



Saint-Petersburg Electrotechnical University
«LETI»

ЛЕКЦИЯ 16

Нули и полюсы передаточной функции.

Частотные характеристики цепи

China

СОДЕРЖАНИЕ

1. Нули и полюсы передаточной функции $H(s)$.
Пример нахождения нулей и полюсов.
2. Частотные характеристики цепи.
Пример нахождения АЧХ и ФЧХ.
3. Применение АЧХ и ФЧХ в установившемся синусоидальном режиме.
3. Задание на расчет.

1. Нули и полюсы передаточной функции цепи

Определение:

Нули передаточной функции – значения s , при которых $H(s)=0$.
Корни числителя передаточной функции.

Определение:

Полюсы передаточной функции – корни полинома, стоящего в знаменателе $H(s)$.
Корни знаменателя передаточной функции.

Пример. Находим нули и полюсы

Дана передаточная
функция:

$$H(s) = \frac{1}{s+5}$$

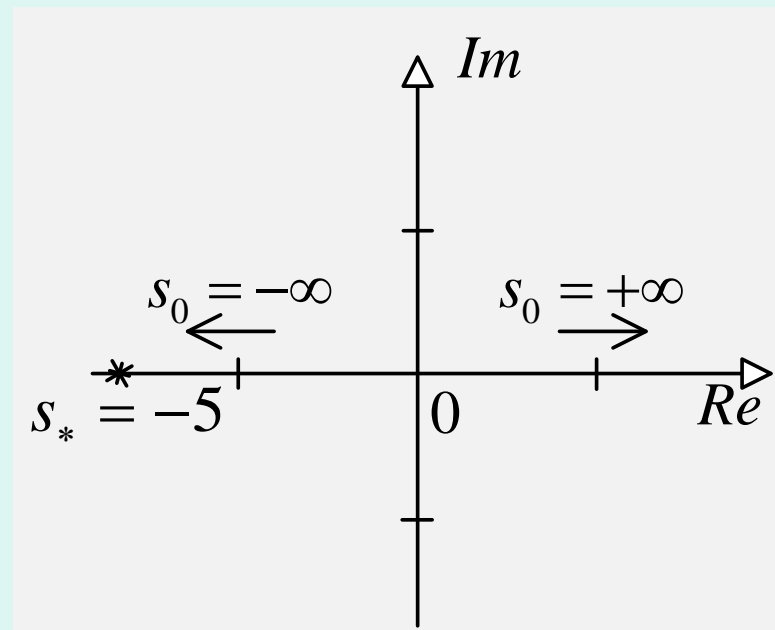
Нули:

$$s_0 = \pm\infty$$

Полюс:

$$s+5=0 \Rightarrow s_* = -5$$

Карта нулей и полюсов
(на комплексной плоскости):



2. Частотные характеристики цепи

Получаем комплексную функцию цепи:

Заменяем $s = j\omega$

$$H(j\omega) = H(s) \Big|_{s=j\omega}$$

$$H(j\omega) = |H(j\omega)| e^{j \arg(H(j\omega))} = A(\omega) e^{j\Phi(\omega)}$$

**Амплитудно-частотная
характеристика цепи (АЧХ):**

$$A(\omega) = \frac{|\text{Числитель}(H(j\omega))|}{|\text{Знаменатель}(H(j\omega))|}$$

Фазочастотная характеристика цепи (ФЧХ):

$$\Phi(\omega) = \arg(\text{числителя}(H(j\omega))) - \arg(\text{знаменателя}(H(j\omega)))$$

продолжение

Амплитудно-частотная характеристика (АЧХ) в установившемся синусоидальном режиме:

$$A(\omega) = |H(j\omega)| = \frac{|F_2(j\omega)|}{|F_1(j\omega)|};$$

$$|F_2(j\omega)| = A(\omega) \cdot |F_1(j\omega)|$$

Фазочастотная характеристика (ФЧХ) в установившемся синусоидальном режиме:

$$\Phi(\omega) = \arg(H(j\omega)) = \arg(F_2(j\omega)) - \arg(F_1(j\omega));$$

$$\arg(F_2(j\omega)) = \Phi(\omega) + \arg(F_1(j\omega))$$

Пример. Записываем формулы АЧХ и ФЧХ

Дана передаточная функция:

$$H(s) = \frac{1}{s+5} \Rightarrow H(j\omega) = \frac{1}{j\omega+5}$$

Записываем:

АЧХ:

$$A(\omega) = \frac{1}{\sqrt{\omega^2 + 5^2}}$$

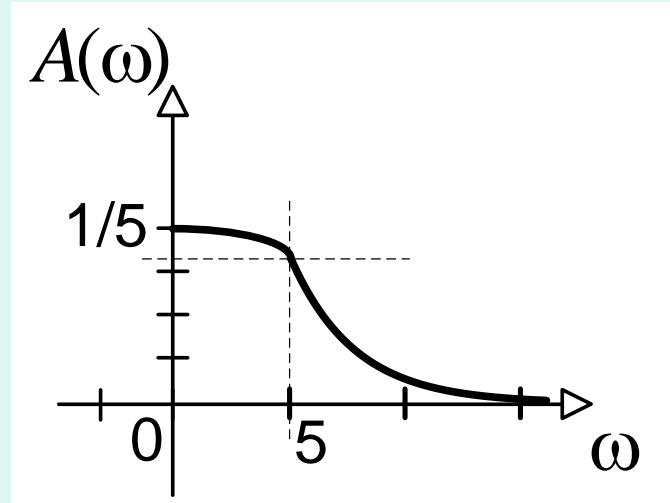
ФЧХ:

$$\Phi(\omega) = 0 - \arctan\left(\frac{\omega}{5}\right)$$

Пример. Изображаем график АЧХ. Определяем полосу пропускания цепи

$$A(0) = \frac{1}{5};$$

$$A(\infty) = 0$$



**Полоса пропускания цепи – это диапазон частот,
в котором**

$$A(\omega) \geq 0.707 \cdot \max(A(\omega)).$$

$$A(5) = \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{5} \cdot 0,707 \approx \frac{1}{7};$$

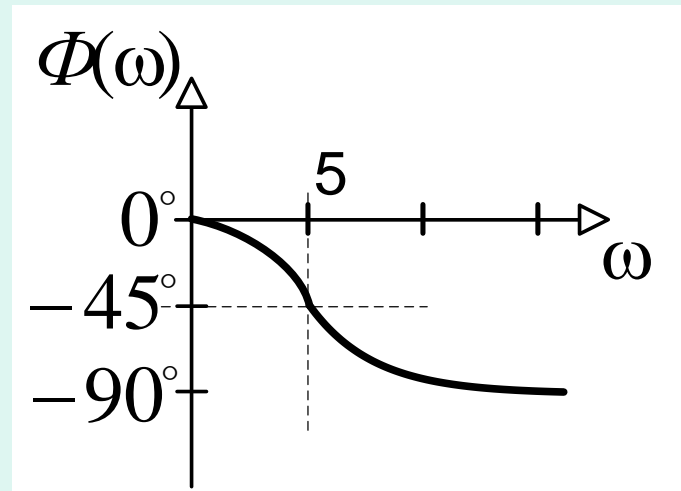
$$\Delta\omega_{\text{пр}} \in [0, 5]$$

Пример. Изображаем график ФЧХ цепи

$$\Phi(0) = 0$$

$$\Phi(5) = -\arctan(1) = -45^\circ$$

$$\Phi(\infty) = -\arctan(\infty) = -90^\circ$$



3. Применение АЧХ и ФЧХ в установившемся синусоидальном режиме

Дано:

**Формулы
АЧХ и ФЧХ:**

$$A(\omega) = \frac{1}{\sqrt{\omega^2 + 5^2}};$$

$$\Phi(\omega) = 0 - \arctan\left(\frac{\omega}{5}\right)$$

Воздействие (входной сигнал):

$$f_1(t) = 10 \cos(4t + 90^\circ)$$

**Определить (найти) реакцию
(выходной сигнал):**

$$f_2(t)$$

продолжение

Решение:

$$f_1(t) \Rightarrow |F_1(j\omega)| = 10, \arg(F_1(j\omega)) = 90^\circ, \omega = 4$$

$$A(4) = \frac{1}{\sqrt{4^2 + 5^2}} = \frac{1}{\sqrt{41}} \approx 0,16$$

$$|F_2(j4)| = A(4) \cdot |F_1(j4)| = 0,16 \cdot 10 = 1,6$$

$$\Phi(4) = -\arctan\left(\frac{4}{5}\right) \approx -38,5^\circ$$

$$\begin{aligned} \arg(F_2(j\omega)) &= \Phi(\omega) + \arg(F_1(j\omega)) = \\ &= -38,5^\circ + 90^\circ = 51,5^\circ \end{aligned}$$

Ответ:

$$f_2(t) = 1,6 \cos(4t + 51,5^\circ)$$

4. Задание на расчёт

Дана передаточная функция $H(s)$.

Построить карту нулей и полюсов,
записать формулы АЧХ и ФЧХ.

№1

$$H(s) = \frac{2(s+1)}{(s+2)(s+3)}$$

№2

$$H(s) = \frac{-5}{3s(s+4)}$$

№3

$$H(s) = \frac{7s}{2(s+1)(s+5)}$$

№4

$$H(s) = \frac{2(s+2)}{4s(s+3)}$$