $f(x)=\frac{\sqrt{\lambda}\,{\rm e}^{-\lambda x/2}}{\sqrt{2\pi x}}$  (использовать таблицу распределений  $\chi_1^2$ ).

 $\alpha_2 = 0.05$ ; c = 0.00; d = 2.13; h = 0.50;  $\lambda_0 = 0.71$ ;  $\lambda_1 = 0.29$ .

 $1.080\ 0.612\ 0.000\ 1.314\ 3.600\ 1.518\ 0.770\ 0.001\ 0.011\ 0.468\ 0.180\ 0.112\ 0.010\ 0.798\ 2.776\ 0.163\ 1.073\ 0.412\ 0.896\ 0.013\ 1.024$  $0.054\ 0.004\ 0.164\ 2.632\ 0.018\ 1.048\ 0.637\ 0.116\ 0.043\ 2.604\ 0.599\ 0.243\ 0.098\ 0.003\ 0.164\ 0.312\ 1.216\ 2.711\ 7.442\ 2.947\ 1.211$  $0.233\ 1.575\ 4.770\ 1.263\ 3.125\ 0.002\ 0.430\ 0.254$ 

## **Bap. 12** (83822020)

- 1. В результате эксперимента получены данные, приведенные в таблице 1.
  - а) Построить вариационный ряд, эмпирическую функцию распределения и гистограмму частот.
  - b) Вычислить выборочные аналоги следующих числовых характеристик:
    - (i) математического ожидания, (ii) дисперсии, (iii) медианы, (iv) асимметрии, (v) эксцесса,
    - (vi) вероятности  $\mathbf{P}(X \in [a, b])$ .
  - с) В предположении, что исходные наблюдения являются выборкой из распределения Пуассона, построить оценку максимального правдоподобия параметра  $\lambda$ , а также оценку  $\lambda$  по методу моментов. Найти смещение оценок.
  - d) Построить асимптотический доверительный интервал уровня значимости  $\alpha_1$  для параметра  $\lambda$  на базе оценки максимального правдоподобия.
  - е) Используя гистограмму частот, построить критерий значимости  $\chi^2$  проверки простой гипотезы согласия с распределением Пуассона с параметром  $\lambda_0$ . Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_1$ . Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором еще нет оснований отвергнуть данную гипотезу.
  - f) Построить критерий значимости  $\chi^2$  проверки сложной гипотезы согласия с распределением Пуассона. Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_1$ . Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором еще нет оснований отвергнуть данную гипотезу.
  - g) Построить наиболее мощный критерий проверки простой гипотезы пуассоновости с параметром  $\lambda = \lambda_0$  при альтернативе пуассоновости с параметром  $\lambda = \lambda_1$ . Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_1$ . Что получится, если поменять местами основную и альтернативную гипотезы?
  - h) В пунктах (c)-(f) заменить семейство распределений Пуассона на семейство геометрических распределений

$$\mathbf{P}_{\lambda}(X=k) = \frac{\lambda^k}{(\lambda+1)^{k+1}}, \ k=0,1,\dots.$$

**Таблица 1**  $\alpha_1 = 0.02; \ a = 3.60; \ b = 5.60; \ \lambda_0 = 4.00; \ \lambda_1 = 7.00.$ 

- 2. В результате эксперимента получены данные, приведенные в таблице 2.
  - а) Построить вариационный ряд, эмпирическую функцию распределения, гистограмму и полигон частот с шагом h.
  - b) Вычислить выборочные аналоги следующих числовых характеристик:
    - (i) математического ожидания, (ii) дисперсии, (iii) медианы, (iv) асимметрии, (v) эксцесса,
    - (vi) вероятности  $\mathbf{P}(X \in [c,d])$ .
  - с) В предположении, что исходные наблюдения являются выборкой из нормального распределения, построить оценку максимального правдоподобия параметров  $(a, \sigma^2)$  и соответствующие оценки по методу моментов. Найти смещение оценок.
  - d) Построить доверительные интервалы уровня значимости  $\alpha_2$  для параметров  $(a, \sigma^2)$ .
  - е) С использованием теоремы Колмогорова построить критерий значимости проверки простой гипотезы согласия с нормальным распределением с параметрами  $a_0$ ,  $\sigma_0^2$ . Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_2$ . Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором нет оснований отвергнуть данную гипотезу.
  - f) Используя гистограмму частот, построить критерий значимости  $\chi^2$  проверки простой гипотезы согласия с нормальным распределением с параметрами  $(a_0, \sigma_0^2)$ . Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_2$ . Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором еще нет оснований отвергнуть данную гипотезу.
  - g) Построить критерий проверки значимости  $\chi^2$  сложной гипотезы согласия с нормальным распределением. Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_2$ . Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором еще нет оснований отвергнуть данную гипотезу.
  - h) Построить наиболее мощный критерий проверки простой гипотезы о нормальности с параметром  $(a, \sigma^2) = (a_0, \sigma_0^2)$  при альтернативе нормальности с параметром  $(a, \sigma^2) = (a_1, \sigma_1^2)$ . Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_2$ . Что получится, если поменять местами основную и альтернативную гипотезы?
  - i) В пунктах (c)-(g) заменить семейство нормальных распределений на двухпараметрическое семейство распределений Лапласа с плотностями  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} \sigma^{-\frac{\sqrt{2}}{\sigma}|x-a|}$ .

## **Bap. 13** (83822020)

- 1. В результате эксперимента получены данные, приведенные в таблице 1.
  - а) Построить вариационный ряд, эмпирическую функцию распределения и гистограмму частот.
  - b) Вычислить выборочные аналоги следующих числовых характеристик:
    - (i) математического ожидания, (ii) дисперсии, (iii) медианы, (iv) асимметрии, (v) эксцесса,
    - (vi) вероятности  $\mathbf{P}(X \in [a, b])$ .
  - с) В предположении, что исходные наблюдения являются выборкой из распределения Пуассона, построить оценку максимального правдоподобия параметра  $\lambda$ , а также оценку  $\lambda$  по методу моментов. Найти смещение оценок.
  - d) Построить асимптотический доверительный интервал уровня значимости  $\alpha_1$  для параметра  $\lambda$  на базе оценки максимального правдоподобия.
  - e) Используя гистограмму частот, построить критерий значимости  $\chi^2$  проверки простой гипотезы согласия с распределением Пуассона с параметром  $\lambda_0$ . Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_1$ . Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором еще нет оснований отвергнуть данную гипотезу.
  - ${
    m f})$  Построить критерий значимости  $\chi^2$  проверки сложной гипотезы согласия с распределением Пуассона. Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_1$ . Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором еще нет оснований отвергнуть данную гипотезу.
  - g) Построить наиболее мощный критерий проверки простой гипотезы пуассоновости с параметром  $\lambda = \lambda_0$  при альтернативе пуассоновости с параметром  $\lambda = \lambda_1$ . Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_1$ . Что получится, если поменять местами основную и альтернативную гипотезы?
  - h) В пунктах (c)-(f) заменить семейство распределений Пуассона на семейство геометрических распределений

$$\mathbf{P}_{\lambda}(X=k) = \frac{\lambda^k}{(\lambda+1)^{k+1}}, \ k=0,1,\dots.$$

 $\alpha_1 = 0.10; \ a = 0.00; \ b = 1.79; \ \lambda_0 = 0.60; \ \lambda_1 = 1.40.$ Таблица 1

- 2. В результате эксперимента получены данные, приведенные в таблице 2.
  - а) Построить вариационный ряд, эмпирическую функцию распределения, гистограмму и полигон частот с шагом h.
  - b) Вычислить выборочные аналоги следующих числовых характеристик:
    - (i) математического ожидания, (ii) дисперсии, (iii) медианы, (iv) асимметрии, (v) эксцесса,
    - (vi) вероятности  $\mathbf{P}(X \in [c,d])$ .
  - с) В предположении, что исходные наблюдения являются выборкой из показательного распределения, построить оценку максимального правдоподобия параметра  $\lambda$  и соответствующую оценку по методу моментов. Найти смещение оценок.
  - d) Построить асимптотический доверительный интервал уровня значимости  $\alpha_2$  для параметра  $\lambda$  на базе оценки максимального правдоподобия.
  - е) С использованием теоремы Колмогорова построить критерий значимости проверки простой гипотезы согласия с показательным распределением с параметром  $\lambda_0$ . Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_2$ . Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором нет оснований отвергнуть данную гипотезу.
  - ${
    m f}$ ) Используя гистограмму частот, построить критерий значимости  $\chi^2$  проверки простой гипотезы согласия  ${
    m c}$ показательным распределением с параметром  $\lambda_0$ . Проверить гипотезу на уровне  $\alpha_2$ . Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором еще нет оснований отвергнуть данную гипотезу.
  - g) Построить критерий проверки значимости  $\chi^2$  сложной гипотезы согласия с показательным распределением. Проверить гипотезу на уровне  $\alpha_2$ . Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором еще нет оснований отвергнуть данную гипотезу.
  - h) Построить наиболее мощный критерий проверки простой гипотезы о показательности с параметром  $\lambda = \lambda_0$ при альтернативе показательности с параметром  $\lambda = \lambda_1$ . Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_2$ . Что получится, если поменять местами основную и альтернативную гипотезы?
  - i) В пунктах (c)-(h) заменить семейство показательных распределений на семейство гамма-распределений с плотностями  $f(x)=\frac{\sqrt{\lambda}\,{\rm e}^{-\lambda x/2}}{\sqrt{2\pi x}}$  (использовать таблицу распределений  $\chi_1^2$ ).

 $\alpha_2 = 0.01$ ; c = 0.00; d = 2.00; h = 0.40;  $\lambda_0 = 0.50$ ;  $\lambda_1 = 1.00$ .

 $0.589\ 0.596\ 0.215\ 0.664\ 0.323\ 0.005\ 2.487\ 0.662\ 0.584\ 0.031\ 1.136\ 1.494\ 2.698\ 1.516\ 0.839\ 0.186\ 2.173\ 1.014\ 0.198\ 0.344\ 2.269$  $0.209\ 1.609\ 0.803\ 0.228\ 1.382\ 1.763\ 0.413\ 2.474\ 0.034\ 3.198\ 3.552\ 0.165\ 0.570\ 0.484\ 1.558\ 1.381\ 0.117\ 0.034\ 0.536\ 2.455\ 1.765$  $0.973\ 0.044\ 3.889\ 0.327\ 0.013\ 0.394\ 0.141\ 0.354$ 

# Bap. 14 (83822020)

- 1. В результате эксперимента получены данные, приведенные в таблице 1.
  - а) Построить вариационный ряд, эмпирическую функцию распределения и гистограмму частот.
  - b) Вычислить выборочные аналоги следующих числовых характеристик:
    - (i) математического ожидания, (ii) дисперсии, (iii) медианы, (iv) асимметрии, (v) эксцесса,
    - (vi) вероятности  $\mathbf{P}(X \in [a, b])$ .
  - с) В предположении, что исходные наблюдения являются выборкой из распределения Пуассона, построить оценку максимального правдоподобия параметра  $\lambda$ , а также оценку  $\lambda$  по методу моментов. Найти смещение оценок.
  - d) Построить асимптотический доверительный интервал уровня значимости  $\alpha_1$  для параметра  $\lambda$  на базе оценки максимального правдоподобия.
  - е) Используя гистограмму частот, построить критерий значимости  $\chi^2$  проверки простой гипотезы согласия с распределением Пуассона с параметром  $\lambda_0$ . Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_1$ . Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором еще нет оснований отвергнуть данную гипотезу.
  - f) Построить критерий значимости  $\chi^2$  проверки сложной гипотезы согласия с распределением Пуассона. Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_1$ . Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором еще нет оснований отвергнуть данную гипотезу.
  - g) Построить наиболее мощный критерий проверки простой гипотезы пуассоновости с параметром  $\lambda = \lambda_0$  при альтернативе пуассоновости с параметром  $\lambda = \lambda_1$ . Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_1$ . Что получится, если поменять местами основную и альтернативную гипотезы?
  - h) В пунктах (c)-(f) заменить семейство распределений Пуассона на семейство геометрических распределений

$$\mathbf{P}_{\lambda}(X=k) = \frac{\lambda^k}{(\lambda+1)^{k+1}}, \ k=0,1,\dots$$

**Таблица 1**  $\alpha_1 = 0.05; \ a = 2.40; \ b = 4.80; \ \lambda_0 = 6.00; \ \lambda_1 = 4.00.$ 

- 2. В результате эксперимента получены данные, приведенные в таблице 2.
  - а) Построить вариационный ряд, эмпирическую функцию распределения, гистограмму и полигон частот с шагом h.
  - b) Вычислить выборочные аналоги следующих числовых характеристик:
    - (і) математического ожидания, (іі) дисперсии, (ііі) медианы, (іv) асимметрии, (v) эксцесса,
    - (vi) вероятности  $\mathbf{P}(X \in [c,d])$ .
  - с) В предположении, что исходные наблюдения являются выборкой из нормального распределения, построить оценку максимального правдоподобия параметров  $(a, \sigma^2)$  и соответствующие оценки по методу моментов. Найти смещение оценок.
  - d) Построить доверительные интервалы уровня значимости  $\alpha_2$  для параметров  $(a, \sigma^2)$ .
  - е) С использованием теоремы Колмогорова построить критерий значимости проверки простой гипотезы согласия с нормальным распределением с параметрами  $a_0$ ,  $\sigma_0^2$ . Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_2$ . Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором нет оснований отвергнуть данную гипотезу.
  - f) Используя гистограмму частот, построить критерий значимости  $\chi^2$  проверки простой гипотезы согласия с нормальным распределением с параметрами  $(a_0, \sigma_0^2)$ . Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_2$ . Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором еще нет оснований отвергнуть данную гипотезу.
  - g) Построить критерий проверки значимости  $\chi^2$  сложной гипотезы согласия с нормальным распределением. Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_2$ . Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором еще нет оснований отвергнуть данную гипотезу.
  - h) Построить наиболее мощный критерий проверки простой гипотезы о нормальности с параметром  $(a, \sigma^2) = (a_0, \sigma_0^2)$  при альтернативе нормальности с параметром  $(a, \sigma^2) = (a_1, \sigma_1^2)$ . Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_2$ . Что получится, если поменять местами основную и альтернативную гипотезы?
  - i) В пунктах (c)-(g) заменить семейство нормальных распределений на двухпараметрическое семейство распределений Лапласа с плотностями  $f(x)=\frac{1}{\sqrt{2}\,\sigma}\mathrm{e}^{-\frac{\sqrt{2}}{\sigma}|x-a|}.$

**Таблица 2**  $\alpha_2 = 0.02; \ c = -2.00; \ d = 1.00; \ h = 2.00; \ a_0 = 4.00; \ \sigma_0 = 5.00; \ a_1 = -1.00; \ \sigma_1 = 5.00.$ 

 $-3.06 \ -2.71 \ -5.22 \ -3.90 \ 3.33 \ 14.64 \ 5.21 \ -2.92 \ 3.15 \ -0.45 \ 1.32 \ -1.24 \ 10.96 \ 1.41 \ -3.66 \ 2.35 \ -3.12 \ -4.77 \ -2.80 \ -3.89 \ -7.23 \ -4.13 \ 1.62 \ 0.85 \ 9.33 \ 6.10 \ -9.12 \ -1.06 \ -4.29 \ 3.64 \ -5.01 \ 0.13 \ 2.60 \ -2.17 \ -4.75 \ 0.08 \ -5.11 \ 2.69 \ -5.89 \ -6.06 \ 4.41 \ -2.08 \ -2.0$ 

 $-4.42 \ -4.47 \ -2.25 \ -3.11 \ -8.67 \ -0.70 \ -0.01 \ -9.51 \ 2.75$ 

## **Bap. 15** (83822020)

- 1. В результате эксперимента получены данные, приведенные в таблице 1.
  - а) Построить вариационный ряд, эмпирическую функцию распределения и гистограмму частот.
  - b) Вычислить выборочные аналоги следующих числовых характеристик:
    - (i) математического ожидания, (ii) дисперсии, (iii) медианы, (iv) асимметрии, (v) эксцесса,
    - (vi) вероятности  $\mathbf{P}(X \in [a, b])$ .
  - с) В предположении, что исходные наблюдения являются выборкой из распределения Пуассона, построить оценку максимального правдоподобия параметра  $\lambda$ , а также оценку  $\lambda$  по методу моментов. Найти смещение оценок.
  - d) Построить асимптотический доверительный интервал уровня значимости  $\alpha_1$  для параметра  $\lambda$  на базе оценки максимального правдоподобия.
  - e) Используя гистограмму частот, построить критерий значимости  $\chi^2$  проверки простой гипотезы согласия с распределением Пуассона с параметром  $\lambda_0$ . Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_1$ . Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором еще нет оснований отвергнуть данную гипотезу.
  - ${
    m f})$  Построить критерий значимости  $\chi^2$  проверки сложной гипотезы согласия с распределением Пуассона. Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_1$ . Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором еще нет оснований отвергнуть данную гипотезу.
  - g) Построить наиболее мощный критерий проверки простой гипотезы пуассоновости с параметром  $\lambda = \lambda_0$  при альтернативе пуассоновости с параметром  $\lambda = \lambda_1$ . Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_1$ . Что получится, если поменять местами основную и альтернативную гипотезы?
  - h) В пунктах (c)-(f) заменить семейство распределений Пуассона на семейство геометрических распределений

$$\mathbf{P}_{\lambda}(X=k) = \frac{\lambda^k}{(\lambda+1)^{k+1}}, \ k=0,1,\dots.$$

 $\alpha_1 = 0.20; \ a = 0.00; \ b = 5.08; \ \lambda_0 = 6.00; \ \lambda_1 = 3.00.$ 

 $3 \; 2 \; 1 \; 2 \; 4 \; 4 \; 2 \; 1 \; 0 \; 6 \; 2 \; 1 \; 0 \; 1 \; 4 \; 6 \; 5 \; 1 \; 14 \; 9 \; 3 \; 6 \; 12 \; 0 \; 10 \; 0 \; 5 \; 3 \; 1 \; 4 \; 0 \; 5 \; 3 \; 2 \; 1 \; 0 \; 2 \; 0 \; 1 \; 1 \; 1 \; 7 \; 4 \; 1 \; 2 \; 6$ 1 0 5 2

- 2. В результате эксперимента получены данные, приведенные в таблице 2.
  - а) Построить вариационный ряд, эмпирическую функцию распределения, гистограмму и полигон частот с шагом h.
  - b) Вычислить выборочные аналоги следующих числовых характеристик:
    - (i) математического ожидания, (ii) дисперсии, (iii) медианы, (iv) асимметрии, (v) эксцесса,
    - (vi) вероятности  $\mathbf{P}(X \in [c,d])$ .
  - с) В предположении, что исходные наблюдения являются выборкой из показательного распределения, построить оценку максимального правдоподобия параметра  $\lambda$  и соответствующую оценку по методу моментов. Найти смещение оценок.
  - d) Построить асимптотический доверительный интервал уровня значимости  $\alpha_2$  для параметра  $\lambda$  на базе оценки максимального правдоподобия.
  - е) С использованием теоремы Колмогорова построить критерий значимости проверки простой гипотезы согласия с показательным распределением с параметром  $\lambda_0$ . Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_2$ . Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором нет оснований отвергнуть данную гипотезу.
  - ${
    m f}$ ) Используя гистограмму частот, построить критерий значимости  $\chi^2$  проверки простой гипотезы согласия  ${
    m c}$ показательным распределением с параметром  $\lambda_0$ . Проверить гипотезу на уровне  $\alpha_2$ . Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором еще нет оснований отвергнуть данную гипотезу.
  - g) Построить критерий проверки значимости  $\chi^2$  сложной гипотезы согласия с показательным распределением. Проверить гипотезу на уровне  $\alpha_2$ . Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором еще нет оснований отвергнуть данную гипотезу.
  - h) Построить наиболее мощный критерий проверки простой гипотезы о показательности с параметром  $\lambda = \lambda_0$ при альтернативе показательности с параметром  $\lambda = \lambda_1$ . Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_2$ . Что получится, если поменять местами основную и альтернативную гипотезы?
  - i) В пунктах (c)-(h) заменить семейство показательных распределений на семейство гамма-распределений с плотностями  $f(x)=\frac{\sqrt{\lambda}\,{\rm e}^{-\lambda x/2}}{\sqrt{2\pi x}}$  (использовать таблицу распределений  $\chi_1^2$ ).

 $\alpha_2 = 0.02$ ; c = 0.00; d = 0.92; h = 0.20;  $\lambda_0 = 0.36$ ;  $\lambda_1 = 1.43$ .

 $0.246\ 0.005\ 0.128\ 2.733\ 0.704\ 1.311\ 0.233\ 0.037\ 0.219\ 0.226\ 0.576\ 0.038\ 0.680\ 0.545\ 0.000\ 0.824\ 0.863\ 0.201\ 0.004\ 0.004\ 0.037$  $0.021\ 2.420\ 0.531\ 0.907\ 0.157\ 0.010\ 0.322\ 0.196\ 0.049\ 0.156\ 2.307\ 0.489\ 0.184\ 0.070\ 1.828\ 0.016\ 0.586\ 0.059\ 0.177\ 0.033\ 0.073$  $0.059\ 1.502\ 0.407\ 0.946\ 0.025\ 0.271\ 0.137\ 0.000$ 

## **Bap. 16** (83822020)

- 1. В результате эксперимента получены данные, приведенные в таблице 1.
  - а) Построить вариационный ряд, эмпирическую функцию распределения и гистограмму частот.
  - b) Вычислить выборочные аналоги следующих числовых характеристик:
    - (i) математического ожидания, (ii) дисперсии, (iii) медианы, (iv) асимметрии, (v) эксцесса,
    - (vi) вероятности  $\mathbf{P}(X \in [a, b])$ .
  - с) В предположении, что исходные наблюдения являются выборкой из распределения Пуассона, построить оценку максимального правдоподобия параметра  $\lambda$ , а также оценку  $\lambda$  по методу моментов. Найти смещение оценок.
  - d) Построить асимптотический доверительный интервал уровня значимости  $\alpha_1$  для параметра  $\lambda$  на базе оценки максимального правдоподобия.
  - е) Используя гистограмму частот, построить критерий значимости  $\chi^2$  проверки простой гипотезы согласия с распределением Пуассона с параметром  $\lambda_0$ . Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_1$ . Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором еще нет оснований отвергнуть данную гипотезу.
  - f) Построить критерий значимости  $\chi^2$  проверки сложной гипотезы согласия с распределением Пуассона. Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_1$ . Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором еще нет оснований отвергнуть данную гипотезу.
  - g) Построить наиболее мощный критерий проверки простой гипотезы пуассоновости с параметром  $\lambda = \lambda_0$  при альтернативе пуассоновости с параметром  $\lambda = \lambda_1$ . Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_1$ . Что получится, если поменять местами основную и альтернативную гипотезы?
  - h) В пунктах (c)-(f) заменить семейство распределений Пуассона на семейство геометрических распределений

$$\mathbf{P}_{\lambda}(X=k) = \frac{\lambda^k}{(\lambda+1)^{k+1}}, \ k=0,1,\dots$$

**Таблица 1**  $\alpha_1 = 0.01; \ a = 0.00; \ b = 0.64; \ \lambda_0 = 2.00; \ \lambda_1 = 0.50.$ 

- 2. В результате эксперимента получены данные, приведенные в таблице 2.
  - а) Построить вариационный ряд, эмпирическую функцию распределения, гистограмму и полигон частот с шагом h.
  - b) Вычислить выборочные аналоги следующих числовых характеристик:
    - (i) математического ожидания, (ii) дисперсии, (iii) медианы, (iv) асимметрии, (v) эксцесса,
    - (vi) вероятности  $\mathbf{P}(X \in [c,d])$ .
  - с) В предположении, что исходные наблюдения являются выборкой из нормального распределения, построить оценку максимального правдоподобия параметров  $(a, \sigma^2)$  и соответствующие оценки по методу моментов. Найти смещение оценок.
  - d) Построить доверительные интервалы уровня значимости  $\alpha_2$  для параметров  $(a, \sigma^2)$ .
  - е) С использованием теоремы Колмогорова построить критерий значимости проверки простой гипотезы согласия с нормальным распределением с параметрами  $a_0$ ,  $\sigma_0^2$ . Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_2$ . Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором нет оснований отвергнуть данную гипотезу.
  - f) Используя гистограмму частот, построить критерий значимости  $\chi^2$  проверки простой гипотезы согласия с нормальным распределением с параметрами  $(a_0, \sigma_0^2)$ . Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_2$ . Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором еще нет оснований отвергнуть данную гипотезу.
  - g) Построить критерий проверки значимости  $\chi^2$  сложной гипотезы согласия с нормальным распределением. Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_2$ . Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором еще нет оснований отвергнуть данную гипотезу.
  - h) Построить наиболее мощный критерий проверки простой гипотезы о нормальности с параметром  $(a,\sigma^2)=(a_0,\sigma_0^2)$  при альтернативе нормальности с параметром  $(a,\sigma^2)=(a_1,\sigma_1^2)$ . Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_2$ . Что получится, если поменять местами основную и альтернативную гипотезы?
  - i) В пунктах (c)-(g) заменить семейство нормальных распределений на двухпараметрическое семейство распределений Лапласа с плотностями  $f(x)=\frac{1}{\sqrt{2}\,\sigma}\mathrm{e}^{-\frac{\sqrt{2}}{\sigma}|x-a|}.$  Саблица 2  $\alpha_2=0.01;\ c=4.20;\ d=6.60;\ h=0.80;\ a_0=11.00;\ \sigma_0=2.00;\ a_1=5.00;\ \sigma_1=2.00.$

Таблица 2  $\alpha_2=0.01;\ c=4.20;\ d=6.60;\ h=0.80;\ a_0=11.00;\ \sigma_0=2.00;\ a_1=5.00;\ \sigma_1=2.00.$  3.533 5.769 6.543 3.320 4.866 2.220 7.013 6.086 5.612 4.548 6.842 2.821 2.560 6.010 1.648 3.583 2.499 8.636 7.223 0.488 7.018 2.890 5.034 4.544 6.670 5.589 2.651 7.966 7.687 5.943 7.310 6.532 2.004 2.467 6.171 2.534 7.333 3.691 6.247 7.127 2.926 4.578 5.498 6.852 5.771 6.512 2.579 4.015 3.661 4.482

## **Bap. 17** (83822020)

- 1. В результате эксперимента получены данные, приведенные в таблице 1.
  - а) Построить вариационный ряд, эмпирическую функцию распределения и гистограмму частот.
  - b) Вычислить выборочные аналоги следующих числовых характеристик:
    - (i) математического ожидания, (ii) дисперсии, (iii) медианы, (iv) асимметрии, (v) эксцесса,
    - (vi) вероятности  $\mathbf{P}(X \in [a, b])$ .
  - с) В предположении, что исходные наблюдения являются выборкой из распределения Пуассона, построить оценку максимального правдоподобия параметра  $\lambda$ , а также оценку  $\lambda$  по методу моментов. Найти смещение оценок.
  - d) Построить асимптотический доверительный интервал уровня значимости  $\alpha_1$  для параметра  $\lambda$  на базе оценки максимального правдоподобия.
  - e) Используя гистограмму частот, построить критерий значимости  $\chi^2$  проверки простой гипотезы согласия с распределением Пуассона с параметром  $\lambda_0$ . Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_1$ . Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором еще нет оснований отвергнуть данную гипотезу.
  - ${
    m f})$  Построить критерий значимости  $\chi^2$  проверки сложной гипотезы согласия с распределением Пуассона. Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_1$ . Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором еще нет оснований отвергнуть данную гипотезу.
  - g) Построить наиболее мощный критерий проверки простой гипотезы пуассоновости с параметром  $\lambda = \lambda_0$  при альтернативе пуассоновости с параметром  $\lambda = \lambda_1$ . Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_1$ . Что получится, если поменять местами основную и альтернативную гипотезы?
  - h) В пунктах (c)-(f) заменить семейство распределений Пуассона на семейство геометрических распределений

$$\mathbf{P}_{\lambda}(X=k) = \frac{\lambda^k}{(\lambda+1)^{k+1}}, \ k=0,1,\dots.$$

 $\alpha_1 = 0.20; \ a = 0.00; \ b = 1.19; \ \lambda_0 = 0.50; \ \lambda_1 = 1.00.$ Таблица 1

 $0 \ 1 \ 0$ 

- 2. В результате эксперимента получены данные, приведенные в таблице 2.
  - а) Построить вариационный ряд, эмпирическую функцию распределения, гистограмму и полигон частот с шагом h.
  - b) Вычислить выборочные аналоги следующих числовых характеристик:
    - (i) математического ожидания, (ii) дисперсии, (iii) медианы, (iv) асимметрии, (v) эксцесса,
    - (vi) вероятности  $\mathbf{P}(X \in [c,d])$ .
  - с) В предположении, что исходные наблюдения являются выборкой из показательного распределения, построить оценку максимального правдоподобия параметра  $\lambda$  и соответствующую оценку по методу моментов. Найти смещение оценок.
  - d) Построить асимптотический доверительный интервал уровня значимости  $\alpha_2$  для параметра  $\lambda$  на базе оценки максимального правдоподобия.
  - е) С использованием теоремы Колмогорова построить критерий значимости проверки простой гипотезы согласия с показательным распределением с параметром  $\lambda_0$ . Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_2$ . Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором нет оснований отвергнуть данную гипотезу.
  - ${
    m f}$ ) Используя гистограмму частот, построить критерий значимости  $\chi^2$  проверки простой гипотезы согласия  ${
    m c}$ показательным распределением с параметром  $\lambda_0$ . Проверить гипотезу на уровне  $\alpha_2$ . Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором еще нет оснований отвергнуть данную гипотезу.
  - g) Построить критерий проверки значимости  $\chi^2$  сложной гипотезы согласия с показательным распределением. Проверить гипотезу на уровне  $\alpha_2$ . Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором еще нет оснований отвергнуть данную гипотезу.
  - h) Построить наиболее мощный критерий проверки простой гипотезы о показательности с параметром  $\lambda = \lambda_0$ при альтернативе показательности с параметром  $\lambda = \lambda_1$ . Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_2$ . Что получится, если поменять местами основную и альтернативную гипотезы?
  - i) В пунктах (c)-(h) заменить семейство показательных распределений на семейство гамма-распределений с плотностями  $f(x)=\frac{\sqrt{\lambda}\,{\rm e}^{-\lambda x/2}}{\sqrt{2\pi x}}$  (использовать таблицу распределений  $\chi_1^2$ ).

 $\alpha_2 = 0.10; c = 0.00; d = 8.00; h = 1.60; \lambda_0 = 0.25; \lambda_1 = 0.17.$ 

 $0.55\ 2.84\ 17.16\ 2.04\ 8.26\ 2.67\ 4.71\ 3.65\ 1.60\ 4.14\ 3.96\ 6.81\ 0.31\ 2.42\ 1.75\ 0.20\ 1.58\ 3.65\ 2.42\ 1.58\ 0.16\ 15.66\ 2.07\ 0.39\ 0.13$  $12.75\ 3.40\ 1.45\ 6.70\ 0.10\ 2.05\ 1.67\ 2.60\ 7.75\ 2.73\ 3.40\ 7.08\ 2.49\ 0.75\ 0.61\ 3.67\ 8.50\ 4.98\ 1.38\ 2.22\ 3.62\ 1.69\ 1.62\ 12.97\ 4.62$ 

## **Bap. 18** (83822020)

- 1. В результате эксперимента получены данные, приведенные в таблице 1.
  - а) Построить вариационный ряд, эмпирическую функцию распределения и гистограмму частот.
  - b) Вычислить выборочные аналоги следующих числовых характеристик:
    - (i) математического ожидания, (ii) дисперсии, (iii) медианы, (iv) асимметрии, (v) эксцесса,
    - (vi) вероятности  $\mathbf{P}(X \in [a, b])$ .
  - с) В предположении, что исходные наблюдения являются выборкой из распределения Пуассона, построить оценку максимального правдоподобия параметра  $\lambda$ , а также оценку  $\lambda$  по методу моментов. Найти смещение оценок.
  - d) Построить асимптотический доверительный интервал уровня значимости  $\alpha_1$  для параметра  $\lambda$  на базе оценки максимального правдоподобия.
  - ${
    m e}$ ) Используя гистограмму частот, построить критерий значимости  $\chi^2$  проверки простой гипотезы согласия с распределением Пуассона с параметром  $\lambda_0$ . Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_1$ . Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором еще нет оснований отвергнуть данную гипотезу.
  - ${
    m f})$  Построить критерий значимости  $\chi^2$  проверки сложной гипотезы согласия с распределением Пуассона. Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_1$ . Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором еще нет оснований отвергнуть данную гипотезу.
  - g) Построить наиболее мощный критерий проверки простой гипотезы пуассоновости с параметром  $\lambda = \lambda_0$  при альтернативе пуассоновости с параметром  $\lambda = \lambda_1$ . Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_1$ . Что получится, если поменять местами основную и альтернативную гипотезы?
  - h) В пунктах (c)-(f) заменить семейство распределений Пуассона на семейство геометрических распределений

$$\mathbf{P}_{\lambda}(X=k) = \frac{\lambda^k}{(\lambda+1)^{k+1}}, \ k=0,1,\dots$$

**Таблица 1**  $\alpha_1=0.20;\ a=2.80;\ b=5.60;\ \lambda_0=7.00;\ \lambda_1=4.00.$  6 4 3 3 2 6 4 2 4 7 2 7 2 3 6 7 3 4 4 4 3 5 2 3 5 3 5 5 4 2 3 4 4 4 5 3 8 1 5 2 5 2 3 6 6 4 4

- 2. В результате эксперимента получены данные, приведенные в таблице 2.
  - а) Построить вариационный ряд, эмпирическую функцию распределения, гистограмму и полигон частот с шагом h.
  - b) Вычислить выборочные аналоги следующих числовых характеристик:
    - (i) математического ожидания, (ii) дисперсии, (iii) медианы, (iv) асимметрии, (v) эксцесса,
    - (vi) вероятности  $\mathbf{P}(X \in [c,d])$ .
  - с) В предположении, что исходные наблюдения являются выборкой из нормального распределения, построить оценку максимального правдоподобия параметров  $(a, \sigma^2)$  и соответствующие оценки по методу моментов. Найти смещение оценок.
  - d) Построить доверительные интервалы уровня значимости  $\alpha_2$  для параметров  $(a, \sigma^2)$ .
  - е) С использованием теоремы Колмогорова построить критерий значимости проверки простой гипотезы согласия с нормальным распределением с параметрами  $a_0, \sigma_0^2$ . Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_2$ . Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором нет оснований отвергнуть данную гипотезу.
  - f) Используя гистограмму частот, построить критерий значимости  $\chi^2$  проверки простой гипотезы согласия с нормальным распределением с параметрами  $(a_0, \sigma_0^2)$ . Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_2$ . Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором еще нет оснований отвергнуть данную гипотезу.
  - ${
    m g}$ ) Построить критерий проверки значимости  $\chi^2$  сложной гипотезы согласия  ${
    m c}$  нормальным распределением. Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_2$ . Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором еще нет оснований отвергнуть данную гипотезу.
  - h) Построить наиболее мощный критерий проверки простой гипотезы о нормальности с параметром  $(a, \sigma^2) = (a_0, \sigma_0^2)$  при альтернативе нормальности с параметром  $(a, \sigma^2) = (a_1, \sigma_1^2)$ . Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_2$ . Что получится, если поменять местами основную и альтернативную гипотезы?
  - i) В пунктах (c)-(g) заменить семейство нормальных распределений на двухпараметрическое семейство распределений Лапласа с плотностями  $f(x)=\frac{1}{\sqrt{2}\,\sigma}\mathrm{e}^{-\frac{\sqrt{2}}{\sigma}|x-a|}.$

 $\alpha_2 = 0.02; c = -9.00; d = 5.00; h = 4.00; a_0 = -1.00; \sigma_0 = 10.00; a_1 = -34.00; \sigma_1 = 10.00.$  $4.48\ 14.47\ -2.50\ 3.27\ 7.94\ -9.14\ -0.53\ -5.08\ -13.70\ -5.73\ -11.53\ 5.33\ -9.09\ -3.52\ 10.34\ 2.23\ 6.29\ -0.37\ -6.63\ -16.72$  $14.43\ \ 3.97\ \ -3.87\ \ 0.85\ \ 8.91\ \ -1.56\ \ -17.51\ \ 16.00\ \ 1.63\ \ -17.69\ \ 3.38\ \ 3.84\ \ 0.53\ \ 5.19\ \ 13.19\ \ -12.03\ \ 10.62\ \ -4.62\ \ -21.02\ \ -18.82$  $14.06 - 19.12 \ 1.72 - 9.41 - 10.34 \ 7.64 \ 2.97 \ 10.85 \ 11.50 - 15.14$ 

## **Bap. 19** (83822020)

- 1. В результате эксперимента получены данные, приведенные в таблице 1.
  - а) Построить вариационный ряд, эмпирическую функцию распределения и гистограмму частот.
  - b) Вычислить выборочные аналоги следующих числовых характеристик:
    - (i) математического ожидания, (ii) дисперсии, (iii) медианы, (iv) асимметрии, (v) эксцесса,
    - (vi) вероятности  $\mathbf{P}(X \in [a, b])$ .
  - с) В предположении, что исходные наблюдения являются выборкой из распределения Пуассона, построить оценку максимального правдоподобия параметра  $\lambda$ , а также оценку  $\lambda$  по методу моментов. Найти смещение оценок.
  - d) Построить асимптотический доверительный интервал уровня значимости  $\alpha_1$  для параметра  $\lambda$  на базе оценки максимального правдоподобия.
  - e) Используя гистограмму частот, построить критерий значимости  $\chi^2$  проверки простой гипотезы согласия с распределением Пуассона с параметром  $\lambda_0$ . Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_1$ . Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором еще нет оснований отвергнуть данную гипотезу.
  - ${
    m f})$  Построить критерий значимости  $\chi^2$  проверки сложной гипотезы согласия с распределением Пуассона. Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_1$ . Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором еще нет оснований отвергнуть данную гипотезу.
  - g) Построить наиболее мощный критерий проверки простой гипотезы пуассоновости с параметром  $\lambda = \lambda_0$  при альтернативе пуассоновости с параметром  $\lambda = \lambda_1$ . Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_1$ . Что получится, если поменять местами основную и альтернативную гипотезы?
  - h) В пунктах (c)-(f) заменить семейство распределений Пуассона на семейство геометрических распределений

$$\mathbf{P}_{\lambda}(X=k) = \frac{\lambda^k}{(\lambda+1)^{k+1}}, \ k = 0, 1, \dots$$

 $\alpha_1 = 0.01$ ; a = 1.32; b = 8.47;  $\lambda_0 = 4.00$ ;  $\lambda_1 = 6.00$ .

 $1 \;\; 9 \;\; 7 \;\; 2 \;\; 1 \;\; 1 \;\; 1 \;\; 15 \;\; 0 \;\; 2 \;\; 1 \;\; 0 \;\; 2 \;\; 9 \;\; 2 \;\; 1 \;\; 7 \;\; 5 \;\; 10 \;\; 1 \;\; 7 \;\; 5 \;\; 4 \;\; 2 \;\; 0 \;\; 1 \;\; 2 \;\; 2 \;\; 5 \;\; 0 \;\; 6 \;\; 0 \;\; 21 \;\; 5 \;\; 9 \;\; 1 \;\; 3 \;\; 9 \;\; 8 \;\; 5 \;\; 4 \;\; 0 \;\; 3 \;\; 0 \;\; 4$  $6 \ 3 \ 5 \ 0$ 

- 2. В результате эксперимента получены данные, приведенные в таблице 2.
  - а) Построить вариационный ряд, эмпирическую функцию распределения, гистограмму и полигон частот с шагом h.
  - b) Вычислить выборочные аналоги следующих числовых характеристик:
    - (i) математического ожидания, (ii) дисперсии, (iii) медианы, (iv) асимметрии, (v) эксцесса,
    - (vi) вероятности  $\mathbf{P}(X \in [c,d])$ .
  - с) В предположении, что исходные наблюдения являются выборкой из показательного распределения, построить оценку максимального правдоподобия параметра  $\lambda$  и соответствующую оценку по методу моментов. Найти смещение оценок.
  - d) Построить асимптотический доверительный интервал уровня значимости  $\alpha_2$  для параметра  $\lambda$  на базе оценки максимального правдоподобия.
  - е) С использованием теоремы Колмогорова построить критерий значимости проверки простой гипотезы согласия с показательным распределением с параметром  $\lambda_0$ . Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_2$ . Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором нет оснований отвергнуть данную гипотезу.
  - ${
    m f}$ ) Используя гистограмму частот, построить критерий значимости  $\chi^2$  проверки простой гипотезы согласия  ${
    m c}$ показательным распределением с параметром  $\lambda_0$ . Проверить гипотезу на уровне  $\alpha_2$ . Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором еще нет оснований отвергнуть данную гипотезу.
  - g) Построить критерий проверки значимости  $\chi^2$  сложной гипотезы согласия с показательным распределением. Проверить гипотезу на уровне  $\alpha_2$ . Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором еще нет оснований отвергнуть данную гипотезу.
  - h) Построить наиболее мощный критерий проверки простой гипотезы о показательности с параметром  $\lambda = \lambda_0$ при альтернативе показательности с параметром  $\lambda = \lambda_1$ . Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_2$ . Что получится, если поменять местами основную и альтернативную гипотезы?
  - i) В пунктах (c)-(h) заменить семейство показательных распределений на семейство гамма-распределений с плотностями  $f(x)=\frac{\sqrt{\lambda}\,{\rm e}^{-\lambda x/2}}{\sqrt{2\pi x}}$  (использовать таблицу распределений  $\chi_1^2$ ).

 $\alpha_2 = 0.01; c = 0.00; d = 1.07; h = 0.20; \lambda_0 = 1.43; \lambda_1 = 0.71.$ 

 $0.230\ 0.023\ 0.002\ 0.030\ 1.737\ 0.101\ 0.781\ 0.593\ 0.000\ 0.000\ 0.374\ 2.375\ 1.123\ 0.424\ 0.578\ 0.050\ 0.002\ 0.040\ 0.687\ 0.338\ 0.008$  $0.234\ 0.215\ 1.793\ 0.006\ 0.714\ 0.036\ 3.965\ 0.044\ 0.052\ 0.351\ 0.964\ 0.877\ 0.018\ 0.272\ 0.009\ 0.365\ 0.066\ 0.015\ 0.622\ 1.156\ 0.284$  $0.529\ 0.650\ 1.042\ 0.512\ 0.697\ 0.013\ 0.256\ 0.469$ 

# **Bap. 20** (83822020)

- 1. В результате эксперимента получены данные, приведенные в таблице 1.
  - а) Построить вариационный ряд, эмпирическую функцию распределения и гистограмму частот.
  - b) Вычислить выборочные аналоги следующих числовых характеристик:
    - (i) математического ожидания, (ii) дисперсии, (iii) медианы, (iv) асимметрии, (v) эксцесса,
    - (vi) вероятности  $\mathbf{P}(X \in [a, b])$ .
  - с) В предположении, что исходные наблюдения являются выборкой из распределения Пуассона, построить оценку максимального правдоподобия параметра  $\lambda$ , а также оценку  $\lambda$  по методу моментов. Найти смещение оценок.
  - d) Построить асимптотический доверительный интервал уровня значимости  $\alpha_1$  для параметра  $\lambda$  на базе оценки максимального правдоподобия.
  - е) Используя гистограмму частот, построить критерий значимости  $\chi^2$  проверки простой гипотезы согласия с распределением Пуассона с параметром  $\lambda_0$ . Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_1$ . Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором еще нет оснований отвергнуть данную гипотезу.
  - f) Построить критерий значимости  $\chi^2$  проверки сложной гипотезы согласия с распределением Пуассона. Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_1$ . Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором еще нет оснований отвергнуть данную гипотезу.
  - g) Построить наиболее мощный критерий проверки простой гипотезы пуассоновости с параметром  $\lambda = \lambda_0$  при альтернативе пуассоновости с параметром  $\lambda = \lambda_1$ . Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_1$ . Что получится, если поменять местами основную и альтернативную гипотезы?
  - h) В пунктах (c)-(f) заменить семейство распределений Пуассона на семейство геометрических распределений

$$\mathbf{P}_{\lambda}(X=k) = \frac{\lambda^k}{(\lambda+1)^{k+1}}, \ k=0,1,\dots$$

**Таблица 1**  $\alpha_1 = 0.05; \ a = 0.00; \ b = 0.64; \ \lambda_0 = 1.00; \ \lambda_1 = 0.50.$ 

- 2. В результате эксперимента получены данные, приведенные в таблице 2.
  - а) Построить вариационный ряд, эмпирическую функцию распределения, гистограмму и полигон частот с шагом h.
  - b) Вычислить выборочные аналоги следующих числовых характеристик:
    - (i) математического ожидания, (ii) дисперсии, (iii) медианы, (iv) асимметрии, (v) эксцесса,
    - (vi) вероятности  $\mathbf{P}(X \in [c,d])$ .
  - с) В предположении, что исходные наблюдения являются выборкой из нормального распределения, построить оценку максимального правдоподобия параметров  $(a, \sigma^2)$  и соответствующие оценки по методу моментов. Найти смещение оценок.
  - d) Построить доверительные интервалы уровня значимости  $\alpha_2$  для параметров  $(a, \sigma^2)$ .
  - е) С использованием теоремы Колмогорова построить критерий значимости проверки простой гипотезы согласия с нормальным распределением с параметрами  $a_0$ ,  $\sigma_0^2$ . Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_2$ . Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором нет оснований отвергнуть данную гипотезу.
  - f) Используя гистограмму частот, построить критерий значимости  $\chi^2$  проверки простой гипотезы согласия с нормальным распределением с параметрами  $(a_0, \sigma_0^2)$ . Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_2$ . Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором еще нет оснований отвергнуть данную гипотезу.
  - g) Построить критерий проверки значимости  $\chi^2$  сложной гипотезы согласия с нормальным распределением. Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_2$ . Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором еще нет оснований отвергнуть данную гипотезу.
  - h) Построить наиболее мощный критерий проверки простой гипотезы о нормальности с параметром  $(a, \sigma^2) = (a_0, \sigma_0^2)$  при альтернативе нормальности с параметром  $(a, \sigma^2) = (a_1, \sigma_1^2)$ . Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_2$ . Что получится, если поменять местами основную и альтернативную гипотезы?
  - і) В пунктах (c)-(g) заменить семейство нормальных распределений на двухпараметрическое семейство распределений Лапласа с плотностями  $f(x)=\frac{1}{\sqrt{2}\,\sigma}\mathrm{e}^{-\frac{\sqrt{2}}{\sigma}|x-a|}.$  Саблица 2  $\alpha_2=0.10;\ c=-3.00;\ d=4.00;\ h=2.00;\ a_0=17.00;\ \sigma_0=5.00;\ a_1=1.00;\ \sigma_1=5.00.$

Таблица 2  $\alpha_2 = 0.10; c = -3.00; d = 4.00; h = 2.00; a_0 = 17.00; \sigma_0 = 5.00; a_1 = 1.00; \sigma_1 = 5.00.$   $-0.13 -3.09 \ 11.58 -2.30 \ -0.54 \ 2.25 \ 0.75 \ -1.44 \ -1.21 \ 2.36 \ -4.42 \ 6.58 \ 4.41 \ -9.58 \ -2.00 \ -2.39 \ 0.05 \ 9.15 \ 10.84 \ 7.24 \ 7.66 \ 1.09 \ 4.35 \ 9.86 \ 3.34 \ -2.32 \ 0.23 \ -2.46 \ 0.95 \ -2.00 \ -5.31 \ -6.55 \ 3.01 \ -3.64 \ 3.41 \ -4.44 \ -4.10 \ -3.16 \ 4.82 \ 0.85 \ -2.56 \ 11.61 \ -0.23 \ -6.05 \ 6.45 \ 6.09 \ 3.51 \ -4.43 \ -3.68 \ 4.89$ 

## **Bap. 21** (83822020)

- 1. В результате эксперимента получены данные, приведенные в таблице 1.
  - а) Построить вариационный ряд, эмпирическую функцию распределения и гистограмму частот.
  - b) Вычислить выборочные аналоги следующих числовых характеристик:
    - (i) математического ожидания, (ii) дисперсии, (iii) медианы, (iv) асимметрии, (v) эксцесса,
    - (vi) вероятности  $\mathbf{P}(X \in [a, b])$ .
  - с) В предположении, что исходные наблюдения являются выборкой из распределения Пуассона, построить оценку максимального правдоподобия параметра  $\lambda$ , а также оценку  $\lambda$  по методу моментов. Найти смещение оценок.
  - d) Построить асимптотический доверительный интервал уровня значимости  $\alpha_1$  для параметра  $\lambda$  на базе оценки максимального правдоподобия.
  - e) Используя гистограмму частот, построить критерий значимости  $\chi^2$  проверки простой гипотезы согласия с распределением Пуассона с параметром  $\lambda_0$ . Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_1$ . Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором еще нет оснований отвергнуть данную гипотезу.
  - ${
    m f})$  Построить критерий значимости  $\chi^2$  проверки сложной гипотезы согласия с распределением Пуассона. Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_1$ . Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором еще нет оснований отвергнуть данную гипотезу.
  - g) Построить наиболее мощный критерий проверки простой гипотезы пуассоновости с параметром  $\lambda = \lambda_0$  при альтернативе пуассоновости с параметром  $\lambda = \lambda_1$ . Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_1$ . Что получится, если поменять местами основную и альтернативную гипотезы?
  - h) В пунктах (c)-(f) заменить семейство распределений Пуассона на семейство геометрических распределений

$$\mathbf{P}_{\lambda}(X=k) = \frac{\lambda^k}{(\lambda+1)^{k+1}}, \ k = 0, 1, \dots$$

 $\alpha_1 = 0.05$ ; a = 0.00; b = 7.58;  $\lambda_0 = 7.00$ ;  $\lambda_1 = 4.00$ .

 $4 \ 10 \ 1 \ 1 \ 3 \ 2 \ 9 \ 1 \ 2 \ 6 \ 0 \ 4 \ 0 \ 2 \ 0 \ 10 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 4 \ 9 \ 1 \ 3 \ 8 \ 1 \ 3 \ 4 \ 0 \ 7 \ 8 \ 1 \ 7 \ 0 \ 3 \ 13 \ 3 \ 6 \ 9 \ 4 \ 11 \ 2 \ 2 \ 1 \ 10$ 9 6 6 3 8

- 2. В результате эксперимента получены данные, приведенные в таблице 2.
  - а) Построить вариационный ряд, эмпирическую функцию распределения, гистограмму и полигон частот с шагом h.
  - b) Вычислить выборочные аналоги следующих числовых характеристик:
    - (i) математического ожидания, (ii) дисперсии, (iii) медианы, (iv) асимметрии, (v) эксцесса,
    - (vi) вероятности  $\mathbf{P}(X \in [c,d])$ .
  - с) В предположении, что исходные наблюдения являются выборкой из показательного распределения, построить оценку максимального правдоподобия параметра  $\lambda$  и соответствующую оценку по методу моментов. Найти смещение оценок.
  - d) Построить асимптотический доверительный интервал уровня значимости  $\alpha_2$  для параметра  $\lambda$  на базе оценки максимального правдоподобия.
  - е) С использованием теоремы Колмогорова построить критерий значимости проверки простой гипотезы согласия с показательным распределением с параметром  $\lambda_0$ . Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_2$ . Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором нет оснований отвергнуть данную гипотезу.
  - ${
    m f}$ ) Используя гистограмму частот, построить критерий значимости  $\chi^2$  проверки простой гипотезы согласия  ${
    m c}$ показательным распределением с параметром  $\lambda_0$ . Проверить гипотезу на уровне  $\alpha_2$ . Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором еще нет оснований отвергнуть данную гипотезу.
  - g) Построить критерий проверки значимости  $\chi^2$  сложной гипотезы согласия с показательным распределением. Проверить гипотезу на уровне  $\alpha_2$ . Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором еще нет оснований отвергнуть данную гипотезу.
  - h) Построить наиболее мощный критерий проверки простой гипотезы о показательности с параметром  $\lambda = \lambda_0$ при альтернативе показательности с параметром  $\lambda = \lambda_1$ . Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_2$ . Что получится, если поменять местами основную и альтернативную гипотезы?
  - i) В пунктах (c)-(h) заменить семейство показательных распределений на семейство гамма-распределений с плотностями  $f(x)=\frac{\sqrt{\lambda}\,\mathrm{e}^{-\lambda x/2}}{\sqrt{2\pi x}}$  (использовать таблицу распределений  $\chi_1^2$ ). лица 2  $\alpha_2=0.02;\ c=1.00;\ d=10.00;\ h=2.00;\ \lambda_0=0.20;\ \lambda_1=0.14.$

 $4.51\ 6.86\ 7.86\ 0.34\ 3.00\ 1.17\ 5.48\ 4.67\ 14.99\ 1.52\ 6.01\ 3.58\ 3.22\ 4.96\ 7.27\ 4.43\ 4.50\ 15.14\ 2.25\ 0.34\ 2.74\ 15.65\ 0.22\ 4.30\ 4.82$  $5.92\ 0.90\ 5.60\ 0.26\ 1.28\ 11.10\ 5.45\ 25.45\ 11.96\ 0.83\ 1.42\ 2.71\ 0.82\ 0.18\ 1.48\ 6.12\ 1.87\ 7.70\ 3.21\ 10.24\ 0.50\ 2.39\ 2.10\ 0.55\ 4.68$ 

## **Bap. 22** (83822020)

- 1. В результате эксперимента получены данные, приведенные в таблице 1.
  - а) Построить вариационный ряд, эмпирическую функцию распределения и гистограмму частот.
  - b) Вычислить выборочные аналоги следующих числовых характеристик:
    - (i) математического ожидания, (ii) дисперсии, (iii) медианы, (iv) асимметрии, (v) эксцесса,
    - (vi) вероятности  $P(X \in [a, b])$ .
  - с) В предположении, что исходные наблюдения являются выборкой из распределения Пуассона, построить оценку максимального правдоподобия параметра  $\lambda$ , а также оценку  $\lambda$  по методу моментов. Найти смещение оценок.
  - d) Построить асимптотический доверительный интервал уровня значимости  $\alpha_1$  для параметра  $\lambda$  на базе оценки максимального правдоподобия.
  - е) Используя гистограмму частот, построить критерий значимости  $\chi^2$  проверки простой гипотезы согласия с распределением Пуассона с параметром  $\lambda_0$ . Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_1$ . Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором еще нет оснований отвергнуть данную гипотезу.
  - f) Построить критерий значимости  $\chi^2$  проверки сложной гипотезы согласия с распределением Пуассона. Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_1$ . Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором еще нет оснований отвергнуть данную гипотезу.
  - g) Построить наиболее мощный критерий проверки простой гипотезы пуассоновости с параметром  $\lambda = \lambda_0$  при альтернативе пуассоновости с параметром  $\lambda = \lambda_1$ . Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_1$ . Что получится, если поменять местами основную и альтернативную гипотезы?
  - h) В пунктах (c)-(f) заменить семейство распределений Пуассона на семейство геометрических распределений

$$\mathbf{P}_{\lambda}(X=k) = \frac{\lambda^k}{(\lambda+1)^{k+1}}, \ k=0,1,\dots$$

**Таблица 1**  $\alpha_1 = 0.01; \ a = 2.40; \ b = 6.00; \ \lambda_0 = 5.00; \ \lambda_1 = 4.00.$ 

- 2. В результате эксперимента получены данные, приведенные в таблице 2.
  - а) Построить вариационный ряд, эмпирическую функцию распределения, гистограмму и полигон частот с шагом h.
  - b) Вычислить выборочные аналоги следующих числовых характеристик:
    - (і) математического ожидания, (іі) дисперсии, (ііі) медианы, (іv) асимметрии, (v) эксцесса,
    - (vi) вероятности  $\mathbf{P}(X \in [c,d])$ .
  - с) В предположении, что исходные наблюдения являются выборкой из нормального распределения, построить оценку максимального правдоподобия параметров  $(a, \sigma^2)$  и соответствующие оценки по методу моментов. Найти смещение оценок.
  - d) Построить доверительные интервалы уровня значимости  $\alpha_2$  для параметров  $(a, \sigma^2)$ .
  - е) С использованием теоремы Колмогорова построить критерий значимости проверки простой гипотезы согласия с нормальным распределением с параметрами  $a_0$ ,  $\sigma_0^2$ . Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_2$ . Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором нет оснований отвергнуть данную гипотезу.
  - f) Используя гистограмму частот, построить критерий значимости  $\chi^2$  проверки простой гипотезы согласия с нормальным распределением с параметрами  $(a_0, \sigma_0^2)$ . Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_2$ . Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором еще нет оснований отвергнуть данную гипотезу.
  - g) Построить критерий проверки значимости  $\chi^2$  сложной гипотезы согласия с нормальным распределением. Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_2$ . Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором еще нет оснований отвергнуть данную гипотезу.
  - h) Построить наиболее мощный критерий проверки простой гипотезы о нормальности с параметром  $(a, \sigma^2) = (a_0, \sigma_0^2)$  при альтернативе нормальности с параметром  $(a, \sigma^2) = (a_1, \sigma_1^2)$ . Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_2$ . Что получится, если поменять местами основную и альтернативную гипотезы?
  - і) В пунктах (c)–(g) заменить семейство нормальных распределений на двухпараметрическое семейство распределений Лапласа с плотностями  $f(x)=\frac{1}{\sqrt{2}\,\sigma}\mathrm{e}^{-\frac{\sqrt{2}}{\sigma}|x-a|}.$  Саблица 2  $\alpha_2=0.02;\ c=3.92;\ d=4.20;\ h=0.05;\ a_0=4.00;\ \sigma_0=0.20;\ a_1=4.60;\ \sigma_1=0.20.$

Таблица 2  $\alpha_2=0.02;\ c=3.92;\ d=4.20;\ h=0.05;\ a_0=4.00;\ \sigma_0=0.20;\ a_1=4.60;\ \sigma_1=0.20.$  4.011 3.885 4.076 4.373 4.041 4.402 3.872 4.352 3.819 3.974 3.975 4.131 4.233 3.955 4.070 3.800 4.082 4.115 3.955 4.176 4.135 4.082 4.071 4.026 4.392 3.892 3.928 3.917 3.380 4.321 3.974 4.007 3.883 3.741 3.974 3.959 3.769 3.988 3.861 3.836 3.752 4.071 3.852 4.108 3.813 4.246 3.972 3.807 4.380 3.888

## **Bap. 23** (83822020)

- 1. В результате эксперимента получены данные, приведенные в таблице 1.
  - а) Построить вариационный ряд, эмпирическую функцию распределения и гистограмму частот.
  - b) Вычислить выборочные аналоги следующих числовых характеристик:
    - (i) математического ожидания, (ii) дисперсии, (iii) медианы, (iv) асимметрии, (v) эксцесса,
    - (vi) вероятности  $\mathbf{P}(X \in [a, b])$ .
  - с) В предположении, что исходные наблюдения являются выборкой из распределения Пуассона, построить оценку максимального правдоподобия параметра  $\lambda$ , а также оценку  $\lambda$  по методу моментов. Найти смещение оценок.
  - d) Построить асимптотический доверительный интервал уровня значимости  $\alpha_1$  для параметра  $\lambda$  на базе оценки максимального правдоподобия.
  - e) Используя гистограмму частот, построить критерий значимости  $\chi^2$  проверки простой гипотезы согласия с распределением Пуассона с параметром  $\lambda_0$ . Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_1$ . Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором еще нет оснований отвергнуть данную гипотезу.
  - ${
    m f})$  Построить критерий значимости  $\chi^2$  проверки сложной гипотезы согласия с распределением Пуассона. Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_1$ . Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором еще нет оснований отвергнуть данную гипотезу.
  - g) Построить наиболее мощный критерий проверки простой гипотезы пуассоновости с параметром  $\lambda = \lambda_0$  при альтернативе пуассоновости с параметром  $\lambda = \lambda_1$ . Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_1$ . Что получится, если поменять местами основную и альтернативную гипотезы?
  - h) В пунктах (c)-(f) заменить семейство распределений Пуассона на семейство геометрических распределений

$$\mathbf{P}_{\lambda}(X=k) = \frac{\lambda^k}{(\lambda+1)^{k+1}}, \ k=0,1,\dots.$$

 $\alpha_1 = 0.05$ ; a = 1.02; b = 2.98;  $\lambda_0 = 2.00$ ;  $\lambda_1 = 5.00$ .

- 2. В результате эксперимента получены данные, приведенные в таблице 2.
  - а) Построить вариационный ряд, эмпирическую функцию распределения, гистограмму и полигон частот с шагом h.
  - b) Вычислить выборочные аналоги следующих числовых характеристик:
    - (i) математического ожидания, (ii) дисперсии, (iii) медианы, (iv) асимметрии, (v) эксцесса,
    - (vi) вероятности  $\mathbf{P}(X \in [c,d])$ .
  - с) В предположении, что исходные наблюдения являются выборкой из показательного распределения, построить оценку максимального правдоподобия параметра  $\lambda$  и соответствующую оценку по методу моментов. Найти смещение оценок.
  - d) Построить асимптотический доверительный интервал уровня значимости  $\alpha_2$  для параметра  $\lambda$  на базе оценки максимального правдоподобия.
  - е) С использованием теоремы Колмогорова построить критерий значимости проверки простой гипотезы согласия с показательным распределением с параметром  $\lambda_0$ . Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_2$ . Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором нет оснований отвергнуть данную гипотезу.
  - ${
    m f}$ ) Используя гистограмму частот, построить критерий значимости  $\chi^2$  проверки простой гипотезы согласия  ${
    m c}$ показательным распределением с параметром  $\lambda_0$ . Проверить гипотезу на уровне  $\alpha_2$ . Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором еще нет оснований отвергнуть данную гипотезу.
  - g) Построить критерий проверки значимости  $\chi^2$  сложной гипотезы согласия с показательным распределением. Проверить гипотезу на уровне  $\alpha_2$ . Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором еще нет оснований отвергнуть данную гипотезу.
  - h) Построить наиболее мощный критерий проверки простой гипотезы о показательности с параметром  $\lambda = \lambda_0$ при альтернативе показательности с параметром  $\lambda = \lambda_1$ . Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_2$ . Что получится, если поменять местами основную и альтернативную гипотезы?
  - i) В пунктах (c)-(h) заменить семейство показательных распределений на семейство гамма-распределений с плотностями  $f(x)=\frac{\sqrt{\lambda}\,{\rm e}^{-\lambda x/2}}{\sqrt{2\pi x}}$  (использовать таблицу распределений  $\chi_1^2$ ).

 $\alpha_2 = 0.01; c = 0.00; d = 3.13; h = 1.10; \lambda_0 = 0.36; \lambda_1 = 0.21.$ 

 $1.35\ 0.00\ 12.16\ 0.18\ 0.08\ 3.31\ 4.57\ 0.82\ 3.05\ 0.77\ 0.61\ 0.27\ 2.08\ 0.16\ 8.77\ 1.27\ 0.90\ 0.00\ 0.48\ 7.14\ 12.61\ 0.35\ 2.98\ 2.26\ 0.08$  $5.26\ 0.20\ 0.86\ 5.47\ 0.03\ 0.15\ 2.56\ 0.01\ 0.25\ 0.26\ 1.84\ 2.21\ 2.55\ 1.38\ 0.98\ 0.18\ 3.54\ 0.15\ 2.40\ 0.03\ 0.10\ 1.98\ 0.19\ 0.27\ 2.34$ 

## **Bap. 24** (83822020)

- 1. В результате эксперимента получены данные, приведенные в таблице 1.
  - а) Построить вариационный ряд, эмпирическую функцию распределения и гистограмму частот.
  - b) Вычислить выборочные аналоги следующих числовых характеристик:
    - (i) математического ожидания, (ii) дисперсии, (iii) медианы, (iv) асимметрии, (v) эксцесса,
    - (vi) вероятности  $\mathbf{P}(X \in [a, b])$ .
  - с) В предположении, что исходные наблюдения являются выборкой из распределения Пуассона, построить оценку максимального правдоподобия параметра  $\lambda$ , а также оценку  $\lambda$  по методу моментов. Найти смещение оценок.
  - d) Построить асимптотический доверительный интервал уровня значимости  $\alpha_1$  для параметра  $\lambda$  на базе оценки максимального правдоподобия.
  - е) Используя гистограмму частот, построить критерий значимости  $\chi^2$  проверки простой гипотезы согласия с распределением Пуассона с параметром  $\lambda_0$ . Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_1$ . Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором еще нет оснований отвергнуть данную гипотезу.
  - f) Построить критерий значимости  $\chi^2$  проверки сложной гипотезы согласия с распределением Пуассона. Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_1$ . Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором еще нет оснований отвергнуть данную гипотезу.
  - g) Построить наиболее мощный критерий проверки простой гипотезы пуассоновости с параметром  $\lambda = \lambda_0$  при альтернативе пуассоновости с параметром  $\lambda = \lambda_1$ . Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_1$ . Что получится, если поменять местами основную и альтернативную гипотезы?
  - h) В пунктах (c)-(f) заменить семейство распределений Пуассона на семейство геометрических распределений

$$\mathbf{P}_{\lambda}(X=k) = \frac{\lambda^k}{(\lambda+1)^{k+1}}, \ k=0,1,\dots$$

**Таблица 1**  $\alpha_1=0.02;\ a=0.00;\ b=0.87;\ \lambda_0=0.70;\ \lambda_1=2.80.$ 

- 2. В результате эксперимента получены данные, приведенные в таблице 2.
  - а) Построить вариационный ряд, эмпирическую функцию распределения, гистограмму и полигон частот с шагом h.
  - b) Вычислить выборочные аналоги следующих числовых характеристик:
    - (і) математического ожидания, (іі) дисперсии, (ііі) медианы, (іv) асимметрии, (v) эксцесса,
    - (vi) вероятности  $\mathbf{P}(X \in [c,d])$ .
  - с) В предположении, что исходные наблюдения являются выборкой из нормального распределения, построить оценку максимального правдоподобия параметров  $(a, \sigma^2)$  и соответствующие оценки по методу моментов. Найти смещение оценок.
  - d) Построить доверительные интервалы уровня значимости  $\alpha_2$  для параметров  $(a, \sigma^2)$ .
  - е) С использованием теоремы Колмогорова построить критерий значимости проверки простой гипотезы согласия с нормальным распределением с параметрами  $a_0$ ,  $\sigma_0^2$ . Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_2$ . Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором нет оснований отвергнуть данную гипотезу.
  - f) Используя гистограмму частот, построить критерий значимости  $\chi^2$  проверки простой гипотезы согласия с нормальным распределением с параметрами  $(a_0, \sigma_0^2)$ . Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_2$ . Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором еще нет оснований отвергнуть данную гипотезу.
  - g) Построить критерий проверки значимости  $\chi^2$  сложной гипотезы согласия с нормальным распределением. Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_2$ . Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором еще нет оснований отвергнуть данную гипотезу.
  - h) Построить наиболее мощный критерий проверки простой гипотезы о нормальности с параметром  $(a, \sigma^2) = (a_0, \sigma_0^2)$  при альтернативе нормальности с параметром  $(a, \sigma^2) = (a_1, \sigma_1^2)$ . Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_2$ . Что получится, если поменять местами основную и альтернативную гипотезы?
  - i) В пунктах (c)-(g) заменить семейство нормальных распределений на двухпараметрическое семейство распределений Лапласа с плотностями  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2}\,\sigma} \mathrm{e}^{-\frac{\sqrt{2}}{\sigma}|x-a|}.$

**Таблица 2**  $\alpha_2=0.10;\ c=-4.00;\ d=6.00;\ h=4.00;\ a_0=2.00;\ \sigma_0=10.00;\ a_1=35.00;\ \sigma_1=10.00.$ 

 $-1.29\ 5.93\ -13.03\ 8.68\ 1.93\ 9.65\ -1.45\ -4.74\ 0.64\ 14.07\ -10.01\ -0.51\ 1.95\ -20.98\ -8.90\ 5.60\ 8.54\ -1.20\ -7.83\ -5.58$   $-3.21\ 14.83\ -5.82\ 4.49\ 22.02\ 8.53\ 14.07\ 0.61\ -23.69\ -0.26\ 6.71\ 6.14\ 12.61\ 6.17\ -4.43\ 8.72\ 14.46\ 4.48\ 4.72\ -5.09\ -4.59$ 

 $-1.92 -8.35 \ 8.94 -14.37 \ 28.76 \ 11.37 \ -7.56 \ 12.38 \ 6.83$ 

## **Bap. 25** (83822020)

- 1. В результате эксперимента получены данные, приведенные в таблице 1.
  - а) Построить вариационный ряд, эмпирическую функцию распределения и гистограмму частот.
  - b) Вычислить выборочные аналоги следующих числовых характеристик:
    - (i) математического ожидания, (ii) дисперсии, (iii) медианы, (iv) асимметрии, (v) эксцесса,
    - (vi) вероятности  $\mathbf{P}(X \in [a, b])$ .
  - с) В предположении, что исходные наблюдения являются выборкой из распределения Пуассона, построить оценку максимального правдоподобия параметра  $\lambda$ , а также оценку  $\lambda$  по методу моментов. Найти смещение оценок.
  - d) Построить асимптотический доверительный интервал уровня значимости  $\alpha_1$  для параметра  $\lambda$  на базе оценки максимального правдоподобия.
  - e) Используя гистограмму частот, построить критерий значимости  $\chi^2$  проверки простой гипотезы согласия с распределением Пуассона с параметром  $\lambda_0$ . Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_1$ . Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором еще нет оснований отвергнуть данную гипотезу.
  - ${
    m f})$  Построить критерий значимости  $\chi^2$  проверки сложной гипотезы согласия с распределением Пуассона. Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_1$ . Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором еще нет оснований отвергнуть данную гипотезу.
  - g) Построить наиболее мощный критерий проверки простой гипотезы пуассоновости с параметром  $\lambda = \lambda_0$  при альтернативе пуассоновости с параметром  $\lambda = \lambda_1$ . Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_1$ . Что получится, если поменять местами основную и альтернативную гипотезы?
  - h) В пунктах (c)-(f) заменить семейство распределений Пуассона на семейство геометрических распределений

$$\mathbf{P}_{\lambda}(X=k) = \frac{\lambda^k}{(\lambda+1)^{k+1}}, \ k=0,1,\dots.$$

 $\alpha_1 = 0.10; \ a = 1.51; \ b = 3.47; \ \lambda_0 = 4.00; \ \lambda_1 = 2.00.$ 

 $\begin{smallmatrix} 2 & 0 & 1 & 0 & 4 & 3 & 2 & 3 & 0 & 2 & 1 & 9 & 0 & 6 & 2 & 5 & 6 & 2 & 2 & 7 & 3 & 2 & 1 & 0 & 0 & 1 & 2 & 2 & 5 & 0 & 1 & 2 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 6 & 1 & 4 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \end{smallmatrix}$ 

- 2. В результате эксперимента получены данные, приведенные в таблице 2.
  - а) Построить вариационный ряд, эмпирическую функцию распределения, гистограмму и полигон частот с шагом h.
  - b) Вычислить выборочные аналоги следующих числовых характеристик:
    - (i) математического ожидания, (ii) дисперсии, (iii) медианы, (iv) асимметрии, (v) эксцесса,
    - (vi) вероятности  $\mathbf{P}(X \in [c,d])$ .
  - с) В предположении, что исходные наблюдения являются выборкой из показательного распределения, построить оценку максимального правдоподобия параметра  $\lambda$  и соответствующую оценку по методу моментов. Найти смещение оценок.
  - d) Построить асимптотический доверительный интервал уровня значимости  $\alpha_2$  для параметра  $\lambda$  на базе оценки максимального правдоподобия.
  - е) С использованием теоремы Колмогорова построить критерий значимости проверки простой гипотезы согласия с показательным распределением с параметром  $\lambda_0$ . Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_2$ . Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором нет оснований отвергнуть данную гипотезу.
  - ${
    m f}$ ) Используя гистограмму частот, построить критерий значимости  $\chi^2$  проверки простой гипотезы согласия  ${
    m c}$ показательным распределением с параметром  $\lambda_0$ . Проверить гипотезу на уровне  $\alpha_2$ . Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором еще нет оснований отвергнуть данную гипотезу.
  - g) Построить критерий проверки значимости  $\chi^2$  сложной гипотезы согласия с показательным распределением. Проверить гипотезу на уровне  $\alpha_2$ . Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором еще нет оснований отвергнуть данную гипотезу.
  - h) Построить наиболее мощный критерий проверки простой гипотезы о показательности с параметром  $\lambda = \lambda_0$ при альтернативе показательности с параметром  $\lambda = \lambda_1$ . Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_2$ . Что получится, если поменять местами основную и альтернативную гипотезы?
  - i) В пунктах (c)-(h) заменить семейство показательных распределений на семейство гамма-распределений с плотностями  $f(x)=\frac{\sqrt{\lambda}\,\mathrm{e}^{-\lambda x/2}}{\sqrt{2\pi x}}$  (использовать таблицу распределений  $\chi_1^2$ ).

 $\alpha_2 = 0.10; c = 0.00; d = 3.60; h = 1.20; \lambda_0 = 0.33; \lambda_1 = 0.17.$ 

 $9.66\ \ 2.95\ \ 0.44\ \ 13.01\ \ 1.23\ \ 2.60\ \ 0.05\ \ 2.33\ \ 0.07\ \ 0.31\ \ 0.90\ \ 1.28\ \ 4.33\ \ 0.38\ \ 0.07\ \ 6.04\ \ 2.09\ \ 8.63\ \ 9.37\ \ 0.34\ \ 2.01\ \ 0.12\ \ 3.28\ \ 5.41\ \ 1.13$  $2.16\ 3.77\ 1.10\ 3.70\ 1.72\ 5.26\ 0.31\ 3.58\ 7.47\ 4.05\ 0.86\ 1.60\ 2.22\ 9.55\ 4.47\ 3.54\ 2.02\ 1.09\ 0.98\ 0.73\ 5.22\ 0.04\ 0.68\ 5.42\ 0.68$ 

# **Bap. 26** (83822020)

- 1. В результате эксперимента получены данные, приведенные в таблице 1.
  - а) Построить вариационный ряд, эмпирическую функцию распределения и гистограмму частот.
  - b) Вычислить выборочные аналоги следующих числовых характеристик:
    - (i) математического ожидания, (ii) дисперсии, (iii) медианы, (iv) асимметрии, (v) эксцесса,
    - (vi) вероятности  $\mathbf{P}(X \in [a, b])$ .
  - с) В предположении, что исходные наблюдения являются выборкой из распределения Пуассона, построить оценку максимального правдоподобия параметра  $\lambda$ , а также оценку  $\lambda$  по методу моментов. Найти смещение оценок.
  - d) Построить асимптотический доверительный интервал уровня значимости  $\alpha_1$  для параметра  $\lambda$  на базе оценки максимального правдоподобия.
  - е) Используя гистограмму частот, построить критерий значимости  $\chi^2$  проверки простой гипотезы согласия с распределением Пуассона с параметром  $\lambda_0$ . Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_1$ . Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором еще нет оснований отвергнуть данную гипотезу.
  - f) Построить критерий значимости  $\chi^2$  проверки сложной гипотезы согласия с распределением Пуассона. Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_1$ . Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором еще нет оснований отвергнуть данную гипотезу.
  - g) Построить наиболее мощный критерий проверки простой гипотезы пуассоновости с параметром  $\lambda = \lambda_0$  при альтернативе пуассоновости с параметром  $\lambda = \lambda_1$ . Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_1$ . Что получится, если поменять местами основную и альтернативную гипотезы?
  - h) В пунктах (c)-(f) заменить семейство распределений Пуассона на семейство геометрических распределений

$$\mathbf{P}_{\lambda}(X=k) = \frac{\lambda^k}{(\lambda+1)^{k+1}}, \ k=0,1,\dots$$

**Таблица 1**  $\alpha_1 = 0.01; \ a = 0.00; \ b = 2.85; \ \lambda_0 = 5.00; \ \lambda_1 = 2.00.$ 

- 2. В результате эксперимента получены данные, приведенные в таблице 2.
  - а) Построить вариационный ряд, эмпирическую функцию распределения, гистограмму и полигон частот с шагом h.
  - b) Вычислить выборочные аналоги следующих числовых характеристик:
    - (i) математического ожидания, (ii) дисперсии, (iii) медианы, (iv) асимметрии, (v) эксцесса,
    - (vi) вероятности  $\mathbf{P}(X \in [c,d])$ .
  - с) В предположении, что исходные наблюдения являются выборкой из нормального распределения, построить оценку максимального правдоподобия параметров  $(a, \sigma^2)$  и соответствующие оценки по методу моментов. Найти смещение оценок.
  - d) Построить доверительные интервалы уровня значимости  $\alpha_2$  для параметров  $(a, \sigma^2)$ .
  - е) С использованием теоремы Колмогорова построить критерий значимости проверки простой гипотезы согласия с нормальным распределением с параметрами  $a_0$ ,  $\sigma_0^2$ . Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_2$ . Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором нет оснований отвергнуть данную гипотезу.
  - f) Используя гистограмму частот, построить критерий значимости  $\chi^2$  проверки простой гипотезы согласия с нормальным распределением с параметрами  $(a_0, \sigma_0^2)$ . Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_2$ . Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором еще нет оснований отвергнуть данную гипотезу.
  - g) Построить критерий проверки значимости  $\chi^2$  сложной гипотезы согласия с нормальным распределением. Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_2$ . Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором еще нет оснований отвергнуть данную гипотезу.
  - h) Построить наиболее мощный критерий проверки простой гипотезы о нормальности с параметром  $(a, \sigma^2) = (a_0, \sigma_0^2)$  при альтернативе нормальности с параметром  $(a, \sigma^2) = (a_1, \sigma_1^2)$ . Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_2$ . Что получится, если поменять местами основную и альтернативную гипотезы?
  - i) В пунктах (c)-(g) заменить семейство нормальных распределений на двухпараметрическое семейство распределений Лапласа с плотностями  $f(x)=\frac{1}{\sqrt{2}\,\sigma}\mathrm{e}^{-\frac{\sqrt{2}}{\sigma}|x-a|}.$

**Таблица 2**  $\alpha_2 = 0.10; \ c = -3.50; \ d = -2.90; \ h = 0.20; \ a_0 = -3.50; \ \sigma_0 = 0.50; \ a_1 = -3.00; \ \sigma_1 = 0.50.$ 

 $-3.069 \ -2.500 \ -2.950 \ -3.518 \ -2.234 \ -3.158 \ -3.589 \ -3.043 \ -3.319 \ -3.428 \ -2.775 \ -3.367 \ -2.764 \ -2.945 \ -2.078 \ -2.535 \ -$ 

-2.165 -2.986 -3.049 -2.713 -3.559 -3.255 -2.059 -2.628 -2.830 -3.164 -3.705 -2.367 -3.427 -3.611 -2.797 -2.979 -2.507 -2.572 -3.505 -3.048 -4.096 -3.202 -2.964 -2.362 -2.997 -4.127 -2.668 -2.898 -3.074 -2.233 -3.244 -3.921

-2.459 -3.505

## **Bap. 27** (83822020)

- 1. В результате эксперимента получены данные, приведенные в таблице 1.
  - а) Построить вариационный ряд, эмпирическую функцию распределения и гистограмму частот.
  - b) Вычислить выборочные аналоги следующих числовых характеристик:
    - (i) математического ожидания, (ii) дисперсии, (iii) медианы, (iv) асимметрии, (v) эксцесса,
    - (vi) вероятности  $\mathbf{P}(X \in [a, b])$ .
  - с) В предположении, что исходные наблюдения являются выборкой из распределения Пуассона, построить оценку максимального правдоподобия параметра  $\lambda$ , а также оценку  $\lambda$  по методу моментов. Найти смещение оценок.
  - d) Построить асимптотический доверительный интервал уровня значимости  $\alpha_1$  для параметра  $\lambda$  на базе оценки максимального правдоподобия.
  - e) Используя гистограмму частот, построить критерий значимости  $\chi^2$  проверки простой гипотезы согласия с распределением Пуассона с параметром  $\lambda_0$ . Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_1$ . Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором еще нет оснований отвергнуть данную гипотезу.
  - ${
    m f})$  Построить критерий значимости  $\chi^2$  проверки сложной гипотезы согласия с распределением Пуассона. Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_1$ . Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором еще нет оснований отвергнуть данную гипотезу.
  - g) Построить наиболее мощный критерий проверки простой гипотезы пуассоновости с параметром  $\lambda = \lambda_0$  при альтернативе пуассоновости с параметром  $\lambda = \lambda_1$ . Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_1$ . Что получится, если поменять местами основную и альтернативную гипотезы?
  - h) В пунктах (c)-(f) заменить семейство распределений Пуассона на семейство геометрических распределений

$$\mathbf{P}_{\lambda}(X=k) = \frac{\lambda^k}{(\lambda+1)^{k+1}}, \ k=0,1,\dots.$$

 $\alpha_1 = 0.10$ ; a = 0.00; b = 1.35;  $\lambda_0 = 0.60$ ;  $\lambda_1 = 2.80$ .

- 2. В результате эксперимента получены данные, приведенные в таблице 2.
  - а) Построить вариационный ряд, эмпирическую функцию распределения, гистограмму и полигон частот с шагом h.
  - b) Вычислить выборочные аналоги следующих числовых характеристик:
    - (i) математического ожидания, (ii) дисперсии, (iii) медианы, (iv) асимметрии, (v) эксцесса,
    - (vi) вероятности  $P(X \in [c, d])$ .
  - с) В предположении, что исходные наблюдения являются выборкой из показательного распределения, построить оценку максимального правдоподобия параметра  $\lambda$  и соответствующую оценку по методу моментов. Найти смещение оценок.
  - d) Построить асимптотический доверительный интервал уровня значимости  $\alpha_2$  для параметра  $\lambda$  на базе оценки максимального правдоподобия.
  - е) С использованием теоремы Колмогорова построить критерий значимости проверки простой гипотезы согласия с показательным распределением с параметром  $\lambda_0$ . Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_2$ . Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором нет оснований отвергнуть данную гипотезу.
  - ${
    m f}$ ) Используя гистограмму частот, построить критерий значимости  $\chi^2$  проверки простой гипотезы согласия  ${
    m c}$ показательным распределением с параметром  $\lambda_0$ . Проверить гипотезу на уровне  $\alpha_2$ . Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором еще нет оснований отвергнуть данную гипотезу.
  - g) Построить критерий проверки значимости  $\chi^2$  сложной гипотезы согласия с показательным распределением. Проверить гипотезу на уровне  $\alpha_2$ . Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором еще нет оснований отвергнуть данную гипотезу.
  - h) Построить наиболее мощный критерий проверки простой гипотезы о показательности с параметром  $\lambda=\lambda_0$ при альтернативе показательности с параметром  $\lambda = \lambda_1$ . Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_2$ . Что получится, если поменять местами основную и альтернативную гипотезы?
  - i) В пунктах (c)-(h) заменить семейство показательных распределений на семейство гамма-распределений с плотностями  $f(x)=\frac{\sqrt{\lambda}\,\mathrm{e}^{-\lambda x/2}}{\sqrt{2\pi x}}$  (использовать таблицу распределений  $\chi_1^2$ ). лица 2  $\alpha_2=0.01;\ c=0.00;\ d=1.21;\ h=0.20;\ \lambda_0=1.43;\ \lambda_1=0.71.$

 $0.004\ 0.689\ 1.936\ 0.539\ 0.002\ 0.531\ 1.137\ 0.007\ 0.285\ 1.415\ 0.006\ 1.273\ 0.350\ 0.019\ 0.223\ 0.447\ 0.020\ 0.055\ 0.068\ 0.002\ 0.499$  $0.021\ 0.194\ 0.023\ 0.069\ 0.334\ 0.432\ 0.002\ 0.691\ 1.620\ 3.931\ 0.263\ 0.343\ 0.021\ 0.476\ 0.486\ 0.059\ 0.013\ 0.262\ 1.079\ 1.060\ 0.191$  $1.411\ 0.244\ 0.032\ 1.085\ 2.757\ 0.000\ 0.036\ 0.303$ 

## **Bap. 28** (83822020)

- 1. В результате эксперимента получены данные, приведенные в таблице 1.
  - а) Построить вариационный ряд, эмпирическую функцию распределения и гистограмму частот.
  - b) Вычислить выборочные аналоги следующих числовых характеристик:
    - (i) математического ожидания, (ii) дисперсии, (iii) медианы, (iv) асимметрии, (v) эксцесса,
    - (vi) вероятности  $\mathbf{P}(X \in [a, b])$ .
  - с) В предположении, что исходные наблюдения являются выборкой из распределения Пуассона, построить оценку максимального правдоподобия параметра  $\lambda$ , а также оценку  $\lambda$  по методу моментов. Найти смещение оценок.
  - d) Построить асимптотический доверительный интервал уровня значимости  $\alpha_1$  для параметра  $\lambda$  на базе оценки максимального правдоподобия.
  - е) Используя гистограмму частот, построить критерий значимости  $\chi^2$  проверки простой гипотезы согласия с распределением Пуассона с параметром  $\lambda_0$ . Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_1$ . Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором еще нет оснований отвергнуть данную гипотезу.
  - f) Построить критерий значимости  $\chi^2$  проверки сложной гипотезы согласия с распределением Пуассона. Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_1$ . Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором еще нет оснований отвергнуть данную гипотезу.
  - g) Построить наиболее мощный критерий проверки простой гипотезы пуассоновости с параметром  $\lambda = \lambda_0$  при альтернативе пуассоновости с параметром  $\lambda = \lambda_1$ . Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_1$ . Что получится, если поменять местами основную и альтернативную гипотезы?
  - h) В пунктах (c)-(f) заменить семейство распределений Пуассона на семейство геометрических распределений

$$\mathbf{P}_{\lambda}(X=k) = \frac{\lambda^k}{(\lambda+1)^{k+1}}, \ k=0,1,\dots.$$

**Таблица 1**  $\alpha_1=0.20;\ a=0.00;\ b=3.41;\ \lambda_0=5.00;\ \lambda_1=2.00.$ 

- 2. В результате эксперимента получены данные, приведенные в таблице 2.
  - а) Построить вариационный ряд, эмпирическую функцию распределения, гистограмму и полигон частот с шагом h.
  - b) Вычислить выборочные аналоги следующих числовых характеристик:
    - (і) математического ожидания, (іі) дисперсии, (ііі) медианы, (іv) асимметрии, (v) эксцесса,
    - (vi) вероятности  $\mathbf{P}(X \in [c,d])$ .
  - с) В предположении, что исходные наблюдения являются выборкой из нормального распределения, построить оценку максимального правдоподобия параметров  $(a, \sigma^2)$  и соответствующие оценки по методу моментов. Найти смещение оценок.
  - d) Построить доверительные интервалы уровня значимости  $\alpha_2$  для параметров  $(a, \sigma^2)$ .
  - е) С использованием теоремы Колмогорова построить критерий значимости проверки простой гипотезы согласия с нормальным распределением с параметрами  $a_0$ ,  $\sigma_0^2$ . Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_2$ . Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором нет оснований отвергнуть данную гипотезу.
  - f) Используя гистограмму частот, построить критерий значимости  $\chi^2$  проверки простой гипотезы согласия с нормальным распределением с параметрами  $(a_0, \sigma_0^2)$ . Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_2$ . Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором еще нет оснований отвергнуть данную гипотезу.
  - g) Построить критерий проверки значимости  $\chi^2$  сложной гипотезы согласия с нормальным распределением. Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_2$ . Вычислить наибольшее значение уровня значимости, на котором еще нет оснований отвергнуть данную гипотезу.
  - h) Построить наиболее мощный критерий проверки простой гипотезы о нормальности с параметром  $(a, \sigma^2) = (a_0, \sigma_0^2)$  при альтернативе нормальности с параметром  $(a, \sigma^2) = (a_1, \sigma_1^2)$ . Проверить гипотезу на уровне значимости  $\alpha_2$ . Что получится, если поменять местами основную и альтернативную гипотезы?
  - i) В пунктах (c)-(g) заменить семейство нормальных распределений на двухпараметрическое семейство распределений Лапласа с плотностями  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} \sigma \mathrm{e}^{-\frac{\sqrt{2}}{\sigma}|x-a|}$ .

Таблица 2  $\alpha_2=0.02;\ c=-1.60;\ d=0.00;\ h=0.40;\ a_0=2.00;\ \sigma_0=1.00;\ a_1=-1.00;\ \sigma_1=1.00.$  -1.145 -0.613 -2.668 -1.432 -0.276 -1.177 0.439 -0.729 0.071 -2.169 -1.737 -0.173 -1.904 -1.304 -3.338 -0.404 -1.417 0.285 -0.384 0.246 -1.421 -1.927 -0.756 -2.389 -0.151 0.145 -0.573 -0.975 -0.813 1.126 -1.966 -0.174 -1.877 -1.708 -0.031 -3.931 -0.403 -1.562 -0.854 0.216 -1.076 -1.241 -0.260 -0.673 -2.157 -0.998 -0.891 -1.481 -1.060 0.233