

# Laborator 6

$$1. P(B) = 0,01 \Rightarrow P(TB) = 1 - P(B) = 0,99$$

$$S = P(\text{Test} = 1 | B) = 0,95$$

$$Sp = P(\text{Test} = 0 | TB) = 0,90 \Rightarrow P(\text{Test} = 1 | TB) = 1 - P(\text{Test} = 0 | TB) = 1 - 0,9 = 0,1$$

$$a) P(B | T=1) = \frac{P(T=1 | B) P(B)}{P(T=1)} \quad \Rightarrow P(B | T=1) = \frac{P(T=1 | B) P(B)}{P(T=1 | B) P(B) + P(T=1 | TB) P(TB)}$$

$$P(T=1) = P(T=1 | B) P(B) + P(T=1 | TB) P(TB)$$

$$\Leftrightarrow P(B | T=1) = \frac{0,95 \cdot 0,01}{0,95 \cdot 0,01 + 0,1 \cdot 0,99} = \frac{0,0095}{0,1085} = 0,0876$$

Rezultatul este datorat ratei mici a virusului care așteaptă 1% din populație și ratei de eroare a testului care este destul de mare (10%)

$$b) P(B | T=1) = 0,5$$

min Sp

$$P(B | T=1) = \frac{\overbrace{P(T=1 | B)}^S \overbrace{P(B)}^P}{\underbrace{P(T=1 | B)}_S \underbrace{P(B)}_P + \underbrace{P(T=1 | TB)}_{(1-Sp)} \underbrace{P(TB)}_{1-P}} \Leftrightarrow 0,5 = \frac{0,0095}{0,0095 + (1-Sp) \cdot 0,99}$$

$$\Leftrightarrow 0,0095 = \frac{1}{2} \cdot (0,0095 + (1-Sp) \cdot 0,99)$$

$$0,0095 - 0,00475 = 0,495 = 0,99Sp$$

$$-0,49025 = 0,99Sp \quad / : (-0,99)$$

$$Sp =$$

$$\Leftrightarrow 0,5 = \frac{S \cdot P}{S \cdot P + (1-Sp)(1-P)} \Leftrightarrow 0,5Sp + \frac{1}{2}(1-Sp)(1-P)$$

$$2Sp = S \cdot P + 1 - P - Sp + Sp \cdot P$$

$$\Leftrightarrow S \cdot P = 1 - P + Sp(P-1)$$

$$\Leftrightarrow Sp = \frac{S \cdot P - 1 + P}{P-1} = \frac{P(S+1) - 1}{P-1} = \frac{0,01(0,95+1) - 1}{0,01 - 1} = \frac{0,9805}{0,99}$$

$$\Leftrightarrow Sp \approx 0,9904$$