Calcul Numeric – Tema #3

Ex. 1 Fie $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 3 & 8 & 14 \\ 2 & 6 & 13 \end{pmatrix}$

a) Să se verifice dacă A admite descompunere (factorizare) LU;

b) În caz afirmativ, determinaţi matricele L, U.

Ex. 2 Fie $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 2 \\ 2 & 10 & 4 \\ 2 & 4 & 6 \end{pmatrix}$

a) Să se verifice dacă A este simetrică şi pozitiv definită;

Indicaţie: Folosiţi Criteriul lui Sylvester: Matricea simetrică $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ este pozitiv definită dacă şi numai dacă toţi minorii principali, i.e. $det A_k > 0, A_k = (a_{ij})_{i,j=\overline{1,k}}$.

b) În caz afirmativ, să se determine factorizarea Cholesky.

Ex. 3 Fie $A = \begin{pmatrix} 0 & 4 & 5 \\ -1 & -2 & -3 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

a) Verificaţi dacă A este inversabilă;

b) În caz afirmativ, determinaţi factorizarea QR.

Ex. 4 Să se implementeze în Matlab următoarele proceduri conform algoritmilor prezentaţi la curs:

a) $[x] = \textbf{SubsAsc}(A, b)$;

b) $[x, L, U] = \textbf{DescLU}(A, b)$;

c) $[x, L] = \textbf{DescCholesky}(A, b)$;

d) $[x, Q, R] = \textbf{DescQR}(A, b)$

şi să se testeze procedurile b)-d) în contextul cerinţelor exerciţiilor 1)-3). Alegeţi arbitrar $b \in \mathbb{R}^3 \backslash \{0\}$.