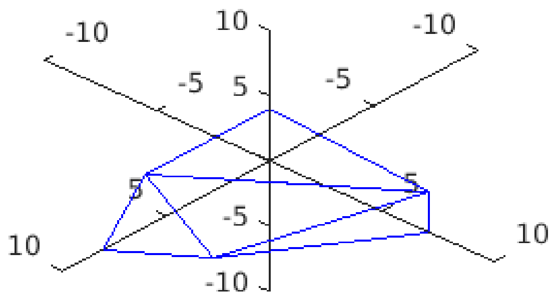
Дз 1, Мирончик Павел, 8382

{var, 13}

{A, {6, 3, 0}, B, {6, 0, 4}, H, {0, 7, 3}, AA, {8, 0, 0}, BB, {0, 6, 0}, HH, {0, 0, 4}}

Построим по имеющимся точкам выпуклый многоугольник (только для первой четверти x>=0 y>=0 z>=0, полная фигура во всех четвертях выглядит слишком непонятно из-за отсутствия заливки и теней 3d изображения).

Для этого исключим из точек BB {0, 6, 0} и опустим перпендикуляр к оси y от точки H{0, 7, 3}.



Рассмотрим далее векторы (-4,8,-7) и (7, -8, -5). Т.к. фигура симметрична по осям можно опустить знаки минусов и рассмотреть вектора (4,8,7) и (7,8,5), т.к. они будут иметь такую же норму, как и заданные изначально.

По формуле

$$OA_1 = OB \times OH,\ OB_1 = OA \times OH,\ OH_1 = OA \times OB,$$

$$OA' = \frac{1}{(OA_1, OA)}\, OA_1, \quad OB' = \frac{1}{(OB_1, OB)}\, OB_1, \quad OH' = \frac{1}{(OH_1, OH)}\, OH_1$$

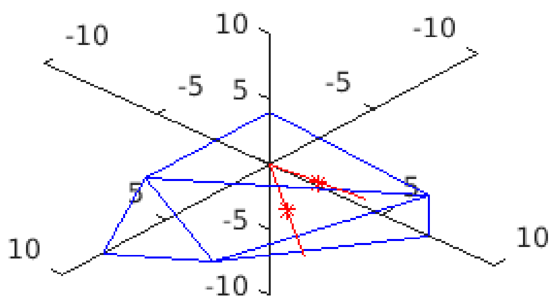
найдем биортогональные базисы для каждого из углов и определим с их помощью, в каких углах лежат искомые вектора:

$$OP = k_1 OA + k_2 OB + k_3 OH, \quad k_1 = (OP, OA'), \quad k_2 = (OP, OB'), \quad k_3 = (OP, OH')$$

$$k_1 \geq 0, \quad k_2 \geq 0, \quad k_3 \geq 0,$$

При нахождении подходящего угла посчитаем норму для вектора и отобразим нормированный вектор на графике (начальный вектор - красная линия, нормированный вектор - звездочка)

$$||P||_W = k_1 + k_2 + k_3$$



После этого найдем наибольшее значение евклидовой нормы, как максимум из евклидовых норм для каждого из векторов OA, OB, OH, OAA, OBB, OHH (напомню, OBB здесь заменена на точку {0, 7, 0}). Получим M = 8.

Для поиска наименьшего значения евклидовой нормы найдем минимум между всеми центрами углов ($\frac{1}{3} * \ sum(p1, p2, p3)$, где p1, p2, p3 - точки, образующие угол, например HH, B, H). Этот алгоритм весьма неточный и можно было бы найти расстояние до плоскостей, образованных точками p1,p2,p3, но во-первых это долго (в том числе из-за необходимости проверок принадлежности нормы от (0, 0, 0) до плоскости к рассматриваемому углу и проекции на стороны узла в случае несовпадения), а во-вторых такой метод используется в примере самостоятельной работы :). Итак, получим значение m = 4.7842.