

LUCRARE SCRISĂ LA ALGEBRĂ

14.09.2014

Numele Grupa

1. a) Demonstrați că pentru orice grup finit G și pentru orice subgrup H al lui G are loc relația $|(G/H)_s| = |(G/H)_d|$.

b) Fie $\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 & 13 \\ 10 & 5 & 3 & 7 & 8 & 2 & 1 & 11 & 13 & 4 & 6 & 12 & 9 \end{pmatrix} \in S_{13}$.

Descompuneți σ în produs de transpoziții și în produs de cicluri disjuncte. Calculați σ^4 , σ^{-1} , $\varepsilon(\sigma)$, $\text{ord}(\sigma)$ și σ^{1234} .

2. a) Teorema de structură a grupurilor ciclice.

b) Arătați că $U_7 = \{z \in \mathbb{C} : z^7 = 1\}$ este un subgrup al lui (\mathbb{C}^*, \cdot) .

c) Arătați că $(U_7, \cdot) \simeq (\mathbb{Z}_7, +)$.

3. a) Definiți noțiunea de corp și precizați dacă $(\mathbb{R}[X], +, \cdot)$ este sau nu corp.

b) Determinați idealele și, până la izomorfism, inelele factor ale inelului $\mathbb{Z}_8 \times \mathbb{Z}_9$.