

## LUCRARE SCRISĂ LA ALGEBRĂ

31.01.2014

Numele ..... Grupa .....

1. a) a) Definiți noțiunea de subgrup și precizați care sunt subgrupurile lui  $\mathbb{Z}_{75}$ .

b) Fie  $\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 & 13 \\ 10 & 5 & 1 & 6 & 8 & 4 & 7 & 11 & 9 & 12 & 13 & 3 & 2 \end{pmatrix} \in S_{13}$ .

Descompuneți  $\sigma$  în produs de transpoziții și în produs de cicluri disjuncte. Calculați  $\sigma^4$ ,  $\sigma^{-1}$ ,  $\varepsilon(\sigma)$ ,  $\text{ord}(\sigma)$  și  $\sigma^{2014}$ .

2. a) Fie  $m, n \in \mathbb{N}^*$ . Demonstrați că dacă  $(m, n) = 1$  atunci  $\mathbb{Z}_{mn} \simeq \mathbb{Z}_m \times \mathbb{Z}_n$ .

b) Determinați elementele de ordin 18 din  $\mathbb{Z}_{540}$ .

3. a) Dați un exemplu de divizor al lui zero nenul și un exemplu de element nilpotent nenul.

b) Determinați idealele și, până la izomorfism, inelele factor ale inelului  $\mathbb{R} \times \mathbb{Z}_{116}$ .