

## LUCRARE SCRISĂ LA ALGEBRĂ

03.02.2014

Numele ..... Grupa .....

1. a) Definiți noțiunea de funcție injectivă și precizați dacă funcția  $f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ ,  $f(a) = 5a + 3$  este sau nu surjectivă.

b) Fie  $\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 & 13 \\ 5 & 4 & 7 & 6 & 9 & 8 & 11 & 10 & 13 & 12 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \in S_{13}$ .

Descompuneți  $\sigma$  în produs de transpoziții și în produs de cicluri disjuncte. Calculați  $\sigma^4$ ,  $\sigma^{-1}$ ,  $\varepsilon(\sigma)$ ,  $\text{ord}(\sigma)$  și  $\sigma^{1402}$

2. a) Teorema lui Lagrange: enunț și demonstrație.

b) Descompuneți numărul  $2^{48} + 1$  în produs de cel puțin trei factori (neunitari).

3. a) Demonstrați că  $\hat{a} \in \mathbb{Z}_n$  este divizor al lui zero dacă și numai dacă  $(a, n) \neq 1$ .

b) Determinați numărul elementelor idempotente de grad cel mult 5 din  $\mathbb{Z}_{116}[X]$ .