

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

---

Санкт-Петербургский государственный  
электротехнический университет «ЛЭТИ»  
им. В. И. Ульянова (Ленина)

---

## **Основы теории цепей**

Лабораторный практикум по теоретической электротехнике

Санкт-Петербург  
Издательство СПбГЭТУ «ЛЭТИ»

2017

УДК 621.3.011 (075)

ББК 3 21

О75

Авторы: А. П. Барков, Ю. А. Бычков, С. А. Дегтярев, А. Е. Завьялов, В. М. Золотницкий, А. В. Зубарев, Ю. М. Иншаков, Д. А. Морозов, В. В. Панкин, М. С. Портной, М. В. Соклакова, В. Н. Соколов, Е. Б. Соловьева, Э. П. Чернышев.

О75 Основы теории цепей: лабораторный практикум по теоретической электротехнике / под ред. Ю. А. Бычкова, Е. Б. Соловьевой, Э. П. Чернышева. СПб.: Изд-во СПбГЭТУ «ЛЭТИ», 2017. 99 с.

ISBN 978-5-7629-1917-3

Приведено описание лабораторных работ по темам: резистивные цепи, переходные процессы, установившийся синусоидальный режим, частотные характеристики и спектры, индуктивно связанные, четырехполюсные, активные и нелинейные цепи.

Предназначен для студентов всех специальностей при работе в лаборатории электрических цепей.

УДК 621.3.011 (075)

ББК 3 21

Рецензенты: кафедра РОС СПбГУТ им. проф. М. А. Бонч-Бруевича; д-р техн. наук, проф. Н. В. Коровкин (СПбГПУ).

Утверждено

редакционно-издательским советом университета

в качестве учебного пособия

ISBN 978-5-7629-1917-3

© СПбГЭТУ «ЛЭТИ», 2017

## СПИСОК СОКРАЩЕНИЙ

АЧХ	– амплитудно-частотная характеристика
АФХ	– амплитудно-фазовая характеристика
ВАХ	– вольт-амперная характеристика
ВД	– векторная диаграмма
ГС	– генератор сигналов
ДП	– двухполюсник
ИН	– источник напряжения
ИП	– источник питания
ИТ	– источник тока
ОУ	– операционный усилитель
ППФ	– полосно-пропускающий фильтр
ФНЧ	– фильтр нижних частот
ФЧХ	– фазочастотная характеристика

# Работа № 1

## ИССЛЕДОВАНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК ЛИНЕЙНЫХ И НЕЛИНЕЙНЫХ РЕЗИСТОРОВ И ИСТОЧНИКОВ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ЭНЕРГИИ

*Цель работы:* экспериментальное определение ВАХ линейных и нелинейных резисторов и источников электромагнитной энергии; изучение временных реакций линейных и нелинейных резисторов на заданные воздействия.

### 1.1. Экспериментальные исследования

#### 1.1.1. Определение ВАХ линейного и нелинейного резисторов

Зависимость между напряжением и током элемента электрической цепи называется его ВАХ. У линейного резистора ВАХ описывается уравнением прямой, проходящей через начало координат:  $u = Ri$ . У нелинейного резистора ВАХ соответствует нелинейное уравнение:  $u = f(i)$ . Примеры ВАХ линейного и нелинейного резисторов показаны на рис. 1.1, а, б соответственно.

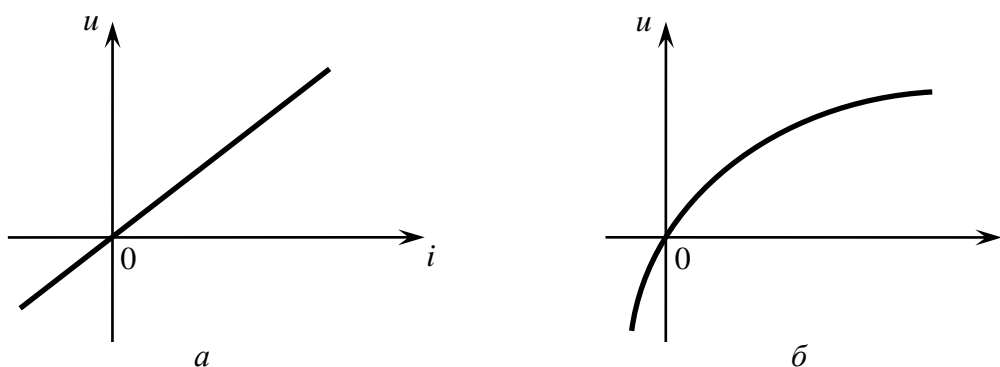


Рис. 1.1

*Вопрос 1.* Что определяет угол наклона ВАХ линейного резистора?

Для определения ВАХ линейного резистора  $R$  соберите схему, изображенную на рис. 1.2. В качестве исследуемого возьмите резистор, указанный преподавателем. В качестве ИП подключите источник постоянного напряжения. Изменяя напряжение источника через 1 В в диапазоне от  $-3$  до  $3$  В (для смены полярности поменяйте местами провода на выходе ИП), снимите соответствующие показания амперметра  $A$  и вольтметра  $V$ . Данные занесите в

таблицу, приведенную ниже. Постройте ВАХ и определите по графику значение  $R$ .

$u$ , В					
$i$ , мА					

*Вопрос 2.* Если точки ВАХ, полученные экспериментально, не лежат строго на прямой, то чем это можно объяснить? Каким образом в таком случае провести график ВАХ?

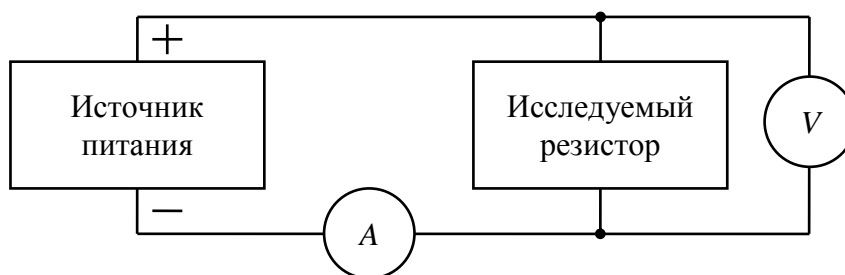


Рис. 1.2

Для определения ВАХ нелинейного резистора в схему (рис. 1.2) в качестве исследуемого резистора включите элемент Д. Изменяя напряжение ИП через 0,5 В в диапазоне от  $-3$  до  $2$  В, снимите показания амперметра и вольтметра. Данные занесите в таблицу. Постройте ВАХ нелинейного резистора.

*Вопрос 3.* Какой зависимостью связаны между собой ток и напряжение линейного и нелинейного резисторов?

### 1.1.2. Анализ временных зависимостей токов и напряжений линейного и нелинейного резисторов при синусоидальных воздействиях

Снимите осциллограммы тока и напряжения линейного резистора  $R$  при действии синусоидального напряжения. Для этого соберите схему, изображенную на рис. 1.3 ( $R_{\text{ш}}$  – сопротивление шунта). Установите на выходе ГС частоту синусоидального напряжения  $f = 1$  кГц и амплитуду  $U_m = 2$  В (при этом вольтметр покажет действующее значение напряжения  $U = U_m / \sqrt{2} \approx 1,4$  В). Положение переключателей осциллографа установите для наблюдения двух сигналов, поступающих на входы осциллографа (« $\rightarrow \rightarrow$ » («DUAL»)), синхронизация («TRIGGER») – «от канала 1» («CH1»), «Авт.» («AUTO»). Отрегулируйте чувствительность каналов («В/дел.» («VOLTS/DIV»)) и масштаб временной развертки («время/дел.» («TIME/DIV»)) для наблюдения на экране осциллографа кри-

вых напряжения и тока исследуемого резистора. Зарисуйте эти кривые с экрана осциллографа на одном рисунке.

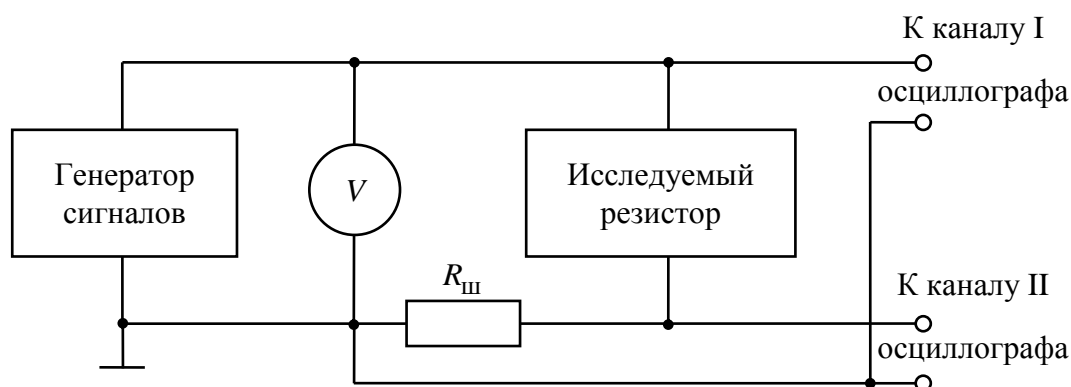


Рис. 1.3

*Вопросы:* 4. На какой вход осциллографа подается сигнал, пропорциональный току, а на какой – напряжению? 5. Может ли форма тока линейного резистора отличаться от формы напряжения, например, может ли ток быть несинусоидальным при синусоидальном напряжении?

Исследуйте временные зависимости тока и напряжения нелинейного резистора при действии синусоидального напряжения с амплитудой  $U_m = 2$  В. Сначала определите ожидаемый вид реакции качественно в черновике. Пример построения графика тока при действии одного периода синусоидального напряжения показан на рис. 1.4, а. Последовательность построения указана стрелками.

На совмещенных графиках тока и напряжения (рис. 1.4, б) ток не совпадает по форме с напряжением. В этом проявляется нелинейность элемента. При качественном построении графика тока нелинейного резистора используйте ВАХ, построенную в 1.1.1.

*Вопрос 6.* Заметно ли отличие формы тока от синусоидальной?

Получите осциллограммы тока и напряжения нелинейного резистора с помощью схемы, изображенной на рис. 1.3. Установите частоту ГС  $f = 1$  кГц, действующее значение напряжения  $U = 1,4$  В. Зарисуйте графики тока и напряжения с экрана осциллографа на одном рисунке аналогично рис. 1.4, б.

Сравнив графики токов и напряжений, сделайте вывод о форме тока и напряжения для линейного и нелинейного резисторов.

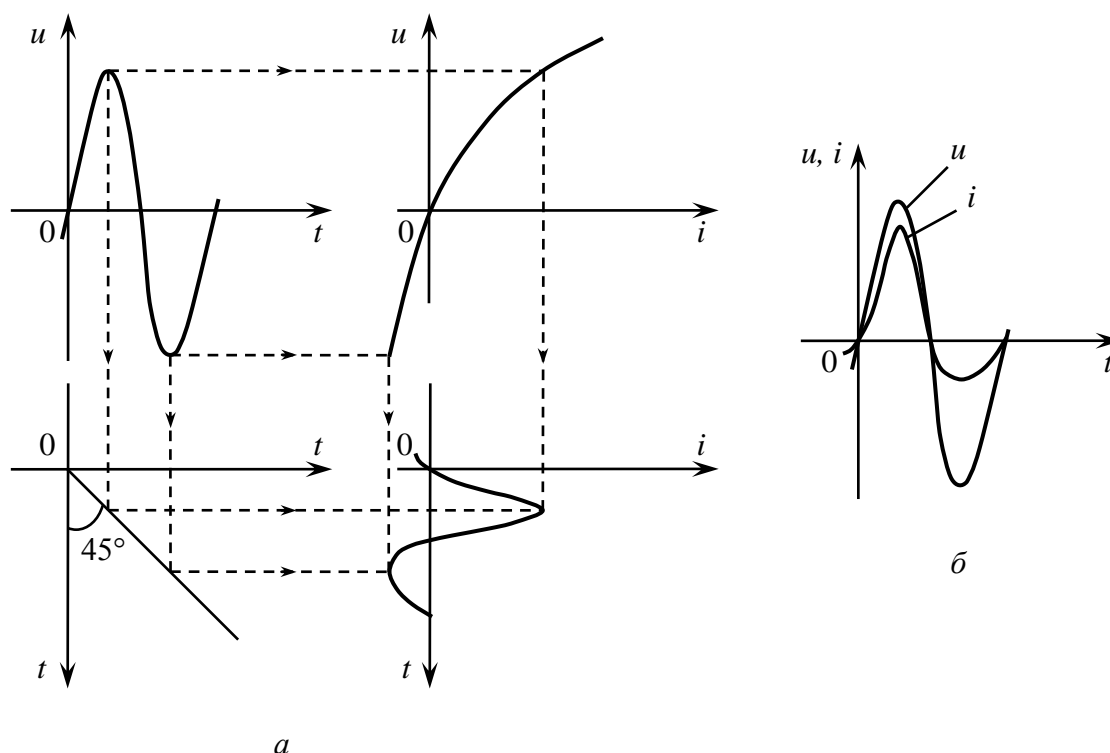


Рис. 1.4

**Вопрос 7.** Какой формы будет ток линейного резистора, если напряжение будет иметь вид периодической последовательности прямоугольных импульсов?

### 1.1.3. Исследование ВАХ реальных источников

Идеальные источники напряжения и тока имеют ВАХ, изображенные сплошной линией соответственно на рис. 1.5, а, б. Характеристики реальных источников в определенном диапазоне изменения токов и напряжений приближаются к ВАХ либо ИН, либо ИТ. ВАХ реальных источников электромагнитной энергии изображены на рис. 1.5, а, б штриховыми линиями.

Получите экспериментальные данные для построения ВАХ ИП постоянного напряжения. Соберите схему, изображенную на рис. 1.6, где  $R$  представляет собой переключатель с набором сопротивлений от 20 до 200 Ом.

Установите на ИП ограничение по напряжению 1 В и ограничение по току 0,01 А. Изменяя значение  $R$  от 20 до 200 Ом через 20 Ом, измерьте токи и напряжения. Результаты занесите в таблицу. Постройте ВАХ источника.

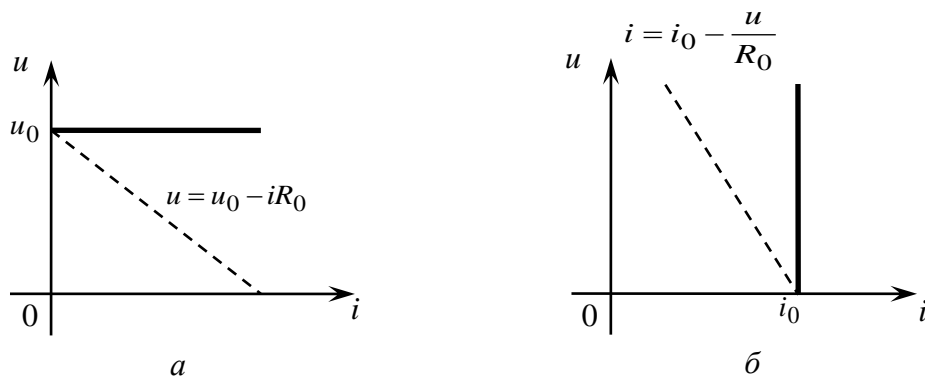


Рис. 1.5

**Вопрос 8.** Можно ли исследуемый источник считать близким к идеальному ИН или идеальному ИТ?

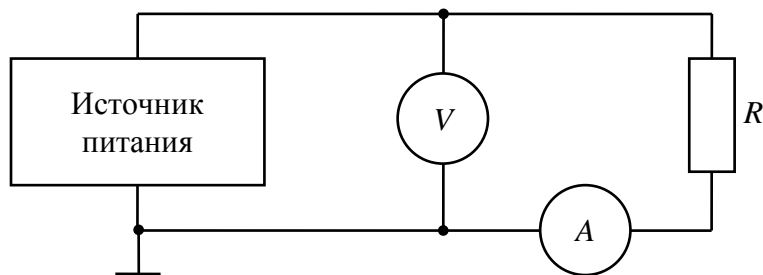


Рис. 1.6

Получите экспериментальные данные для построения ВАХ ГС. В схеме, изображенной на рис. 1.6, установите переключатель  $R$  в положение 200 Ом; вместо источника постоянного напряжения включите ГС. Установите частоту ГС равной 1 кГц и действующее значение напряжения равным 1 В. Изменяя значение  $R$  от 200 до 20 Ом через 60 Ом, измерьте токи и напряжения. Результаты занесите в таблицу. Постройте ВАХ для ГС и определите значение его внутреннего сопротивления. Внутреннее сопротивление обозначено на рис. 1.5 через  $R_0$ . Способ расчета внутреннего сопротивления предложите самостоятельно.

## 1.2. Требования к отчету

В отчете следует сформулировать цель работы, дать краткое изложение всех разделов исследований (схемы, опытные данные, необходимые расчеты, графики, обоснование полученных результатов, письменные ответы на все вопросы) и сделать заключение с краткими выводами по работе.



## Работа № 2

### ИССЛЕДОВАНИЕ ЛИНЕЙНЫХ РЕЗИСТИВНЫХ ЦЕПЕЙ

*Цель работы:* экспериментальное исследование линейных разветвленных резистивных цепей с использованием методов наложения, эквивалентного источника и принципа взаимности.

#### 2.1. Подготовка к работе

В работе анализируют резистивную цепь с источниками постоянного напряжения  $U$  и тока  $I$  (рис. 2.1).

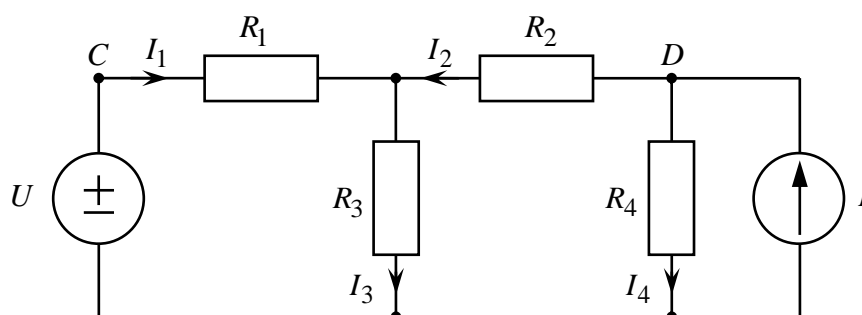


Рис. 2.1

В цепи  $U = 4$  В (или  $U = 2$  В – по указанию преподавателя),  $I \cong 2$  мА (или  $I \cong 1$  мА),  $R_1 = R_2 = 1,5$  кОм,  $R_3 = R_4 = 3$  кОм. Для определения токов и напряжений ветвей используют некоторые методы анализа сложных цепей, сущность которых изложена далее.

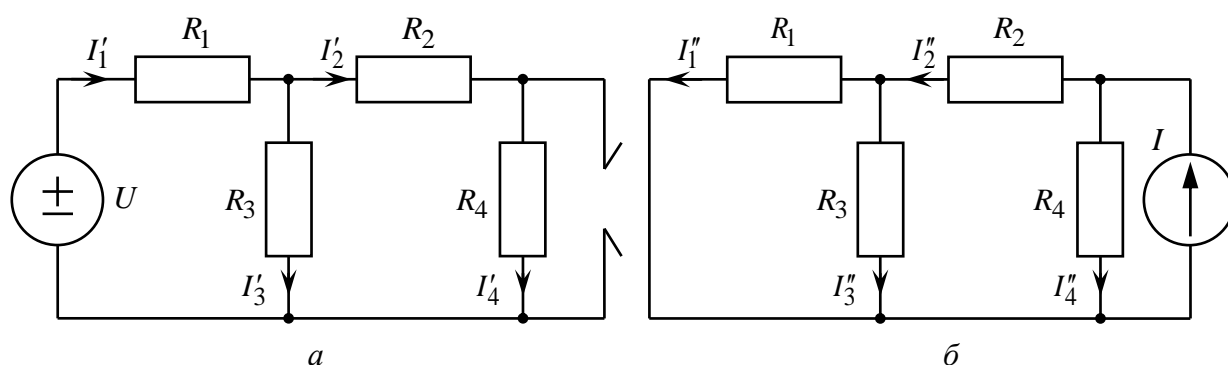


Рис. 2.2

Метод наложения. Реакцию цепи на действие нескольких источников определяют как алгебраическую сумму реакций на действие каждого источ-

ника в отдельности. Метод наложения применительно к задаче определения токов в исследуемой цепи поясняет рис. 2.2, согласно которому  $I_1 = I_1' - I_1''$ ;  $I_2 = I_2'' - I_2'$ ;  $I_3 = I_3' + I_3''$ ;  $I_4 = I_4' + I_4''$ .

Метод эквивалентного источника напряжения. По отношению к одной из ветвей линейную цепь с несколькими источниками можно представить одним эквивалентным ИН  $U_0$  с последовательно соединенным сопротивлением  $R_0$ .

По отношению к ветви с сопротивлением  $R_3$  рассматриваемую цепь (рис. 2.1) можно представить схемой, приведенной на рис. 2.3, а.

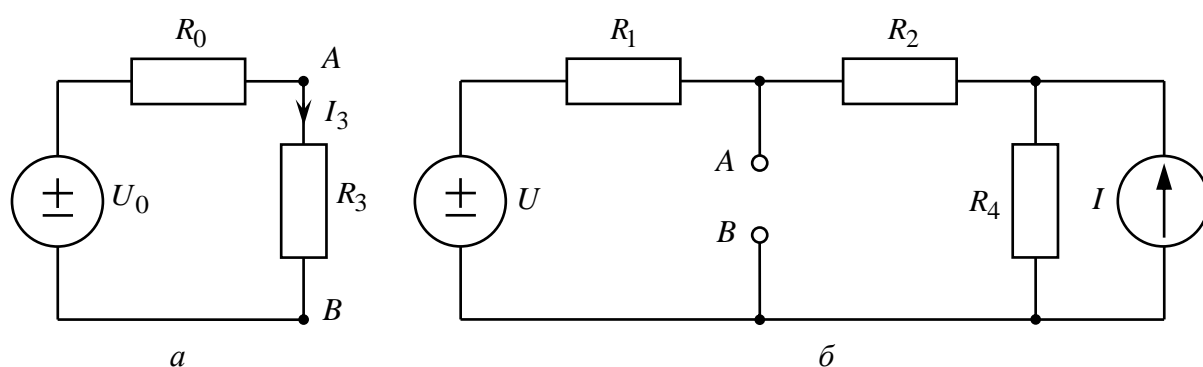


Рис. 2.3

Из схемы видно, что

$$I_3 = \frac{U_0}{R_0 + R_3},$$

где  $U_0$  – напряжение между выводами А и В ветви 3 при ее обрыве (рис. 2.3, б);  $R_0$  – выходное (эквивалентное) сопротивление цепи со стороны рассматриваемой ветви при исключении источников в схеме на рис. 2.3, б (это сопротивление можно также найти по формуле  $R_0 = U_0 / I_K$ , где  $I_K$  – ток короткого замыкания ветви 3).

Принцип взаимности. Если ИН (единственный в цепи), действуя в одной ветви линейной электрической цепи, вызывает ток в другой ветви, то тот же источник после его переноса во вторую ветвь вызовет в первой ветви такой же ток.

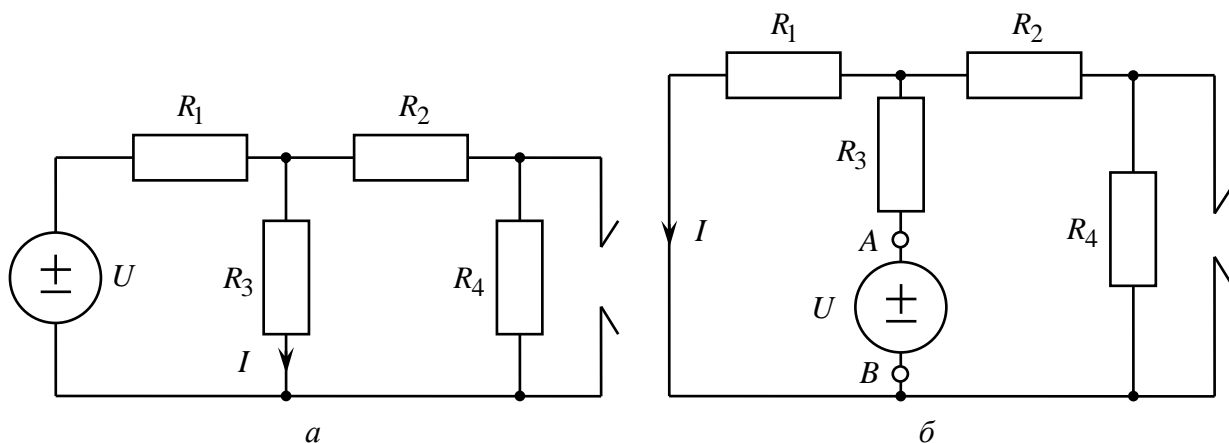


Рис. 2.4

Принцип взаимности поясняет рис. 2.4.

## 2.2. Экспериментальные исследования

### 2.2.1. Исследование цепи при питании ее от двух источников

Для выполнения лабораторной работы соберите схему, изображенную на рис. 2.5. Элементы цепи смонтированы на плате (размещение элементов примерно соответствует схеме), источники напряжения и тока обозначены соответственно  $U$  и  $I$ .

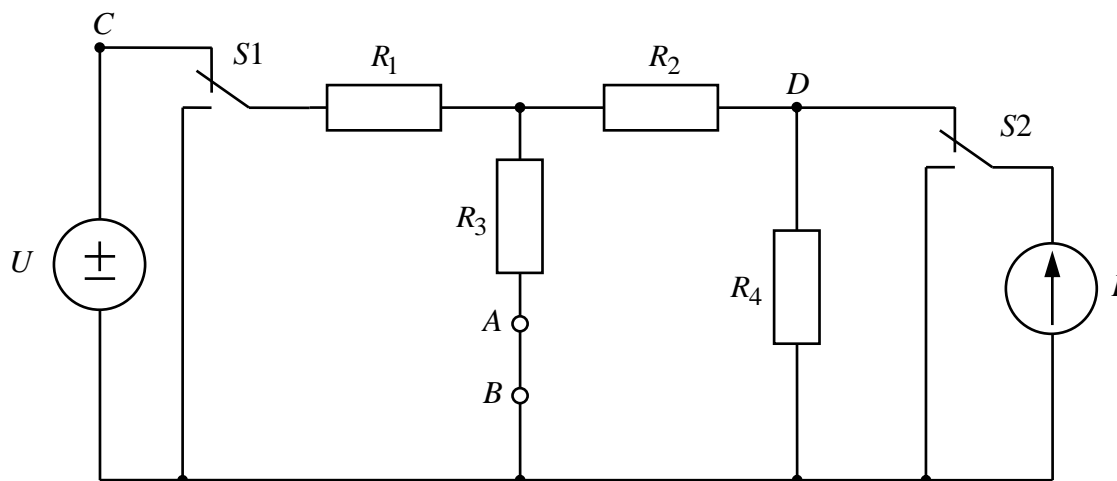


Рис. 2.5

Для формирования как ИН, так и ИТ используйте ИП, который подключите к гнездам 1 и 2 платы (гнездо «+» ИП соедините с гнездом 1 платы, а гнездо «-» ИП – с гнездом 2 платы).

Таблица 2.1

$U, \text{В}$	$U_1, \text{В}$	$U_2, \text{В}$	$U_3, \text{В}$	$U_4, \text{В}$	$I, \text{мА}$	$I_1, \text{мА}$	$I_2, \text{мА}$	$I_3, \text{мА}$	$I_4, \text{мА}$

Источник напряжения  $U$  подключите к цепи переключателем  $S1$  (переводом  $S1$  вверх), ИТ  $I$  – переключателем  $S2$  (переводом  $S2$  вверх). Вольтметр подключите к гнездам ИН  $U$  и установите  $U = 4 \text{ В}$  (или  $U = 2 \text{ В}$  – по указанию преподавателя), изменяя напряжение ИП. Амперметр включите последовательно с ИТ и измерьте ток  $I$ . Затем измерьте напряжения и токи во всех ветвях (при использовании цифровых приборов погрешность измерения, как правило, меньше при фиксации положительных показаний приборов). Результаты измерений занесите в табл. 2.1.

Полученные результаты проверьте, используя уравнения Кирхгофа.

### 2.2.2. Определение токов цепи методом наложения

Проделайте 2 опыта:

1) подключите к цепи только ИН  $U = 4 \text{ В}$  (или  $U = 2 \text{ В}$ ) и измерьте токи в ветвях (см. рис. 2.2, а);

2) подключите к цепи только ИТ  $I$  и определите токи в ветвях (см. рис. 2.2, б).

Результаты измерений занесите в табл. 2.2.

Таблица 2.2

Включены источники	$I_1, \text{мА}$	$I_2, \text{мА}$	$I_3, \text{мА}$	$I_4, \text{мА}$
$U$				
$I$				
$U, I$				

По данным обоих опытов определите методом наложения токи в ветвях и заполните третью строку табл. 2.2. Полученные значения токов сопоставьте с измеренными при выполнении 2.2.1.

### 2.2.3. Определение тока в ветви с сопротивлением $R_3$ методом эквивалентного источника напряжения

Проделайте 2 опыта:

1) подключите к цепи 2 источника  $U$  и  $I$ , установите  $U = 4 \text{ В}$  (или  $U = 2 \text{ В}$  – по указанию преподавателя); оборвите ветвь 3 на участке  $AB$  и измерьте напряжение  $U_0$  на разомкнутых зажимах  $A, B$  (см. рис. 2.3, б);

2) исключите из схемы источники  $U$  и  $I$  и к разомкнутым гнездам  $A$ ,  $B$  ветви 3 подключите ИН  $U_0$  (см. рис. 2.4, б при  $U = U_0$ ). Для этого в схеме, изображенной на рис. 2.5, подсоедините вывод  $C$  отключенного источника  $U$  к гнезду  $A$  и, изменяя напряжение ИП, установите  $U_{AB} = U_0$ ; измерьте ток  $I_3$  и сравните его со значением этого же тока, полученным в 2.2.1.

#### 2.2.4. Экспериментальная проверка принципа взаимности

Отключите от цепи ИТ и проделайте 2 опыта:

1) вновь установите заданное  $U$  и измерьте ток  $I_3$  в ветви 3 (см. рис. 2.4, а);

2) отключите ИН  $U$  и в разрыв ветви 3 к гнездам  $A$ ,  $B$  (см. рис. 2.4, б) подключите заданный источник напряжения  $U$  аналогично тому, как это было сделано в опыте 2 в 2.2.3; измерьте ток  $I$  в ветви 1 и сравните его с током ветви 3, определенным в п. 1.

### 2.3. Требования к отчету

В отчете должны быть отражены цель работы, все разделы экспериментального исследования и заключение с краткими выводами. По каждому разделу в отчет следует включить его название, схемы исследуемых цепей, таблицы и необходимые расчеты. Кроме того, данные эксперимента в 2.2.3 должны быть подтверждены результатами расчета цепи на рис. 2.1 методом эквивалентного источника (параметры цепи приведены в 2.1).

Необходимо также письменно ответить на следующие *вопросы*: 1. Каковы результаты контроля данных в 2.2.1? 2. Изменяются ли токи ветвей, если одновременно изменить полярность напряжения ИН и направление тока ИТ на противоположные? 3. Чему равно напряжение между узлами «С» и «D» цепи? 4. Как изменить напряжение ИН, чтобы ток  $I_1$  стал равен нулю? 5. Почему рис. 2.4, б при  $U = U_0$  реализует схему метода эквивалентного источника напряжения (рис. 2.3, а)? 6. Чему будет равен ток  $I_1$ , если ИН поместить в ветвь 4, а ИТ отключить? 7. Как проконтролировать результаты экспериментов в 2.2.2, 2.2.3 и 2.2.4?

### Работа № 3

## ИССЛЕДОВАНИЕ СВОБОДНЫХ ПРОЦЕССОВ В ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ

*Цель работы:* изучение связи между видом свободного процесса в электрической цепи и расположением ее собственных частот (корней характеристического уравнения) на комплексной плоскости; экспериментальное определение собственных частот и добротности  $RLC$ -контура по осциллограммам.

### 3.1. Подготовка к работе

В работе предлагается исследовать свободные процессы в цепях, схемы которых представлены на рис. 3.1. Цепи возбуждаются короткими импульсами тока  $i_0(t)$ , заряжающими конденсатор  $C$ . В паузах между импульсами конденсатор разряжается; цепь находится в свободном режиме, так как в это время источник возбуждения отключен ( $i_0 = 0$ ). Напряжения на элементах цепи осциллографируются.

Поведение линейных цепей описывается линейными дифференциальными уравнениями; при этом вид свободного процесса определяется корнями  $p_k$  характеристического уравнения (собственными частотами цепи).

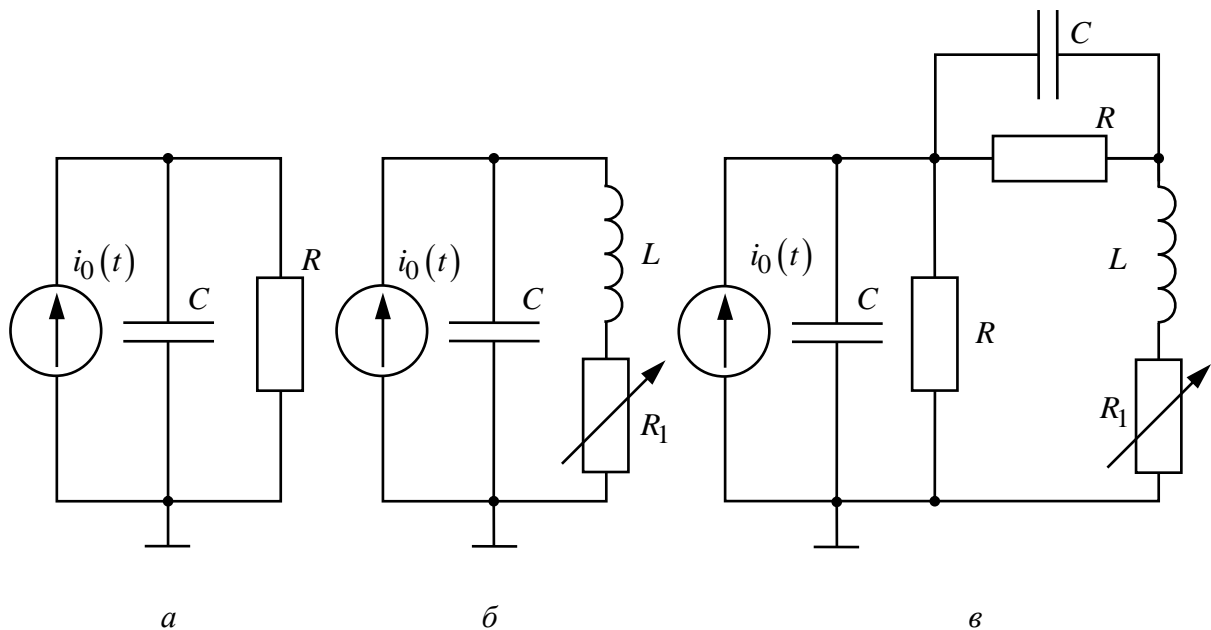


Рис. 3.1

При возбуждении цепи источником тока собственные частоты можно рассчитать как нули входной проводимости цепи  $Y(p)$ , т. е. как корни уравнения  $Y(p) = 0$ .

Для цепи первого порядка, представленной на рис. 3.1, а,  $Y(p) = pC + 1/R$ , откуда

$$p_1 = -\alpha = -1/(RC). \quad (3.1)$$

Для цепи второго порядка, изображенной на рис. 3.1, б,  $Y(p) = pC + 1/(pL + R_1)$ , откуда

$$p_{1,2} = -\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2}, \quad \alpha = R_1/(2L), \quad \omega_0 = 1/\sqrt{LC}. \quad (3.2)$$

Для цепи третьего порядка, представленной на рис. 3.1, в,

$$Y(p) = pC + \frac{1}{R} + \frac{(pC + 1/R)/(pL + R_1)}{pC + 1/R + 1/(pL + R_1)},$$

откуда

$$p_1 = -\alpha_1 = -\frac{1}{RC}, \quad p_{2,3} = -\alpha_2 \pm \sqrt{\alpha_2^2 - \frac{2+R_1/R}{LC}}, \quad \alpha_2 = \frac{1}{2} \left( \frac{R_1}{L} + \frac{1}{RC} \right). \quad (3.3)$$

У цепи первого порядка одна собственная частота  $p_1$  в (3.1), вещественная и отрицательная; свободный процесс описывается затухающей экспонентой:

$$u(t) = Ae^{p_1 t} = Ae^{-\alpha t} = Ae^{-t/\tau}, \quad (3.4)$$

где  $u$  – напряжение на каком-либо элементе цепи;  $t$  – время;  $\alpha$  – постоянная затухания;  $\tau$  – постоянная времени;  $A$  – постоянная интегрирования. Временная диаграмма свободного процесса приведена на рис. 3.2, а, причем  $\tau$  – интервал времени, соответствующий любой подкасательной к экспоненте.

У цепи второго порядка две собственные частоты  $p_{1,2}$  в (3.2) могут быть вещественными (простыми или кратными) или комплексно-сопряженными.

В случае вещественных простых собственных частот

$$p_1 = -\alpha_1, \quad p_2 = -\alpha_2$$

свободный процесс описывается суммой двух экспонент:

$$u(t) = A_1 e^{-\alpha_1 t} + A_2 e^{-\alpha_2 t} = A_1 e^{-t/\tau_1} + A_2 e^{-t/\tau_2} \quad (3.5)$$

и называется аperiодическим. Временная диаграмма процесса для случая  $A_1 = -A_2$  и  $\tau_1 > \tau_2$  приведена на рис. 3.2, б; штрихами показаны отдельные составляющие процесса.

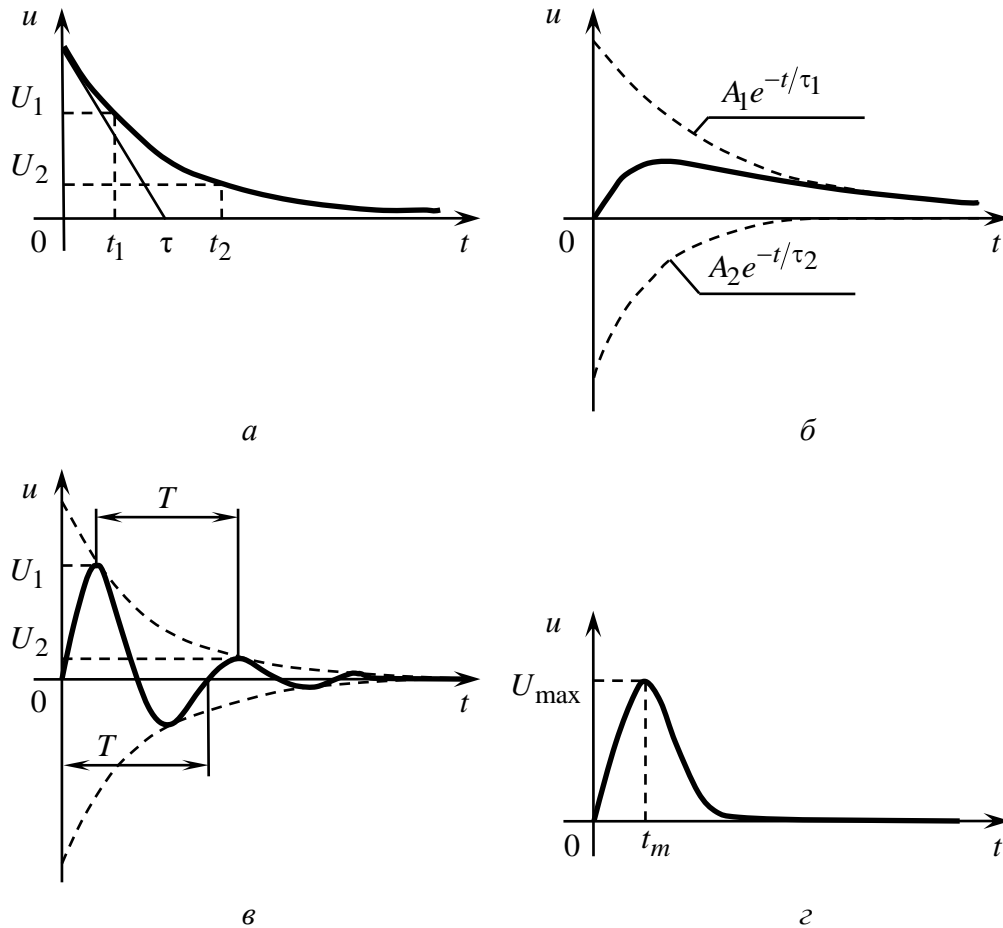


Рис. 3.2

В случае комплексно-сопряженных собственных частот

$$p_{1,2} = -\alpha \pm j\omega$$

свободный процесс описывается выражением

$$u(t) = Ae^{-\alpha t} \cos(\omega t + \beta) \quad (3.6)$$

и называется колебательным; частота затухающих колебаний  $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}$ . Временная диаграмма процесса (в предположении  $\beta = -\pi/2$ ) приведена на рис. 3.2, в.

В случае вещественных кратных собственных частот

$$p_1 = p_2 = -\alpha$$



свободный процесс описывается выражением

$$u(t) = A_1 e^{-\alpha t} + A_2 t e^{-\alpha t} \quad (3.7)$$

и называется критическим (предельным аperiодическим). Временная диаграмма процесса для случая  $A_1 = 0$  приведена на рис. 3.2, *з*, где  $t_m$  – момент достижения максимума.

Дальнейшее увеличение порядка цепи к качественно новым явлениям не приводит. Так, согласно (3.3) в схеме, изображенной на рис. 3.1, *в*, собственные частоты могут быть либо все три вещественные, либо одна – вещественная и две – комплексно-сопряженные, например  $p_1 = -\alpha_1$  и  $p_{2,3} = -\alpha_2 \pm j\omega$ .

В некоторых случаях собственные частоты относительно просто рассчитываются по осциллограммам. Например, согласно (3.4) по рис. 3.2, *а* можно вычислить постоянную затухания

$$\alpha = \ln(U_1/U_2)/\Delta t, \quad (3.8)$$

где  $\Delta t = t_2 - t_1$ , или найти  $\tau = 1/\alpha$ , проведя касательную, как показано на рисунке. Собственная частота цепи

$$p_1 = -\alpha = -\frac{1}{\tau}.$$

Для случая рис. 3.2, *в* постоянная затухания  $\alpha$  также может быть определена по формуле (3.8), но при этом обязательно выполнение условия  $\Delta t = T$ , что вытекает из (3.6). Собственные частоты цепи

$$p_{1,2} = -\alpha \pm j\omega = -\alpha \pm j\frac{2\pi}{T}.$$

В случае рис. 3.2, *б* найти собственные частоты можно лишь приближенно, выделив, как показано штрихами, экспоненциальные составляющие процесса (3.5) и определив согласно (3.8)  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$ .

Наконец, в случае рис. 3.2, *з* собственная частота цепи

$$p_1 = p_2 = -\alpha = -\frac{1}{t_m}.$$

Это следует из формулы (3.7) при условии  $u(0+) = 0$ .

Особый интерес представляет определение добротности  $Q$   $RLC$ -контуров по виду свободного процесса. Для последовательного  $RLC$ -контура

$$Q = \frac{\sqrt{L/C}}{R} = \frac{L}{R\sqrt{LC}} = \frac{L}{R} \omega_0 = \frac{\omega_0}{2\alpha}, \quad (3.9)$$

где  $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$  – частота незатухающих колебаний в идеальном контуре ( $R = R_1 = 0$ ). Согласно (3.2) собственные частоты последовательного  $RLC$ -контура можно записать следующим образом:

$$p_{1,2} = -\frac{\omega_0}{2Q} \left( 1 \pm \sqrt{1 - 4Q^2} \right),$$

причем  $Q < 0,5$  соответствует апериодический режим,  $Q = 0,5$  – критический режим,  $Q > 0,5$  – колебательный режим, а  $Q \rightarrow \infty$  – незатухающий колебательный режим.

При  $Q > 10$  с высокой степенью точности можно считать

$$p_{1,2} = -\frac{\omega_0}{2Q} \pm j\omega_0.$$

В этом случае формула, позволяющая определить добротность по осциллограмме на рис. 3.2, в, с учетом (3.8) имеет вид

$$Q = \frac{\omega_0}{2\alpha} = \frac{2\pi}{2\alpha T} = \frac{\pi}{\ln(U_1/U_2)}. \quad (3.10)$$

Для повышения точности можно брать отношение напряжений за  $n$  периодов колебаний. Тогда

$$Q = \frac{n\pi}{\ln \frac{u(t)}{u(t+nT)}}.$$

### 3.2. Экспериментальные исследования

ГС, расположенный на приборном стенде, переведите в режим генерации напряжения прямоугольной формы. Выполните предварительную настройку осциллографа: рабочий канал – I, масштаб по вертикали – 2 В/дел., синхронизация – внутренняя по каналу I, масштаб по горизонтали – 0,2 мс/дел. Используя осциллограф, установите амплитуду и период сигнала ГС соответственно  $U_m = 8$  В и  $T_c = 1,2$  мс. Подключите ГС ко входу генератора импульсов на лабораторной плате.

#### 3.2.1. Исследование свободных процессов в цепи первого порядка

Соберите схему, показанную на рис. 3.1, а ( $C = 0,02$  мкФ,  $R = 5$  кОм, источником тока  $i_0(t)$  является генератор импульсов). Снимите осциллограмму напряжения на конденсаторе, зафиксировав на ней один полный полупе-

риод сигнала  $\frac{T_c}{2} = 0,6 \text{ мс}$  (ручку временной развертки осциллографа рекомендуется установить при этом в положение  $0,1 \text{ мс/дел.}$ ).

По снятой осциллограмме определите собственную частоту цепи.

*Вопросы:* 1. Каким аналитическим выражением описывается осциллируемый процесс? 2. Соответствует ли найденная собственная частота теоретическому расчету, выполненному согласно (3.1)?

### 3.2.2. Исследование свободных процессов в цепи второго порядка

Соберите схему, показанную на рис. 3.1, б ( $C = 0,02 \text{ мкФ}$ ,  $L = 25 \text{ мГн}$ ). Снимите осциллограмму напряжения на резисторе при значениях  $R_1 = 0,5 \text{ кОм}$  (колебательный режим) и  $R_1 = 3 \text{ кОм}$  (апериодический режим). Затем найдите такое значение  $R_1$ , при котором в цепи будет наблюдаться критический режим, т. е. режим, граничный между колебательным и апериодическим. Снимите осциллограмму процесса и запишите полученное значение сопротивления  $R_1 = R_{1\text{кр}}$ . В заключение установите  $R_1 = 0$  и снимите осциллограмму напряжения на конденсаторе.

По осциллограммам, снятым при  $R_1 = 0,5 \text{ кОм}$  и  $R_1 = R_{1\text{кр}}$ , определите собственные частоты цепи. Найдите также согласно (3.10) добротность контура при  $R_1 = 0$  и  $R_1 = 0,5 \text{ кОм}$ .

*Вопросы:* 3. Какими аналитическими выражениями (в общем виде) описываются процессы во всех четырех случаях? 4. Соответствуют ли найденные собственные частоты теоретическому расчету, выполненному согласно (3.2)? 5. Каковы теоретические значения собственных частот при  $R_1 = 3 \text{ кОм}$  и соответствует ли этим значениям снятая осциллограмма? 6. Как соотносятся найденные значения добротности с результатами теоретического расчета по формуле (3.9)?

### 3.2.3. Исследование свободных процессов в цепи третьего порядка

Соберите схему, показанную на рис. 3.1, в ( $C = 0,02 \text{ мкФ}$ ,  $R = 5 \text{ кОм}$ ,  $R_1 = 1 \text{ кОм}$ ,  $L = 25 \text{ мГн}$ ). Снимите осциллограмму напряжения на входе цепи.

*Вопросы:* 7. Каким аналитическим выражением описывается осциллируемый процесс? 8. Каковы значения собственных частот, вычислен-

ные согласно (3.3), и соответствует ли этим значениям снятая осциллограмма?

### 3.3. Требования к отчету

Отчет должен содержать формулировку цели работы, материалы всех разделов исследования и заключение. По каждому разделу в отчет необходимо включить его название, схему исследуемой цепи, обработанные осциллограммы процессов, диаграммы расположения собственных частот на комплексной плоскости, необходимые расчеты, обоснованные письменные ответы на вопросы.

## Работа № 4

### ИССЛЕДОВАНИЕ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ В ЛИНЕЙНЫХ ЦЕПЯХ

*Цель работы:* экспериментальное исследование переходных процессов в линейных цепях при мгновенном изменении сопротивления резистора одной из ветвей и при действии источника ступенчатого напряжения.

#### 4.1. Подготовка к работе

В работе исследуют переходные процессы в линейных цепях, схемы которых представлены на рис. 4.1. Переходные процессы в цепях с источником постоянного напряжения (рис. 4.1, *а, б*) возникают при замыкании и размыкании ключа  $K$ , который вызывает мгновенное изменение сопротивления резистора  $R_1$ . Переходные процессы в цепях, показанных на рис. 4.1, *в, г*, возникают при воздействии источника ступенчатого напряжения  $u(t) = U_m \delta_1(t)$ .

В исследуемых цепях переходные процессы описываются системами линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Любая реакция, например напряжение на каком-нибудь элементе, представляется в виде суммы свободной и вынужденной составляющих:

$$u(t) = u_{\text{вын}} + u_{\text{св}}(t). \quad (4.1)$$

Вынужденная составляющая является постоянной, так как установившиеся режимы в исследуемых цепях являются режимами постоянного тока, вследствие чего напряжения индуктивностей и токи емкостей оказываются равными нулю. В связи с этим вынужденную составляющую реакции можно

найти по эквивалентной схеме, заменив индуктивности короткими замыканиями, а емкости – разрывами.

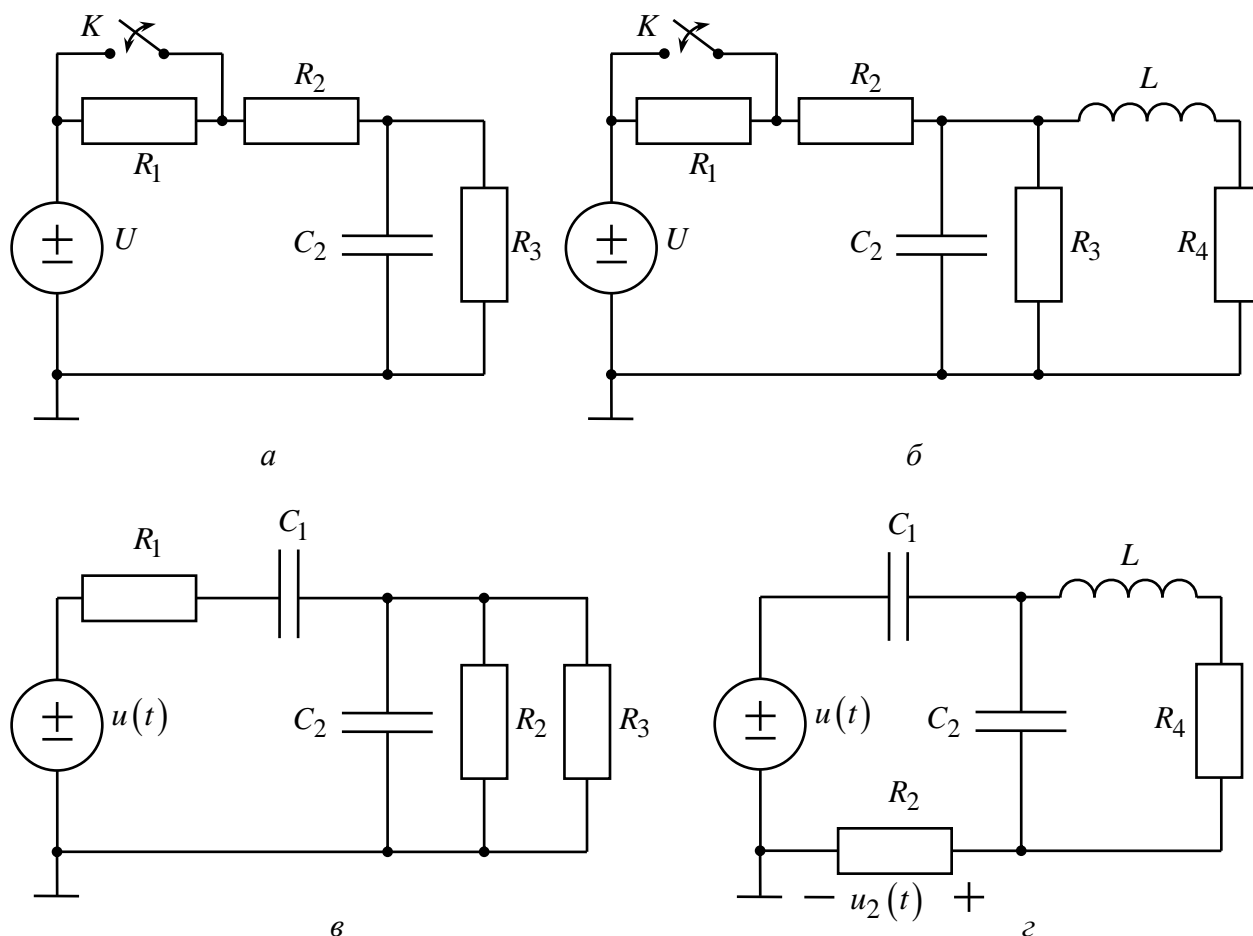


Рис. 4.1

Свободная составляющая реакции (4.1) определяется только параметрами исследуемых цепей и начальными условиями:

$$u_{\text{св}}(t) = \sum_{k=1}^n A_k e^{p_k t}, \quad (4.2)$$

где  $n$  – порядок цепи;  $A_k$  – постоянные интегрирования;  $p_k$  – частоты собственных колебаний (корни характеристического уравнения, предполагаемые некрatными), причем  $\text{Re } p_k < 0$ .

Отрицательным вещественным значениям  $p_k = -\alpha_k$  соответствуют в (4.2) затухающие по экспоненте слагаемые; каждой паре комплексно-

сопряженных значений  $p_{k,k+1} = -\alpha_k \pm j\omega_k$  соответствует составляющая в виде затухающей по экспоненте синусоидальной функции.

Частоты собственных колебаний исследуемых цепей определяются следующими выражениями:

– для цепи первого порядка (рис. 4.1, а)

$$p_1 = -\frac{(R_1 + R_2 + R_3)}{C_2 R_3 (R_1 + R_2)}, \quad (4.3)$$

причем при замыкании ключа  $K$  сопротивление  $R_1 = 0$ ;

– для цепи второго порядка (рис. 4.1, б)

$$p_{1,2} = -\alpha \pm j\omega = -\frac{1}{2} \left( \frac{R_1 + R_2 + R_3}{C_2 R_3 (R_1 + R_2)} + \frac{R_4}{L} \right) \pm \pm j \sqrt{\frac{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4) + R_3 R_4}{LC_2 R_3 (R_1 + R_2)} - \frac{1}{4} \left( \frac{R_1 + R_2 + R_3}{C_2 R_3 (R_1 + R_2)} + \frac{R_4}{L} \right)^2}, \quad (4.4)$$

причем при замыкании ключа  $K$  сопротивление  $R_1 = 0$ ;

– для цепи второго порядка (рис. 4.1, в)

$$p_{1,2} = -\frac{1}{2} \left( \frac{1}{R_1 C_1} + \frac{R_1 + R_{2,3}}{R_1 R_{2,3} C_2} \right) \pm \sqrt{\frac{1}{4} \left( \frac{1}{R_1 C_1} + \frac{R_1 + R_{2,3}}{R_1 R_{2,3} C_2} \right)^2 - \frac{1}{R_1 R_{2,3} C_1 C_2}},$$

где  $R_{2,3} = R_2 R_3 / (R_2 + R_3)$ ;

– для цепи третьего порядка (рис. 4.1, г) при  $C_1 R_2 = L/R_4$  и  $C_1 = C_2$

$$p_1 = -\alpha_1 = -\frac{1}{R_2 C_1}; \quad p_{2,3} = -\alpha_2 \pm j\omega_2 = -\frac{R_4}{L} \pm j \sqrt{\frac{1}{LC_2} - \left( \frac{R_4}{L} \right)^2}.$$

Для этой цепи при  $t > 0$  переходная характеристика может быть записана в форме

$$h_1(t) = h_{\text{вын}} + A_1 e^{-\alpha_1 t} + A_2 e^{-\alpha_2 t} \cos(\omega_2 t + \beta).$$

## 4.2. Экспериментальные исследования

### 4.2.1. Исследование переходных процессов в $RC$ -цепи первого порядка при скачкообразном изменении сопротивления резистора $R_1$

Элементы исследуемой цепи (рис. 4.1, а) собраны на плате. Питание осуществляется от источника постоянного напряжения. С помощью осциллографа наблюдают переходные процессы, которые происходят в исследуемых цепях вследствие периодического замыкания накоротко резистора  $R_1$  электронным ключом  $K$ . Управление работой ключа производится с помощью ГС, генерирующего периодические прямоугольные импульсы напряжения. В течение первого полупериода резистор  $R_1$  замкнут накоротко, а в течение второго – включен в схему. Параметры элементов исследуемых цепей выбраны так, что длительность переходных процессов меньше половины периода коммутации. В результате каждый раз к моменту коммутации переходные процессы в этих цепях заканчиваются установившимися режимами постоянного тока.

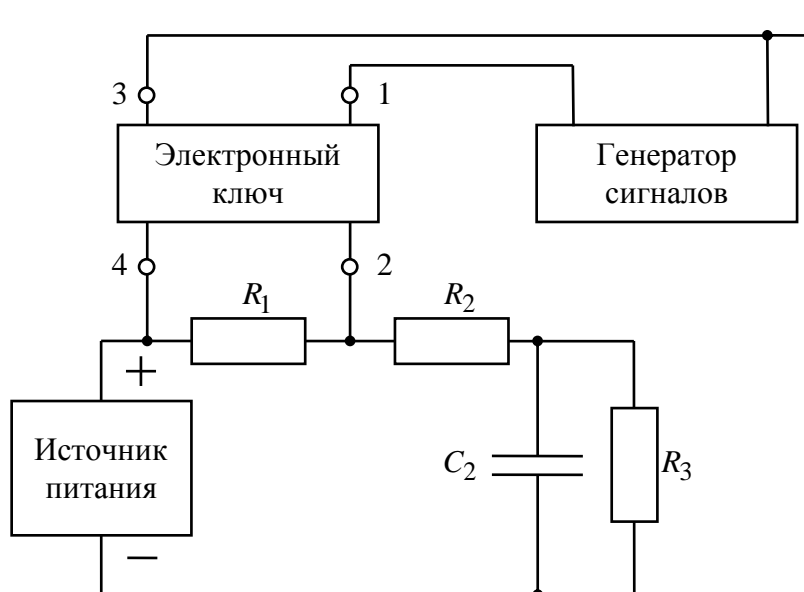


Рис. 4.2

Соберите схему, показанную на рис. 4.2 ( $C_2 = 0,05$  мкФ;  $R_1 = 2$  кОм;  $R_2 = 1$  кОм;  $R_3 = 4$  кОм). Подключите к схеме источник постоянного напряжения и электронный ключ так, чтобы вывод 4 ключа был соединен с источником. К входным клеммам 1 и 3 ключа  $K$  подключите ГС, соединяя его за-

земленный вывод с клеммой 3 ключа. На источнике постоянного напряжения установите выходное напряжение 4 В, на ГС – режим генерирования прямоугольных импульсов с частотой повторения 1 кГц (период  $T = 1$  мс) и амплитудой 4 В.

Снимите осциллограмму напряжения на конденсаторе  $C_2$  и измерьте вынужденные составляющие этого напряжения при замкнутом и разомкнутом состояниях электронного ключа. Для этого на осциллографе с помощью органов управления выполните следующие операции. Подключите к конденсатору схемы канал II осциллографа, соединяя его заземленную клемму с «минусом» ИП. Установите ручку синхронизации в положение «Авт.». Нажмите кнопку « $\rightarrow\rightarrow$ », которая позволяет наблюдать изображения двух исследуемых сигналов с помощью каналов I и II.

Переключатели режимов работы входов обоих каналов установите в положение « $\perp$ ». При этом на экране осциллографа должны наблюдаться две линии разверток. Ручками « $\updownarrow$ » обоих каналов опустите эти линии разверток до нижнего уровня масштабной сетки экрана, принимая в дальнейших измерениях этот уровень за нулевой. Переведите переключатель режима работы входа канала II в положение « $\approx$ ». Установите переключатель «время/дел.» в положение, при котором на экране наблюдается весь период исследуемых процессов ( $T = 1/f_c = 1$  мс). Ручками развертки «Уровень» и «Плавно» добейтесь устойчивого изображения на экране осциллографа. Переключатель «V/дел.» канала II установите в положение, при котором осциллограмма не выходила бы за рамку экрана (при этом ручку плавной регулировки переключателя поверните до упора по часовой стрелке).

Зарисуйте осциллограмму напряжения на конденсаторе. Вид этой осциллограммы представлен на рис. 4.3, где  $u_{1\text{вын}}$ ,  $u_{2\text{вын}}$  – установившиеся значения напряжения на конденсаторе при замкнутом и разомкнутом состояниях электронного ключа.

Измерьте по осциллограмме установившиеся значения  $u_{1\text{вын}}$ ,  $u_{2\text{вын}}$ , учитывая положения переключателя «V/дел.» и кнопок «x1», «x10». Рассчитайте по эквивалентным схемам установившегося режима значения  $u_{1\text{вын}}$ ,  $u_{2\text{вын}}$  и сравните их с данными опыта.

По снятой осциллограмме определите экспериментальные значения постоянных времени  $\tau_1$ ,  $\tau_2$ , используя свойство касательной к экспоненте. По



этим значениям вычислите частоты собственных колебаний исследуемой цепи при замыкании и размыкании электронного ключа; сравните их со значениями, вычисленными по формуле (4.3).

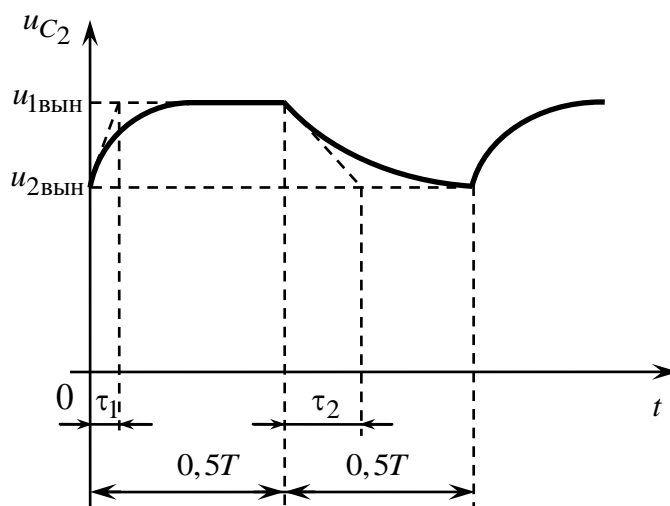


Рис. 4.3

*Вопросы:* 1. Как изменятся частоты собственных колебаний исследованной цепи, если значение емкости конденсатора в ней увеличить в 2 раза? 2. Как при этом изменится вид осциллограмм переходных процессов? Правильность ответа подтвердите экспериментально.

#### 4.2.2. Исследование переходных процессов в $RC$ -цепи второго порядка при скачкообразном изменении сопротивления резистора $R_1$

Соберите схему, показанную на рис. 4.1, б ( $C_2 = 0,05$  мкФ;  $R_1 = 2$  кОм;  $R_2 = 1$  кОм;  $R_3 = 4$  кОм;  $R_4 = 0,2$  кОм;  $L = 10$  мГн). При сборке используйте ранее исследованную схему (см. рис. 4.2). Подключите в схеме параллельно конденсатору  $C_2$  последовательно соединенные катушку индуктивности  $L$  и резистор  $R_4$ . Снимите осциллограмму напряжения на конденсаторе и измерьте вынужденные составляющие этого напряжения при замкнутом и разомкнутом ключах; сравните их с расчетными значениями, найденными по эквивалентным схемам.

Переходные процессы в исследуемой цепи имеют колебательный характер. На рис. 4.4 показан вид временной диаграммы напряжения на конденсаторе.

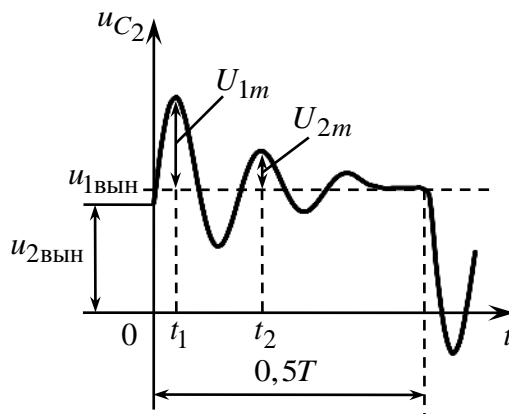


Рис. 4.4

По осциллограмме определите коэффициент затухания  $\alpha$  и частоту затухающих колебаний  $\omega$ , используя масштаб времени снятых осциллограмм и следующие формулы:

$$\alpha = \frac{1}{t_2 - t_1} \ln \left( \frac{U_{1m}}{U_{2m}} \right); \quad \omega = \frac{2\pi}{t_2 - t_1}.$$

Значения частот собственных колебаний исследуемой цепи  $p_{1,2} = -\alpha \pm j\omega$ , вычисленные по осциллограмме, сравните с найденными по формуле (4.4).

**Вопросы:** 3. Увеличится или уменьшится длительность переходного процесса в исследуемой цепи при закорачивании резистора  $R_4$ ? Правильность ответа проверьте экспериментально. 4. Как изменятся частоты собственных колебаний в исследуемой цепи, если значение индуктивности увеличить в несколько раз?

#### 4.2.3. Исследование переходных процессов в $RC$ -цепи второго порядка при действии источника ступенчатого напряжения

Для исследования переходных процессов в цепи (рис. 4.1, в) используют ГС в режиме периодической генерации прямоугольных импульсов с частотой 0,5 кГц и амплитудой 4 В. Длительность импульсов равна половине периода их повторения. Параметры элементов выбраны так, что практическое время затухания переходных процессов в цепях меньше длительности прямоугольных импульсов.

Соберите схему, показанную на рис. 4.1, *в* ( $R_1 = 2$  кОм;  $R_2 = 1$  кОм;  $R_3 = 4$  кОм;  $C_1 = C_2 = 0,05$  мкФ). Подключите канал I осциллографа ко входу схемы, а канал II к конденсатору  $C_2$ . На осциллографе установите переключатели режимов работы усилителей каналов I, II в положение « $\approx$ », а переключатель синхронизации – в положение «Авт.». Снимите на входе цепи и конденсаторе  $C_2$  осциллограммы напряжений, зафиксировав на них период повторения процессов  $T = 2$  мс. На снятой осциллограмме  $u_{C_2}(t)$  попытайтесь выделить качественно отдельные экспоненциальные составляющие переходного процесса.

*Вопрос:* 5. Как изменится переходный процесс в исследуемой цепи при отключении  $R_3$ ? Правильность ответа проверьте экспериментально.

#### *4.2.4. Исследование переходных процессов в RLC-цепи третьего порядка при действии источника ступенчатого напряжения*

Соберите схему, показанную на рис. 4.1, *з* ( $R_2 = 1$  кОм;  $R_4 = 0,2$  кОм;  $L = 10$  мГн;  $C_1 = C_2 = 0,05$  мкФ). Снимите осциллограммы напряжения на входе и резисторе  $R_2$ . Выделите качественно на снятой осциллограмме отдельные слагаемые свободных составляющих напряжения  $u_2(t)$ . Определите начальное и вынужденное значения напряжения  $u_2(t)$ . Сравните экспериментальные результаты с данными, рассчитанными по эквивалентным схемам замещения.

*Вопросы:* 6. Как изменится переходный процесс в цепи, исследуемой в 4.2.4, при закорачивании резистора  $R_2$  или при отключении конденсатора  $C_2$ ? 7. Как изменится порядок цепи, показанной на рис. 4.1, *з*, при закорачивании индуктивности  $L$ ? 8. Почему отличаются процессы в цепях, показанных на рис. 4.1, *в* и *з*? 9. Чем отличаются цепи, показанные на рис. 4.1, *б* и *з*? Почему в первой из них наблюдается большая колебательность переходного процесса? При ответах сравните частоты собственных колебаний этих цепей.

### **4.3. Требования к отчету**

Отчет должен содержать цель работы, материалы всех разделов исследования, ответы на все вопросы и заключение. В каждом разделе необходимо привести схемы исследуемых цепей, расчет собственных частот по осцилло-

граммам (в 4.2.1 и 4.2.2) и по соответствующим формулам, осциллограммы напряжений, рядом с каждой из которых следует показать картину расположения расчетных значений собственных частот на комплексной плоскости.

## Работа № 5

### ИССЛЕДОВАНИЕ ЦЕПЕЙ С НЕЛИНЕЙНЫМИ РЕЗИСТИВНЫМИ ЭЛЕМЕНТАМИ

*Цель работы:* экспериментальное исследование некоторых цепей, содержащих нелинейные резистивные элементы.

#### 5.1. Подготовка к работе

Нелинейные цепи, содержащие резисторы с нелинейной ВАХ, находят широкое применение в технике. ВАХ нелинейных резисторов приводятся в справочной литературе в виде графиков.

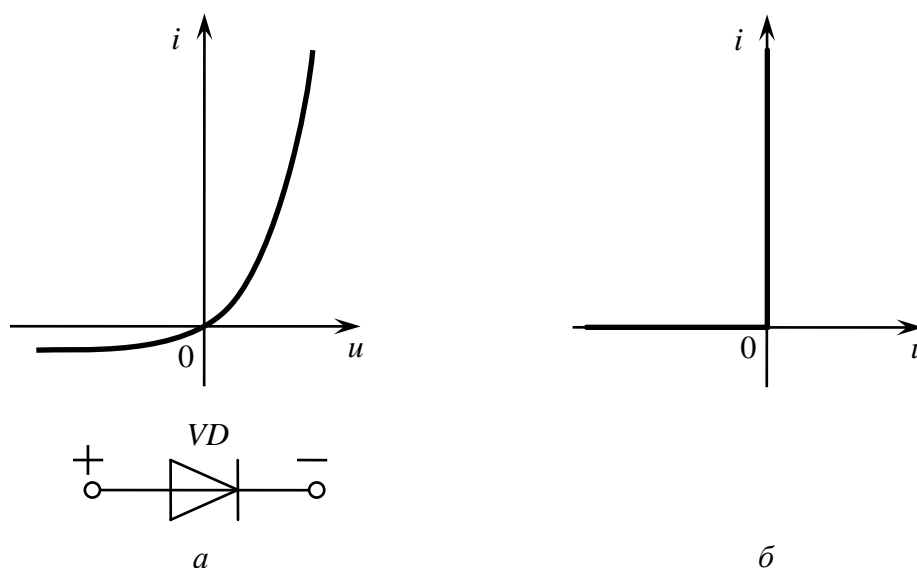


Рис. 5.1

На рис. 5.1, *а* изображена ВАХ полупроводникового диода и приведено его схемное обозначение. Характеристику диода можно идеализировать, как показано на рис. 5.1, *б*. В этом случае диод можно рассматривать как ключ, замкнутый при положительном (прямом) и разомкнутый при отрицательном (обратном) напряжениях.

Для стабилизации постоянного напряжения используют полупроводниковые стабилитроны. На рис. 5.2 показаны схемное обозначение, реальная и

идеализированная ВАХ стабилитрона. При обратном напряжении источника  $-U_{\text{ст}}$  происходит лавинный пробой, дающий наиболее важный участок, где напряжение мало зависит от изменения тока в широком диапазоне. Этот участок используется в стабилизаторах постоянного напряжения.

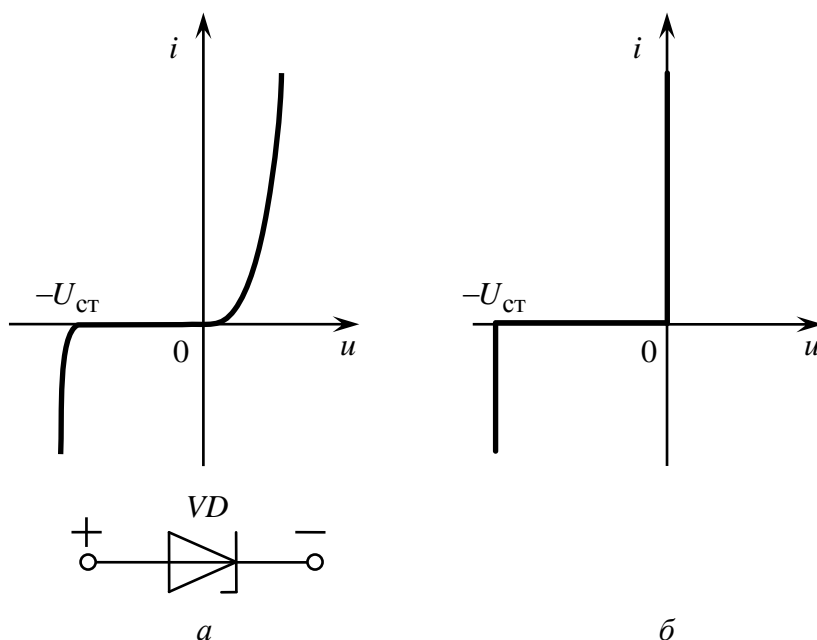


Рис. 5.2

В лабораторной работе исследуются простые цепи лестничной структуры, содержащие линейные и перечисленные ранее нелинейные элементы. Для анализа таких цепей удобен метод эквивалентного преобразования с применением графических построений. Метод состоит в последовательной замене параллельно и последовательно соединенных ветвей цепи одним эквивалентным двухполюсным элементом, ВАХ которого получают с помощью графических построений и графиков ВАХ исходных элементов цепи.

Суть метода поясняется на примере построения ВАХ цепи, показанной на рис. 5.3, *а*. Исходные характеристики элементов изображены на рис. 5.3, *б*. Вначале строят ВАХ  $R_{23}$  двух параллельно соединенных нелинейных элементов  $R_2$ ,  $R_3$ , суммируя токи  $i_1 = i_2 + i_3$  при фиксированных значениях напряжения  $u_2$ . Для этого, задавая произвольно значения, например  $u'_2$ , суммируют токи  $i'_2$  и  $i'_3$ , т. е. значения ординат ВАХ  $R_2$  и ВАХ  $R_3$ . После такого преобразования цепь будет состоять из двух последовательно соединенных элементов  $R_1$  и  $R_{23}$ . При последовательном соединении элементов

$u_{\text{BX}} = u_1 + u_{23}$ , поэтому, задаваясь произвольно значением тока, например  $i_1''$ , суммируют  $u_1''$  и  $u_{23}''$ , т. е. значения абсцисс ВАХ линейного резистора  $R_1$  и ВАХ  $R_{23}$ . По полученным точкам строят результирующую ВАХ цепи (кривая ВАХ  $R_{\text{ЭКВ}}$ ).

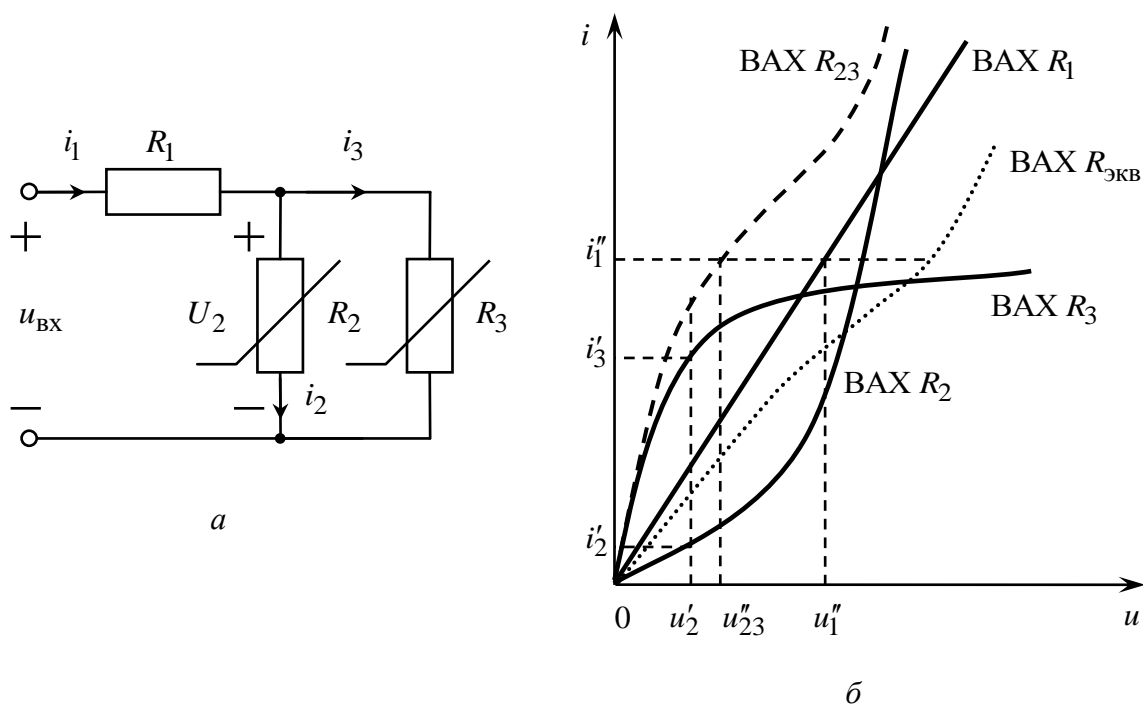


Рис. 5.3

Нелинейные свойства резистивных элементов широко используются в цепях для преобразования формы воздействий. Так, для получения однополярных сигналов из синусоидального напряжения применяются выпрямительные цепи, например на рис. 5.4, а. При этом для сглаживания пульсаций выпрямленного напряжения используют  $RC$ -фильтры (рис. 5.4, б), включаемые между выпрямителем и нагрузкой  $R_1$ .

Цепи, содержащие стабилитроны, кроме стабилизации постоянного напряжения, используются для ограничения мгновенного значения выходного напряжения (рис. 5.4, в) на уровне  $U_{\text{ст}}$ .

Графическое изображение ВАХ нелинейного элемента может быть получено с помощью осциллографа. Для этого через нелинейный элемент пропускают переменный ток и на входы I и II осциллографа подают сигналы, пропорциональные току и напряжению на элементе. При этом луч на экране осциллографа будет описывать форму ВАХ исследуемого элемента.

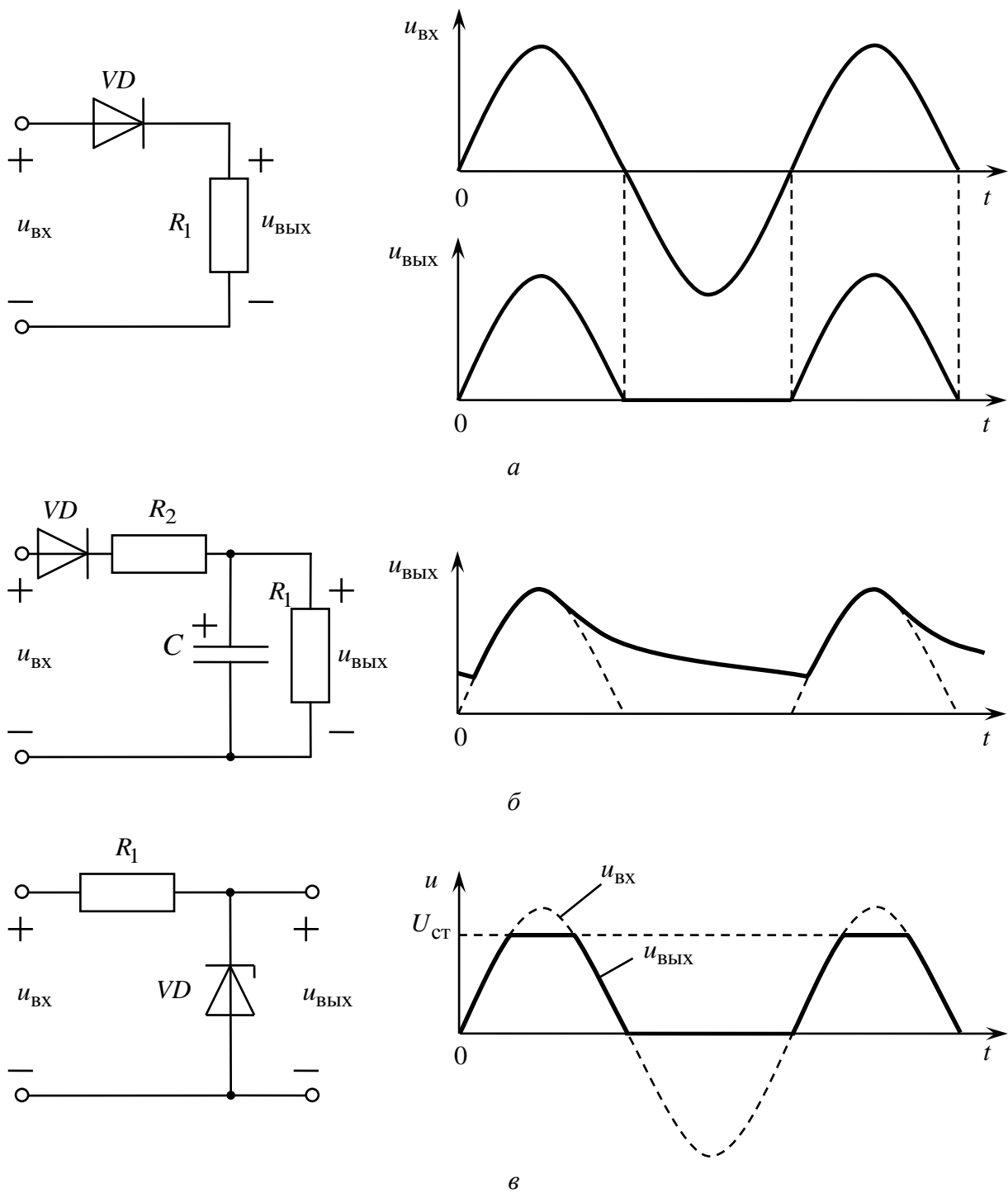


Рис. 5.4

Градуировку характеристики производят по масштабной сетке осциллографа или расчетным путем.

## 5.2. Экспериментальные исследования

В работе используют вольтметр, осциллограф и ГС. Элементы схем смонтированы на плате, к которой подключают выход ГС и входы каналов I и II осциллографа. Все эксперименты проводят при частоте генератора  $f = 300$  Гц и синусоидальном напряжении  $U = 7 \dots 9$  В.

### 5.2.1. Снятие ВАХ отдельных элементов цепи с помощью осциллографа

Соберите схему, изображенную на рис. 5.5, а. Сопротивление шунта  $R_{\text{ш}} = 3$  Ом, вносимые им искажения ВАХ невелики; резистор  $R_3 = 180$  Ом служит для ограничения тока.

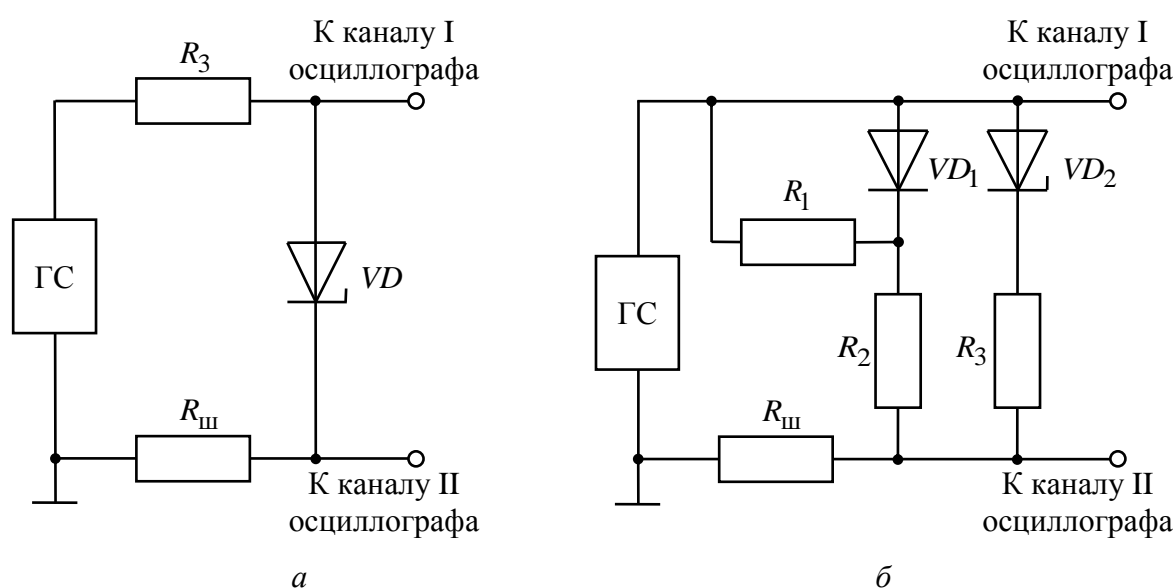


Рис. 5.5

Подключите к схеме ГС и осциллограф. Установите требуемые параметры напряжения питания. Переведите осциллограф в режим развертки внешним сигналом («X–Y»); переключатели режима работы входов осциллографа установите в положение «~» («АС»). Получите изображение ВАХ стабилитрона в пределах экрана осциллографа. Определите, какая ось ВАХ соответствует току, а какая – напряжению исследуемого стабилитрона.

Снимите осциллограмму ВАХ стабилитрона на кальку. Определите напряжение стабилизации  $U_{\text{ст}}$ , используя масштабную сетку осциллографа.

Далее снимите ВАХ диода, включив его в схему на рис. 5.5, а вместо стабилитрона.



*Вопрос 1.* Почему снятые ВАХ элементов отличаются от истинных? Как определить масштаб тока ВАХ?

#### *5.2.2. Снятие ВАХ ДП, составленного из нескольких элементов*

Соберите схему, показанную на рис. 5.5, б, где  $R_1 = 2$  кОм,  $R_2 = 1$  кОм,  $R_3 = 180$  Ом,  $R_{III} = 3$  Ом. Снимите ВАХ сложного нелинейного ДП аналогично 5.2.1. На осциллограмме отметьте характерные точки изломов ВАХ и определите их значения по масштабной сетке.

Используя ВАХ нелинейных и линейных элементов, постройте расчетную результирующую ВАХ исследуемого нелинейного ДП.

*Вопрос 2.* Соплассуетс ли расчет с экспериментом?

#### *5.2.3. Осциллографирование реакций цепи при синусоидальном напряжении*

Соберите и подключите к ГС схему, показанную на рис. 5.4, в ( $R_1 = 2$  кОм). С помощью переключателя режима работы входа выберите открытый вход используемого канала осциллографа (положение « $\approx$ » или «DC»). Включите временную развертку осциллографа и добейтесь устойчивого изображения двух периодов напряжения на экране осциллографа. Снимите осциллограмму мгновенного напряжения на стабилитроне, отметьте на ней максимальное значение амплитуды. Не изменяя масштаба по осям экрана осциллографа, снимите осциллограмму мгновенных значений напряжения на резисторе  $R_1$  (поменяв местами стабилитрон и резистор на схеме).

Затем соберите схему, изображенную на рис. 5.4, а, и снимите осциллограмму напряжения на резисторе  $R_1 = 2$  кОм.

*Вопрос 3.* Как проверить правильность осциллограмм?

#### *5.2.4. Исследование характеристик выпрямителя с RC-фильтром*

Аналогично 5.2.3 соберите схему, показанную на рис. 5.4, б, при  $R_2 = 1$  кОм,  $C = 1$  мкФ,  $R_1 = 2$  кОм. Снимите осциллограмму напряжения на резисторе  $R_1$  вначале при  $f = 300$  Гц, а затем при  $f = 3000$  Гц. Подключите, соблюдая полярность, конденсатор большей емкости, снимите еще две осциллограммы при указанных частотах синусоидального напряжения. Перед снятием каждой осциллограммы определите амплитуду пульсирующего напряжения на выходе цепи, переключая для этого используемый канал осциллографа в режим « $\sim$ » («АС»).

*Вопросы:* 4. Почему при изменении частоты амплитуда пульсаций изменилась? 5. В чем сходство и в чем различие реакций в цепях, показанных на рис. 5.4, а, б?

### 5.3. Требования к отчету

Отчет должен содержать цель работы, все разделы экспериментального исследования и заключение. По каждому разделу в отчет необходимо включить его название, схемы исследованных цепей, обработанные осциллограммы с объяснением их формы, а также ответы на все поставленные вопросы.

## Работа № 6

### ИССЛЕДОВАНИЕ УСТАНОВИВШЕГОСЯ СИНУСОИДАЛЬНОГО РЕЖИМА В ПРОСТЫХ ЦЕПЯХ

*Цель работы:* практическое ознакомление с синусоидальными режимами в простых  $RL$ -,  $RC$ - и  $RLC$ -цепях.

#### 6.1. Подготовка к работе

При анализе электрических цепей в установившемся синусоидальном режиме важно твердо усвоить амплитудные и фазовые соотношения между токами и напряжениями элементов цепи. Необходимо помнить, что ток в  $R$ -элементе совпадает по фазе с напряжением, ток в  $L$ -элементе отстает, а в  $C$ -элементе опережает напряжение на четверть периода ( $90^\circ$ ).

Следует учитывать, что комплексные сопротивления индуктивности и емкости есть функции частоты:

$$Z_L = j\omega L = \omega L e^{j90^\circ}; \quad Z_C = \frac{1}{j\omega C} = \frac{1}{\omega C} e^{-j90^\circ}.$$

Функциями частоты являются, следовательно, и комплексные сопротивления  $RL$ -,  $RC$ - и  $RLC$ -цепей. Так, для  $RLC$ -цепи, изображенной на рис. 6.1, в, комплексное сопротивление

$$Z = \dot{U}_0 / \dot{I} = R + Z_L + Z_C = R + j[\omega L - 1/(\omega C)].$$

Реактивная составляющая этого сопротивления равна разности модулей индуктивного и емкостного сопротивлений и поэтому может принимать различные знаки: если она положительна, реакция цепи имеет индуктивный характер, если отрицательна – емкостный, если обращается в нуль (т. е.  $\omega L = 1/(\omega C)$ ), цепь будет находиться в состоянии резонанса.

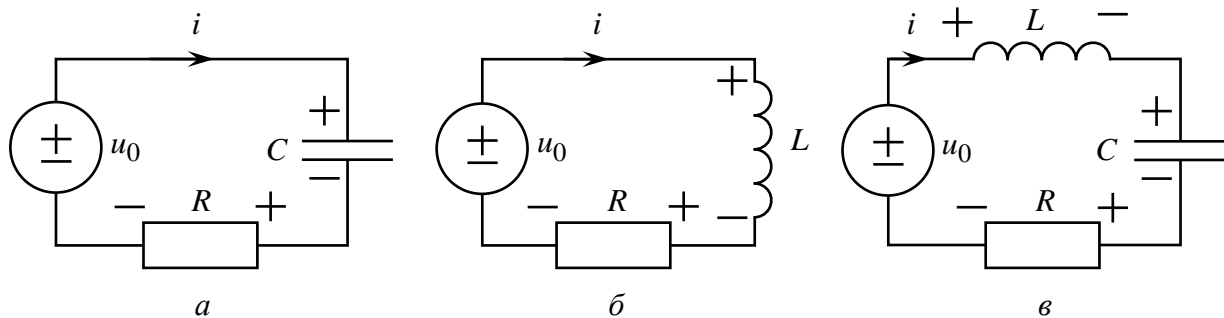


Рис. 6.1

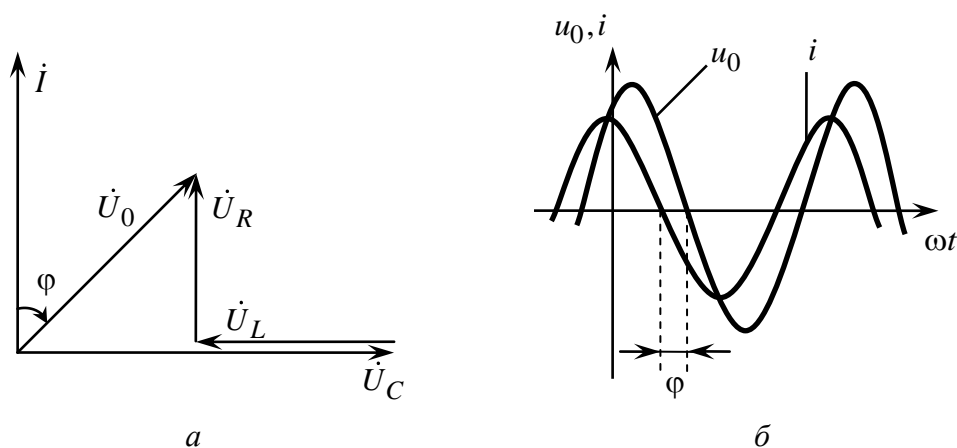


Рис. 6.2

Как модуль и аргумент комплексного сопротивления

$$|Z| = \sqrt{R^2 + [\omega L - 1/(\omega C)]^2}; \quad \varphi = \arctg \frac{\omega L - 1/(\omega C)}{R},$$

так и определяемые ими по закону Ома действующее значение и начальная фаза тока

$$I = \frac{U_0}{\sqrt{R^2 + [\omega L - 1/(\omega C)]^2}}; \quad \alpha_i = \alpha_u - \varphi$$

существенно зависят от соотношения значений индуктивного и емкостного сопротивлений.

Токи и напряжения цепи в установившемся синусоидальном режиме наглядно представляют с помощью ВД. Такая диаграмма для  $RLC$ -цепи приведена на рис. 6.2, а, где рассматривается случай  $\varphi = -45^\circ$ , т. е. ток  $\dot{I}$  опережа-

ет напряжение  $\dot{U}_0$  на  $45^\circ$ , что соответствует емкостной реакции и временной диаграмме, представленной на рис. 6.2, б.

## 6.2. Экспериментальные исследования

Для выполнения работы используют катушку индуктивности, конденсатор и набор резисторов. Источником питания служит ГС. Осциллограммы напряжения и тока снимают с помощью осциллографа.

### 6.2.1. Исследование установившегося синусоидального режима в $RL$ - и $RC$ -цепях

Соберите схему, изображенную на рис. 6.3, где  $R_{01} = 50$  Ом – сопротивление резистора, включаемого параллельно выходу ГС для приближения свойств последнего к свойствам идеального ИН.

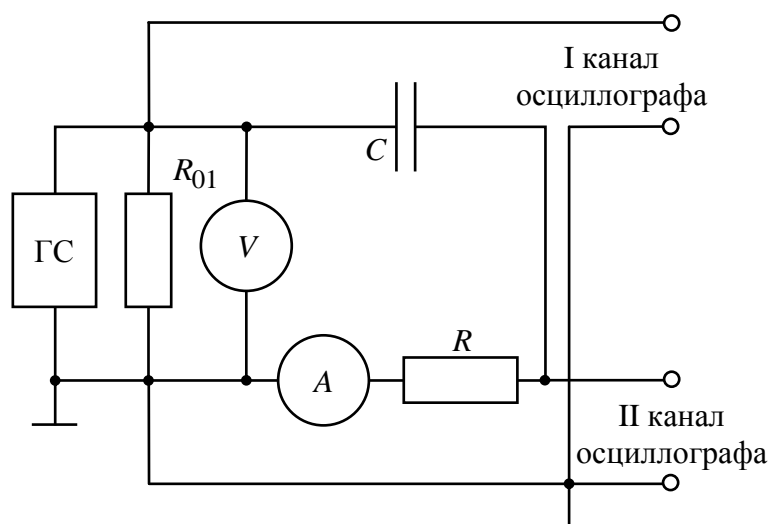


Рис. 6.3

Напряжение  $U_0$  на выходе ГС установите 2 В, частоту ГС  $f = 7,5$  кГц. Затем измерьте ток  $I$  и напряжения  $U_R$  и  $U_C$ .

Результаты занесите в табл. 6.1. Далее снимите осциллограмму входного напряжения и тока исследуемой цепи. Укажите, где кривая тока, а где напряжения. По осциллограмме определите угол сдвига фаз напряжения и тока. По данным измерений вычислите  $R$  и  $C$  и постройте ВД тока и напряжений. Сравните значения угла сдвига, полученные по осциллограмме  $\varphi_{\text{осц}}$  и по ВД  $\varphi_{\text{ВД}}$ .

Те же измерения произведите при частоте  $f = 15$  кГц, результаты занесите в табл. 6.1; снимите осциллограммы напряжения и тока, определите  $R$ ,  $C$  и постройте ВД тока и напряжений.

Таблица 6.1

Устанавливают		Измеряют					Вычисляют			
$f$ , кГц	$U_0$ , В	$I$ , мА	$U_R$ , В	$U_C$ , В	$U_L$ , В	$\varphi_{\text{осц}}, \dots^\circ$	$R$ , Ом	$C$ , мкФ	$L$ , мГн	$\varphi_{\text{ВД}}, \dots^\circ$

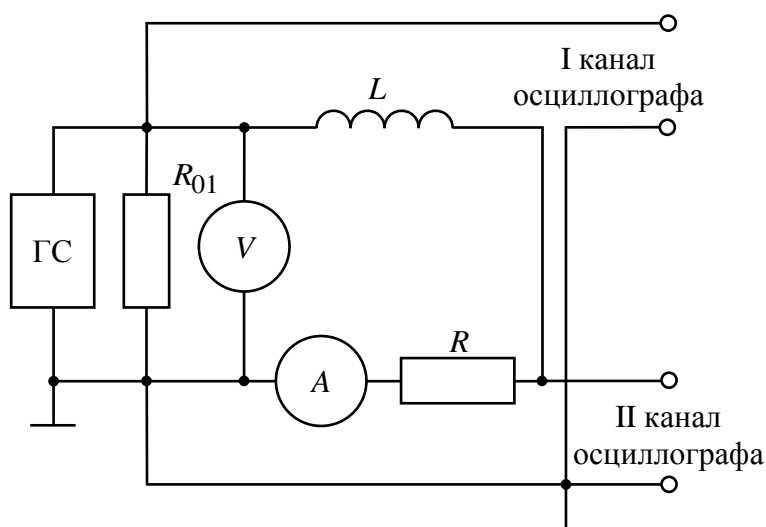


Рис. 6.4

*Вопросы:* 1. Почему  $U_0 \neq U_R + U_C$ ? 2. Почему с ростом частоты значения  $I$  и  $U_R$  увеличились, а  $U_C$  и  $|\varphi|$  уменьшились? Изменились ли  $R$  и  $C$ ?

Затем соберите схему, изображенную на рис. 6.4, и повторите все ранее перечисленные операции при частотах  $f = 7,5$  и  $3,75$  кГц. Сформулируйте вопросы 3, 4, аналогичные 1 и 2, и ответьте на них.

### 6.2.2. Исследование установившегося синусоидального режима в RLC-цепи

Соберите схему, изображенную на рис. 6.5. На выходе ГС установите напряжение  $U_0 = 2$  В. По фигуре Лиссажу, полученной на экране осциллографа после включения режима «X-Y», изменяя частоту ГС в пределах  $3 \dots 12$  кГц, определите точку резонанса (при резонансе синусоиды тока и напряжения находятся в фазе, т. е. наблюдаемый эллипс превращается в прямую ли-

нию). По осциллограмме вычислите значение резонансной частоты:  $f_0 = 1/T_0$ , где  $T_0$  – период синусоиды.

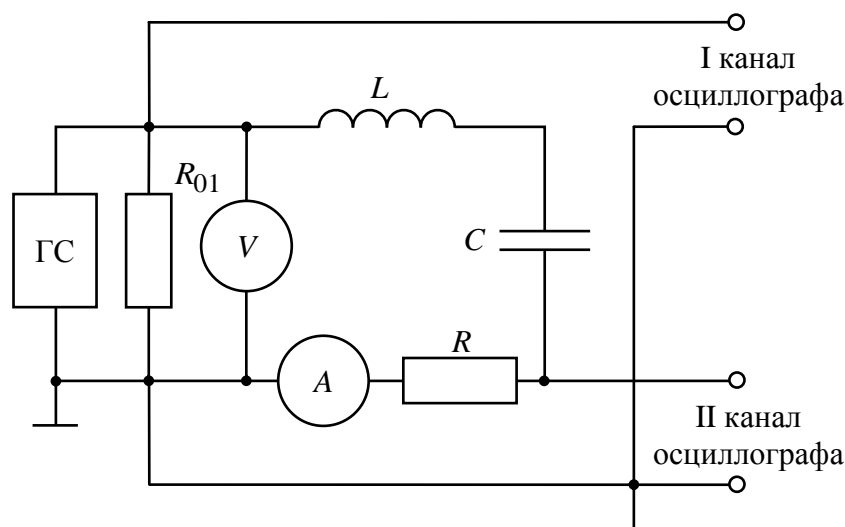


Рис. 6.5

Для трех частот  $f = f_0$ ;  $f = 2f_0$  и  $f = 0,5f_0$  измерьте  $I$ ,  $U_R$ ,  $U_C$ ,  $U_L$ . Результаты занесите в табл. 6.2.

Таблица 6.2

Устанавливают		Измеряют					Вычисляют
$f$ , кГц	$U_0$ , В	$I$ , мА	$U_R$ , В	$U_C$ , В	$U_L$ , В	$\varphi_{\text{осц}}, \dots^\circ$	$\varphi_{\text{ВД}}, \dots^\circ$

Далее снимите осциллограммы входного напряжения и тока исследуемой цепи для трех вышеуказанных частот. По полученным данным постройте ВД, из которых определите значения угла сдвига фаз между входным напряжением и током. Сравните их с соответствующими значениями углов сдвига, полученными по осциллограммам.

Сформулируйте *вопросы 5, 6*, аналогичные приведенным при исследовании  $RC$ -цепи, и ответьте на них.

### 6.3. Требования к отчету

Отчет должен содержать формулировку цели работы, все разделы экспериментального исследования и заключение. По каждому разделу в отчет необходимо включить его название, схемы для измерений, таблицу опытных данных и расчетных значений, обработанные осциллограммы, ВД с указани-

ем масштабов, а также письменные ответы на все вопросы. Заключение должно содержать краткие выводы.

## Работа № 7

### ИССЛЕДОВАНИЕ РЕЗОНАНСНЫХ ЯВЛЕНИЙ В ПРОСТЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ

*Цель работы:* исследование резонанса и АЧХ последовательного и параллельного колебательных контуров.

#### 7.1. Подготовка к работе

Резонанс – это такое состояние  $RLC$ -цепи в установившемся синусоидальном режиме, при котором напряжение и ток на входе цепи совпадают по фазе.

Схемы исследуемых цепей приведены на рис. 7.1. Резонанс в цепи на рис. 7.1, *а* называют резонансом напряжений, а цепь – последовательным контуром; резонанс в цепи на рис. 7.1, *б* – резонансом токов, а цепь – параллельным контуром.

При резонансе вещественными становятся комплексное сопротивление последовательной цепи  $Z(j\omega) = R + j[\omega L - 1/(\omega C)]$  и, соответственно, комплексная проводимость параллельной цепи  $Y(j\omega) = G + j[\omega C - 1/(\omega L)]$ . Отсюда резонансная частота приведенных на рис. 7.1, *а*, *б* цепей:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}; \quad f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}. \quad (7.1)$$

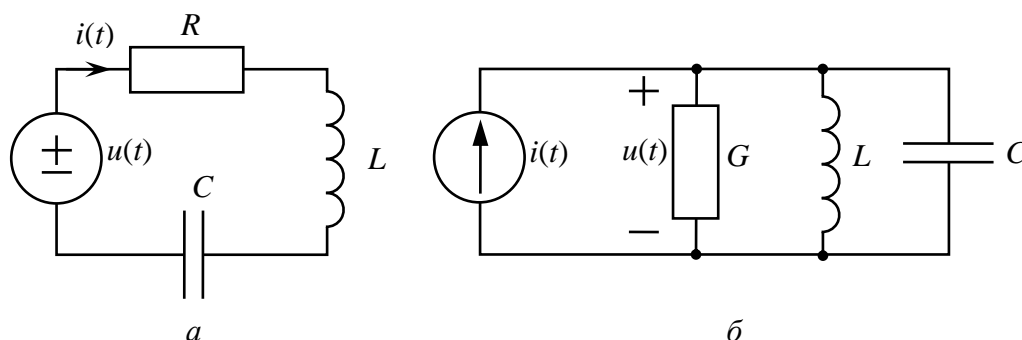


Рис. 7.1

При резонансе модуль проводимости цепи на рис. 7.1, *а* становится максимальным:

$$|Y| = \frac{1}{|Z|} = \frac{1}{\sqrt{R^2 + [\omega_0 L - 1/(\omega_0 C)]^2}} = \frac{1}{R}.$$

Это значит, что при  $\omega = \omega_0$  максимальным будет ток:

$$I_0 = \frac{1}{R} U. \quad (7.2)$$

Напряжения на емкости и индуктивности в цепи на рис. 7.1, а при резонансе компенсируют друг друга и могут быть во много раз больше напряжения источника. Отношение действующего значения напряжения любого из реактивных элементов к напряжению источника при  $\omega = \omega_0$  называют добротностью  $Q$  последовательного контура:

$$Q = \frac{U_{C0}}{U} = \frac{U_{L0}}{U} = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{\omega_0 C R} = \frac{\sqrt{L}}{R} = \frac{\rho}{R}, \quad (7.3)$$

где  $\rho$  – характеристическое сопротивление контура.

Если в режиме резонанса измерены напряжения на входе  $U$  и на конденсаторе  $U_{C0}$ , ток  $I_0$  и резонансная частота  $f_0$ , то из приведенных соотношений можно определить все параметры последовательного контура: сопротивление  $R$  из (7.2), добротность  $Q$  и характеристическое сопротивление  $\rho$  из (7.3), а емкость и индуктивность из (7.1) и (7.3):

$$C = \frac{1}{2\pi f_0 \rho}, \quad L = \frac{\rho}{2\pi f_0}. \quad (7.4)$$

Параллельный  $RLC$ -контур на рис. 7.1, б дуален последовательному. При резонансе токов максимальным становится модуль его комплексного сопротивления:

$$|Z| = \frac{1}{|Y|} = \frac{1}{\sqrt{G^2 + [\omega_0 C - 1/(\omega_0 L)]^2}} = \frac{1}{G}.$$

Это значит, что при  $\omega = \omega_0$  максимальным будет напряжение на входе цепи:

$$U_0 = \frac{1}{G} I. \quad (7.5)$$



Токи, протекающие через индуктивность и емкость в цепи на рис. 7.1, б, при резонансе компенсируют друг друга и могут во много раз быть больше тока источника. Отношение действующего значения тока любого из реактивных элементов к току источника при  $\omega = \omega_0$  называют добротностью параллельного контура:

$$Q = \frac{I_{C0}}{I} = \frac{I_{L0}}{I} = \frac{\omega_0 C}{G} = \frac{1}{\omega_0 L G} = \frac{1}{\rho G} = \frac{R}{\rho}. \quad (7.6)$$

Если в режиме резонанса измерены входной ток  $I$  и ток конденсатора  $I_{C0}$ , напряжение  $U_0$  и резонансная частота  $f_0$ , то из (7.5) можно определить  $G$ , из (7.6) –  $Q$  и  $\rho$ , а из (7.4) –  $L$  и  $C$ .

При отклонении частоты от резонансной реактивное сопротивление последовательного контура и реактивная проводимость параллельного не равны нулю, поэтому ток первого и напряжение второго уменьшаются.

АЧХ (резонансная кривая) последовательного контура есть зависимость модуля проводимости от частоты:

$$|Y(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{R^2 + [\omega L - 1/(\omega C)]^2}} = \frac{1}{R\sqrt{1 + Q^2(\omega/\omega_0 - \omega_0/\omega)^2}}. \quad (7.7)$$

Для параллельного контура, дуально, АЧХ – это зависимость модуля сопротивления от частоты:

$$|Z(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{G^2 + [\omega C - 1/(\omega L)]^2}} = \frac{1}{G\sqrt{1 + Q^2(\omega/\omega_0 - \omega_0/\omega)^2}}.$$

«Острота» резонансной кривой определяет частотную избирательность цепи. По АЧХ можно определить добротность контура. Она равна отношению  $f_0$  к полосе пропускания  $\Delta f$ , измеренной по уровню 0,707 от максимума АЧХ:

$$Q = \frac{f_0}{\Delta f}.$$

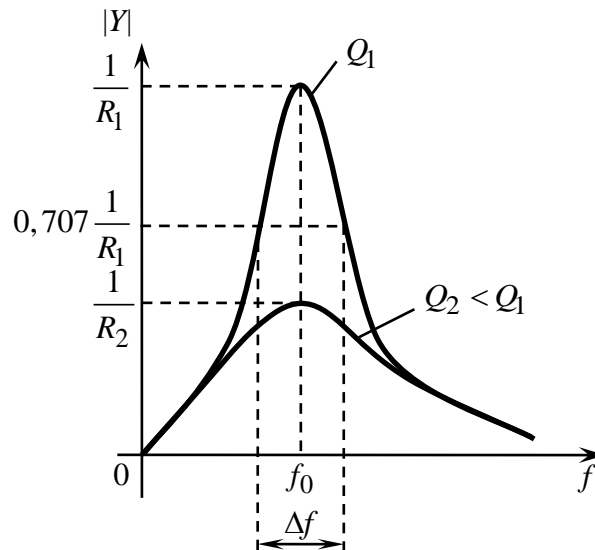


Рис. 7.2

Примерный вид АЧХ, построенных по выражению (7.7) при различных значениях  $R$ , представлен на рис. 7.2.

## 7.2. Экспериментальное исследование резонанса напряжений

Исследуемые цепи питаются от ИН. Для приближения свойств ГС к свойствам идеального ИН параллельно выходу генератора подключен находящийся под платой резистор, сопротивление которого много меньше сопротивления контура во всех режимах его работы, и поэтому напряжение на входе цепи будет практически неизменным.

### 7.2.1. Исследование резонанса напряжений и АЧХ контура с малыми потерями

Соберите схему, изображенную на рис. 7.3.

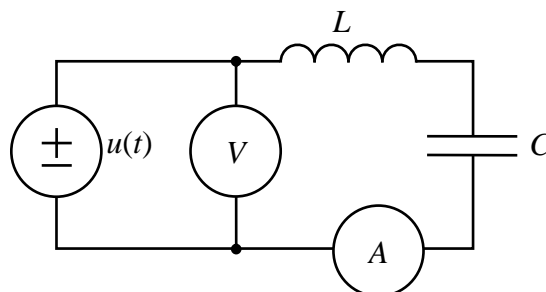


Рис. 7.3

Потери в контуре объясняются неидеальностью элементов и характеризуются сопротивлением потерь  $R_0$ , так что в данном случае в цепи на рис. 7.1, а  $R = R_0$ .

Установите напряжение источника  $U = 2$  В. Изменяя частоту ГС в пределах 1...7 кГц, определите резонансную частоту  $f_0$  по максимуму тока. При  $f = f_0$  напряжение источника может уменьшиться, и в этом случае его следует увеличить до 2 В. После этого измерьте величины, указанные в табл. 7.1.

Таблица 7.1

Измеряют при резонансе				Вычисляют				
$U$ , В	$I_0$ , мА	$f_0$ , кГц	$U_{C0}$ , В	$R$ , Ом	$Q$	$\rho$ , Ом	$L$ , Гн	$C$ , мкФ

По данным измерений вычислите  $R = R_0$ ,  $Q$ ,  $\rho$ ,  $L$  и  $C$ .

Для получения АЧХ снимите зависимость тока от частоты, контролируя напряжение источника  $U = 2$  В. Рекомендуется изменять частоту от  $0,5f_0$  до  $2f_0$  и снять 5 показаний до  $f_0$  и 5 после  $f_0$ . Результаты измерений занесите в табл. 7.2, в которую необходимо перенести также значение тока  $I_0$  при  $f = f_0$  из табл. 7.1.

Таблица 7.2

Измеряют		Вычисляют
$f$ , кГц	$I$ , мА	$ Y(j\omega) $ , См

*Вопрос: 1.* Как, используя эквивалентные схемы цепи для  $\omega = 0$ ,  $\omega \rightarrow \infty$  и  $\omega = \omega_0$ , определить значения АЧХ на этих частотах и проконтролировать результаты эксперимента?

### 7.2.2. Исследование резонанса напряжений и АЧХ контура с большими потерями

Соберите схему, изображенную на рис. 7.4.

Потери в этом контуре определяются сопротивлением  $R = R_1 + R_0$ . Методика исследования здесь такая же, как в 7.2.1. Результаты измерений занесите в таблицы, аналогичные табл. 7.1 и 7.2. По результатам измерений в табл. 7.1 вычислите лишь  $R$  и  $Q$ .

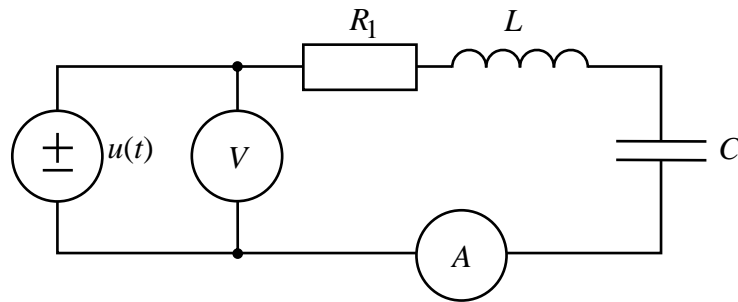


Рис. 7.4

*Вопрос 2.* В чем сходство и в чем различие данных, измеренных и рассчитанных в 7.2.1 и 7.2.2?

### 7.2.3. Исследование влияния емкости на характеристики контура

Соберите схему, изображенную на рис. 7.5.

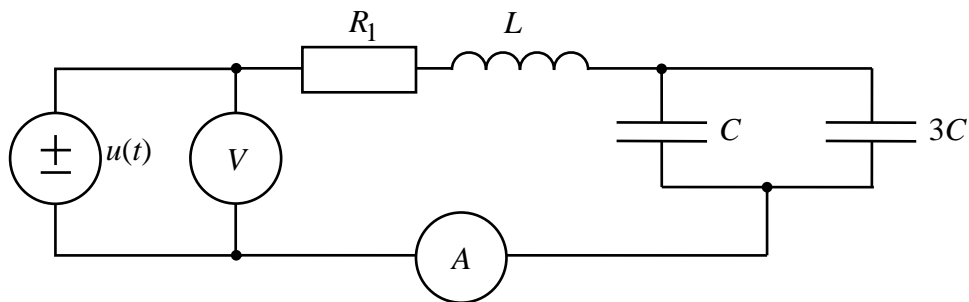


Рис. 7.5

Проведите измерения, аналогичные 7.2.2.

*Вопрос 3.* В чем сходство и в чем различие данных в 7.2.2 и 7.2.3?

### 7.3. Экспериментальное исследование резонанса токов

Исследуемые цепи питаются от ИТ  $i(t)$  (см. рис. 7.1, б). Для приближения свойств ГС к свойствам идеального ИТ последовательно с выходом ГС включен находящийся под платой резистор, сопротивление которого много больше сопротивления контура во всех режимах его работы, так что ток через входные зажимы будет практически неизменным.

### 7.3.1. Исследование резонанса токов и АЧХ контура с малыми потерями

Соберите схему, изображенную на рис. 7.6.

Потери в цепи объясняются неидеальностью элементов и могут характеризоваться проводимостью потерь  $G_0$ , так что в данном случае в цепи на рис. 7.1, б  $G = G_0$ .

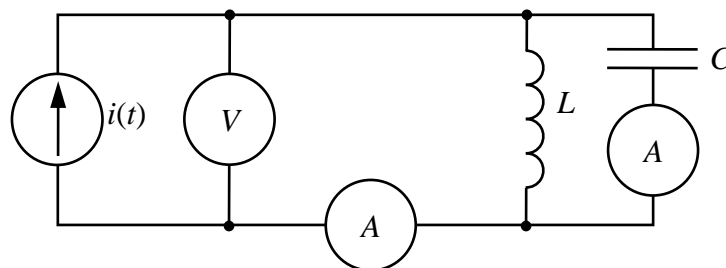


Рис. 7.6

Установите ток источника  $I = 0,5$  мА. Изменяя частоту ГС в пределах от 1 до 7 кГц, определите резонансную частоту  $f_0$  по максимуму напряжения в цепи. В случае уменьшения тока  $I$  на резонансной частоте следует его увеличить до 0,5 мА. После этого измерьте величины, указанные в табл. 7.3.

Таблица 7.3

Измеряют при резонансе				Вычисляют					
$I$ , мА	$U_0$ , В	$f_0$ , кГц	$I_{C0}$ , мА	$Q$	$G$ , См	$R = 1/G$ , Ом	$\rho$ , Ом	$L$ , Гн	$C$ , мкФ

Для получения АЧХ снимите зависимость напряжения от частоты, контролируя ток источника  $I = 0,5$  мА.

Рекомендуется изменять частоту от  $0,5f_0$  до  $2f_0$  и снять 5 показаний до  $f_0$  и 5 после  $f_0$ . Результаты измерений занесите в табл. 7.4, в которую также необходимо перенести значение  $U$  при  $f = f_0$  из табл. 7.3.

Таблица 7.4

Измеряют		Вычисляют
$f$ , кГц	$U$ , В	$ Z(j\omega) $ , Ом

**Вопрос 4.** Как, используя эквивалентные схемы цепи для  $\omega = 0$ ,  $\omega \rightarrow \infty$  и  $\omega = \omega_0$ , определить значения АЧХ на этих частотах и проконтролировать результаты эксперимента?

### 7.3.2. Исследование резонанса токов и АЧХ контура с большими потерями

Соберите схему, изображенную на рис. 7.7.

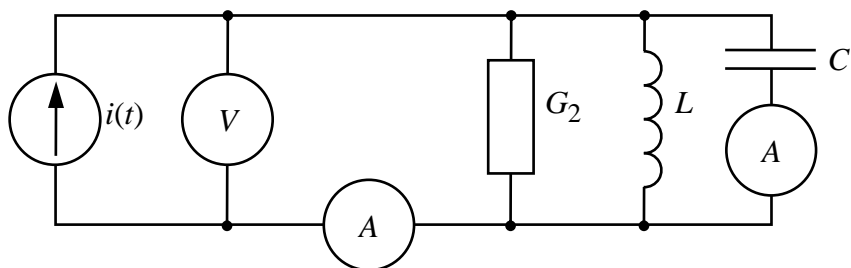


Рис. 7.7

Потери в цепи определяются проводимостью  $G = G_2 + G_0$ . Методика исследований здесь такая же, как в 7.3.1. Результаты измерений занесите в таблицы, аналогичные табл. 7.3 и 7.4. По результатам измерений в табл. 7.3 вычислите лишь  $G$ ,  $R = 1/G$  и  $Q$ .

*Вопрос 5.* В чем сходство и в чем различие данных, измеренных и рассчитанных в 7.3.1 и 7.3.2?

### 7.3.3. Исследование влияния изменения емкости на характеристики контура

Соберите схему, изображенную на рис. 7.8.

Проведите измерения, аналогичные 7.3.2.

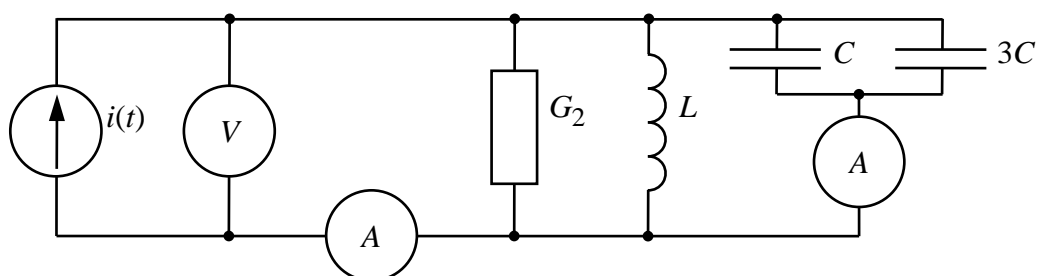


Рис. 7.8

*Вопрос 6.* В чем сходство и в чем различие данных 7.3.2 и 7.3.3?

## 7.4. Требования к отчету

В отчете должны быть отражены цель работы, все разделы исследований и заключение. По каждому разделу необходимо включить в отчет его назва-

ние, схему цепи, проделанные расчеты, таблицы измерений и вычислений, а также письменные ответы на все вопросы. Рекомендуется на одном графике построить все АЧХ, полученные в 7.2, с расчетом добротности по ним, на другом – аналогично для 7.3.

## Работа № 8

### ИССЛЕДОВАНИЕ ЧАСТОТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ДВУХПОЛЮСНИКОВ

*Цель работы:* исследование амплитудно-частотных и фазочастотных характеристик входных сопротивлений  $LC$ - и  $RLC$ -двухполюсников.

#### 8.1. Подготовка к работе

В работе необходимо исследовать частотные характеристики реактивного  $LC$ -двухполюсника и  $RLC$ -двухполюсника, схемы которых представлены на рис. 8.1.

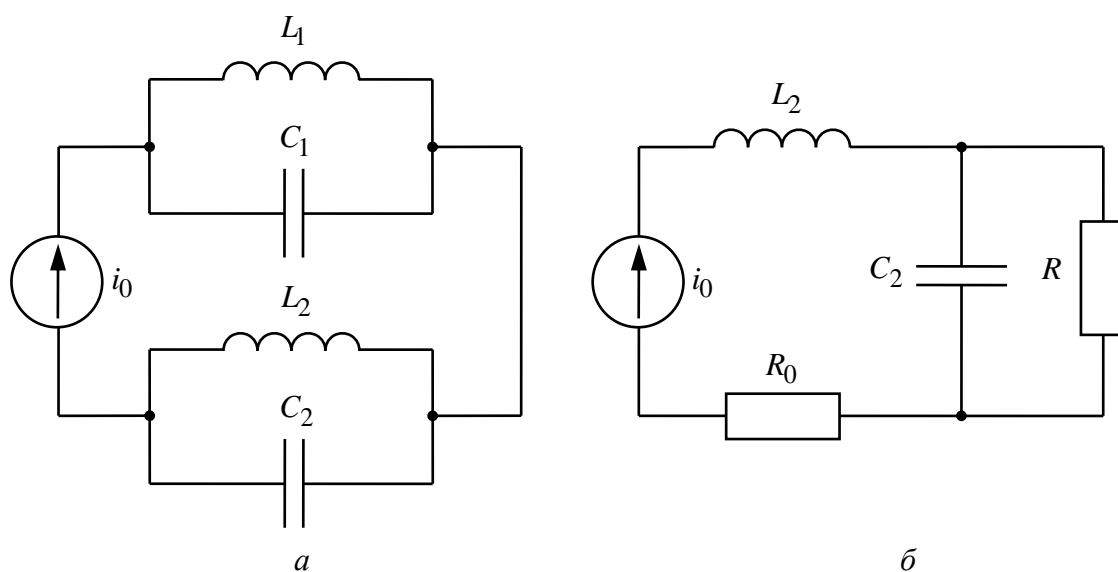


Рис. 8.1

При действии на цепь ИТ реакцией является напряжение на входе, и свойства пассивного ДП в установившемся синусоидальном режиме определяются входным сопротивлением

$$Z(j\omega) = |Z(j\omega)|e^{j\varphi(\omega)} = r(\omega) + jx(\omega).$$

График модуля  $|Z(j\omega)|$ , построенный в виде функции от частоты  $\omega$ , является в данном случае АЧХ, график аргумента  $\varphi(\omega)$  – ФЧХ, а графики  $r(\omega)$  и  $x(\omega)$  – соответственно вещественной и мнимой частотными характеристиками ДП. Используют также АФХ, представляющую собой геометрическое место значений  $Z(j\omega)$ , построенное в комплексной плоскости, например по графикам АЧХ и ФЧХ.

При резонансе в пассивном ДП выполняется условие  $\text{Im}Z(j\omega) = 0$  или  $\text{Im}Y(j\omega) = 0$ , т. е. на резонансной частоте  $\omega_0$  в установившемся синусоидальном режиме ток и напряжение ДП совпадают по фазе:  $\varphi(\omega_0) = 0$ .

Для  $LC$ -двухполюсника входное сопротивление будет мнимой нечетной дробно-рациональной функцией  $\omega$ :

$$Z(j\omega) = jx(\omega) = jK \frac{\omega(\omega_{1H}^2 - \omega^2)(\omega_{2H}^2 - \omega^2) \dots}{(\omega_{1T}^2 - \omega^2)(\omega_{2T}^2 - \omega^2) \dots} \quad (8.1)$$

Нули  $j\omega_{kH}$  и полюсы  $j\omega_{kT}$  сопротивления  $Z(j\omega)$ , определяемые соответственно из условия резонанса напряжений  $Z(j\omega) = 0$  и условия резонанса токов  $Z(j\omega) \rightarrow \infty$ , совпадают с резонансными частотами  $LC$ -двухполюсника. Они являются мнимыми числами и располагаются, чередуясь друг с другом, на оси  $j\omega$  плоскости комплексной частоты  $s = \sigma + j\omega$ . В зависимости от структуры и элементов цепи в начале координат располагается либо нуль, как в (8.1), либо полюс. Для неприводимых цепей общее число резонансов напряжений и токов на единицу меньше количества реактивных элементов.

Используя указанные свойства реактивных ДП, а также свойство  $dx/d\omega \geq 0$ , можно построить частотные характеристики  $jx(\omega)$  качественно. Например, для ДП, изображенного на рис. 8.1, а, частотная характеристика  $jx(\omega)$ , приведенная на рис. 8.2, может быть построена качественно для  $\omega > 0$ , исходя из следующих соображений: в цепи возможны лишь 3 резонансные частоты  $\omega_{1T}$ ,  $\omega_{1H}$  и  $\omega_{2T}$ ; предельные значения сопротивления  $x(0) = 0$  и  $x(\infty) = 0$  оцениваются посредством анализа эквивалентной схемы замещения при  $\omega = 0$  и  $\omega \rightarrow \infty$ .



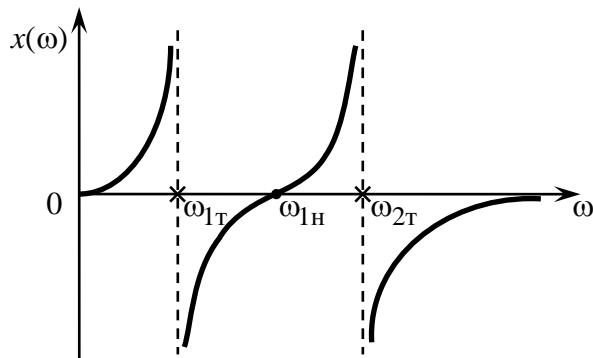


Рис. 8.2

АЧХ этого идеализированного  $LC$ -двухполюсника определяется модулем функции, изображенной на рис. 8.2, поскольку  $|Z(j\omega)| = |jx(\omega)| = |x(\omega)|$ . АЧХ ДП с реальными катушками индуктивности и конденсаторами, полученная опытным путем, не принимает нулевых и бесконечно больших значений; она является непрерывной функцией частоты, но при высокой добротности контуров, исследуемых в работе ( $Q \geq 15 \dots 20$ ), сохраняет большую крутизну в области резонансных значений частоты.

Для  $RLC$ -двухполюсников в зависимости от соотношения значений параметров  $R, L, C$  резонанс может и не наблюдаться. Следует также отметить, что в  $RLC$ -двухполюсниках частоты, соответствующие максимальным и минимальным значениям  $|Z(j\omega)|$ , в общем случае не совпадают с резонансными.

Перед экспериментальным исследованием выполните следующее расчетное задание, необходимое для контроля опытных данных:

1. Вычислите резонансные частоты  $LC$ -двухполюсника, изображенного на рис. 8.1, а ( $L_1 = 8 \cdot 10^{-2}$  Гн,  $L_2 = 2 \cdot 10^{-2}$  Гн,  $C_1 = 0,1$  мкФ,  $C_2 = 0,05$  мкФ), по формулам:

$$f_{1T} = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_1 C_1}}; \quad f_{1H} = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_1 L_2 (C_1 + C_2)}}; \quad f_{2T} = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_2 C_2}}$$

и постройте качественно график АЧХ  $|Z(j\omega)|$  ДП.

2. Для  $RLC$ -двухполюсника, изображенного на рис. 8.1, б, резонансная частота

$$f_p = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{L_2 C_2} - \frac{1}{R^2 C_2^2}}. \quad (8.2)$$

Приняв  $L_2 = 2 \cdot 10^{-2}$  Гн,  $C_2 = 0,05$  мкФ, выясните, при каком из резисторов  $R$ , используемых в работе ( $R_1 = 2$  кОм или  $R_2 = 0,3$  кОм), резонанс невозможен, а при каком – возможен; вычислите на основании (8.2) значение резонансной частоты и постройте качественно АЧХ  $|Z(j\omega)|$  рассматриваемого  $RLC$ -двухполюсника для обоих случаев.

## 8.2. Экспериментальные исследования

### 8.2.1. Исследование частотных характеристик $LC$ -двухполюсника

Для снятия частотных характеристик двухполюсников соберите схему, изображенную на рис. 8.3, где ДП – двухполюсник;  $R_0 = 200$  Ом – дополнительное сопротивление, с которого снимается напряжение, пропорциональное току ДП.

Выход ГС подключите к клеммам «ГС» лабораторной платы. Чтобы обеспечить на входе ДП неизменный ток, т. е. приблизить свойства ГС к свойствам ИТ, последовательно с входом ГС включен расположенный под платой резистор  $R_6$ , сопротивление которого значительно больше сопротивления ДП в исследуемом диапазоне частот.

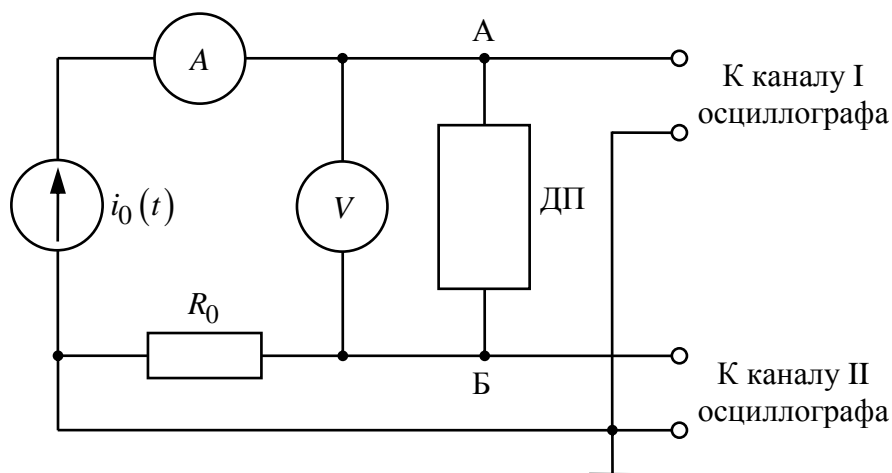


Рис. 8.3

Установите ток ДП  $I = 0,3$  мА. Затем определите резонансные частоты  $f_{1T}$ ,  $f_{1H}$ ,  $f_{2T}$  опытным путем, используя фигуры Лиссажу на экране осциллографа. При этом переключатель режима работы усилителя осциллографа установите в положение «П X-Y», а переключатель синхронизации – в положение «X-Y» (можно ручку осциллографа «TIME/DIV» вывернуть против часовой стрелки до упора). Для получения фигур Лиссажу на входы осциллографа необходимо, строго говоря, подать напряжение ДП  $U_{AB}$  и пропорциональное току ДП напряжение  $U_{R_0}$  с резистора  $R_0$ . Хотя в схеме на рис. 8.3 вместо  $U_{AB}$  к каналу I осциллографа подводится напряжение  $U_{AB} + U_{R_0}$ , вносимая ошибка невелика, так как  $R_0$  много меньше сопротивления ДП.

Изменяя частоту ГС в диапазоне  $\Delta f$  от  $0,2f_{1T}$  до  $2f_{2T}$ , зафиксируйте частоты, при которых на экране осциллографа эллипс превращается в линию. Это происходит при резонансе, когда синусоиды напряжения и тока ДП совпадают по фазе. Так как при изменении частоты амплитуда напряжения  $U_{AB}$  будет изменяться значительно, то регулируйте усиление канала I так, чтобы весь эллипс умещался на экране осциллографа.

Далее снимите АЧХ ДП. Для этого рекомендуется измерить напряжение на входе цепи  $U_{AB}$  для 3–5 значений частоты между соседними резонансными частотами. Обязательно зафиксируйте минимальные и максимальные значения функции  $U_{AB}(f)$  и значения напряжения на резонансных частотах. Результаты измерения  $U_{AB}(f)$  занесите в таблицу, приведенную ниже; рассчитайте зависимость  $|Z(j\omega)|$  от частоты.

Значения ФЧХ LC-двухполюсника определите качественно, считая ДП идеальным, т. е.  $\varphi = 90^\circ$  при индуктивном характере ДП ( $x > 0$ , см. рис. 8.2) и  $\varphi = -90^\circ$  – при емкостном. Постройте графики АЧХ и ФЧХ, сравните их с полученными качественно при подготовке к работе.

Номер раздела	$f$ , кГц	$I$ , мА	$U_{AB}$ , В	$ Z $ , кОм	$\varphi, \dots^\circ$

*Вопросы:* 1. В чем отличие частотных характеристик реальной цепи, составленной из катушек индуктивности и конденсаторов, от характеристик идеальных реактивных ДП? 2. Как проконтролировать полученные АЧХ и ФЧХ по эквивалентным схемам цепи при  $f = 0, f \rightarrow \infty, f = f_{1T}, f = f_{2T}$ ?

### 8.2.2. Исследование частотных характеристик RLC-двухполюсника, в котором резонанс возможен

Соберите схему, изображенную на рис. 8.1, б. Используйте тот из резисторов, при котором на основании расчета по формуле (8.2) возможен резонанс.

Исследуйте АЧХ способом, аналогичным описанному в 8.2.1. Данные измерений в 6–7 точках диапазона  $\Delta f$  от  $0,2f_p$  до  $2f_p$  занесите в таблицу.

Затем снимите ФЧХ ДП, для чего подайте на вход I осциллографа напряжение ДП, а на вход II – напряжение  $U_{R_0}$  с резистора  $R_0$ , пропорциональное току ДП. Для наблюдения на экране двух сигналов поставьте переключатели « $\approx$ ,  $\perp$ ,  $\sim$ » обоих каналов в положение « $\sim$ »; нажмите кнопку « $\rightarrow\rightarrow$ », а также кнопку режима синхронизации «внутр. I». Переместите наблюдаемые сигналы так, чтобы они были симметричны относительно центральной горизонтальной линии.

Рекомендуется ручкой «время/дел.» подбирать такой масштаб по горизонтали, чтобы на всех частотах период сигнала соответствовал одинаковому числу делений  $A_1$  градуированной шкалы. Разность фаз отсчитайте в делениях  $A_2$  шкалы, тогда  $|\varphi| = 360^\circ A_2 / A_1$ .

Снимите значения ФЧХ для указанных в таблице частот и с учетом знака  $\varphi$  занесите их в последний столбец таблицы. Обязательно включите в таблицу данные измерения при резонансе и на частоте минимума АЧХ. Вычислите  $|Z(j\omega)|$ .

Используя графики АЧХ и ФЧХ, изобразите АФХ. Для этого целесообразно определить по графику ФЧХ значения частот, соответствующих некоторым значениям угла  $\varphi$  (например,  $\varphi = \pm 20^\circ, \pm 40^\circ$  и т. д.). Затем для этих частот по АЧХ отсчитайте значения  $|Z(j\omega)|$  и нанесите точки, соответствующие концам вектора  $Z(j\omega) = |Z(j\omega)|e^{j\varphi(\omega)}$ , на комплексную плоскость. К полученным таким образом точкам АФХ добавьте точки, определяемые значениями  $Z(j\omega)$  при резонансной, нулевой и бесконечной частотах.

*Вопрос 3.* Можно ли по частотным характеристикам (АЧХ, ФЧХ, АФХ) определить резонансные частоты ДП? По каким признакам?

### 8.2.3. Исследование частотных характеристик *RLC-двухполюсника, в котором резонанс невозможен*

Проведите в полном объеме исследования, аналогичные описанным в 8.2.2, используя второй резистор.

*Вопросы:* 4. В чем причина отсутствия резонанса в исследуемой *RLC*-цепи и какие из графиков (АЧХ, ФЧХ или АФХ) об этом свидетельствуют? 5. Как проконтролировать АЧХ, ФЧХ и АФХ цепи при  $f = 0$  и  $f \rightarrow \infty$ ?

### 8.3. Требования к отчету

Отчет должен содержать цель работы, все разделы исследований и заключение. По каждому разделу в отчет необходимо включить название, схемы исследуемых цепей, расчетные формулы и результаты расчета, таблицы опытных и расчетных данных, графики АЧХ, ФЧХ и АФХ, письменные ответы на все поставленные вопросы.

## Работа № 9

### ИССЛЕДОВАНИЕ ИНДУКТИВНО СВЯЗАННЫХ ЦЕПЕЙ

*Цель работы:* экспериментальное определение параметров двух индуктивно связанных катушек и проверка основных соотношений индуктивно связанных цепей при различных соединениях катушек.

#### 9.1. Подготовка к работе

Схема замещения двух индуктивно связанных катушек, удовлетворительно учитывающая электромагнитные процессы в диапазоне низких и средних частот, представлена на рис. 9.1, где  $L_1$ ,  $R_1$  и  $L_2$ ,  $R_2$  – индуктивности и сопротивления соответственно первой и второй катушек;  $M$  – их взаимная индуктивность.

Степень магнитной связи двух катушек определяется коэффициентом связи:

$$k = \frac{|M|}{\sqrt{L_1 L_2}} = \frac{|x_M|}{\sqrt{x_1 x_2}}, \quad (9.1)$$

где  $x_1 = \omega L_1$ ,  $x_2 = \omega L_2$  – индуктивные сопротивления катушек;  $x_M = \omega M$  – сопротивление взаимной индуктивности; при этом  $0 \leq k \leq 1$ .

В режиме гармонических колебаний (в установившемся синусоидальном режиме) уравнения цепи на рис. 9.1 имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_1 &= (R_1 + j\omega L_1) \dot{I}_1 + j\omega M \dot{I}_2 = (R_1 + jx_1) \dot{I}_1 + jx_M \dot{I}_2, \\ \dot{U}_2 &= j\omega M \dot{I}_1 + (R_2 + j\omega L_2) \dot{I}_2 = jx_M \dot{I}_1 + (R_2 + jx_2) \dot{I}_2. \end{aligned} \right\} \quad (9.2)$$

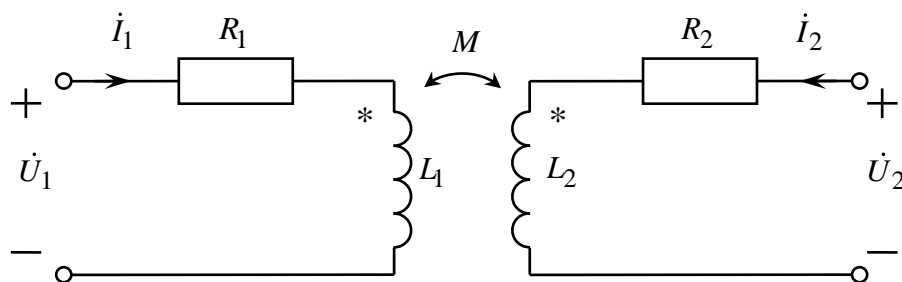


Рис. 9.1

Знак  $M$  и  $x_M$  определяется выбором положительных направлений токов  $I_1$  и  $I_2$ . Для выбранных направлений токов  $M > 0$ , если включение катушек согласное, и  $M < 0$ , если включение встречное. Способ включения катушек устанавливается с помощью однополярных выводов, отмеченных «звездочками»: если токи катушек направлены одинаково относительно однополярных выводов (например, как показано на рис. 9.1), то катушки включены согласо; в противном случае включение встречное.

Параметры уравнения (9.2) могут быть определены из двух опытов холостого хода, в одном из которых  $I_2 = 0$ , в другом  $I_1 = 0$ ; осуществляют эти опыты размыканием соответствующей пары внешних выводов катушек. Если используют катушки достаточно высокой добротности ( $\omega L \gg R$ ), то при определении индуктивностей допустимо пренебречь активными сопротивлениями обмоток катушек, т. е. считать  $R_1 = 0$  и  $R_2 = 0$ ; ошибка при этом будет несущественной с точки зрения инженерной практики. Полагая в уравнениях (9.2) сначала  $I_2 = 0$ , а затем  $I_1 = 0$ , при условии  $R_1 = R_2 = 0$  получаем соответственно:

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= \omega L_1 = U_1 / I_1; \quad |x_M| = |\omega M| = U_2 / I_1, \\ x_2 &= \omega L_2 = U_2 / I_2; \quad |x_M| = |\omega M| = U_1 / I_2. \end{aligned} \right\} \quad (9.3)$$

На рис. 9.2, *а* показано последовательное соединение двух индуктивно связанных катушек. В этом случае  $\dot{I}_1 = \dot{I}_2 = \dot{I}$ ,  $\dot{U} = \dot{U}_1 + \dot{U}_2$  и из уравнений (9.2) при  $R_1 = R_2 = 0$  находим выражение эквивалентной индуктивности:

$$L_3 = \frac{U}{\omega I} = L_1 + L_2 + 2M. \quad (9.4)$$

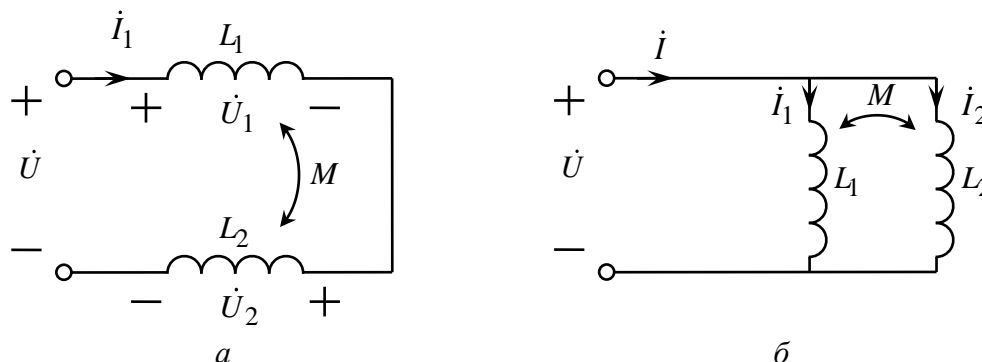


Рис. 9.2

Для параллельного соединения (рис. 9.2, *б*)  $\dot{U}_1 = \dot{U}_2 = \dot{U}$ ,  $\dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2$ . Решая систему уравнений (9.2) относительно токов с учетом  $R_1 = R_2 = 0$ , можно получить выражение эквивалентной индуктивности:

$$L_3 = \frac{U}{\omega I} = \frac{L_1 L_2 - M^2}{L_1 + L_2 - 2M}. \quad (9.5)$$

В выражениях (9.4), (9.5)  $M > 0$  при согласном и  $M < 0$  при встречном включении катушек.

Если к выводам второй катушки присоединить нагрузочное сопротивление  $Z_H$ , получим двухобмоточный трансформатор (рис. 9.3). В трансформаторе энергия от источника, включенного в цепь первичной обмотки, передается нагрузке  $Z_H$ , подключенной ко вторичной обмотке. Эта передача осуществляется без электрической связи между обмотками посредством изменяющегося потока взаимной индукции.

Рассматривая трансформатор как четырехполюсник, можно его передающие свойства характеризовать функциями передачи напряжений и токов. Положив  $\dot{U}_2 = -Z_H \dot{I}_2$ , из уравнений (9.2) при  $R_1 = R_2 = 0$  получаем:

$$H_U(j\omega) = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1} = \frac{j\omega M Z_H}{\omega^2 (M^2 - L_1 L_2) + j\omega L_1 Z_H}.$$

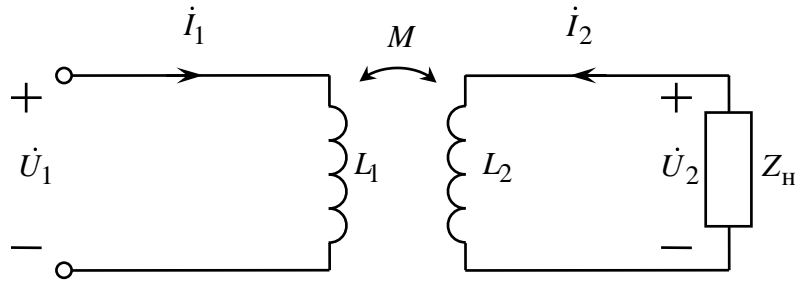


Рис. 9.3

В случае активной нагрузки ( $Z_H = R_H$ ) модуль функции передачи по напряжению (АЧХ)

$$|H_U(j\omega)| = \frac{|M| R_H}{\omega \sqrt{(L_1 L_2 - M^2)^2 + (L_1 R_H / \omega)^2}}. \quad (9.6)$$

## 9.2. Экспериментальные исследования

Объектом исследований являются две катушки 1–1' и 2–2' (рис. 9.4), размещенные на общем ферритовом сердечнике.

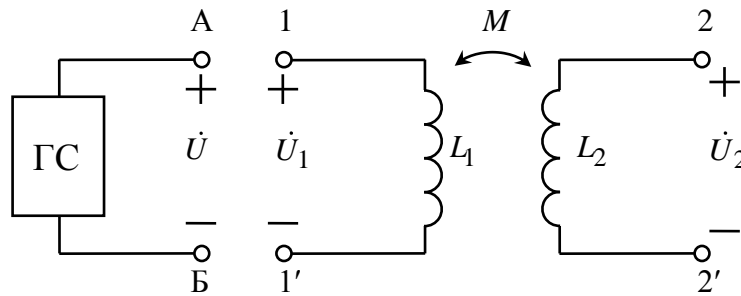


Рис. 9.4

Так как ферритовый сердечник ни в одном из режимов работы не насыщается, всю цепь можно рассматривать как линейную. При достаточно больших значениях частоты сопротивлениями  $R_1$  и  $R_2$  в сравнении с  $\omega L_1$  и  $\omega L_2$  можно пренебречь, не допуская при этом значительной погрешности.



Источником питания цепи является ГС; напряжения и токи измеряются цифровыми приборами.

### 9.2.1. Определение индуктивностей катушек, взаимной индуктивности и коэффициента связи

Для проведения исследований соберите схему, изображенную на рис. 9.4. Установите частоту генератора  $f = 1$  кГц, а напряжение  $U = 2$  В.

Таблица 9.1

Номер катушки	Наблюдают			Вычисляют			
	$U_1$ , В	$U_2$ , В	$I$ , мА	$x$ , Ом	$L$ , Гн	$ x_M $ , Ом	$ M $ , Гн
1							
2							

Каждую из катушек поочередно подключите к выводам А и Б, оставляя вторую разомкнутой. Измерьте напряжение каждой из катушек и ток той катушки, которая подключена к ГС. Результаты измерений занесите в табл. 9.1.

Вычислите параметры по формулам (9.3), коэффициент связи – по формуле (9.1). С целью контроля после получения экспериментальных данных определите  $x_M$  (по двум опытам).

### 9.2.2. Исследование последовательного соединения индуктивно связанных катушек

Соберите схему последовательного соединения катушек (рис. 9.2, а), установите напряжение ГС  $U = 2$  В, частоту  $f = 1$  кГц.

Измерьте напряжения и ток, результаты занесите в табл. 9.2.

Таблица 9.2

Включение	Наблюдают				Вычисляют			
	$U$ , В	$U_1$ , В	$U_2$ , В	$I$ , мА	$I$ , мА	$U_1$ , В	$U_2$ , В	$L_3$ , Гн
Согласное								
Встречное								

Эксперимент осуществите дважды – при согласном и встречном включении катушек. Для перехода от одного способа включения к другому меняйте местами выводы любой из катушек; самостоятельно установите способ включения по данным эксперимента.

Для вычисления  $I$ ,  $U_1$ ,  $U_2$ ,  $L_3$  используйте рассчитанные в 9.2.1 значения  $L_1$ ,  $L_2$ ,  $M$  и соотношения (9.2) и (9.4); при этом  $M$  примите как среднее из двух значений, определенных в 9.2.1.

### 9.2.3. Исследование параллельного соединения индуктивно связанных катушек

Соберите схему параллельного соединения катушек (см. рис. 9.2, б), установите напряжение  $U = 1$  В при  $f = 1$  кГц; данные измерений ( $U$ ,  $I$ ) занесите в табл. 9.3.

Таблица 9.3

Включение	Наблюдают		Вычисляют	
	$U$ , В	$I$ , мА	$I$ , мА	$L_э$ , Гн
Согласное				
Встречное				

При выполнении эксперимента и обработке опытных данных руководствуйтесь пояснениями, приведенными в 9.2.2, и соотношением (9.5).

### 9.2.4. Исследование АЧХ функции передачи трансформатора по напряжению

Соберите схему, представленную на рис. 9.3. В качестве нагрузки используйте поочередно 2 резистора:  $R_{H1} = 100$  Ом и  $R_{H2} = 1000$  Ом.

Таблица 9.4

$f$ , кГц	Нагрузка $R_{H1}$				Нагрузка $R_{H2}$			
	$U_1$ , В	$U_2$ , В	$ H_U(j\omega)  = U_2/U_1$		$U_1$ , В	$U_2$ , В	$ H_U(j\omega)  = U_2/U_1$	
			Опыт	Расчет			Опыт	Расчет

АЧХ снимите, изменяя частоту ГС от 100 Гц до 10 кГц, измеряя напряжения  $U_1$  и  $U_2$  двумя цифровыми вольтметрами и поддерживая  $U_1 = 1$  В. Результаты измерений занесите в табл. 9.4, расчеты выполните по формуле (9.6).

## 9.3. Требования к отчету

В отчете следует сформулировать цель работы, привести все разделы исследований и сделать заключение. По каждому разделу в отчет необходимо включить его название, схемы исследуемых цепей, таблицы данных эксперимента и выполненных вычислений; должны быть приведены соответствующие соотношения и требуемые расчеты. Следует привести графики АЧХ функции передачи напряжения трансформатора (экспериментально снятые и расчетные).

Необходимо также письменно дать ответы на *вопросы*: 1. Как установить правильность выполнения проведенных исследований? 2. Как практически разметить однополярные выводы двух индуктивно связанных катушек? 3. При каком соотношении между параметрами катушек  $L_1$ ,  $L_2$ ,  $M$  напряжение одной из них в режиме гармонических колебаний при последовательном соединении катушек и встречном включении будет отставать от тока? 4. Почему АЧХ трансформатора падает в области низких и высоких частот? В какой частотной области исследуемый трансформатор приближается к идеальному? Почему на нулевой частоте сигнал через трансформатор к нагрузке не проходит? 5. Чем объяснить резкое расхождение расчетных и опытных значений  $|H_U(j\omega)|$  при  $\omega \rightarrow 0$ ?

## Работа № 10

### ИССЛЕДОВАНИЕ ТРЕХФАЗНЫХ ЦЕПЕЙ

*Цель работы:* опытная проверка соотношений, связывающих напряжения и токи трехфазных цепей при соединении приемников звездой и треугольником в установившемся синусоидальном режиме.

#### 10.1. Подготовка к работе

На рис. 10.1 изображена трехфазная цепь, у которой источник и приемник соединены звездой с нейтральным (нулевым) проводом, – четырехпроводная трехфазная система. Напряжение узловой точки  $O_1$  приемника относительно узловой точки  $O$  источника

$$\dot{U}_{O_1O} = (\dot{Y}_a \dot{U}_{AO} + \dot{Y}_b \dot{U}_{BO} + \dot{Y}_c \dot{U}_{CO}) / (\dot{Y}_a + \dot{Y}_b + \dot{Y}_c + \dot{Y}_0),$$

где  $\dot{U}_{AO}$ ,  $\dot{U}_{BO}$ ,  $\dot{U}_{CO}$  – фазные напряжения источника;  $\dot{Y}_a$ ,  $\dot{Y}_b$ ,  $\dot{Y}_c$ ,  $\dot{Y}_0$  – проводимости фаз приемника и нейтрального провода.

Фазные напряжения приемника  $\dot{U}_{aO_1} = \dot{U}_{AO} - \dot{U}_{O_1O}$ ,  $\dot{U}_{bO_1} = \dot{U}_{BO} - \dot{U}_{O_1O}$ ,  $\dot{U}_{cO_1} = \dot{U}_{CO} - \dot{U}_{O_1O}$ . Линейные напряжения  $\dot{U}_{ab} = \dot{U}_{aO_1} - \dot{U}_{bO_1}$ ,  $\dot{U}_{bc} = \dot{U}_{bO_1} - \dot{U}_{cO_1}$ ,  $\dot{U}_{ca} = \dot{U}_{cO_1} - \dot{U}_{aO_1}$ .

Фазные, они же линейные, токи  $\dot{I}_A = \dot{Y}_a \dot{U}_{aO_1}$ ,  $\dot{I}_B = \dot{Y}_b \dot{U}_{bO_1}$ ,  $\dot{I}_C = \dot{Y}_c \dot{U}_{cO_1}$ . Ток нулевого (нейтрального) провода  $\dot{I}_0 = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C$ .

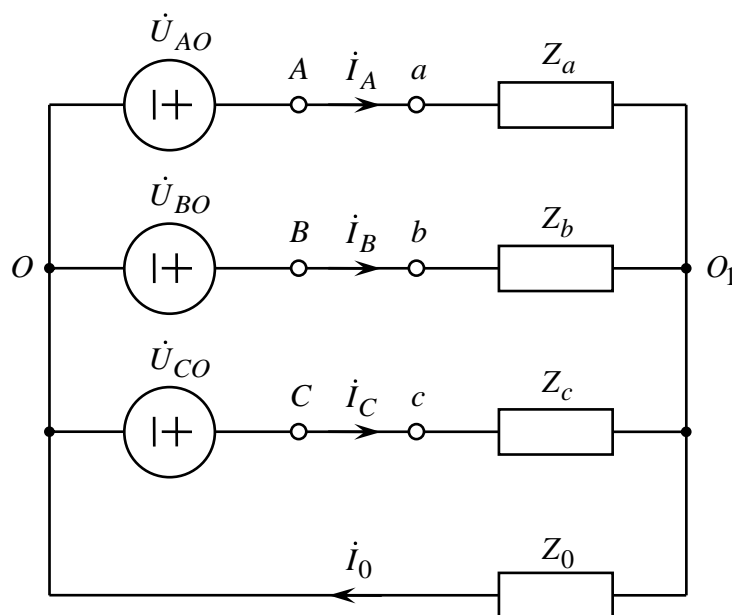


Рис. 10.1

При нулевом сопротивлении нейтрального провода узловое напряжение  $U_{O_1O} = 0$ , что обеспечивает независимый режим работы фаз. В случае симметричного источника и симметричного приемника ( $Z_a = Z_b = Z_c$ ) линейные и фазные напряжения связаны соотношением  $U_{\text{л}} = \sqrt{3}U_{\text{ф}}$ , при этом  $U_{O_1O} = 0$  и  $I_0 = 0$ , поэтому включение или отключение нулевого провода не меняет режима работы цепи.

При отсутствии нулевого провода в несимметричной трехфазной системе наблюдается зависимый режим работы фаз приемника: в случае изменения сопротивления одной фазы изменяются все фазные напряжения и токи.

При симметричном источнике с прямым порядком следования фаз  $\dot{U}_{AO} = \dot{U}_{BO}e^{j120^\circ} = \dot{U}_{CO}e^{-j120^\circ}$  (как показано штриховыми линиями на ВД рис. 10.2, б).

Для определения порядка следования фаз часто используют приемник, соединенный звездой без нейтрального провода (рис. 10.2, а), при этом в две фазы включают лампы накаливания, а в третью конденсатор (причем  $R_1 \approx R_2 \approx |Z_C|$ ). Если предположить, что конденсатор включен в фазу С, то ярко горящая лампа укажет «отстающую» фазу, т. е. фазу А. Схема для проведения опыта и соответствующая ВД приведены на рис. 10.2.

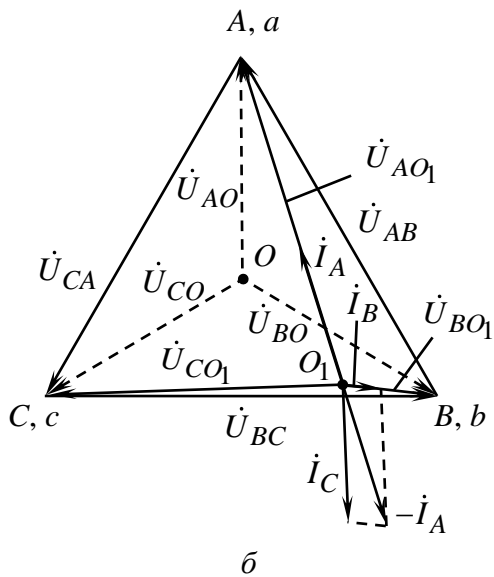
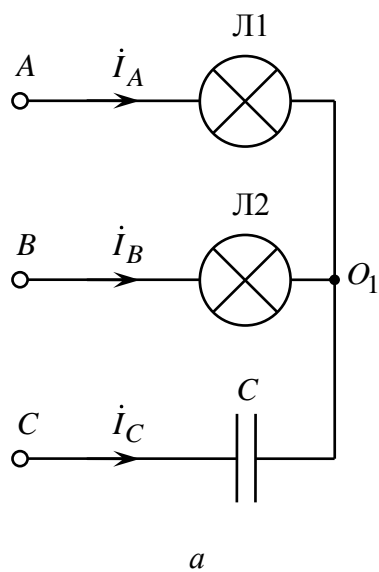


Рис. 10.2

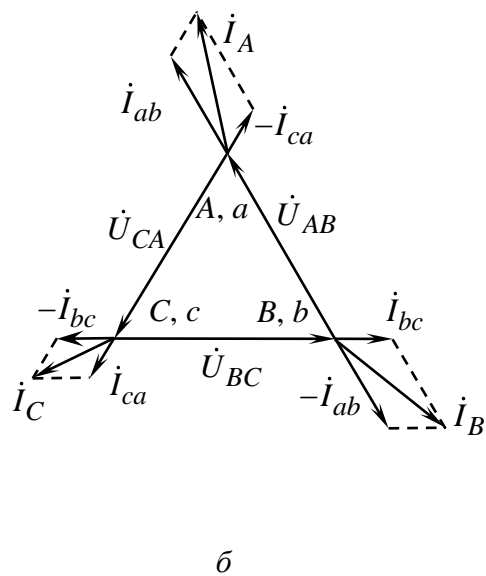
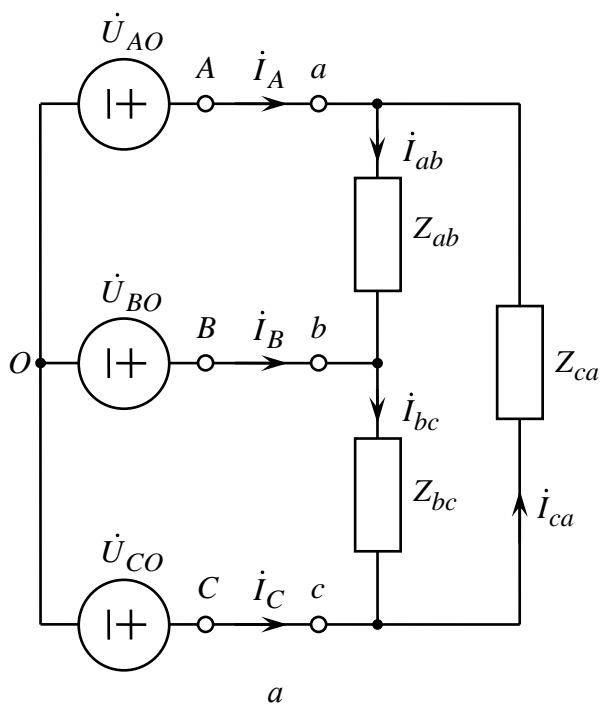


Рис. 10.3

На рис. 10.3, а изображена схема трехфазной цепи, у которой приемник соединен треугольником. Фазные токи приемника  $\dot{I}_{ab} = Y_{ab}\dot{U}_{ab}$ ,  $\dot{I}_{bc} = Y_{bc}\dot{U}_{bc}$ ,  $\dot{I}_{ca} = Y_{ca}\dot{U}_{ca}$ . Линейные токи  $\dot{I}_A = \dot{I}_{ab} - \dot{I}_{ca}$ ,  $\dot{I}_B = \dot{I}_{bc} - \dot{I}_{ab}$ ,  $\dot{I}_C = \dot{I}_{ca} - \dot{I}_{bc}$ .

$= \dot{I}_{ca} - \dot{I}_{bc}$ . При симметричных источнике и приемнике линейные и фазные токи связаны соотношением  $I_{\text{л}} = \sqrt{3}I_{\text{ф}}$ .

Режим работы фаз приемника является независимым, так как напряжения фаз приемника определяются линейными напряжениями источника:  $U_{\text{л}} = U_{\text{ф}}$ . ВД для случая несимметричной активной нагрузки ( $2R_{ab} = R_{bc} = R_{ca}$ ) представлена на рис. 10.3, б.

## 10.2. Экспериментальное исследование соединения звездой

В работе используют плату (рис. 10.4), на которой расположены амперметры А, ключи  $S1 \dots S5$ , нагрузка фаз – лампы накаливания Л1...Л4 и конденсатор  $C$ , а также пакетный переключатель  $S6$  для подачи питания от трехфазного источника.

### 10.2.1. Определение порядка следования фаз

Перед исследованием соединения звездой соберите схему, изображенную на рис. 10.4, и измерьте линейные напряжения  $U_{AB}$ ,  $U_{BC}$ ,  $U_{CA}$ . ИЗМЕНЕНИЯ В СХЕМЕ В КАЖДОМ ПУНКТЕ ИССЛЕДОВАНИЙ ПРОИЗВОДИТЕ ПРИ ОТКЛЮЧЕННОМ ПИТАНИИ!

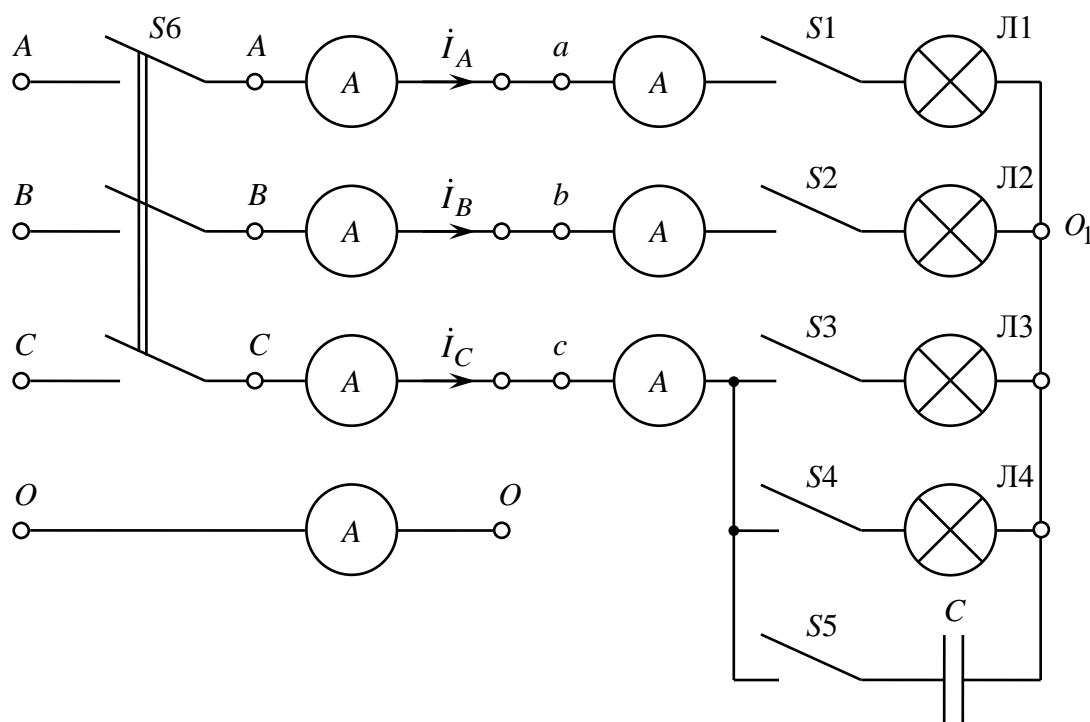


Рис. 10.4

Используя лампы Л1, Л2 и конденсатор С, соберите схему, изображенную на рис. 10.2, а, для чего замкните ключи S1, S2, S5 и разомкните S3, S4 в схеме на рис. 10.4. В этом и каждом последующем пунктах исследований измерьте величины, указанные в табл. 10.1.

Таблица 10.1

Номер пункта	$U_{AO_1}$ , В	$U_{BO_1}$ , В	$U_{CO_1}$ , В	$U_{OO_1}$ , В	$I_A$ , мА	$I_B$ , мА	$I_C$ , мА

На основе результатов измерений начертите в масштабе ВД исследуемой цепи, учитывая, что диаграмма линейных напряжений представляет собой треугольник, построенный по трем сторонам (см. рис. 10.2, б). Положение точки  $O_1$  определите как центр криволинейного треугольника, полученного пересечением окружностей радиусов  $U_{AO_1}$ ,  $U_{BO_1}$ ,  $U_{CO_1}$ , проведенных из вершин треугольника линейных напряжений. Затем изобразите ВД токов, учитывая, что в фазах А и В нагрузка активна, а в фазе С ток опережает напряжение на  $90^\circ$ . *Вопрос 1.* Сформулируйте критерии проверки полученных данных. Соответствует ли ВД первому закону Кирхгофа?

#### 10.2.2. Исследование соединения звездой без нулевого провода

Проделайте следующие опыты:

##### 1. Одинаковая нагрузка фаз.

Включите лампы Л1, Л2, Л3. По результатам измерений постройте ВД. *Вопрос 2.* Соответствует ли ВД симметричному приемнику как в отношении расположения точки  $O_1$ , так и в отношении изображенных векторов напряжений и токов?

##### 2. Неодинаковая нагрузка фаз.

Включите лампы Л1, Л2, а в фазу С – Л3 и Л4.

При анализе ВД, построенных по результатам измерений в этом и последующих пунктах в 10.2 и 10.3, *сформулируйте в каждом пункте вопросы*, аналогичные указанным ранее, и приведите ответы на них.

##### 3. Обрыв фазы В.

Включите только лампы Л1 в фазу А и Л3 в фазу С.

##### 4. Обрыв фазы В при резистивно-емкостной нагрузке в других фазах.

Включите лампу Л1 в фазу А, а в фазу С – только конденсатор.

##### 5. Обрыв фаз В и С.

Включите только лампу Л1 в фазу А.

*6. Короткое замыкание фазы А.*

Вначале (!) включите лампы Л2 и Л3, а затем (!) в фазе А соедините накоротко точки  $a$  и  $O_1$ . По окончании опыта отключите (!) короткозамкнутый провод.

*10.2.3. Исследование соединения звездой с нулевым проводом*

Прodelайте следующие опыты:

*1. Неодинаковая нагрузка фаз.*

Включите лампы Л1, Л2, а в фазе С – Л3 и Л4.

Замкните накоротко точки  $O_1$  и  $O$ . Записав результаты измерений в табл. 10.1, зафиксируйте ток нулевого провода  $I_0$ .

*2. Обрыв фазы В.*

Включите лампы Л1, Л3 при замкнутых накоротко точках  $O_1$  и  $O$ . Аналогично предыдущему опыту измерьте и зафиксируйте  $I_0$ . После проведения опыта нулевой провод обязательно отключите (!).

**10.3. Экспериментальное исследование соединения треугольником**

Соберите схему, изображенную на рис. 10.5.

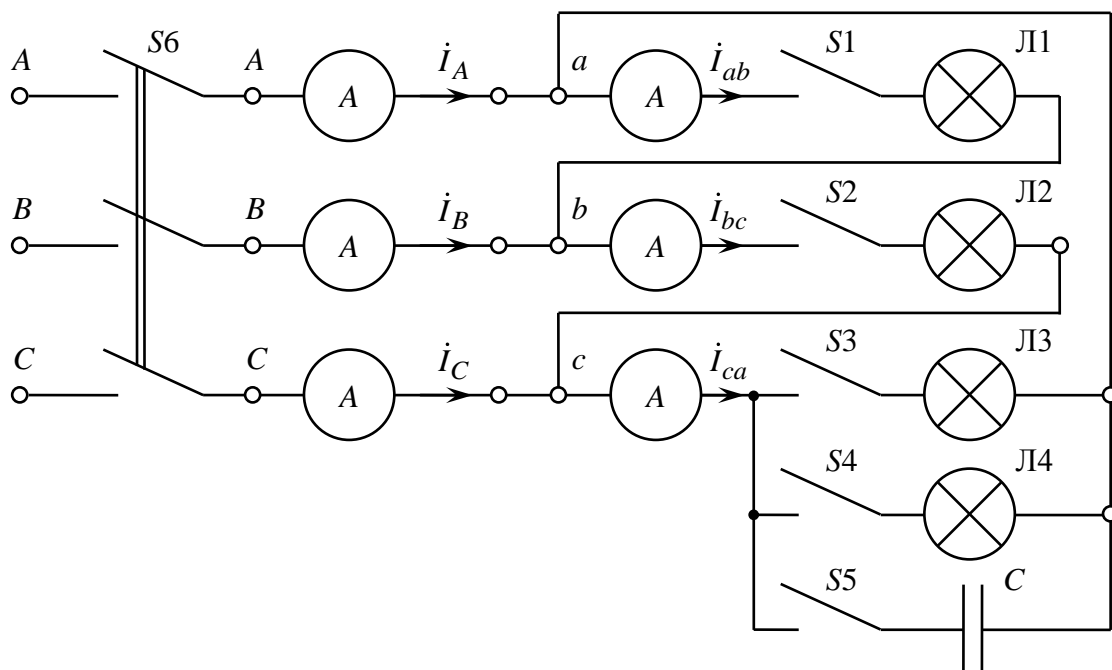


Рис. 10.5



Обратите внимание на расположение амперметров для измерения линейных токов  $I_A$ ,  $I_B$ ,  $I_C$  и фазных токов  $I_{ab}$ ,  $I_{bc}$ ,  $I_{ca}$ . Перед исследованием соединения измерьте линейные напряжения  $U_{AB}$ ,  $U_{BC}$ ,  $U_{CA}$ .

### 10.3.1. Одинаковая нагрузка фаз

В фазу  $ab$  включите лампу Л1, в фазу  $bc$  – Л2, в фазу  $ca$  – Л3. В этом и каждом последующем пунктах исследования измерьте величины, указанные в табл. 10.2.

Таблица 10.2

Номер пункта	$I_A$ , мА	$I_B$ , мА	$I_C$ , мА	$I_{ab}$ , мА	$I_{bc}$ , мА	$I_{ca}$ , мА

По результатам измерений подобно рис. 10.3, б постройте в масштабе ВД напряжений и токов.

### 10.3.2. Неодинаковая нагрузка фаз

Прodelайте следующие опыты:

1. Неодинаковая резистивная нагрузка фаз.

Включите лампы Л1 и Л2, а в фазу  $ca$  – Л3 и Л4.

2. Резистивно-емкостная нагрузка фаз.

Включите лампы Л1, Л2, а в фазу  $ca$  – конденсатор.

3. Обрыв фазы  $ab$ .

Включите только лампы Л2 и Л3.

4. Обрыв фаз  $ab$  и  $bc$ .

Оставьте включенной только лампу Л3.

### 10.3.3. Обрыв линейного провода фазы А

Прodelайте следующие опыты:

1. Обрыв линейного провода фазы А при одинаковой нагрузке фаз приемника.

Включите лампы Л1, Л2, Л3 и оборвите линейный провод  $Aa$ . Заполнив табл. 10.2, измерьте напряжение  $U_{Aa}$  в месте обрыва, а также фазные напряжения приемника  $U_{ab}$ ,  $U_{bc}$ ,  $U_{ca}$ . На ВД укажите положение точки  $a$ .

2. Обрыв линейного провода фазы А при резистивно-емкостной нагрузке фаз приемника.

Повторите предыдущий опыт, заменив в фазе *са* лампу ЛЗ конденсатором.

#### 10.4. Требования к отчету

Отчет должен содержать формулировку цели работы, материалы всех разделов экспериментальных исследований и заключение. По каждому разделу необходимо привести его название, результаты измерений, схему цепи и построенную в масштабе ВД напряжений и токов (подобно рис. 10.2, *а*, *б*), а также письменные ответы на вопросы, каковы критерии контроля полученных данных.

#### Работа № 11

### ИССЛЕДОВАНИЕ УСТАНОВИВШИХСЯ ПЕРИОДИЧЕСКИХ НЕСИНУСОИДАЛЬНЫХ РЕЖИМОВ В ЛИНЕЙНЫХ ЦЕПЯХ

*Цель работы:* исследование особенностей установившихся реакций линейных цепей в периодическом несинусоидальном режиме; изучение связи между преобразованием формы сигнала и изменением его спектра.

#### 11.1. Подготовка к работе

В работе исследуют реакции *L*- и *C*-элементов и последовательной *RLC*-цепи на воздействие источника периодического несинусоидального напряжения, форма которого показана на рис. 11.1, *а*. Представление входного сигнала  $u(t)$  рядом Фурье имеет вид

$$u(t) = \sum_{k=1}^{\infty} U_{mk} \cos\left(k\omega_1 t - \frac{\pi}{2}\right), \quad (11.1)$$

где амплитуды гармоник

$$U_{mk} = \begin{cases} 4U_m/(k\pi), & k = 1, 3, \dots; \\ 0, & k = 2, 4, \dots; \end{cases}$$

$\omega_1 = 2\pi f_1 = 2\pi/T$  – угловая частота первой (основной) гармоники;  $T$  – период сигнала;  $f_1 = 1/T$  – циклическая частота первой гармоники.

Постоянная составляющая и гармоники четных номеров в описании (11.1) отсутствуют в силу симметрии  $u(t) = -u(t \pm T/2)$ . Амплитудный спектр сигнала показан на рис. 11.1, *б*.

Напряжение и ток  $R$ -,  $L$ -,  $C$ -элементов связаны соответствующей ВАХ:

$i_R = u_R/R$ ,  $i_L = \frac{1}{L} \int u_L dt$ ,  $i_C = C \frac{du_C}{dt}$ . Законы изменения  $i_R$  и  $u_R$  подобны друг другу, следовательно, в установившемся периодическом режиме подобными будут и спектры, для  $k$ -х гармоник которых справедливо соотношение  $\dot{I}_{Rk} = \dot{U}_{Rk}/R$ .

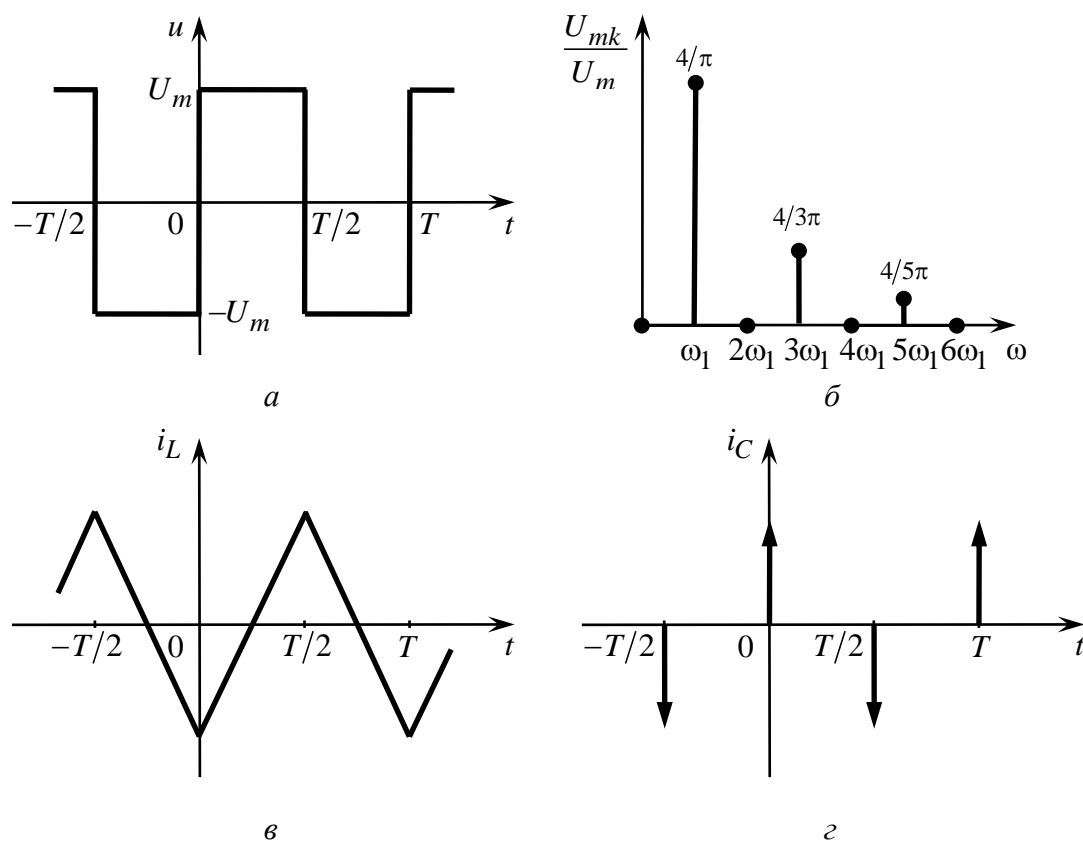


Рис. 11.1

Операция интегрирования приводит к сглаживанию функции, т. е. к улучшению сходимости ряда Фурье. Действительно, согласно формуле

$$\dot{I}_{Lk} = \frac{1}{jk\omega_1 L} \dot{U}_{Lk} \quad (11.2)$$

высшие гармоники в спектре тока  $L$ -элемента всегда выражены слабее, чем в спектре напряжения.

При воздействии на  $L$ -элемент указанного на рис. 11.1, а напряжения ток будет иметь пилообразную форму (рис. 11.1, в), сохраняя непрерывность в

моменты смены знака  $u(t)$ . На основании (11.2) и рис. 11.1, б в спектре тока будет ярко выражена амплитуда первой гармоники (амплитуда третьей гармоники будет меньше первой в 9 раз, а не в 3 раза, как на рис. 11.1, б).

Спектр тока  $C$ -элемента определяется соотношением

$$\dot{I}_{Ck} = jk\omega_1 C \dot{U}_{Ck}, \quad (11.3)$$

поэтому высшие гармоники в спектре тока  $C$ -элемента будут выражены резче, чем в спектре напряжения.

При воздействии на  $C$ -элемент указанного на рис. 11.1, а напряжения ток будет представлять собой последовательность импульсных функций (дельта-функций) с чередующимися знаками (см. рис. 11.1, з). На основании (11.3) и рис. 11.1, б в спектре тока амплитуды гармоник должны быть одинаковы (как известно, спектр дельта-функции равен единице на любой частоте).

В лабораторной установке для наблюдения формы тока  $L$ - или  $C$ -элемента последовательно с ним включают резистор с малым сопротивлением (шунт), напряжение на котором осциллографируют. Таким образом, напряжение кусочно-постоянной формы (см. рис. 11.1, а) подводят к последовательной  $RL$ - или  $RC$ -цепи; наблюдаемые отклонения от графиков, приведенных на рис. 11.1, в и 11.1, з и соответствующих операциям идеального интегрирования и дифференцирования, объясняются возникновением переходных процессов в указанных цепях при каждом изменении знака  $u(t)$ . Однако сопротивление шунта выбрано значительно меньшим сопротивления  $L$ - и  $C$ -элементов для исследуемых частот, поэтому описанные ранее спектральные соотношения в основном соблюдаются.

При воздействии периодического несинусоидального сигнала на  $RLC$ -цепь преобразование спектра может быть более сложным, соответствующим частотной характеристике цепи. В частности, в цепях, где возможен резонанс, в составе реакции могут оказаться усиленными или ослабленными гармоники с частотами, близкими к резонансным. Например, если резонансная частота последовательной  $RLC$ -цепи совпадает с частотой третьей гармоники поданного на цепь входного напряжения, то в спектре тока

$$\dot{I}_k = \frac{\dot{U}_k}{R + j(k\omega_1 L - 1/(k\omega_1 C))}$$

третья гармоника будет ярко выражена в случае малого значения сопротивления  $R$ , т. е. при большой добротности контура.

## 11.2. Экспериментальные исследования

Для выполнения лабораторной работы используют плату (рис. 11.2), на которой расположены катушка индуктивности  $L = 23,5$  мГн, конденсатор  $C = 7500$  пФ и шунт  $R_{\text{ш}} = 100$  Ом, а также делитель напряжения  $R_0 - R_1$ , служащий для приближения свойств источника входного сигнала к свойствам идеального ИН.

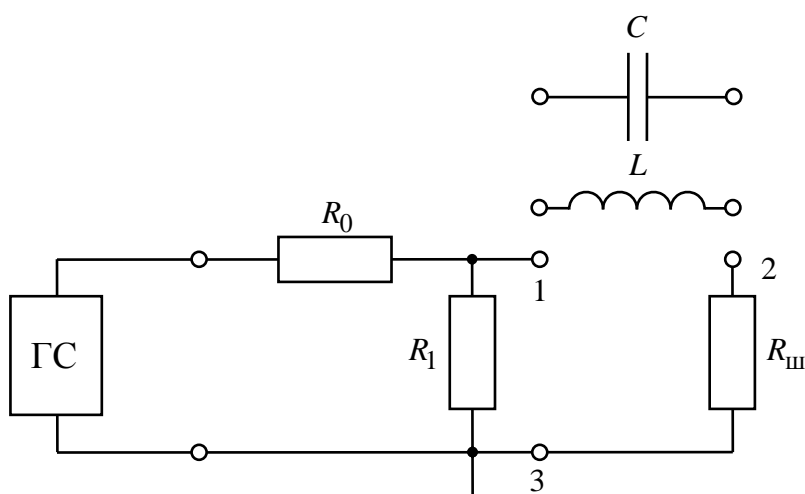


Рис. 11.2

Переведите ГС, расположенный на лабораторном стенде, в режим генерации напряжения прямоугольной формы. Подключите ГС ко входу лабораторной платы (рис. 11.2). Выполните предварительную настройку осциллографа: рабочий канал – I, масштаб по вертикали – 200 мВ/дел., синхронизация – внутренняя по каналу I, масштаб по горизонтали – 20 мкс/дел.

Для установки параметров входного сигнала  $u(t)$  подключите осциллограф к выводам 1–3 платы (рис. 11.2). Задайте амплитуду и период входного сигнала соответственно  $U_m = 400$  мВ и  $T = 0,2$  мс.

### 11.2.1. Осциллографирование периодического входного сигнала и анализ его спектра

Снимите осциллограмму входного сигнала  $u(t)$ , зафиксировав на ней один полный период повторения. Затем подключите к выводам 1–3 платы

анализатор спектра (настройка данного прибора выполняется согласно указаниям преподавателя). Определите амплитудные значения первых пяти гармоник входного сигнала и занесите полученные данные в приведенную ниже таблицу.

Номер раздела	$k$ (номер гармоники)	$U_{mk}$ , мВ

Определите действующее значение входного сигнала вначале по формуле

$$U \cong \sqrt{\frac{1}{2} \sum_{k=1}^5 U_{mk}^2}, \quad (11.4)$$

а затем непосредственно по осциллограмме, используя выражение

$$U = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u^2(t) dt}. \quad (11.5)$$

Постройте график дискретного амплитудного спектра сигнала (аналогично рис. 11.1, б).

*Вопросы:* 1. Изображенный на рис. 11.1, а сигнал не содержит гармоник четных номеров. Соответствуют ли этому результаты эксперимента? 2. Согласуются ли результаты расчетов по формулам (11.4) и (11.5)? 3. Соответствует ли полученный график амплитудного спектра рис. 11.1, б?

### 11.2.2. Исследование периодического режима в $L$ -элементе

Подайте периодическое несинусоидальное напряжение на  $L$ -элемент, для чего подключите к выводам 1–2 лабораторной платы катушку индуктивности (см. рис. 11.2). Входы осциллографа и анализатора спектра переключите на выводы 2–3.

Снимите осциллограмму наблюдаемого на шунте  $R_{ш}$  напряжения, которое пропорционально току  $L$ -элемента. Определите амплитуды первых пяти гармоник напряжения и занесите полученные данные в приведенную ранее таблицу.

Вычислите, зная сопротивление  $R_{ш}$ , амплитуды соответствующих гармоник тока  $L$ -элемента. Постройте график амплитудного спектра тока.

*Вопросы:* 4. Почему график тока  $i_L(t)$  на рис. 11.1, *в* имеет пилообразную форму? Сравните его с данными осциллограммы. 5. Насколько графики амплитудных спектров тока  $i_L(t)$  и входного напряжения  $u(t)$  соответствуют формуле (11.2)?

#### *11.2.3. Исследование периодического режима в С-элементе*

Вместо катушки индуктивности подключите к выводам 1–2 лабораторной платы конденсатор. Проведите исследования, аналогичные описанным в 11.2.2.

*Вопросы:* 6. Почему график тока  $i_C(t)$  на рис. 11.1, *г* имеет форму последовательности дельта-функций? Сравните его с данными осциллограммы. 7. Насколько графики амплитудных спектров тока  $i_C(t)$  и входного напряжения  $u(t)$  соответствуют формуле (11.3)?

#### *11.2.4. Исследование периодического режима в последовательной RLC-цепи*

Подключите к выводам 1–2 лабораторной платы последовательно соединенные  $L$ - и  $C$ -элементы. Проведите исследования, аналогичные описанным в 11.2.2.

Определите также резонансную частоту цепи и постройте качественно график АЧХ, т. е. проводимости  $|Y(j\omega)|$ .

*Вопрос 8.* Согласуется ли деформация спектра входного напряжения с АЧХ цепи?

### **11.3. Требования к отчету**

Отчет должен содержать цель работы, материалы всех разделов исследования и заключение. По каждому разделу необходимо привести его название, схему исследуемой цепи, осциллограмму наблюдаемого процесса, таблицу измерений, необходимые расчеты, графики амплитудных спектров, а в 11.2.4 – график АЧХ цепи. Письменно ответьте на все вопросы.

## Работа № 12

### ИССЛЕДОВАНИЕ ИСКАЖЕНИЙ ИМПУЛЬСНЫХ СИГНАЛОВ ПРИ ПРОХОЖДЕНИИ ИХ ЧЕРЕЗ ЛИНЕЙНЫЕ ЦЕПИ

*Цель работы:* изучение характера и степени искажений импульсных сигналов прямоугольной формы при прохождении их через линейные цепи (фильтры нижних частот).

#### 12.1. Подготовка к работе

При исследовании искажений импульсных сигналов через цепь обычно пропускают сигнал прямоугольной формы. Более «гладкие» сигналы той же длительности имеют меньшую ширину спектра и, следовательно, искажаются слабее, чем прямоугольные импульсы. Искажения проявляются в удлинении передних и задних фронтов импульсов, в колебаниях на переднем и заднем фронтах (появление «выбросов»), в спаде плоской части импульсов.

Для оценки искажений используют 2 основных подхода:

1) в цепях первого и второго порядков, где корни характеристического уравнения (собственные частоты цепи) могут быть вычислены относительно просто, степень искажений можно оценить сравнением длительности импульса с длительностью переходного процесса (необходимо учитывать также форму переходного процесса);

2) в цепях высокого порядка, где вычисление собственных частот затруднительно, сравнивают полосу пропускания цепи (определяемую значительно проще) с шириной спектра сигнала.

В обоих случаях оценка искажений будет приближенной, качественной:

1) чем меньше длительность и колебательность переходного процесса, тем меньше ожидаемые искажения;

2) если главная часть спектра сигнала лежит в полосе пропускания цепи, то следует ожидать малых искажений.

Исследуемая в работе цепь первого порядка (рис. 12.1, *a*) имеет собственную частоту

$$p_1 = -1/(RC) = -1/\tau_{\text{ц}}, \quad (12.1)$$

где  $\tau_{\text{ц}}$  – постоянная времени цепи.



Уменьшение  $\tau_{\text{ц}}$  снижает длительность переходного процесса и искажения сигнала. Очевидно, если  $\tau_{\text{ц}}$  будет на порядок меньше длительности сигнала, то искажения ожидаются незначительные.

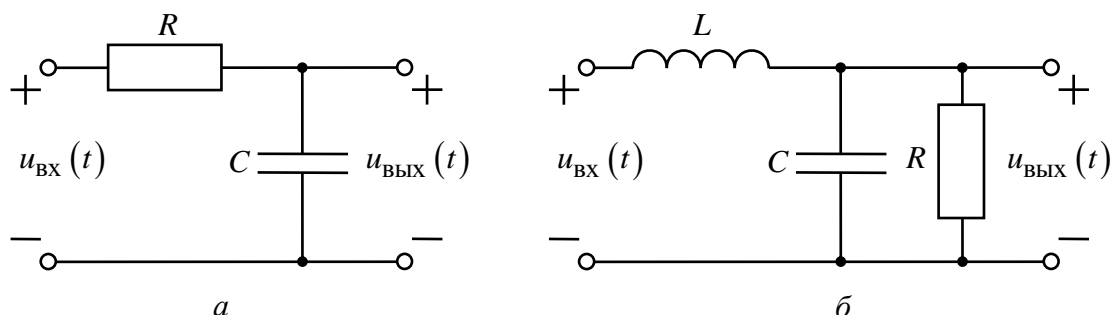


Рис. 12.1

В исследуемой цепи второго порядка (рис. 12.1, б) собственные частоты цепи определяются выражением

$$p_{1,2} = -\frac{1}{2RC} \pm \sqrt{\left(\frac{1}{2RC}\right)^2 - \frac{1}{LC}}. \quad (12.2)$$

Наиболее быстрый переходный процесс и, следовательно, наименьшие искажения формы сигнала будут при кратных собственных частотах  $p_1 = p_2$ ; при вещественных различных корнях длительность переходного процесса увеличивается, а при комплексных собственных частотах переходный процесс становится колебательным и появляются «выбросы» на переднем и заднем фронтах выходного сигнала.

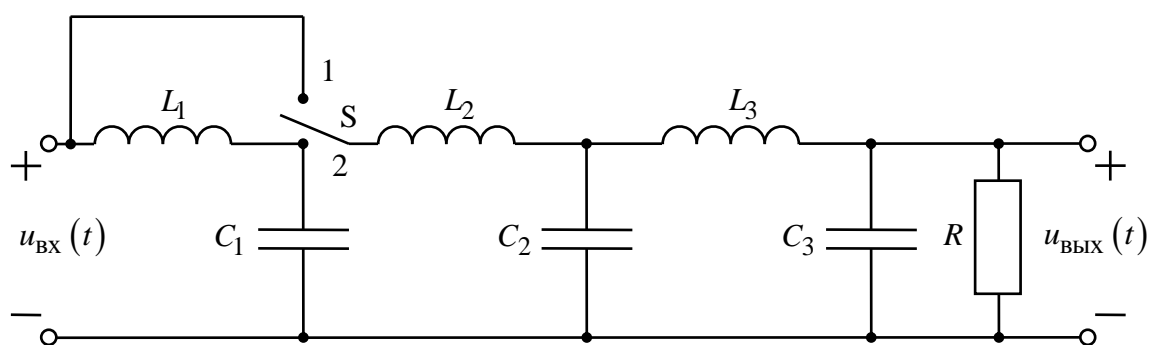


Рис. 12.2

Исследуемые далее в работе цепи имеют высокий порядок (рис. 12.2). Они также представляют собой ФНЧ, но для оценки искажений здесь следует использовать частотный подход. АЧХ функции передачи по напряжению

$$|H_U(j\omega)| = U_{\text{вых}} / U_{\text{вх}}$$

в области малых частот близка к начальному значению  $H_U(0)$ . Ширина полосы пропускания определяется граничной частотой (частотой среза  $f_{\text{ср}} = 0,5\omega_{\text{ср}}/\pi$ ), на которой выполняется условие

$$|H_U(j\omega_{\text{ср}})| = H_{U\text{max}} / \sqrt{2}. \quad (12.3)$$

Амплитудный спектр единичного по уровню входного прямоугольного импульса длительностью  $t_{\text{и}}$  описывается выражением

$$|U_{\text{вх}}(j\omega)| = 2|\sin 0,5\omega t_{\text{и}}|/\omega. \quad (12.4)$$

Ширина спектра определяется в первом приближении шириной первого «лепестка», т. е. первым нулем спектра (12.4):

$$\Delta\omega_{\text{сп}} = 2\pi/t_{\text{и}}; \Delta f_{\text{сп}} = 1/t_{\text{и}}. \quad (12.5)$$

Очевидно, что искажения будут малы при выполнении условия

$$\Delta f_{\text{сп}} < f_{\text{ср}}. \quad (12.6)$$

## 12.2. Экспериментальные исследования

Исследования проводятся на макете цепи, где ИН генерирует импульсы прямоугольной формы длительностью 2 и 10 мкс.

### 12.2.1. Исследование искажений в цепи первого порядка

Соберите схему, изображенную на рис. 12.1, а ( $C = 200$  пФ,  $R = 5$  кОм), и снимите осциллограммы напряжений  $u_{\text{вх}}(t)$  и  $u_{\text{вых}}(t)$ .

Входной сигнал подайте на первый канал осциллографа, выходной – на второй канал (режим работы осциллографа – ждущий («Norm»), синхронизация по I каналу). Исследование проведите для двух входных сигналов прямоугольной формы длительностью 2 и 10 мкс.

Снимите осциллограммы входного и выходного напряжений.

Вычислите постоянную времени цепи  $\tau_{\text{ц}}$  по (12.1). Используя понятие переходной характеристики, постройте график выходного сигнала и сравните полученный результат с экспериментальным.

### 12.2.2. Исследование искажений в цепи второго порядка

Аналогично 12.2.1 исследуйте искажения и снимите осциллограммы напряжений  $u_{\text{вх}}(t)$  и  $u_{\text{вых}}(t)$  при прохождении прямоугольного импульса длительностью  $t_{\text{и}} = 10$  мкс через цепь, схема которой показана на рис. 12.1, б ( $L = 360$  мкГн,  $C = 200$  пФ), для случаев: а)  $R_1 = 4$  кОм; б)  $R_2 = 0,67$  кОм; в)  $R_3 = 0,1$  кОм.

На основании (12.2) вычислите собственные частоты цепи в каждом из указанных случаев, запишите выражения для переходной характеристики цепи (постоянные интегрирования  $A_1$  и  $A_2$  не вычисляйте).

### 12.2.3. Исследование искажений в цепи высокого порядка

Соберите по указанию преподавателя схему цепи четвертого ( $S -$  в пол. 1) или шестого ( $S -$  в пол. 2) порядка, показанную на рис. 12.2 ( $L_1 = 700$  мкГн,  $L_2 = 600$  мкГн,  $L_3 = 360$  мкГн,  $C_1 = 4400$  пФ,  $C_2 = 3000$  пФ,  $C_3 = 200$  пФ,  $R = 0,41$  кОм).

Снимите осциллограммы напряжений  $u_{\text{вх}}(t)$  и  $u_{\text{вых}}(t)$  при длительности сигналов прямоугольной формы на входе 2 и 10 мкс.

Затем снимите АЧХ и ФЧХ функции передачи цепи по напряжению  $|H_U(j\omega)| = U_{\text{вых}}/U_{\text{вх}}$  в диапазоне частот от 20 до 200 кГц, для чего подключите ГС ко входу цепи. Опытные данные занесите в таблицу, приведенную ниже.

$f$ , кГц	$U_{\text{вх}} = 1$ В	$U_{\text{вых}}$ , В	$ H_U(j\omega) $

Постройте график АЧХ и, используя (12.4) и (12.5), графики амплитудных спектров входных сигналов (вычисления проведите только для  $\omega = 0$  и  $\omega = 2\pi f = \pi/t_{\text{и}}$ ).

Определите полосу пропускания цепи  $\Delta f_{\text{пр}} = f_{\text{ср}}$  согласно (12.3) и ширину спектра  $\Delta f_{\text{сп}}$  согласно (12.5) для каждого из входных импульсов. Сопоставляя  $\Delta f_{\text{пр}}$  и  $\Delta f_{\text{сп}}$  согласно (12.6), оцените ожидаемую степень искажений.

### 12.3. Требования к отчету

Отчет должен содержать формулировку цели работы, все разделы экспериментального исследования и заключение. Необходимо привести название каждого раздела, схему исследуемой цепи, совмещенные по оси времени осциллограммы входного и выходного напряжений, требуемые расчеты и ответы на следующие вопросы по каждому разделу: 1) чем объясняются искажения проходящих через цепь сигналов? 2) соответствуют ли расчетные данные экспериментальным и чем объяснить их различие?

В 12.2.1 и 12.2.2 рядом с осциллограммами необходимо изобразить диаграммы расположения собственных частот цепи, а в 12.2.3 рядом с каждой парой осциллограмм – совмещенные по оси частот диаграммы АЧХ и амплитудного спектра сигнала.

### Работа № 13

## ИССЛЕДОВАНИЕ ЛИНЕЙНЫХ РЕЗИСТИВНЫХ ЧЕТЫРЕХПОЛЮСНИКОВ

*Цель работы:* экспериментальное определение параметров резистивных четырехполюсников и их соединений.

### 13.1. Подготовка к работе

Четырехполюсником (ЧП) называют электрическую цепь (рис. 13.1) с двумя парами внешних выводов, обычно служащих для подключения источника и нагрузки.

Исследуемые в работе четырехполюсники являются пассивными (а следовательно, обратимыми) и несимметричными, так как токи и напряжения внешней цепи, к которой подключен такой четырехполюсник, изменятся, если пары зажимов 1–1' и 2–2' поменять местами.

Уравнения четырехполюсников, связывающие токи и напряжения внешних выводов с помощью  $z$ -,  $y$ - и  $a$ -параметров, имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_1 &= z_{11}\dot{I}_1 + z_{12}\dot{I}_2 \\ \dot{U}_2 &= z_{21}\dot{I}_1 + z_{22}\dot{I}_2 \end{aligned} \right\}, \quad \left. \begin{aligned} \dot{I}_1 &= y_{11}\dot{U}_1 + y_{12}\dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 &= y_{21}\dot{U}_1 + y_{22}\dot{U}_2 \end{aligned} \right\}, \quad \left. \begin{aligned} \dot{U}_1 &= a_{11}\dot{U}_2 + a_{12}\dot{I}_2' \\ \dot{I}_1 &= a_{21}\dot{U}_2 + a_{22}\dot{I}_2' \end{aligned} \right\}. \quad (13.1)$$

Уравнения четырехполюсника отражают связь между четырьмя его переменными ( $\dot{U}_1, \dot{I}_1, \dot{U}_2, \dot{I}_2$ ), поэтому параметры одной формы можно найти по параметрам другой, например:

$$[a] = \frac{1}{z_{21}} \begin{bmatrix} z_{11} & |z| \\ 1 & z_{22} \end{bmatrix}. \quad (13.2)$$

У пассивных четырехполюсников выполняются условия обратимости

$$z_{12} = z_{21}, \quad y_{12} = y_{21}, \quad |a| = a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12} = 1, \quad (13.3)$$

которые у симметричных четырехполюсников дополняются соотношениями

$$z_{11} = z_{22}, \quad y_{11} = y_{22}, \quad a_{11} = a_{22}. \quad (13.4)$$

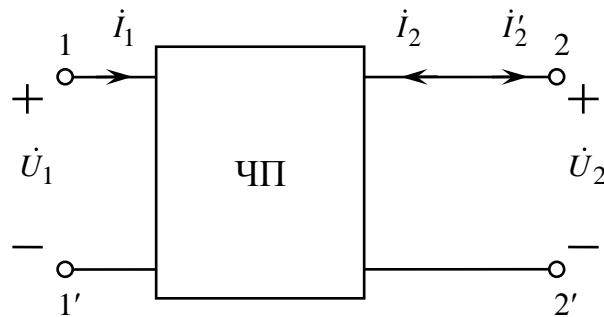


Рис. 13.1

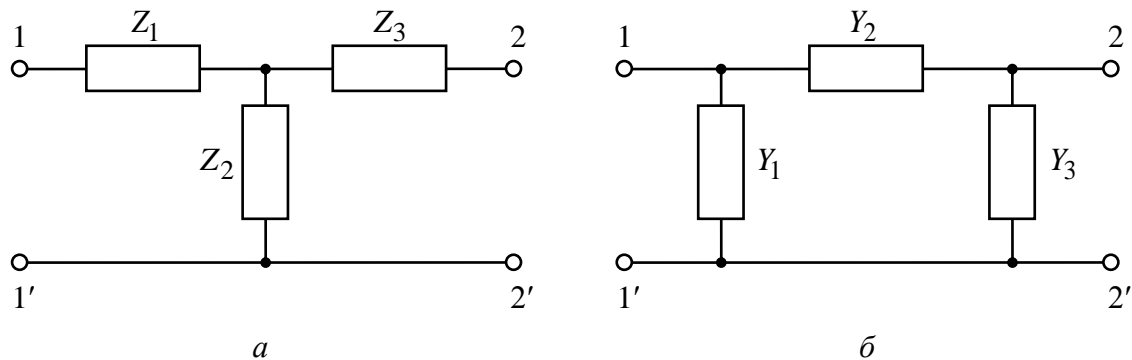


Рис. 13.2

Экспериментально  $z$ - и  $a$ -параметры четырехполюсников на основании (13.1) находят следующим образом:

$z_{11} = \left. \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} \right|_{\dot{I}_2=0}$ ,  $z_{21} = \left. \frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_1} \right|_{\dot{I}_2=0}$  – выводы 2–2' разомкнуты (холостой ход со стороны 2–2');

$z_{12} = \left. \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_2} \right|_{\dot{I}_1=0}$ ,  $z_{22} = \left. \frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_2} \right|_{\dot{I}_1=0}$  – выводы 1–1' разомкнуты (холостой ход со стороны 1–1');

$a_{11} = \left. \frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2} \right|_{\dot{I}'_2=0}$ ,  $a_{21} = \left. \frac{\dot{I}_1}{\dot{U}_2} \right|_{\dot{I}'_2=0}$  – выводы 2–2' разомкнуты (холостой ход со стороны 2–2');

$a_{12} = \left. \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}'_2} \right|_{\dot{U}_2=0}$ ,  $a_{22} = \left. \frac{\dot{I}_1}{\dot{I}'_2} \right|_{\dot{U}_2=0}$  – выводы 2–2' замкнуты (короткое замыкание со стороны 2–2').

По известным  $z$ -,  $y$ -параметрам четырехполюсников значения элементов эквивалентных Т- и П-образных схем (рис. 13.2, а, б) определяют по формулам:

$$\begin{aligned} Z_1 &= z_{11} - z_{12}; \quad Z_2 = z_{12}; \quad Z_3 = z_{22} - z_{12}, \\ Y_1 &= y_{11} + y_{12}; \quad Y_2 = -y_{12}; \quad Y_3 = y_{22} + y_{12}. \end{aligned}$$

Четырехполюсник, нагруженный соответствующим характеристическим сопротивлением, называют согласованно-нагруженным. Например, при согласованной нагрузке со стороны 2–2'  $Z_{\text{н}2} = Z_{\text{с}2}$  входное сопротивление со стороны 1–1' четырехполюсника  $Z_{\text{вх}1} = Z_{\text{с}1}$ , а при согласованной нагрузке со стороны 1–1'  $Z_{\text{н}1} = Z_{\text{с}1}$  входное сопротивление со стороны 2–2'  $Z_{\text{вх}2} = Z_{\text{с}2}$ , причем

$$\begin{aligned} Z_{\text{с}1} &= \sqrt{z_{11}/y_{11}} = \sqrt{\frac{a_{11}a_{12}}{a_{21}a_{22}}}, \\ Z_{\text{с}2} &= \sqrt{z_{22}/y_{22}} = \sqrt{\frac{a_{22}a_{12}}{a_{21}a_{11}}}. \end{aligned}$$

Функция передачи по напряжению согласованно-нагруженного четырехполюсника имеет вид

$$H_U = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1} \Big|_{Z_{H2}=Z_{C2}} = \sqrt{\frac{a_{22}}{a_{11}}} \frac{1}{\sqrt{a_{11}a_{22}} + \sqrt{a_{12}a_{21}}}.$$

У симметричного четырехполюсника в согласованном режиме характеристические сопротивления со стороны входных и выходных выводов равны между собой, и функции передачи по напряжению и току одинаковы:

$$Z_C = Z_{BX} = Z_H = \sqrt{z_{11}/y_{11}} = \sqrt{Z_{XX}Z_{K3}} = \sqrt{a_{12}/a_{21}}; \quad (13.5)$$

$$H_U = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1} = H_I = \frac{i'_2}{i_1} = \frac{1}{a_{11} + \sqrt{a_{12}a_{21}}}, \quad (13.6)$$

где  $Z_{XX} = z_{11}$  и  $Z_{K3} = 1/y_{11}$  – входные сопротивления четырехполюсника в режиме холостого хода и короткого замыкания выходных зажимов соответственно.

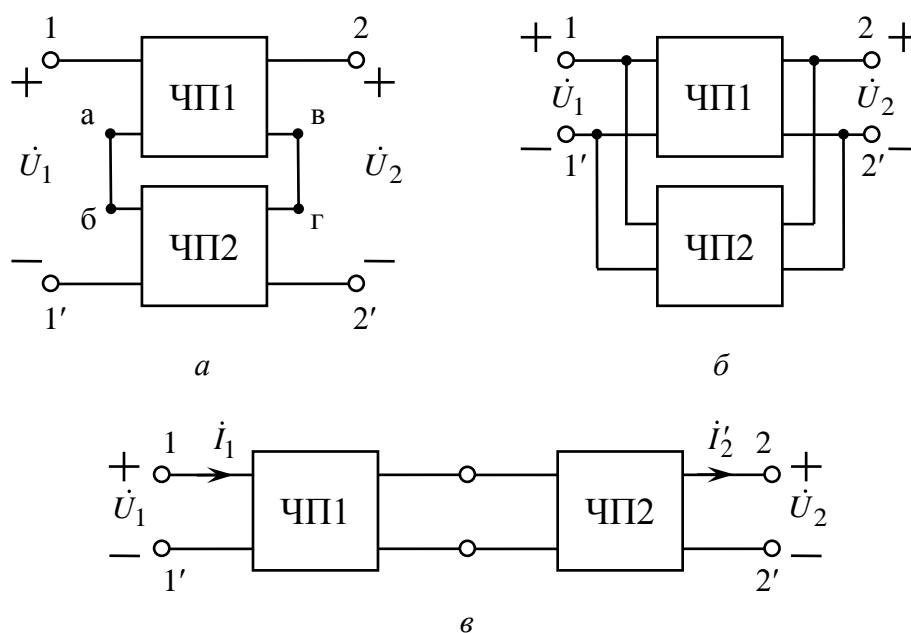


Рис. 13.3

При последовательном соединении двух четырехполюсников ЧП1 и ЧП2 (рис. 13.3, а) матрица параметров результирующего четырехполюсника ЧП

$$[z] = [z_{(1)}] + [z_{(2)}], \quad (13.7)$$

при параллельном соединении (рис. 13.3, б)

$$[y] = [y_{(1)}] + [y_{(2)}], \quad (13.8)$$

при каскадном соединении (рис. 13.3, в)

$$[a] = [a_{(1)}] \times [a_{(2)}], \quad (13.9)$$

причем индекс «1» относится к ЧП1, индекс «2» – к ЧП2.

Указанное в (13.7), (13.8) правило определения матриц  $[z]$  и  $[y]$  справедливо только в случае регулярного соединения четырехполюсников. Соединение называют регулярным, если параметры каждого из четырехполюсников после соединения сохраняются неизменными (т. е., например, не происходит короткое замыкание каких-либо элементов четырехполюсников). Каскадное соединение четырехполюсников всегда является регулярным. Для проверки регулярности последовательного соединения четырехполюсников (рис. 13.3, а) достаточно при включении ИН со стороны 1–1' убедиться, что напряжение на разомкнутых выводах в–г равно нулю. Аналогично при включении питания со стороны 2–2' необходимо убедиться, что напряжение на разомкнутых выводах а–б также равно нулю.

Параллельное соединение (рис. 13.3, б) регулярно, если при питании схемы со стороны 1–1' равно нулю напряжение между закороченными выводами 2–2' каждого из четырехполюсников (во время этой проверки четырехполюсники соединяют параллельно только со стороны выводов 1–1'). Аналогично проверяют регулярность при питании схемы со стороны выводов 2–2'.

## 13.2. Экспериментальные исследования

### 13.2.1. Определение $z$ -параметров четырехполюсников

Соберите схемы, показанные на рис. 13.4, а и б, и определите параметры четырехполюсника ЧП1. Для этого установите на ГС частоту 1 кГц и напряжение 5 В.

Измерьте напряжения и токи, указанные в табл. 13.1, и вычислите  $z$ -параметры четырехполюсника ЧП1, схема которого показана на рис. 13.5, а.

Аналогично определите опытным путем  $z$ -параметры четырехполюсника ЧП2, схема которого показана на рис. 13.5, б. Запишите матрицы  $z$ -параметров четырехполюсников ЧП1 и ЧП2. Определите параметры элементов эквивалентных Т-образных схем (см. рис. 13.2, а) для обоих четырех-



полюсников. Убедитесь, что в эквивалентной схеме четырехполюсника ЧП1 сопротивление  $Z_3 = 0$ .

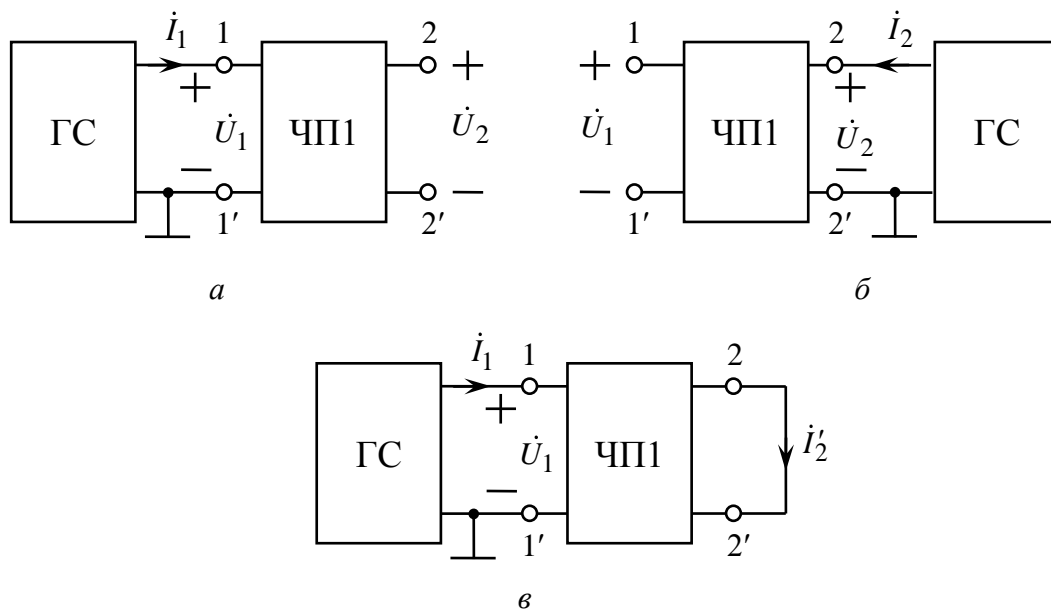


Рис. 13.4

Таблица 13.1

Схема	Наблюдают			Вычисляют	
Рис. 13.4, а. Выводы 2–2' разомкнуты	$U_1, \text{В}$	$U_2, \text{В}$	$I_1, \text{мА}$	$z_{11} = U_1/I_1, \text{Ом}$	$z_{21} = U_2/I_1, \text{Ом}$
Рис. 13.4, б. Выводы 1–1' разомкнуты	$U_1, \text{В}$	$U_2, \text{В}$	$I_2, \text{мА}$	$z_{12} = U_1/I_2, \text{Ом}$	$z_{22} = U_2/I_2, \text{Ом}$

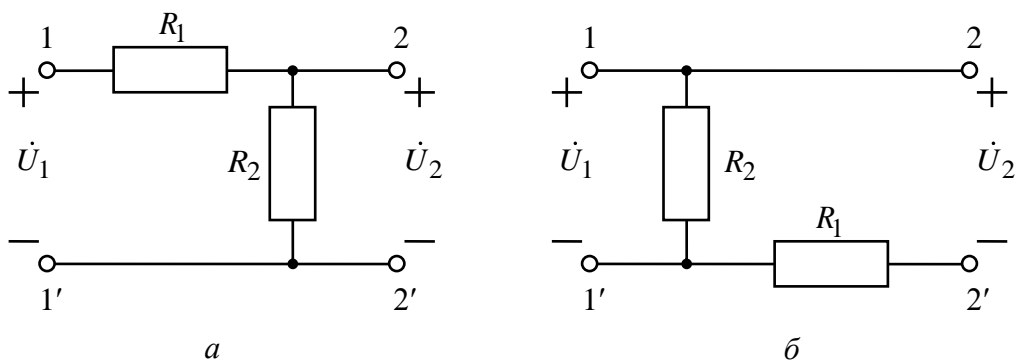


Рис. 13.5

*Вопросы:* 1. Выполняются ли условия обратимости (13.3) и симметрии (13.3), (13.4) для четырехполюсника ЧП1? 2. Чем различаются  $z$ -параметры ЧП1 и ЧП2?

### 13.2.2. Определение $z$ -параметров последовательно соединенных четырехполюсников

Соберите схему (см. рис. 13.3, а) последовательного соединения двух четырехполюсников ЧП1 и ЧП2. Проверьте, является ли их соединение регулярным. В случае регулярного соединения определите  $z$ -параметры сложного четырехполюсника по методике, описанной в 13.2.1. Результаты измерений и расчетов занесите в таблицу, аналогичную табл. 13.1. Сравните параметры сложного четырехполюсника с соответствующими  $z$ -параметрами четырехполюсников ЧП1 и ЧП2.

*Вопросы:* 3. Выполняются ли условия обратимости и симметрии для сложного четырехполюсника? 4. Почему, исходя из схем четырехполюсников ЧП1 и ЧП2, показанных на рис. 13.5, а и 13.5, б, следует, что их последовательное соединение является регулярным, а сложный четырехполюсник (см. рис. 13.3, а), составленный из них, симметричен?

### 13.2.3. Определение $a$ -параметров четырехполюсников

Для определения  $a$ -параметров четырехполюсника ЧП1 используйте схемы, изображенные на рис. 13.4, а и в. Напряжение и частоту ГС установите такими, как в 13.2.1. Измерьте напряжения и токи, указанные в табл. 13.2. Данные для заполнения первой строки табл. 13.2 можно использовать из 13.2.1 (первая строка табл. 13.1). Вычислите  $a$ -параметры ЧП1, а затем ЧП2; запишите их в матричной форме.

Таблица 13.2

Схема	Наблюдают			Вычисляют	
Рис. 13.4, а. Выводы 2–2' разомкнуты	$U_1$ , В	$U_2$ , В	$I_1$ , мА	$a_{11} = U_1/U_2$	$a_{21} = I_1/U_2$ , См
Рис. 13.4, в. Выводы 2–2' замкнуты	$U_1$ , В	$I_1$ , мА	$I'_2$ , мА	$a_{12} = U_1/I'_2$ , Ом	$a_{22} = I_1/I'_2$

Используя  $z$ -параметры четырехполюсника ЧП1, найдите его  $a$ -параметры также и по формуле (13.2). Сравните их с данными эксперимента.

*Вопрос:* 5. Выполняются ли условия обратимости (13.3) и симметрии (13.3), (13.4) для вычисленных  $a$ -параметров обоих четырехполюсников?

#### 13.2.4. Определение $a$ -параметров каскадно соединенных четырехполюсников

Соберите согласно рис. 13.3, в схему каскадного соединения четырехполюсников ЧП1 и ЧП2. По методике, описанной в 13.2.3, определите  $a$ -параметры результирующего четырехполюсника ЧП.

*Вопросы:* 6. Выполняются ли условия обратимости и симметрии для результирующего четырехполюсника? 7. Выполняется ли соотношение (13.9)?

#### 13.2.5. Определение передаточных функций и входного сопротивления согласованно-нагруженного симметричного четырехполюсника

Исследуйте режим согласованной нагрузки симметричного четырехполюсника ЧП, составленного из каскадно соединенных четырехполюсников ЧП1 и ЧП2. Определите предварительно по формулам (13.5) и (13.6) характеристическое сопротивление и передаточные функции по напряжению и току. Соберите схему (см. рис. 13.3, в) каскадно соединенных четырехполюсников ЧП1 и ЧП2. К входным зажимам 1–1' результирующего четырехполюсника подключите ГС, а к выходным зажимам 2–2' – сопротивление нагрузки  $Z_H = Z_C$ . Установите режим работы ГС, указанный в 13.2.1; на входе и выходе результирующего четырехполюсника измерьте токи и напряжения. Результаты измерений занесите в табл. 13.3.

Таблица 13.3

Наблюдают				Вычисляют			
$U_1$ , В	$I_1$ , мА	$U_2$ , В	$I_2'$ , мА	$Z_{BX} = U_1/I_1$ , Ом	$Z_H = U_2/I_2'$ , Ом	$H_U = U_2/U_1$	$H_I = I_2'/I_1$

По данным измерений найдите входное сопротивление четырехполюсника, его сопротивление нагрузки, а также значения передаточных функций по напряжению и току. Сравните полученные данные со значениями характеристического сопротивления и передаточных функций, рассчитанными по формулам (13.5) и (13.6).

*Вопросы:* 8. Выполняется ли для результирующего четырехполюсника условие согласованной нагрузки  $Z_{BX} = Z_H = Z_C$ ? 9. Выполняется ли с достаточной точностью равенство  $H_U = H_I$ ? 10. Что больше:  $z_{11}$  или  $1/y_{11}$  и почему?

### 13.3. Требования к отчету

Отчет должен содержать цель работы, все разделы исследования и заключение. По каждому разделу необходимо привести его название, схемы исследуемых цепей, таблицы наблюдений и вычислений, требуемые расчеты и ответы на все вопросы. Заключение должно содержать краткие выводы, подтверждающие, что цель работы достигнута и результаты ее понятны.

#### Работа № 14

### ИССЛЕДОВАНИЕ РЕАКТИВНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ФИЛЬТРОВ

*Цель работы:* ознакомление с простыми реактивными ФНЧ, ППФ и их фильтрующими свойствами при действии периодических несинусоидальных сигналов.

#### 14.1. Подготовка к работе

Электрический фильтр – это четырехполюсник, который пропускает составляющие сигнала, лежащие в некотором диапазоне частот, называемом полосой пропускания, и задерживает составляющие сигнала, лежащие вне этого диапазона – в полосе задержки.

В работе исследуется ФНЧ с полосой пропускания  $0 \leq f < f_c$  и ППФ с полосой пропускания  $f_{c1} < f < f_{c2}$ . Граничную частоту  $f_c$  между полосами пропускания и задержки называют частотой среза.

Функция передачи простого полиномиального реактивного ФНЧ третьего порядка с тремя нулями в бесконечности имеет вид

$$H(s) = \frac{a_0}{b_3 s^3 + b_2 s^2 + b_1 s + 1}. \quad (14.1)$$

Коэффициенты (14.1) определяют из условия приближения АЧХ  $|H(j\omega)|$  к идеальной характеристике ФНЧ, заданной в виде прямоугольника

$$|H_0(j\omega)| = \begin{cases} k, & 0 \leq |\omega| < \omega_c; \\ 0, & \omega_c < |\omega|. \end{cases} \quad (14.2)$$

Характеристика  $|H_0(j\omega)|$  изображена штриховой линией на рис. 14.1, а.

Рассмотрим приближение с помощью простейшего метода рядов Тейлора (фильтры Баттерворта). Квадрат АЧХ функции (14.1)

$$\begin{aligned}
|H(j\omega)|^2 &= \frac{a_0^2}{1 + (b_1^2 - 2b_2)\omega^2 + (b_2^2 - 2b_1b_3)\omega^4 + b_3^2\omega^6} = \\
&= \frac{a_0^2}{1 + B_1\omega^2 + B_2\omega^4 + B_3\omega^6}.
\end{aligned} \quad (14.3)$$

Делением числителя на знаменатель получаем разложение в степенной ряд:

$$|H(j\omega)|^2 = a_0^2 \left\{ 1 - B_1\omega^2 + (B_1^2 - B_2)\omega^4 - [B_1(B_1^2 - 2B_2) + B_3]\omega^6 + \dots \right\}. \quad (14.4)$$

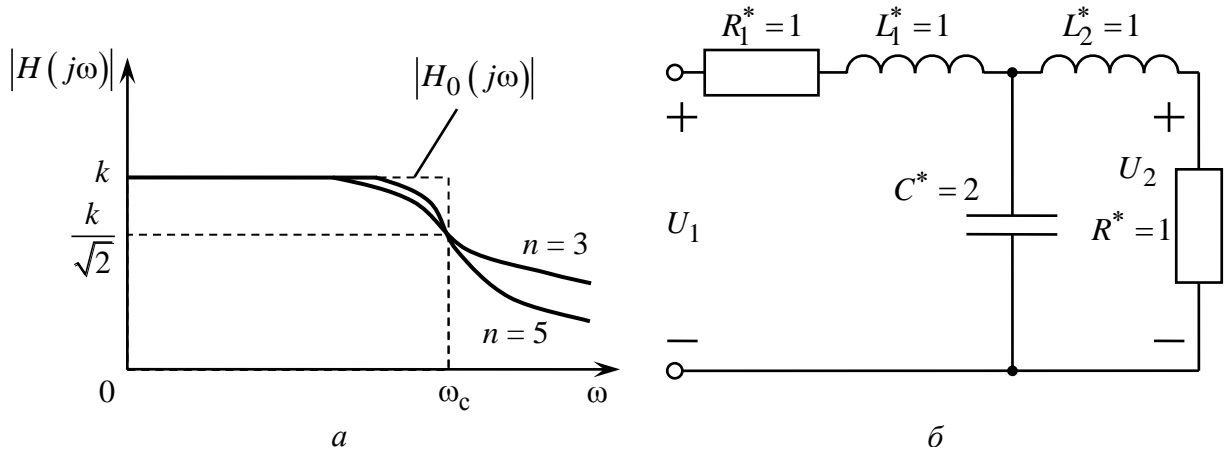


Рис. 14.1

С другой стороны, производные при  $\omega=0$  заданной идеально плоской характеристики (14.2) равны нулю, так что все коэффициенты ее ряда обращаются в нуль, кроме коэффициента при частоте в нулевой степени:  $H_0(0) = k$ . Приравняв коэффициенты при  $\omega^2$  и  $\omega^4$  в (14.4) к нулю, получаем  $B_1 = 0$ ,  $B_2 = 0$ , а из равенства  $|H(0)| = |H_0(0)|$  имеем  $a_0 = k$ . Если пронормировать частоту так, чтобы  $B_3 = 1$ , выражение для АЧХ (14.3) фильтра Баттерворта принимает вид

$$|H(j\omega_*)| = k / \sqrt{1 + \omega_*^6}.$$

При изменении частоты от нуля до бесконечности АЧХ монотонно спадает от максимального значения  $k$  до нуля (рис. 14.1, а); при нормированной

частоте среза  $\omega_{*c} = 1$  значение  $|H(j\omega)| = k/\sqrt{2}$ . С повышением порядка  $n$  цепи крутизна спада АЧХ при  $\omega > \omega_c$  возрастает (рис. 14.1, а); в общем случае нормированная АЧХ фильтров Баттерворта описывается выражением

$$|H(j\omega_*)| = k / \sqrt{1 + \omega_*^{2n}}.$$

Определив, как указано ранее, коэффициенты  $B_1, B_2, B_3$  в (14.3), находим  $b_3 = 1, b_1 = b_2 = 2$ ; следовательно, функция передачи фильтра

$$H(s) = k / (s^3 + 2s^2 + 2s + 1). \quad (14.5)$$

Функцию передачи (14.5) необходимо реализовать, т. е. найти схему приемлемой структуры и значения ее элементов (см. Основы теоретической электротехники: учеб. пособие / Ю. А. Бычков, В. М. Золотницкий, Э. П. Чернышев, А. Н. Белянин. СПб.: Лань, 2009).

На рис. 14.1, б изображена одна из таких схем в виде реактивного Т-образного трехполюсника, нагруженная на выходе и входе на нормированные сопротивления  $R^* = 1$ . Функция передачи такой цепи, называемой ФНЧ-прототипом, имеет вид

$$H(s) = 0,5 / \left[ 0,5L_1^*L_2^*C^*s^3 + 0,5(L_1^* + L_2^*)C^*s^2 + 0,5(L_1^* + L_2^* + C^*)s + 1 \right]. \quad (14.6)$$

Приравняв коэффициенты при одинаковых степенях  $s$  в (14.5) и (14.6), имеем 3 уравнения для трех нормированных параметров:

$$L_1^*L_2^*C^* = 2; (L_1^* + L_2^*)C^* = 4; L_1^* + L_2^* + C^* = 4,$$

которые дают  $L_1^* = L_2^* = 1; C^* = 2$ . Относительный уровень выходного напряжения  $k = 0,5$ .

Полученные значения параметров относятся к нормированным с частотой среза  $\omega_{*c} = 1$  и нагрузкой  $R^* = 1$ . Пересчет параметров на заданные сопротивление  $R_H$  и частоту среза  $\omega_c$  ФНЧ производят, как обычно, по выражениям:

$$R_1 = R^* R_H; L = L^* R_H / (2\pi f_c); C = C^* / (R_H \omega_c) = C^* / (R_H 2\pi f_c).$$

ППФ получают по заданным частотам среза  $\omega_{c1}$  и  $\omega_{c2}$ , применив частотное преобразование параметров ФНЧ с помощью функции

$$s = (p^2 + \omega_0^2)/(ap), \quad (14.7)$$

где  $\omega_0^2 = \omega_{c1}\omega_{c2}$ ;  $a = (\omega_{c2} - \omega_{c1})/\omega_c$ .

АЧХ ППФ показана на рис. 14.2, а, схема ППФ дана на рис. 14.2, б.

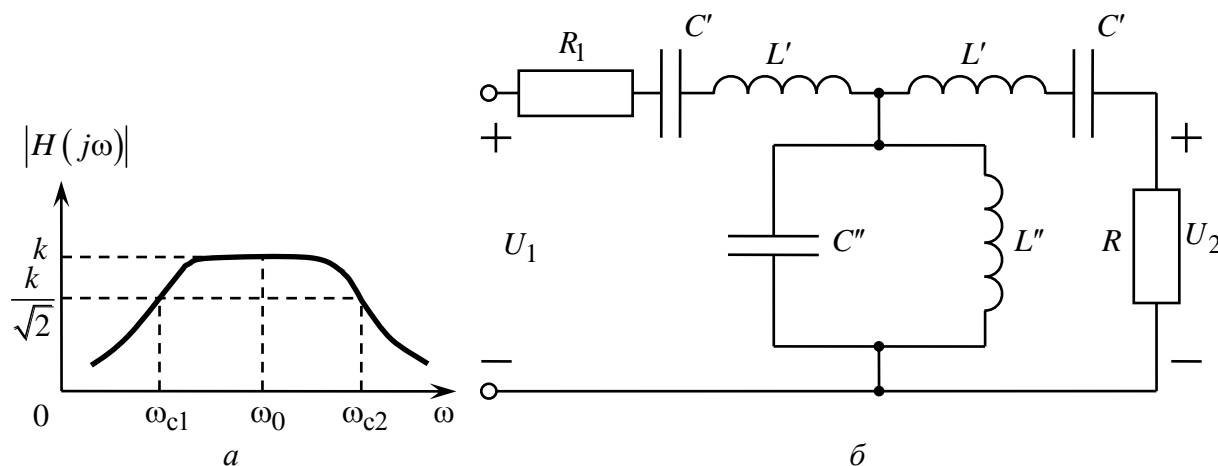


Рис. 14.2

В случае  $a = 1$  значения параметров продольных ветвей схемы, выполненных в виде последовательных  $L'C'$ -контуров:

$$L' = L; C' = 1/(\omega_0^2 L), \quad (14.8)$$

а поперечной ветви, выполненной в виде параллельного  $L''C''$ -контура:

$$C'' = C; L'' = 1/(\omega_0^2 C), \quad (14.9)$$

где  $L, C$  – параметры ФНЧ.

Для АЧХ фильтров обычно применяют логарифмический масштаб и вводят понятие затухания (коэффициента затухания), измеряемого в децибелах (дБ):

$$\alpha = 20 \lg(1/|H|) = 20 \lg(U_1/U_2).$$

Затухание  $\alpha = 0$  при  $U_2 = U_1$ ;  $\alpha = 3$  дБ при  $U_2 = U_1/\sqrt{2}$ ;  $\alpha = 6$  дБ при  $U_2 = U_1/2$ ;  $\alpha = 20$  дБ при  $U_2 = 0,1U_1$  и т. д.

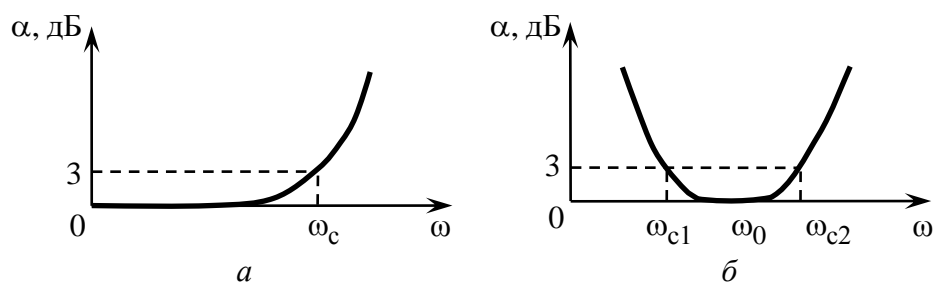


Рис. 14.3

На рис. 14.3, *а*, *б* показаны характеристики затухания ФНЧ и ППФ для случая  $k = 1$ .

## 14.2. Экспериментальные исследования

### 14.2.1. Определение амплитудно-частотной характеристики фильтра нижних частот

Соберите схему ФНЧ, показанную на рис. 14.4, *а* ( $R_1 = R_H = 980 \text{ Ом}$ ,  $L_1 = L_2 = 24 \text{ мГн}$ ,  $C_3 = 0,05 \text{ мкФ}$ ). Ко входу фильтра подключите ГС. Переключатель режимов ГС поставьте в положение « $\sim$ ».

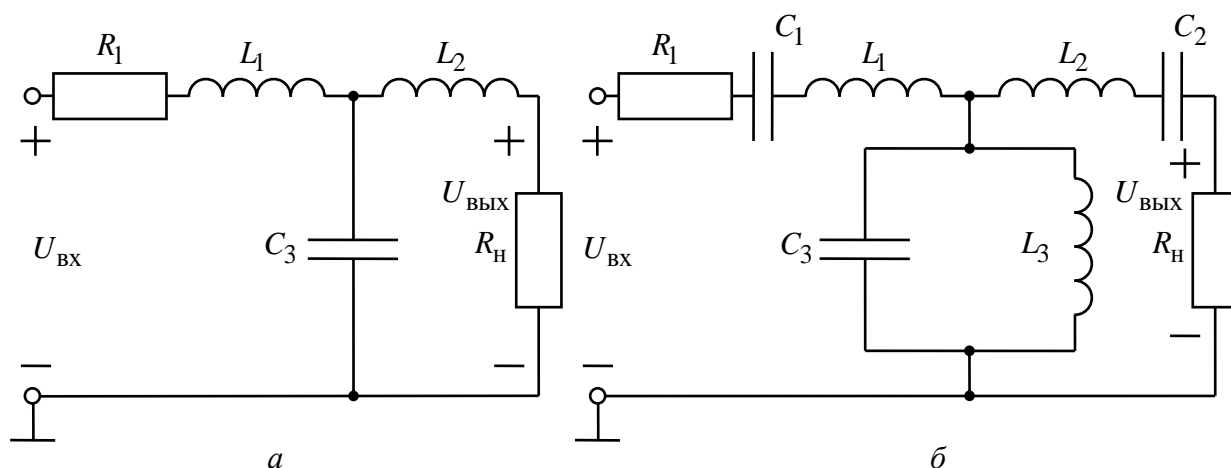


Рис. 14.4

Снимите АЧХ ФНЧ при изменении частоты в диапазоне  $0,5 < f \leq 10 \text{ кГц}$  с шагом  $0,5 \dots 1 \text{ кГц}$ , измеряя напряжение  $U_{\text{ВЫХ}}$  при  $U_{\text{ВХ}} = 1 \text{ В}$ . Опытные данные занесите в таблицу.

$f$ , кГц	$U_{\text{ВХ}}$ , В	$U_{\text{ВЫХ}}$ , В	$ H(j\omega) $	$\alpha = 20 \lg [1/ H(j\omega) ]$



Постройте графики АЧХ и коэффициента затухания  $\alpha$ , определите частоту среза  $f_c$  и полосу пропускания  $\Delta f$  ФНЧ.

*Вопросы:* 1. Как объяснить вид АЧХ, пользуясь эквивалентной схемой ФНЧ при  $f \rightarrow 0$  и  $f \rightarrow \infty$ ? 2. Какие элементы ФНЧ обеспечивают трехкратный нуль АЧХ при  $f \rightarrow \infty$ ? 3. Соответствует ли полученная АЧХ характеристике фильтра Баттерворта?

#### *14.2.2. Анализ искажения формы периодических сигналов, проходящих через ФНЧ*

На вход ФНЧ подайте периодическую последовательность прямоугольных импульсов частотой 200 Гц и амплитудой 4 В. Для этого переведите ГС в режим генерации напряжения прямоугольной формы и установите амплитуду входного напряжения по калибровке вертикальной шкалы осциллографа.

Подключите канал I осциллографа к входу ФНЧ, канал II – к выходу (заземленные выводы всех кабелей присоедините к общему узлу схемы!) Установите ручку синхронизации осциллографа в положение «Авт.» (установите переключатель «TRIGGER MODE» в положение «AUTO»), нажмите кнопку « $\rightarrow\rightarrow$ » (установите переключатель «MODE» секции «VERTICAL» в положение «DUAL»), что позволит наблюдать одновременно изображения двух исследуемых сигналов на экране осциллографа. Вначале переключатели входов усилителей обоих каналов установите в положение « $\perp$ » («GND») и совместите линии развертки каналов со средним уровнем масштабной сетки экрана осциллографа; затем переведите переключатели каналов в первоначальное положение « $\sim$ » («AC»). Ручкой синхронизации развертки «Уровень» («LEVEL») добейтесь устойчивого изображения на экране осциллографа, а переключателями «V/дел.» («VOLTS/DIV») I и II каналов и «время/дел.» («TIME/DIV») установите размеры осциллограмм одного периода повторения сигналов удобными для наблюдения (так, чтобы размеры изображения по вертикали не выходили за границы экрана, а по горизонтали укладывалось 3–4 периода входного сигнала). Снимите осциллограммы напряжений на входе и выходе ФНЧ при трех значениях частоты повторения сигналов: 0,2; 2; 9 кГц.

*Вопрос: 4.* Чем вызваны искажения выходных сигналов ФНЧ и при какой частоте повторения сигналов они наибольшие? Попробуйте объяснить причины изменения формы выходных сигналов.

#### *14.2.3. Определение амплитудно-частотной характеристики полосно-пропускающего фильтра*

Соберите схему ППФ, показанную на рис. 14.4, б ( $R_1 = R_H = 980 \text{ Ом}$ ,  $L_1 = L_2 = 24 \text{ мГн}$ ,  $C_1 = C_2 = 0,015 \text{ мкФ}$ ,  $L_3 = 7,2 \text{ мГн}$ ,  $C_3 = 0,05 \text{ мкФ}$ ).

Подключив к входу фильтра ГС в синусоидальном режиме работы, снимите АЧХ функции передачи по напряжению  $|H(j\omega)| = U_{\text{вых}}/U_{\text{вх}}$ , поддерживая напряжение  $U_{\text{вх}} = 1 \text{ В}$ . Опытные данные занесите в таблицу, приведенную ранее.

Постройте графики АЧХ и коэффициента затухания фильтра, определите частоты среза  $f_{c1}$ ,  $f_{c2}$  и полосу пропускания фильтра  $\Delta f$ .

*Вопросы: 5.* Как, используя эквивалентные схемы цепи при  $\omega \rightarrow 0$ ,  $\omega \rightarrow \infty$  и  $\omega_0 = 1/\sqrt{L_1 C_1} = 1/\sqrt{L_2 C_2} = 1/\sqrt{L_3 C_3}$ , объяснить «физику работы» ППФ? 6. Соответствуют ли экспериментально найденные частоты среза  $\omega_{c1}$ ,  $\omega_{c2}$  значениям, полученным из формул (14.7)–(14.9) частотного преобразования параметров ФНЧ и ППФ?

#### *14.2.4. Исследование искажения формы периодических сигналов, проходящих через полосно-пропускающий фильтр*

На вход ППФ (см. рис. 14.4, б) подайте периодическую последовательность прямоугольных импульсов и, осуществив подготовительные операции, описанные в 14.2.2, снимите осциллограммы напряжений на входе и выходе фильтра для трех значений частоты повторения сигналов: 0,9; 9; 15 кГц.

*Вопрос: 7.* Как объяснить причины изменения формы прямоугольных импульсов, проходящих через ППФ?

### **14.3. Требования к отчету**

В отчете следует сформулировать цель работы, привести все разделы исследований и сделать заключение. По каждому разделу необходимо дать название схемы исследуемых фильтров, таблицы наблюдений и вычислений, требуемые графики, совмещенные по оси времени осциллограммы входного и выходного напряжений фильтров. Определение частот среза и полос про-

пускания фильтров в 14.1.2 и 14.2.4 необходимо сопровождать графическим построением. Следует также письменно ответить на вопросы.

## Работа № 15

### ИССЛЕДОВАНИЕ СВОЙСТВ АКТИВНОЙ RC-ЦЕПИ

*Цель работы:* исследование влияния коэффициента передачи усилителя полосового активного RC-фильтра на частоты его собственных колебаний, АЧХ и устойчивость работы.

#### 15.1. Подготовка к работе

Активной RC-цепью называют электрическую цепь, содержащую резистивные, емкостные и активные необратимые элементы (ОУ, транзисторы или электронные лампы). В активной RC-цепи можно получить комплексные значения частот собственных колебаний, т. е. полюсов передаточной функции цепи, в то время как корни характеристического уравнения пассивной RC-цепи всегда вещественны и отрицательны. В активной RC-цепи в отличие от пассивной, которая всегда устойчива, кроме того может возникнуть принципиально новое явление – неустойчивый режим работы (самовозбуждение), когда часть полюсов функции передачи переходит в правую полуплоскость, т. е. имеет положительную вещественную часть. При самовозбуждении на выходе схемы наблюдаются гармонические или релаксационные колебания даже при отсутствии сигнала на входе.

В работе исследуют свойства активных цепей на примере полосового фильтра (рис. 15.1), который имеет функцию передачи второго порядка с нулем в начале координат комплексной плоскости:

$$H_U(s) = \frac{U_2(s)}{U_1(s)} = \frac{a_1 s}{b_2 s^2 + b_1 s + b_0}, \quad (15.1)$$

где  $a_1 = R_2 R_3 C_2 k$ ;  $b_2 = R_1 R_2 R_3 C_1 C_2$ ;  $b_0 = R_1 + R_2$ ;  $b_1 = R_1 R_2 (C_1 + C_2) + R_2 R_3 C_2 + R_1 R_3 C_2 (1 - k)$ .

В фильтре в качестве активного элемента используется неинвертирующий усилитель напряжения, собранный на ОУ с резисторами  $R_a$ ,  $R_b$  в цепи отрицательной обратной связи ОУ. Такой усилитель практически обладает бесконечно большим входным и нулевым выходным сопротивлениями, а его

коэффициент передачи по неинвертирующему (положительному) входу определяется формулой

$$k = 1 + R_a / R_b. \quad (15.2)$$

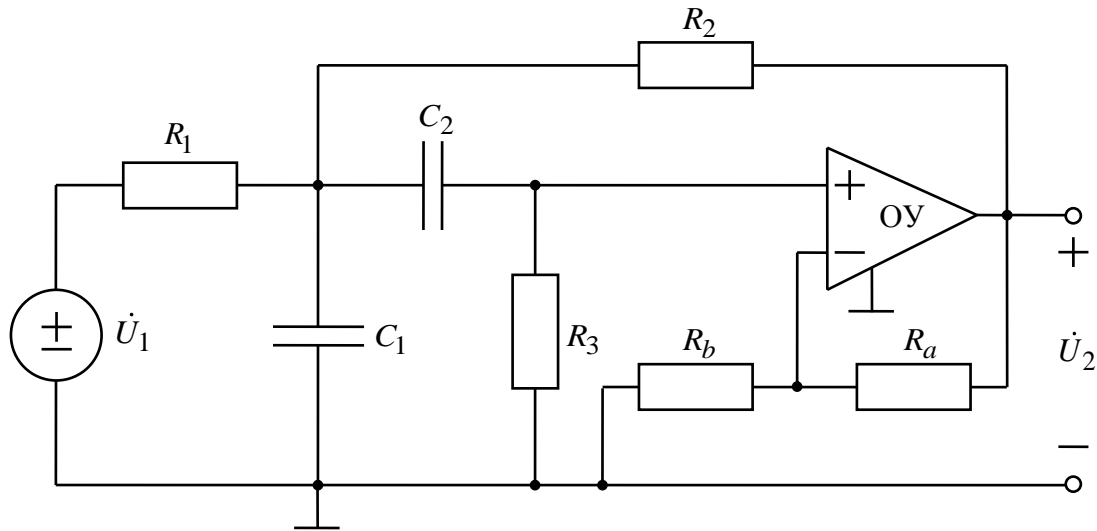


Рис. 15.1

При  $R_1 = R_2 = 0,5R_3 = R$  и  $C_1 = C_2 = C$  функция передачи (15.1) принимает вид

$$H_U(s) = \frac{s\omega_0 k}{s^2 + s\omega_0/Q + \omega_0^2}; \quad \omega_0 = \frac{1}{RC}; \quad Q = \frac{1}{3-k}, \quad (15.3)$$

где  $\omega_0$  – резонансная частота;  $Q$  – добротность (обозначения введены по аналогии с колебательным контуром).

При изменении коэффициента передачи  $k$  усилителя резонансная частота фильтра сохраняется постоянной, изменяется только значение добротности. Полюсы функции передачи (15.3)

$$s_{1,2} = 0,5\omega_0 \left[ -(3-k) \pm j\sqrt{4-(3-k)^2} \right] = \omega_0 \left[ -\frac{1}{2Q} \pm j\sqrt{1-\frac{1}{4Q^2}} \right]. \quad (15.4)$$

Их расположение на комплексной плоскости при различных значениях  $k$  иллюстрируется рис. 15.2, а. Полюсы, вещественные и отрицательные при  $0 \leq k \leq 1$ , становятся комплексными при  $k > 1$ , а при дальнейшем увеличении  $k$  перемещаются по окружности радиуса  $\omega_0$ , оставаясь в левой полуплоскости, если  $k < 3$ .

При  $k = 3$  полюсы достигают мнимой оси, и в фильтре возникает режим самовозбуждения (автоколебания с частотой, равной резонансной частоте  $\omega_0$ ). Дальнейшее увеличение коэффициента усиления  $k$  приводит к перемещению полюсов в правую полуплоскость. Режим самовозбуждения в фильтре сохраняется, но из-за ограниченности динамического диапазона усилителя форма гармонических колебаний искажается (наблюдаются релаксационные колебания).

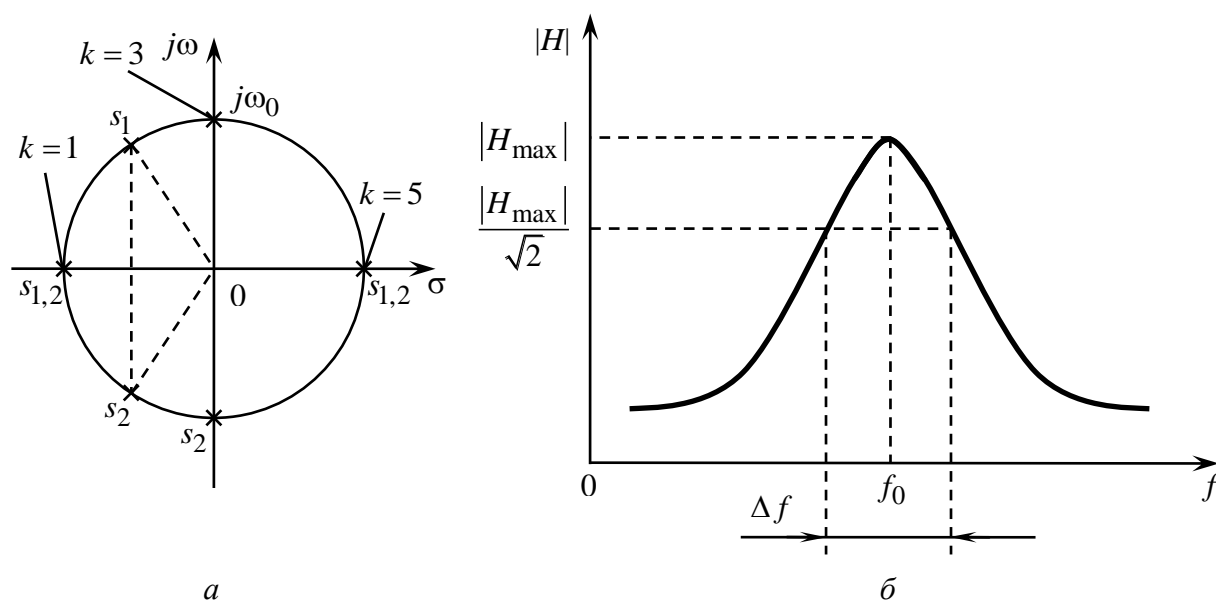


Рис. 15.2

На рис. 15.2, б изображена АЧХ полосового фильтра, которая определяется выражением

$$|H_U(j\omega)| = \frac{k\omega_0\omega}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\omega_0\omega/Q)^2}}$$

или при нормировании частоты

$$|H_U(jf_*)| = \frac{kf_*}{\sqrt{(1 - f_*^2)^2 + (f_*/Q)^2}},$$

где  $f_* = f/f_0$ ;  $f_0 = \omega_0/(2\pi)$ .

Добротность полосового фильтра можно найти по АЧХ как отношение резонансной частоты к ширине полосы пропускания:

$$Q = f_0 / \Delta f, \quad (15.5)$$

следовательно, положение полюсов на комплексной плоскости можно определить по их значениям, найденным по формуле (15.4), где добротность находится экспериментально по снятой АЧХ полосового фильтра.

## 15.2. Экспериментальные исследования

### 15.2.1. Исследование неинвертирующего усилителя напряжения, собранного на операционном усилителе

Используя ГС и имеющийся на лабораторной плате ОУ, соберите схему неинвертирующего усилителя напряжения (рис. 15.3).

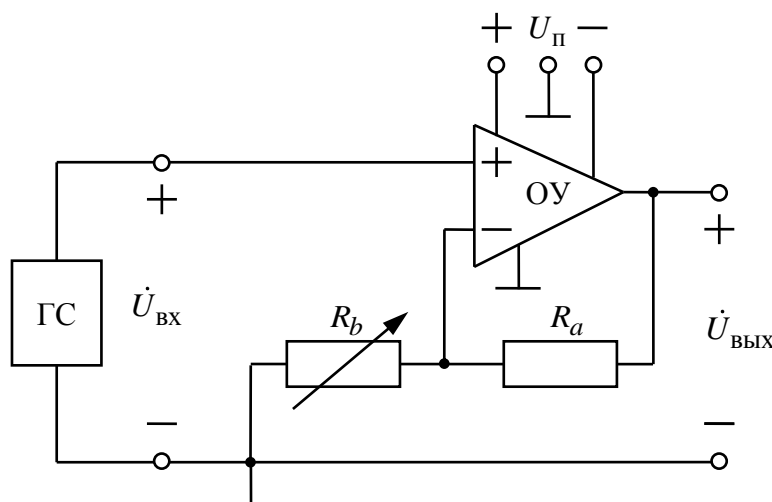


Рис. 15.3

Подключите ИП постоянного напряжения  $U_{\Pi}$  к соответствующим выводам платы, обозначенным «+», « $\perp$ », «-». Установите частоту ГС, равную резонансной частоте  $f_0$  полосового фильтра (рассчитанной в 15.1), а напряжение ГС  $U_{\text{ВХ}} = 0,5 \text{ В}$ .

Градуировку коэффициента передачи усилителя производите в зависимости от значения сопротивления  $R_b$  в цепи отрицательного входа ОУ, изменяя  $R_b$  от 12 до 27 кОм через 3 кОм. Результаты измерений напряжения на входе и выходе усилителя, а также данные расчета практического коэффициента передачи  $k_{\text{пр}}$  занесите в табл. 15.1.

Таблица 15.1

Наблюдают			Вычисляют	
$R_b$ , кОм	$U_{вх}$ , В	$U_{вых}$ , В	$k_{пр} = U_{вых}/U_{вх}$	$k_{теор}$

Значение теоретического коэффициента передачи  $k_{теор}$  вычислите по формуле (15.2), приняв сопротивление  $R_a = 30$  кОм. По результатам эксперимента постройте график градуировочной кривой коэффициента передачи  $k(R_b)$  усилителя. Сравните полученные данные со значениями теоретического коэффициента передачи, рассчитанными по формуле (15.2).

*15.2.2. Определение влияния коэффициента передачи  
усилителя полосового активного RC-фильтра  
на частоты его собственных колебаний и АЧХ*

Соберите схему полосового активного RC-фильтра (рис. 15.4), в которой  $R_a = 30$  кОм;  $R_1 = R_2 = 0,5R_3 = 10$  кОм;  $C_1 = C_2 = 0,03$  мкФ.

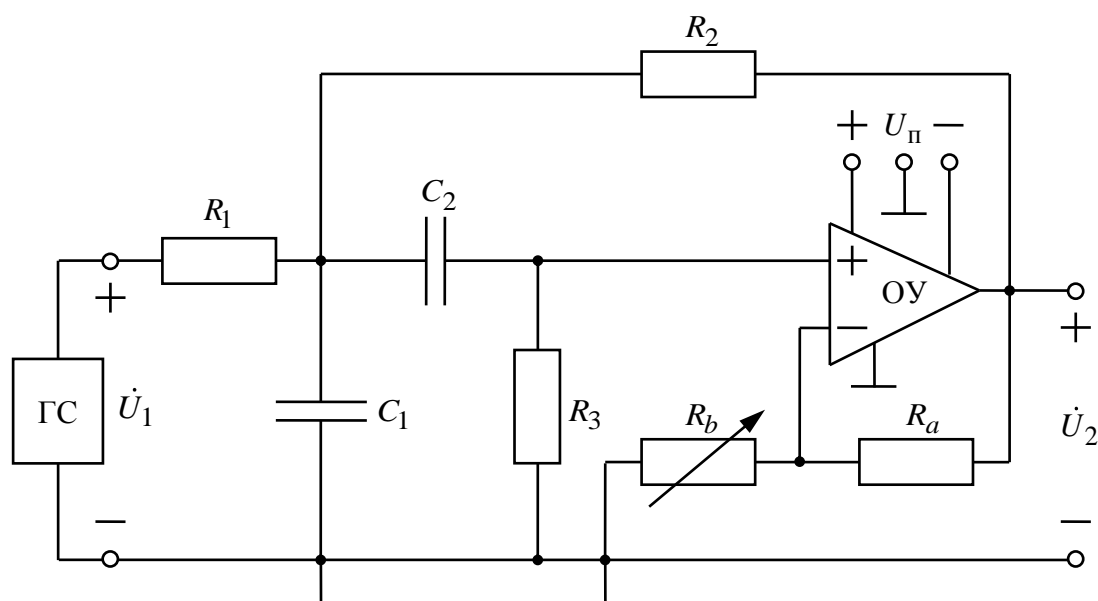


Рис. 15.4

Установите на входе фильтра напряжение  $U_{вх} = 0,3$  В и поддерживайте его неизменным при дальнейших измерениях. Снимите АЧХ фильтра в диапазоне частот от  $0,2f_0$  до  $2f_0$  при значениях коэффициента передачи усилителя, равных 2,2; 2,5; 2,7. При измерениях обязательно зафиксируйте резонансную частоту (по максимуму АЧХ) и граничные частоты полосы пропус-

кания фильтра, на которых значение выходного напряжения равно 0,707 от его максимального значения. Результаты измерений занесите в табл. 15.2.

Таблица 15.2

Наблюдают		Вычисляют					
$f$ , кГц	$U_1$ , В	$U_2$ , В			$H_U = U_2/U_1$		
		$k = 2,2$	$k = 2,5$	$k = 2,7$	$k = 2,2$	$k = 2,5$	$k = 2,7$

По результатам вычислений АЧХ постройте графики и определите по каждому из них полосу пропускания фильтра. Затем, используя формулы (15.5) и (15.4), для каждого случая рассчитайте добротность  $Q$  и положение на комплексной плоскости полюсов  $s_{1,2}$  передаточной функции цепи. Сравните полученные значения добротности полосового фильтра со значениями, рассчитанными по формуле (15.3).

*Вопросы:* 1. В чем основные достоинства рассматриваемого активного RC-фильтра в сравнении с реактивными фильтрами? 2. Как сказывается изменение коэффициента передачи усилителя активного фильтра на его избирательных свойствах, добротности и частотах собственных колебаний?

### 15.2.3. Определение критического значения коэффициента передачи усилителя полосового активного RC-фильтра, при котором наступает неустойчивый режим его работы

Для наблюдения неустойчивого режима работы фильтра используйте схему, показанную на рис. 15.4, закоротив в ней входные выводы (это будет соответствовать нулевому входному сигналу от ГС, т. е. свободному режиму в цепи). Постепенно увеличивайте коэффициент передачи усилителя напряжения (от значения, приблизительно равного 2,5) до появления на экране осциллографа, подключенного к выходу фильтра, устойчивых гармонических колебаний, частота которых совпадает с собственной резонансной частотой полосового фильтра. При возникновении неустойчивого режима работы фильтра зафиксируйте значение сопротивления  $R_b$ . По градуировочной кривой усилителя напряжения определите критическое значение коэффициента передачи, при котором полюсы функции передачи фильтра находятся на мнимой оси комплексной плоскости (см. рис. 15.2, а), и сравните его значение с теоретическим.



Далее увеличивайте коэффициент передачи усилителя напряжения до появления на выходе фильтра релаксационных колебаний. Осциллограммы гармонических и релаксационных колебаний зарисуйте на кальку.

*Вопросы:* 3. Где располагаются на комплексной плоскости корни характеристического уравнения цепи при возникновении неустойчивого режима работы? 4. Какова добротность активного  $RC$ -фильтра при неустойчивом режиме работы? 5. Почему амплитуда релаксационных колебаний не увеличивается, несмотря на расположение частот собственных колебаний фильтра в правой полуплоскости комплексной частоты?

### **15.3. Требования к отчету**

Отчет должен содержать цель работы, предварительные расчеты, все разделы экспериментального исследования и заключение. По каждому разделу необходимо привести его название, схемы исследуемых цепей, соответствующие таблицы наблюдений, вычисления, графики, осциллограммы и ответы на все вопросы. Заключение должно содержать краткие выводы по работе.

## Содержание

Список сокращений .....	3
Работа № 1. Исследование характеристик линейных и нелинейных резисторов и источников электромагнитной энергии .....	4
Работа № 2. Исследование линейных резистивных цепей .....	9
Работа № 3. Исследование свободных процессов в электрических цепях .....	14
Работа № 4. Исследование переходных процессов в линейных цепях .....	20
Работа № 5. Исследование цепей с нелинейными резистивными элементами .....	28
Работа № 6. Исследование установившегося синусоидального режима в простых цепях .....	34
Работа № 7. Исследование резонансных явлений в простых электрических цепях .....	39
Работа № 8. Исследование частотных характеристик двухполюсников .....	47
Работа № 9. Исследование индуктивно связанных цепей .....	53
Работа № 10. Исследование трехфазных цепей .....	59
Работа № 11. Исследование установившихся периодических несинусоидальных режимов в линейных цепях .....	66
Работа № 12. Исследование искажений импульсных сигналов при прохождении их через линейные цепи .....	72
Работа № 13. Исследование линейных резистивных четырехполюсников ....	76
Работа № 14. Исследование реактивных электрических фильтров .....	84
Работа № 15. Исследование свойств активной $RC$ -цепи .....	91

Барков Анатолий Павлович  
Бычков Юрий Александрович  
Дегтярев Сергей Андреевич  
Завьялов Андрей Евгеньевич  
Золотницкий Владимир Михайлович  
Зубарев Александр Владимирович  
Иншаков Юрий Михайлович  
Морозов Дмитрий Александрович  
Панкин Валерий Васильевич  
Портной Марк Саулович  
Соклакова Марина Вячеславовна  
Соколов Валентин Николаевич  
Соловьева Елена Борисовна  
Чернышев Эдуард Павлович

Основы теории цепей  
Лабораторный практикум по теоретической электротехнике

Редактор Э. К. Долгатов

---

Подписано в печать 14.07.17. Формат 60×84 1/16. Бумага офсетная.  
Печать цифровая. Гарнитура «Times New Roman». Печ. л. 6,25.  
Тираж 743 экз. Заказ 77.

---

Издательство СПбГЭТУ «ЛЭТИ»  
197376, С.-Петербург, ул. Проф. Попова, 5