Calcul Numeric – Tema #2

Ex.1 Fie ecuaţia $8x^3 + 4x - 1 = 0, x \in [0, 1]$.

a. Să se demonstreze că ecuaţia dată admite soluţie unică.

b. Să se calculeze x_2 prin metodele Newton-Raphson, secantei şi poziţiei false.

Ex.2 Fie ecuaţia $x^3 - 18x - 10 = 0$.

a. Într-un fişier script să se construiască graficul funcţiei $f(x) = x^3 - 18x - 10$ pe intervalul $[-5, 5]$.

b. Să se construiască în Matlab o procedură cu sintaxa $[x_{aprox}] =$ **MetSecantei**$(f, a, b, x_0, x_1, \varepsilon)$ conform algoritmului metodei secantei.

c. Să se construiască în Matlab o procedură cu sintaxa $[x_{aprox}] =$ **MetPozFalse**(f, a, b, ε) conform algoritmului metodei poziţiei false.

Indicaţie: Folosiţi următoarea echivalenţă:

```
do
   bloc_instructiuni;
while expresie;
```

echivalent

```
cond=1;
while cond==1
   bloc_instructiuni;
   if negatie(expresie)
     cond=0;
   endif
endwhile
```

d. Alegeţi din grafic trei subintervale, astfel încât pe fiecare subinterval să fie respectate ipotezele teoremei I.3. Aflaţi cele trei soluţii apelând procedura **MetSecantei** cu eroarea de aproximare $\varepsilon = 10^{-3}$. Construiţi punctele $(x_{aprox}, f(x_{aprox}))$ pe graficul funcţiei.

e. Alegeţi din grafic trei subintervale, astfel încât pe fiecare subinterval ecuaţia $f(x) = 0$ admite o soluţie unică. Aflaţi cele trei soluţii apelând procedura **MetPozFalse** cu eroarea de aproximare $\varepsilon = 10^{-3}$. Construiţi punctele $(x_{aprox}, f(x_{aprox}))$ pe graficul funcţiei.

Ex. 4 Să se rezolve manual conform algoritmilor: metoda Gauss fără pivotare, metoda Gauss cu pivotare parţială şi metoda Gauss cu pivotare totală următoarele sisteme:

$$\begin{cases} x_2 + x_3 = 3 \\ 2x_1 + x_2 + 5x_3 = 5 \\ 4x_1 + 2x_2 + x_3 = 1 \end{cases} \qquad \begin{cases} x_2 - 2x_3 = 4 \\ x_1 - x_2 + x_3 = 6 \\ x_1 - x_3 = 2 \end{cases} \tag{1}$$

Ex. 5 Să se construiască în Matlab procedura **SubsDesc** conform sintaxei x=**SubsDesc**(A, b) care rezolvă numeric sisteme liniare superior triunghiulare conform Algoritmului (metoda substituţiei descendente).

Ex. 6

a. Să se construiască în Matlab trei proceduri **GaussFaraPiv**, **GaussPivPart** şi **GaussPivTot** conform sintaxelor:

$[x]$ =**GaussFaraPiv**(A, b)
$[x]$ =**GaussPivPart**(A, b)
$[x]$ =**GaussPivTot**(A, b)

care returneaza soluţia sistemului $Ax = b$ conform metodelor de eliminare Gauss fără pivotare, Gauss cu pivotare parţială şi respectiv, Gauss cu pivotare totală;

b. Să se apeleze procedurile pentru sistemele de la Ex. 4, apelând cele trei fişiere create la subpunctul a.;

c. Să se aplice:

- Metodele Gauss fără pivotare şi cu pivotare parţială pentru sistemul

$$\begin{cases} \varepsilon\, x_1 + x_2 = 1 \\ \quad x_1 + x_2 = 2 \end{cases} \tag{2}$$

unde $\varepsilon = \mathsf{O}(10^{-20}) \ll 1$.

- Metodele Gauss cu pivotare parţială şi cu pivotare totală pentru sistemul

$$\begin{cases} 2\, x_1 + 2\, C\, x_2 = 2\, C \\ \quad x_1 + \qquad x_2 = 2 \end{cases} \tag{3}$$

unde $C = \mathsf{O}(10^{20}) \gg 1$.

- Verificaţi în Matlab soluţiile şi comparaţi metodele.