

Laborator 6

$$1. P(B) = 0,01 \Rightarrow P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 0,99$$

$$S = P(\text{Test} = 1 | B) = 0,95$$

$$Sp = P(\text{Test} = 0 | \bar{B}) = 0,90 \Rightarrow P(\text{Test} = 1 | \bar{B}) = 1 - P(\text{Test} = 0 | \bar{B}) = 1 - 0,9 = 0,1$$

$$\begin{aligned} a) P(B | T=1) &= \frac{P(T=1 | B) P(B)}{P(T=1)} \\ &\qquad\qquad\qquad \left. \right\} \Rightarrow P(B | T=1) = \frac{P(T=1 | B) P(B)}{P(T=1 | B) P(B) + P(T=1 | \bar{B}) P(\bar{B})} \\ P(T=1) &= P(T=1 | B) P(B) + P(T=1 | \bar{B}) P(\bar{B}) \\ \Leftrightarrow P(B | T=1) &= \frac{0,95 \cdot 0,01}{0,95 \cdot 0,01 + 0,1 \cdot 0,99} = \frac{0,0095}{0,1085} = 0,0876 \end{aligned}$$

Rezultatul este datorat ratei mici a virusului care afectează 1% din populație și ratei de eroare a testului care este destul de mare (10%)

$$b) \underline{P(B | T=1) = 0,5},$$

$$\begin{array}{c} \text{min } Sp \\ \hline P(B | T=1) = \frac{\overbrace{P(T=1 | B) P(B)}^S}{\overbrace{P(T=1 | B) P(B) + P(T=1 | \bar{B}) P(\bar{B})}^{S \cdot P + (1-Sp) \cdot \bar{P}}} \Leftrightarrow 0,5 = \frac{0,0095}{0,0095 + (1-Sp) \cdot 0,99} \end{array}$$

$$\Leftrightarrow 0,0095 = \frac{1}{2} (0,0095 + (1-Sp) \cdot 0,99)$$

$$0,0095 - 0,00475 - 0,495 = -0,99 Sp$$

$$-0,49025 = 0,99 Sp \quad / : (-0,99)$$

$$\underline{Sp}$$

$$\Leftrightarrow 0,5 = \frac{S \cdot P}{S \cdot P + (1-Sp) \cdot (1-P)} \Leftrightarrow 0,5 = \frac{Sp + \frac{1}{2}(-Sp)(1-P)}{Sp + (1-P)}$$

$$2Sp = S \cdot P + 1 - P - Sp + Sp \cdot P$$

$$\Leftrightarrow S \cdot P = 1 - P + Sp(P - 1)$$

$$\Leftrightarrow Sp = \frac{S \cdot P - 1 + P}{P - 1} = \frac{P(S+1) - 1}{P - 1} = \frac{0,01(0,95+1) - 1}{0,01 - 1} = \frac{0,9805}{0,99}$$

$$\Leftrightarrow Sp = 0,9904$$