

LUCRARE SCRISĂ LA ALGEBRĂ

01.06.2014

Numele Grupa

1. a) Definiți noțiunea de transpoziție și arătați că orice transpoziție este o permutare impară.

b) Fie $\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 & 13 \\ 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 13 & 9 & 12 & 1 & 8 & 2 & 10 & 11 \end{pmatrix} \in S_{13}$.

Descompuneți σ în produs de transpoziții și în produs de cicluri disjuncte. Calculați σ^4 , σ^{-1} , $\varepsilon(\sigma)$, $\text{ord}(\sigma)$ și σ^{2345} .

2. a) Teorema fundamentală de izomorfism pentru grupuri: enunț și demonstrație.

b) Precizați dacă grupurile $\mathbb{Z}_{28} \times \mathbb{Z}_{29}$, $\mathbb{Z}_{28} \times \mathbb{Z}_{30}$, \mathbb{R} sunt sau nu ciclice. Justificări!

3. a) Definiți noțiunile: domeniu de integritate, element idempotent al unui inel.

b) Determinați idealele și, până la izomorfism, inelele factor ale inelului $\mathbb{C} \times \mathbb{Z}_{25}$.