

Вычисление нормы заданной многоугольником

Вопросы по работе на экзамене

1) определение нормы в линейном пространстве

2) норма, заданная выпуклым множеством
("метод" вычисления – теорема Минковского)

3) описание многогранника:

– проверка заданных точек в координатных плоскостях

(?) $A(a, b)$, $AA(a_1, 0, 0)$, $BB(0, b_1)$

$$0 < a < a_1, \quad 0 < b < b_1, \quad \frac{a}{a_1} + \frac{b}{b_1} > 1$$

расширение **списка** вершин (список $x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$),

(**список** $x \geq 0, z \geq 0$),

(**список** $x \geq 0$),

(**полный** список)

4) четыре(?) конуса, определяющие норму и их базисы

необходимое и достаточное условие попадания точки в конус

симметрии многогранника в дз1 и модификация вычисления норм

список основных конусов и их базисы

5) алгоритм вычисления нормы (цикл по конусам)

вычисление норм $w_1, w_2, w_1 + w_2$

список координат во всех основных конусах для $w_1, w_2, w_1 + w_2$

неравенство треугольника == выпуклость

6) определение эквивалентности норм $c_1 \|x\|_2 \leq \|x\|_w \leq c_2 \|x\|_2$

– цикл(**список** расстояний) – максимум расстояний до вершин (оценка сверху) d_1

$$\|x\|_w = 1 \rightarrow \|x\|_2 \leq d_1 \rightarrow \|x\|_2 \leq d_1 \|x\|_w$$

$$\forall k \in R \quad \|kx\|_2 = k \|x\|_2 \leq d_1 k \|x\|_w = d_1 \|kx\|_w \quad \text{однородность нормы}$$

$$\forall y \exists k \in R \quad y = kx, \quad \|x\|_w = 1 \quad (k = \|y\|_w) \rightarrow \|y\|_2 \leq d_1 \|y\|_w$$

$$\frac{1}{d_1} \|y\|_2 \leq \|y\|_w \rightarrow c_1 = \frac{1}{d_1}$$

– цикл(**список** расстояний) – минимум расстояний до граней (оценка снизу) d_2

$$\|x\|_w = 1 \rightarrow \|x\|_2 \geq d_2 \rightarrow \|x\|_2 \geq d_2 \|x\|_w$$

$$\frac{1}{d_2} \|y\|_2 \geq \|y\|_w \rightarrow c_1 = \frac{1}{d_1}$$

ПРОДОЛЖЕНИЕ ДЗ 1

7) определение нормы оператора линейном нормированном пространстве ...

8) норма l_3^2 ...

норма оператора $A : l_3^2 \rightarrow l_3^2$, (!!) $A = A^*$,

$A = I - B$, $\|B\|_2 < 1/2$ (сформировать самостоятельно)

$\|B\|_2 = \max(|\lambda_1|, |\lambda_2|, |\lambda_3|)$ (из лекций), $\lambda_k \neq 0$

план построения матрицы B

$$D = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \end{pmatrix}, \quad V_1 = \begin{pmatrix} \cos t_1 & -\sin t_1 & 0 \\ \sin t_1 & \cos t_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad V_2 = \begin{pmatrix} \cos t_2 & 0 & -\sin t_2 \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin t_2 & 0 & \cos t_2 \end{pmatrix},$$

$$B = V_1^\top V_2^\top D V_2 V_1$$

здесь $0 < t_1, t_2 < 2\pi$ фиксированные числа

9) норма l_3^1 ..., норма l_3^∞ ..., $\|B\|_1$, $\|B\|_\infty$ (формулы!! из лекций)

10)* итерационное решение уравнения $Ax = b$ (!! из лекций)

решить для $b = (1, 1, 1)$

проверить сходимость итераций для $x_0 = (0, 0, 0)$

11)* $\|B\|_W$ оценка сверху

схема получения оценки из эквивалентности $c_1\|x\|_2 \leq \|x\|_W \leq c_2\|x\|_2$

$$\|Ax\|_W \leq c_2\|Ax\|_2 \leq c_2\|A\|_2\|x\|_2 \leq (c_2\|A\|_2) \frac{1}{c_1}\|x\|_W$$

$$\|A\|_W \leq \frac{c_2}{c_1}\|A\|_2$$