МИНОБРНАУКИ РОССИИ
САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
«ЛЭТИ» ИМ. В.И. УЛЬЯНОВА (ЛЕНИНА)
Кафедра МО ЭВМ

ОТЧЕТ
по лабораторной работе №2
по дисциплине «Методы оптимизации»
Тема: Симплексный метод

Студент гр. 8382 ____________________ Мирончик П.Д.

Преподаватель ____________________ Мальцева Н.В.

Санкт-Петербург
2021

Цель работы

1. Решение задачи линейного программирования симплекс методом с помощью стандартной программы.
2. Решение задачи линейного программирования графически.
3. Сравнение результатов решения задачи обоими способами.

Постановка задачи

Рассматривается следующая задача линейного программирования .

Найти минимум линейной функции f(x1,x2,...,xn):

f = c[1]*x[1] + c[2]*x[2] +...+ c[n]*x[n] ,

где c[i] - постоянные коэффициенты ,

на множестве , заданном набором линейных ограничений :

a[1,1]*x[1] + ... + a[1,n]*x[n] >= b[1]

...

a[m,1]*x[1] + ... + a[m,n]*x[n] >= b[m]

x[1]>=0,...,x[n]>=0 ,

где a[i,j],b[i] - постоянные коэффициенты .

В матричной форме ограничения записываются следующим образом :

AX>=B , X>=0 .

Целевая функция может быть представлена в виде скалярного произведения :

f = (C,X) .

Теоретические сведения

Симплексный метод решения задачи линейного программирования состоит из двух этапов :

1) поиск крайней точки допустимого множества ,

2) поиск оптимальной точки путем направленного перебора

крайних точек .

Крайняя точка н е существует , если в таблице существует строка, все элементы которой неположительны , а последний элемент - отрицательный .

Крайняя точка н а й д е н а , ели все элементы вектора-столбца В больше нуля .

Чтобы найти крайнюю точку , надо :

1) выбрать строку i , в которой b[i] < 0;

2) выбрать столбец s , в котором a[i,s]>=0;

3) в столбце s задать номер строки r разрешающего элемента так , чтобы отрицательное отношение b[r]/a[r,s] было максимальным .

4) поменять местами имена координат в таблице из строки r и столбца s;

5) рассматривая элемент a[r,s] как разрешающий , необходимо преобразовать таблицу по формулам :

ARS:= a[r,s];

z1[r,s]:= 1/ARS;

z1[r,j]:= -z[r,j]/ARS , j<>s;

z1[i,s]:= z[i,s]/ARS , i<>r;

z1[i,j]:= (z[i,j]*ARS - z[i,s]*z[r,j])/ARS , i<>r,j<>s;

z:=z1,

где под z и z1 понимается соответственно первоначальное и преобразованное значение таблицы (кроме левого столбца и верхней строки).

Оптимальная точка н а й д е н а , если все элементы вектор-строки С >= 0 (при этом все элементы вектор-столбца В >= 0).

Оптимальная точка н е существует , если в таблице есть столбец j , в котором c[j] < 0 , а все a[i,j]>0 при любом i .

Чтобы найти оптимальную точку , надо :

1) выбрать столбец s , в котором c[s] < 0;

2) в столбце s задать номер строки r разрешающего элемента так , чтобы отрицательное отношение b[r]/a[r,s] было максимальным ;

3) поменять местами имена координат в таблице из строки r и столбца s;

4) рассматривая элемент a[r,s] как разрешающий , необходимо преобразовать таблицу по формулам (см.выше).

Координаты оптимальной точки определяются следующим образом :

1) если x[j] находится на i-м месте левого столбца , то его значение равно b[i];

2) если x[i] находится на j-м месте верхней строки , то его значение равно 0 .

Для проведения лабораторной работы составлена программа, обеспечивающая решение задачи линейного программирования при задании с терминала исходных значений.

Ход работы

Вычисление симплекс методом.

По первому шагу определим условия:

$$-x_1 - x_2 + 3 \geq 0$$

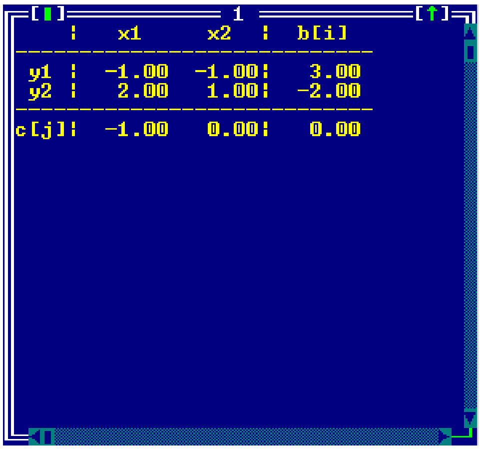
$$2x_1 + x_2 - 2 \geq 0$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

$$f = -x_1$$

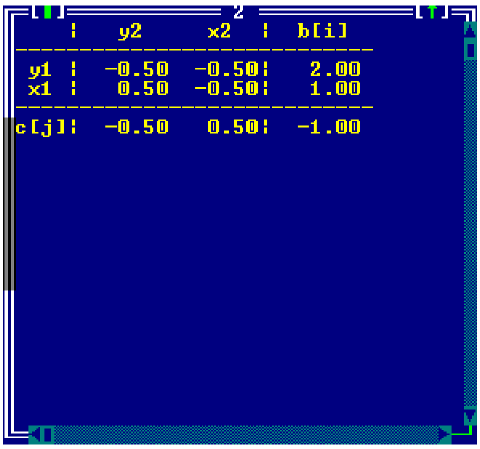
PS: в таблице указано, что правый столбец $b[i]$, однако, судя по дальнейшим вычислениям и графическому представлению задачи, это $-b[i]$.

Далее приводится вывод программы на каждом шаге и объяснение вывода/дальнейших действий.



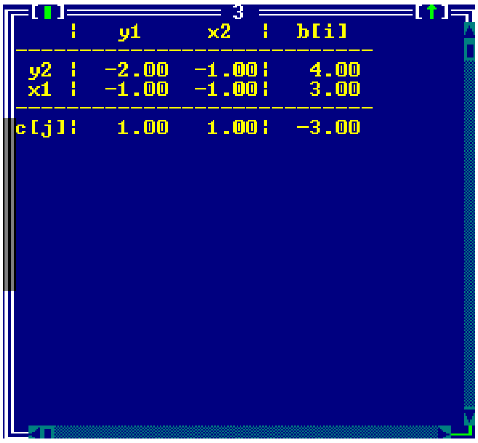
	x1	x2	b[i]
y1	-1.00	-1.00	3.00
y2	2.00	1.00	-2.00
c[j]	-1.00	0.00	0.00

Шаг 1: Крайняя точка существует, но не найдена. Номер строки с отрицательным свободным членом 2 (фиксируем строку 2), столбец с положительным членом в этой строке 1 (фиксируем столбец 1), в 1 столбце наибольшее отрицательное соотношение $-\frac{b[i]}{a_{2,i}}$ наблюдается во второй строке. Фиксируем разрешающий элемент на (2;1). Текущая точка $x_1 = 0, x_2 = 0$.



	y2	x2	b[i]
y1	-0.50	-0.50	2.00
x1	0.50	-0.50	1.00
c[j]	-0.50	0.50	-1.00

Шаг 2. Крайняя точка существует и найдена. Оптимальная точка существует, но не найдена. Фиксируем столбец 1 ($c[1] < 0$), фиксируем строку 1 (где наблюдается наибольшее отрицательное соотношение $-\frac{b[i]}{a_{2,i}}$). Фиксируем разрешающий элемент (1;1). Текущая точка $x_1 = 1, x_2 = 0$.



3

	y1	x2	b[i]
y2	-2.00	-1.00	4.00
x1	-1.00	-1.00	3.00
c[j]	1.00	1.00	-3.00

Шаг 3. Оптимальная точка существует, найдена. Координаты оптимальной точки: (3, 0). При этом очевидно, как из таблицы, так и из формулы, что значение функции в этой точке $f = -3$.

Графическое представление решения:

Функция $f = -x_1$ представляет собой вертикальную прямую, движущуюся вправо (на этом рисунке она не отображена, но ее несложно представить для каждого шага).

Выводы

В ходе выполнения лабораторной работы была решена задача миминизации функции симплекс методом. Тремя шагами из точки (0;0) удалось достигнуть точки, в которой значение функции является наименьшим. Решение было продублировано графически, и на графике отображены шаги, выполненные симплекс методом.