

## LUCRARE SCRISĂ LA ALGEBRĂ

14.09.2014

Numele ..... Grupa .....

1. a) Demonstrați că ordinul oricărui element al unui grup finit divide ordinul respectivului grup.

b) Fie  $\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 & 13 \\ 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 2 & 9 & 10 & 11 & 12 & 13 & 8 & 1 \end{pmatrix} \in S_{13}$ .

Descompuneți  $\sigma$  în produs de transpoziții și în produs de cicluri disjuncte. Calculați  $\sigma^3$ ,  $\sigma^{-1}$ ,  $\varepsilon(\sigma)$ ,  $\text{ord}(\sigma)$  și  $\sigma^{2014}$ .

2. a) Teorema lui Euler: enunț și demonstrație.

b) Precizați dacă grupurile  $\mathbb{Z}_{10} \times \mathbb{Z}_{11}$ ,  $\mathbb{Z}_{10} \times \mathbb{Z}_{12}$ ,  $\mathbb{C}$  sunt sau nu ciclice. Justificări!

3. a) Definiți noțiunea de inel integru și precizați dacă  $\mathcal{M}_3(\mathbb{Z}_4)$  este sau nu inel integru.

b) Câte elemente inversabile de grad 4 are inelul  $\mathbb{Z}_{80}[X]$ ?