Criptografie și Securitate

- Prelegerea 7 -
Securitate semantică

Adela Georgescu, Ruxandra F. Olimid

Facultatea de Matematică și Informatică
Universitatea din București

Cuprins

Securitate semantică - interceptare simplă

- Reamintim: (Enc, Dec) peste spațiul $(\mathcal{K}, \mathcal{M}, \mathcal{C})$ este perfect sigură dacă
  $\forall m_0, m_1 \in \mathcal{M}$ cu $|m_0| = |m_1|$ are loc egalitatea

$$\{Enc_k(m_0)\} = \{Enc_k(m_1)\}$$

(distribuțiile sunt identice)

pentru $k \leftarrow^R \mathcal{K}$;

Securitate semantică - interceptare simplă

- Reamintim: (Enc, Dec) peste spațiul $(\mathcal{K}, \mathcal{M}, \mathcal{C})$ este perfect sigură dacă
  $\forall m_0, m_1 \in \mathcal{M}$ cu $|m_0| = |m_1|$ are loc egalitatea

$$\{Enc_k(m_0)\} = \{Enc_k(m_1)\}$$

(distribuțiile sunt identice)

  pentru $k \leftarrow^R \mathcal{K}$;
- Incercăm o relaxare:
  $\forall m_0, m_1 \in \mathcal{M}$ cu $|m_0| = |m_1|$ are loc

$$\{Enc_k(m_0)\} \approx \{Enc_k(m_1)\}$$

(distribuțiile sunt indistinctibile computațional)

  pentru $k \leftarrow^R \mathcal{K}$;
  Insă adversarul trebuie să aleagă m_0 și m_1 explicit.

Securitate semantică - interceptare simplă

- Vom defini securitatea semantică pe baza unui experiment de indistinctibilitate $Priv^{eav}_{\mathcal{A},\pi}(n)$ unde $\pi = (Enc, Dec)$ este schema de criptare iar n este parametrul de securitate al schemei π

Securitate semantică - interceptare simplă

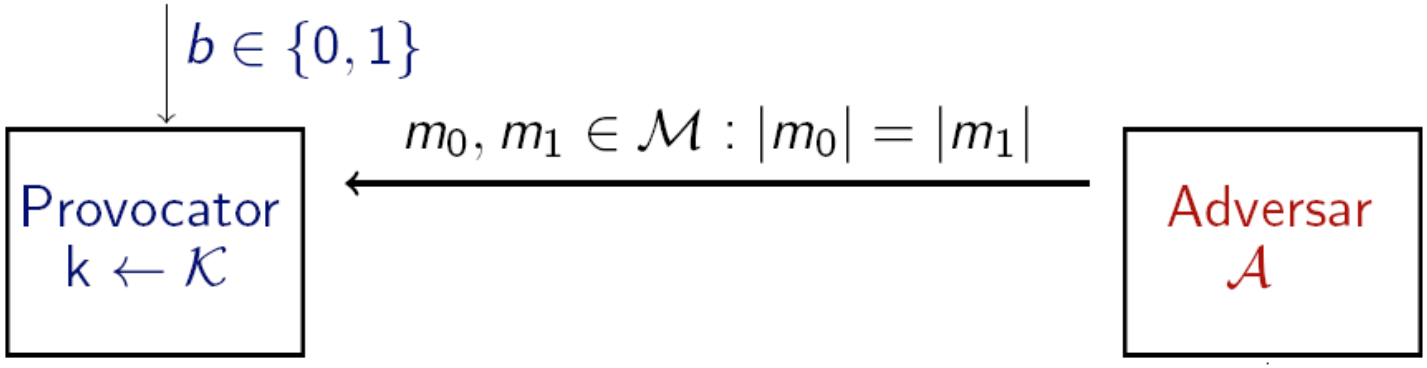
- Vom defini securitatea semantică pe baza unui experiment de indistinctibilitate $Priv^{eav}_{\mathcal{A},\pi}(n)$ unde $\pi = (Enc, Dec)$ este schema de criptare iar n este parametrul de securitate al schemei π
- Personaje participante: **adversarul** $\mathcal{A}$ care încearcă să spargă schema și un **provocator (challenger)**.

Securitate semantică - interceptare simplă

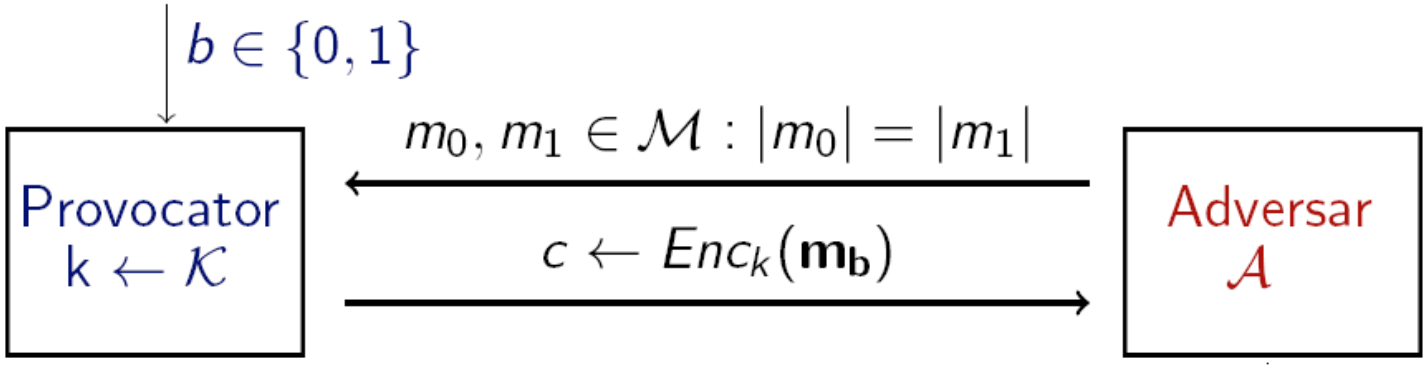
- Vom defini securitatea semantică pe baza unui experiment de indistinctibilitate $Priv^{eav}_{\mathcal{A},\pi}(n)$ unde $\pi = (Enc, Dec)$ este schema de criptare iar n este parametrul de securitate al schemei π
- Personaje participante: **adversarul** $\mathcal{A}$ care încearcă să spargă schema și un **provocator (challenger)**.
- Trebuie să definim capabilitățile adversarului: în contextul sistemelor de criptare fluide, el poate vedea **un singur text criptat cu o anume cheie**, fiind un adversar *pasiv* care poate rula atacuri în timp polinomial.

Experimentul $Priv^{eav}_{\mathcal{A},\pi}(n)$

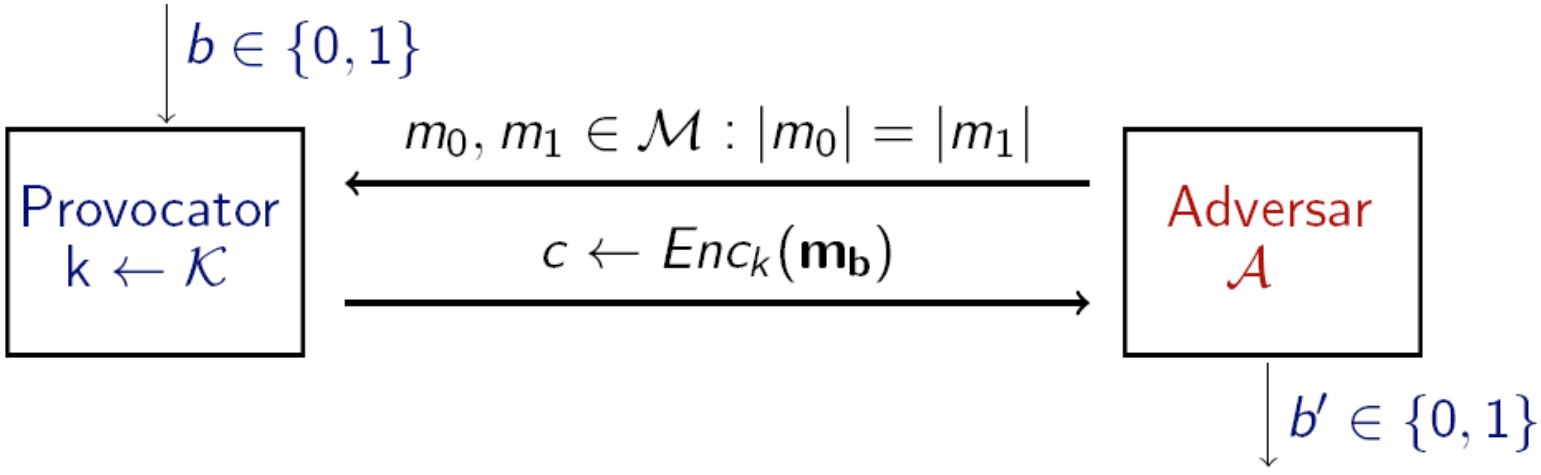
Experimentul $Priv^{eav}_{\mathcal{A},\pi}(n)$



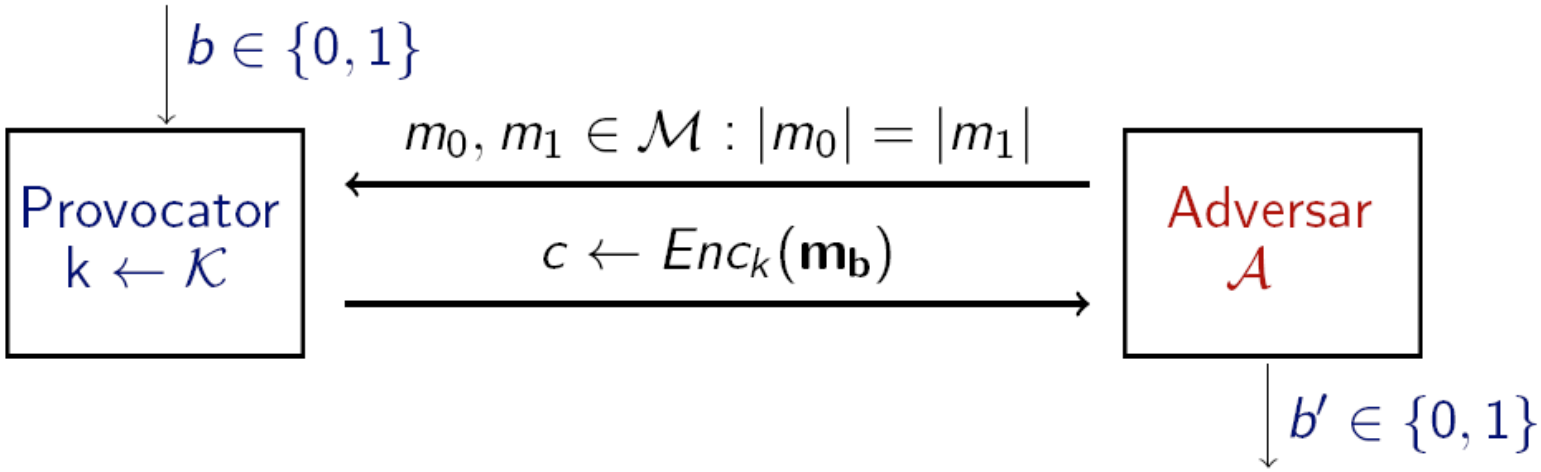
Experimentul $Priv^{eav}_{\mathcal{A},\pi}(n)$



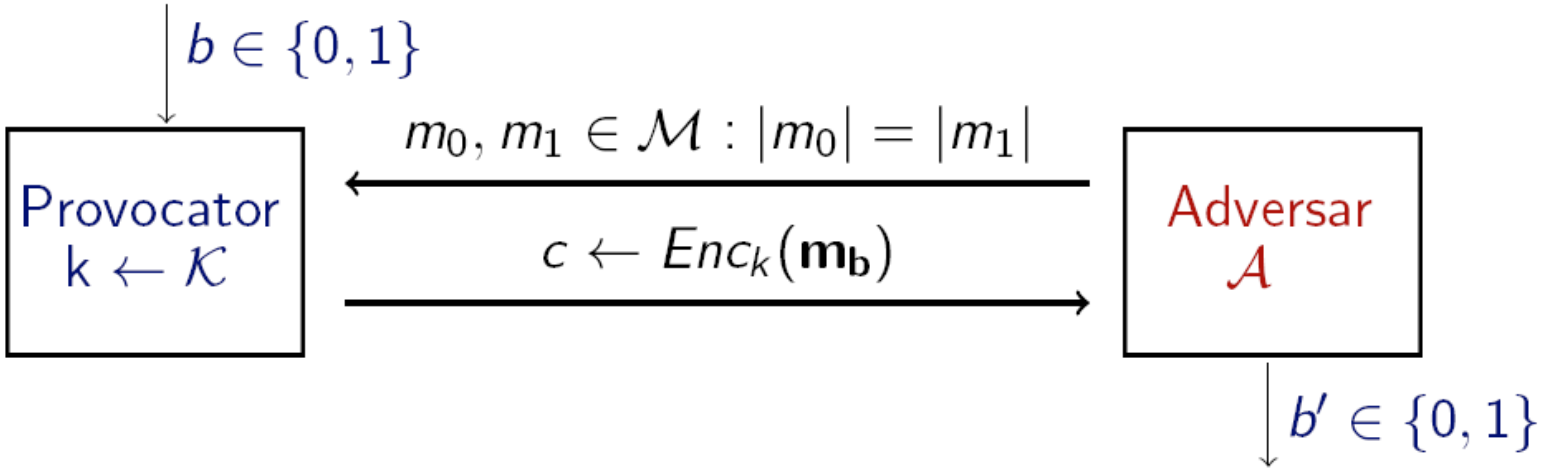
Experimentul $Priv^{eav}_{\mathcal{A},\pi}(n)$



Experimentul $Priv^{eav}_{\mathcal{A},\pi}(n)$



Experimentul $Priv^{eav}_{\mathcal{A},\pi}(n)$



- Output-ul experimentului este 1 dacă $b' = b$ și 0 altfel. Dacă $Priv^{eav}_{\mathcal{A},\pi}(n) = 1$, spunem că $\mathcal{A}$ a efectuat experimentul cu succes.

Securitate semantică - interceptare simplă

Definiție

O schemă de criptare $\pi = (Enc, Dec)$ este indistinctibilă în prezența unui atacator pasiv dacă pentru orice adversar $\mathcal{A}$ există o funcție neglijabilă negl așa încât

$$Pr[Priv^{eav}_{\mathcal{A},\pi}(n) = 1] \leq \frac{1}{2} + negl(n).$$

Securitate semantică - interceptare simplă

Definiție

O schemă de criptare $\pi = (Enc, Dec)$ este indistinctibilă în prezența unui atacator pasiv dacă pentru orice adversar $\mathcal{A}$ există o funcție neglijabilă negl așa încât

$$Pr[Priv^{eav}_{\mathcal{A},\pi}(n) = 1] \leq \frac{1}{2} + negl(n).$$

- Un adversar pasiv nu poate determina care text clar a fost criptat cu o probabilitate semnificativ mai mare decât dacă ar fi ghicit (în sens aleator, dat cu banul).

Securitate pentru interceptare multiplă

- In definiția precedentă am considerat cazul unui adversar care primește **un singur** text criptat;

Securitate pentru interceptare multiplă

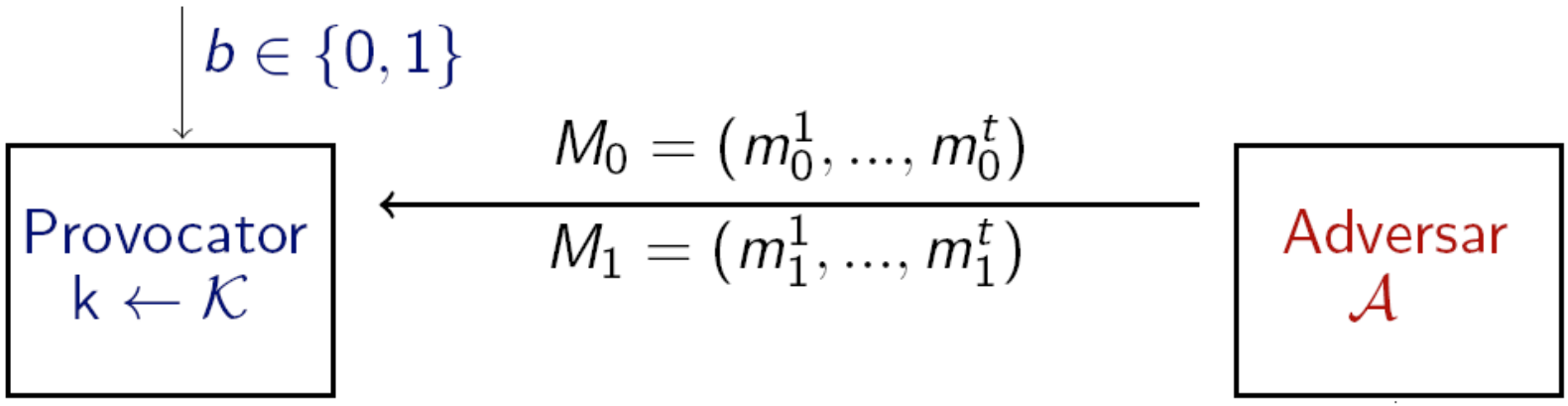
- In definiția precedentă am considerat cazul unui adversar care primește **un singur** text criptat;
- In realitate, în cadrul unei comunicații se trimit **mai multe mesaje** pe care adversarul le poate intercepta;

Securitate pentru interceptare multiplă

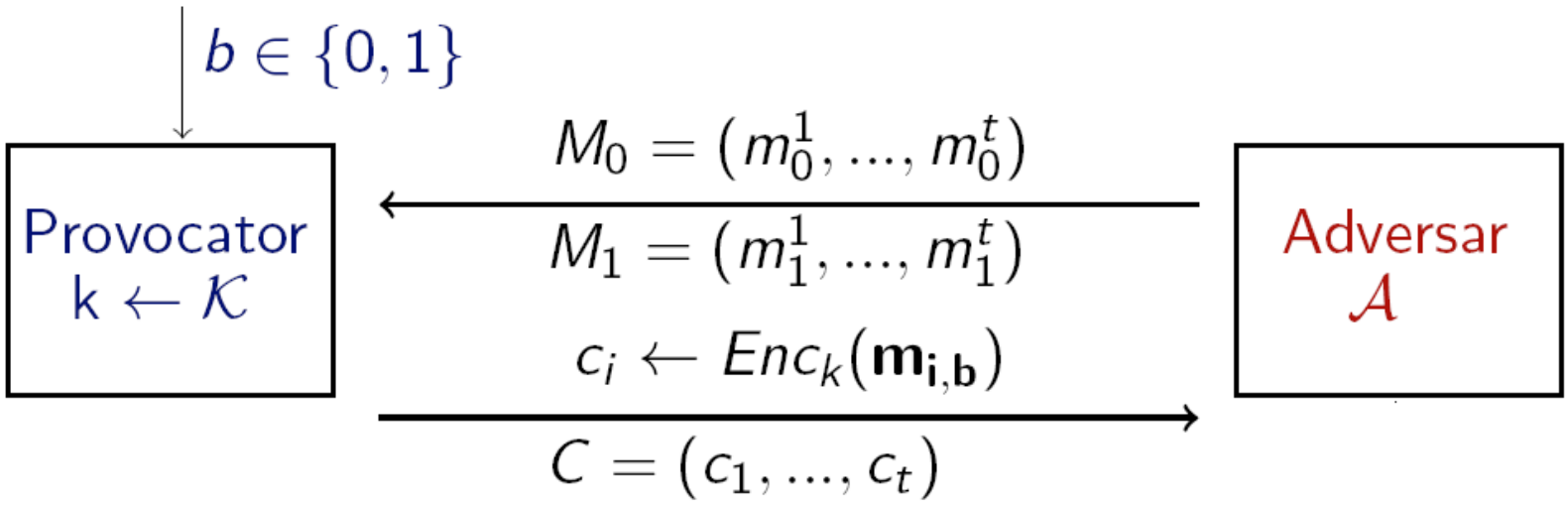
- In definiția precedentă am considerat cazul unui adversar care primește **un singur** text criptat;
- In realitate, în cadrul unei comunicații se trimit **mai multe mesaje** pe care adversarul le poate intercepta;
- Definim ce înseamnă o schemă sigură chiar și în aceste condiții.

Experimentul $Priv^{mult}_{\mathcal{A},\pi}(n)$

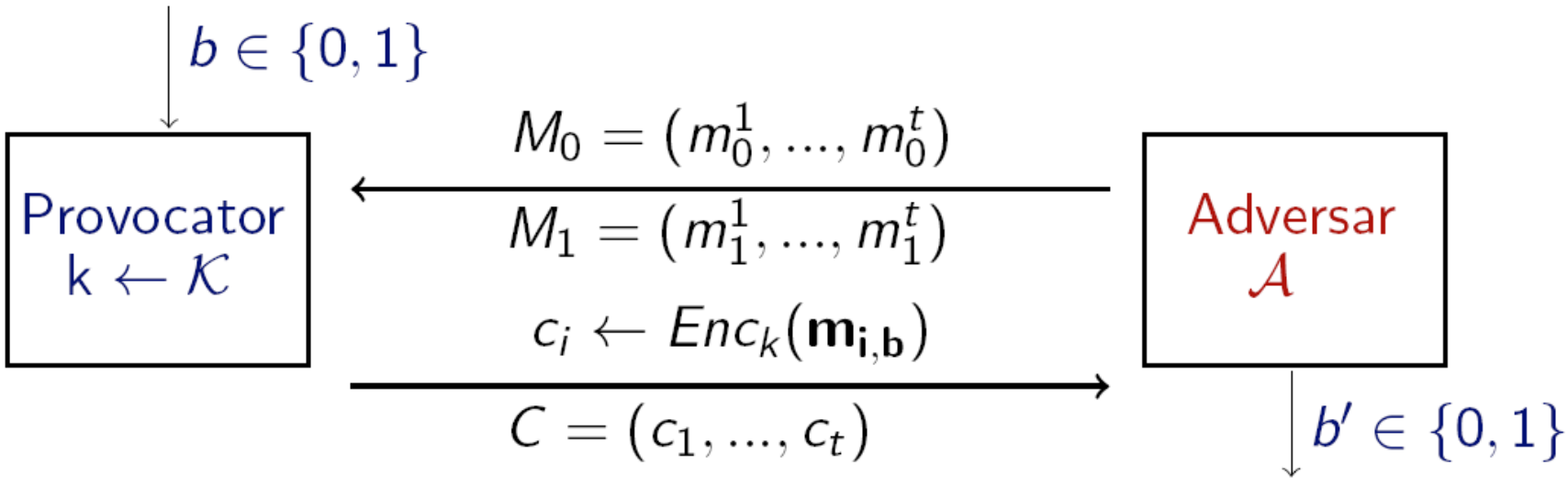
Experimentul $Priv_{\mathcal{A},\pi}^{mult}(n)$



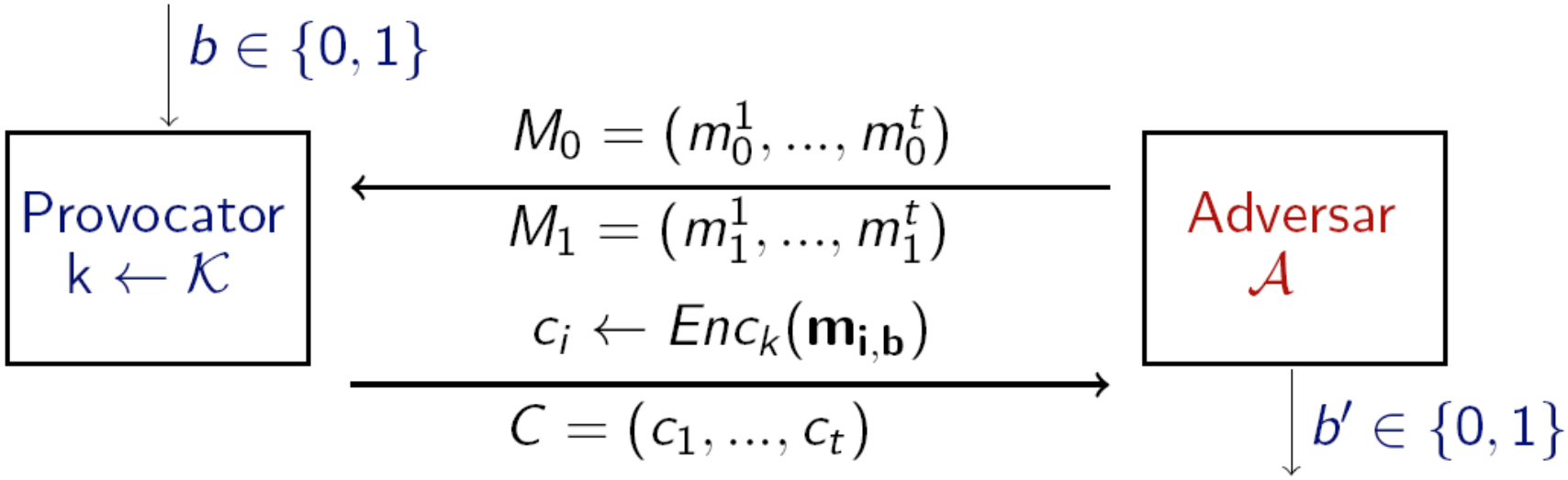
Experimentul $Priv^{mult}_{\mathcal{A},\pi}(n)$



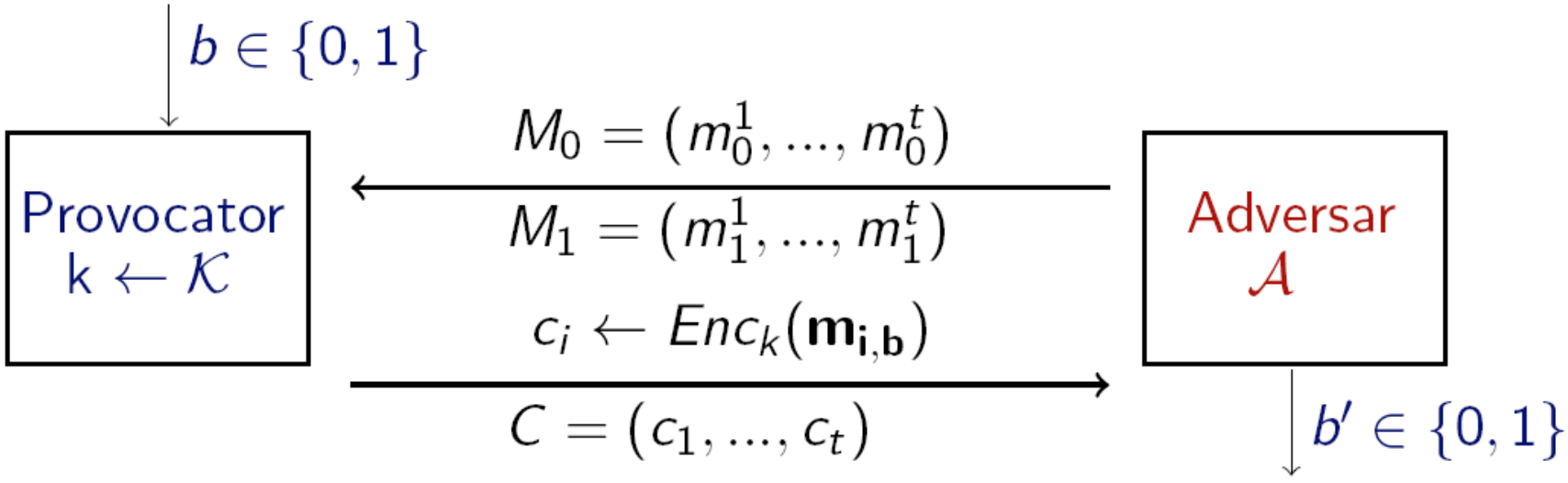
Experimentul $Priv^{mult}_{\mathcal{A},\pi}(n)$



Experimentul $Priv^{mult}_{\mathcal{A},\pi}(n)$

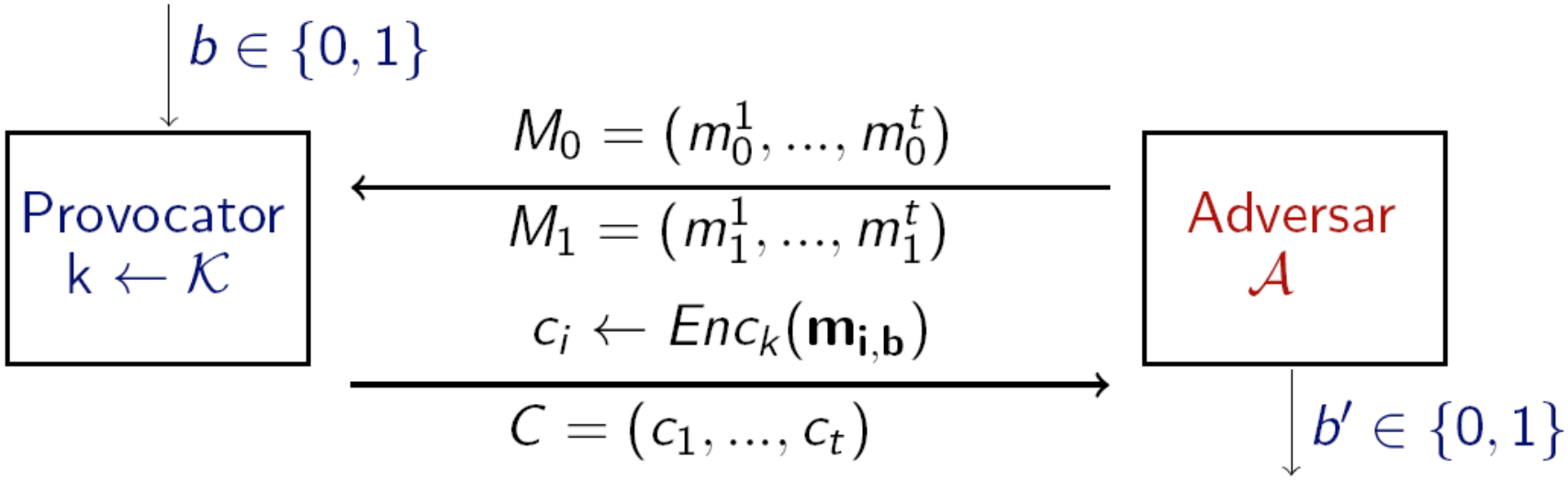


Experimentul $Priv^{mult}_{\mathcal{A},\pi}(n)$



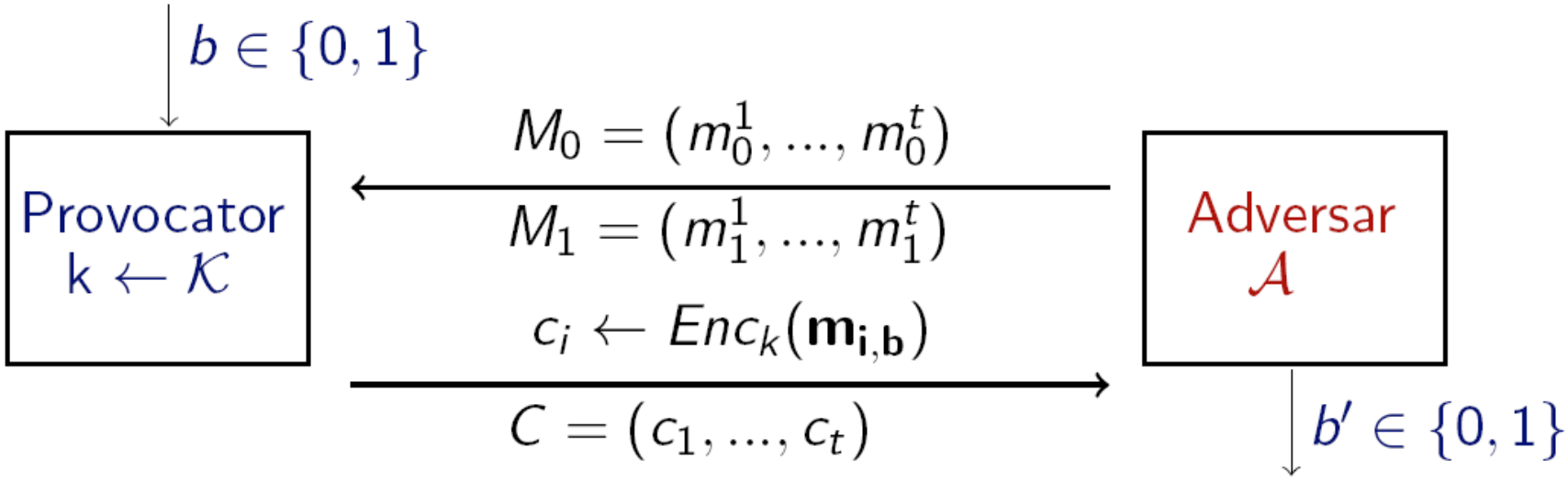
- Output-ul experimentului este 1 dacă $b' = b$ și 0 altfel;

Experimentul $Priv^{mult}_{\mathcal{A},\pi}(n)$



- Output-ul experimentului este 1 dacă $b' = b$ și 0 altfel;
- Definiția de securitate este aceeași, doar că se referă la experimentul de mai sus.

Experimentul $Priv^{mult}_{\mathcal{A},\pi}(n)$



- Output-ul experimentului este 1 dacă $b' = b$ și 0 altfel;
- Definiția de securitate este aceeași, doar că se referă la experimentul de mai sus.
- Securitatea pentru interceptare **simplă** nu implică securitate pentru interceptare **multiplă**!

Securitate pentru interceptare multiplă

Definiție

O schemă de criptare $\pi = (Enc, Dec)$ este indistinctibilă în prezența unui atacator pasiv dacă pentru orice adversar $\mathcal{A}$ există o funcție neglijabilă negl așa încât

$$Pr[Priv^{mult}_{\mathcal{A},\pi}(n) = 1] \leq \frac{1}{2} + negl(n).$$

Securitate pentru interceptare multiplă

Definiție

O schemă de criptare $\pi = (Enc, Dec)$ este indistinctibilă în prezența unui atacator pasiv dacă pentru orice adversar $\mathcal{A}$ există o funcție neglijabilă negl așa încât

$$Pr[Priv^{mult}_{\mathcal{A},\pi}(n) = 1] \leq \frac{1}{2} + negl(n).$$

Teoremă

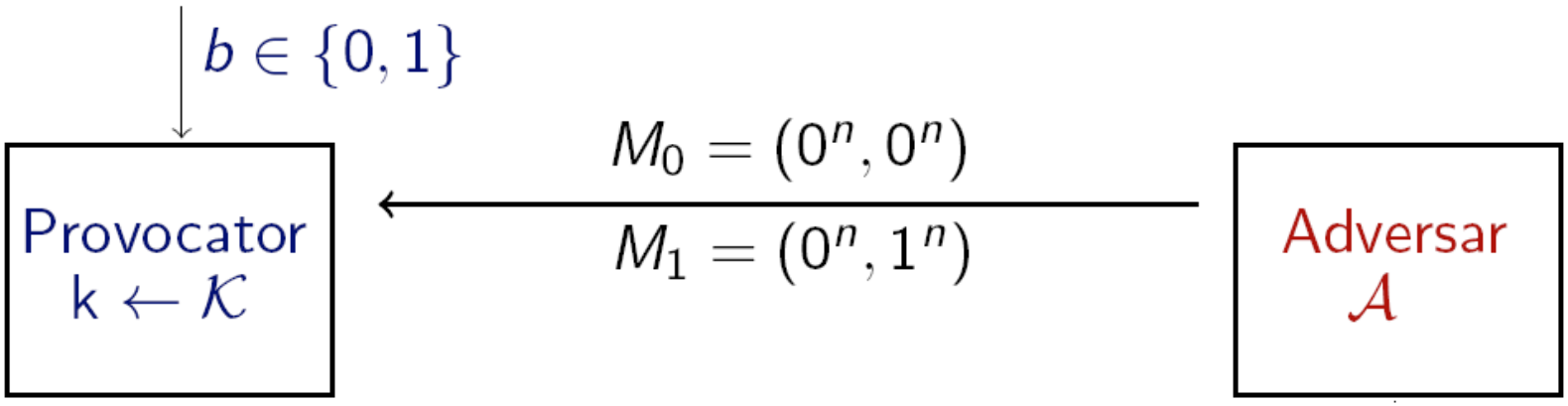
O schemă de criptare (Enc, Dec) unde funcția Enc este deterministă nu are proprietatea de securitate la interceptare multiplă conform cu definiția de mai sus.

Demonstrație

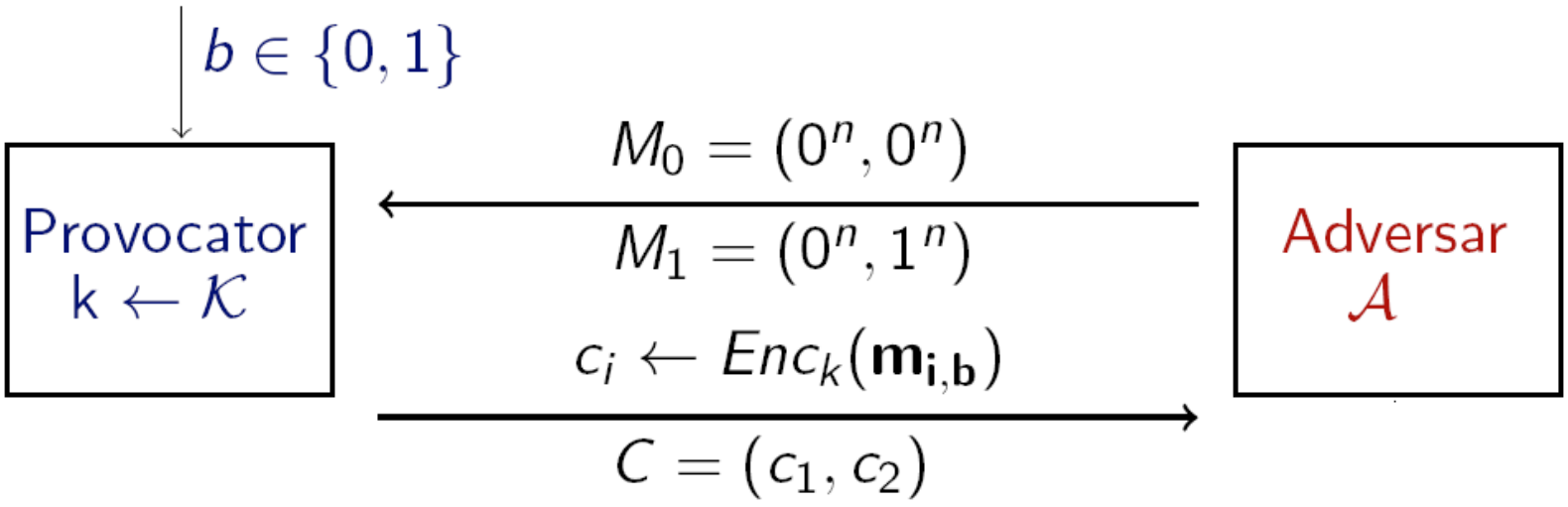
- Intuitiv, am vazut că schema OTP este sigură doar când o cheie este folosită o singură dată;
- La sistemele fluide se întâmplă același lucru;
- Vom considera un adversar $\mathcal{A}$ care atacă schema (în sensul experimentului $Priv^{mult}_{\mathcal{A},\pi}(n)$

Demonstrație

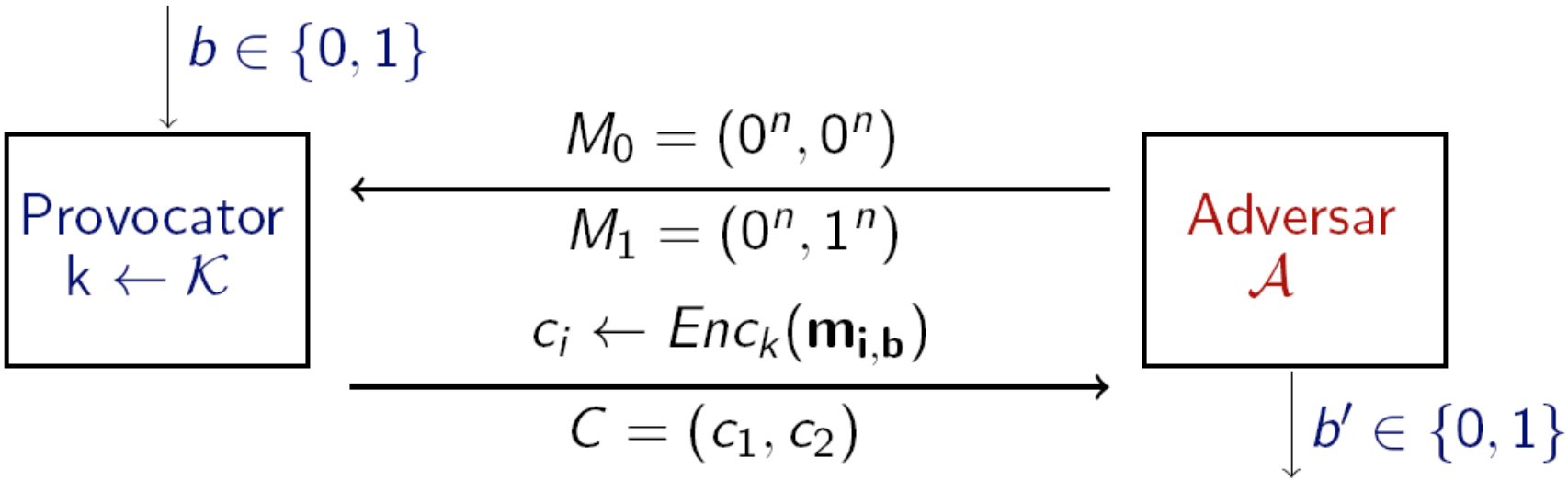
Demonstrație



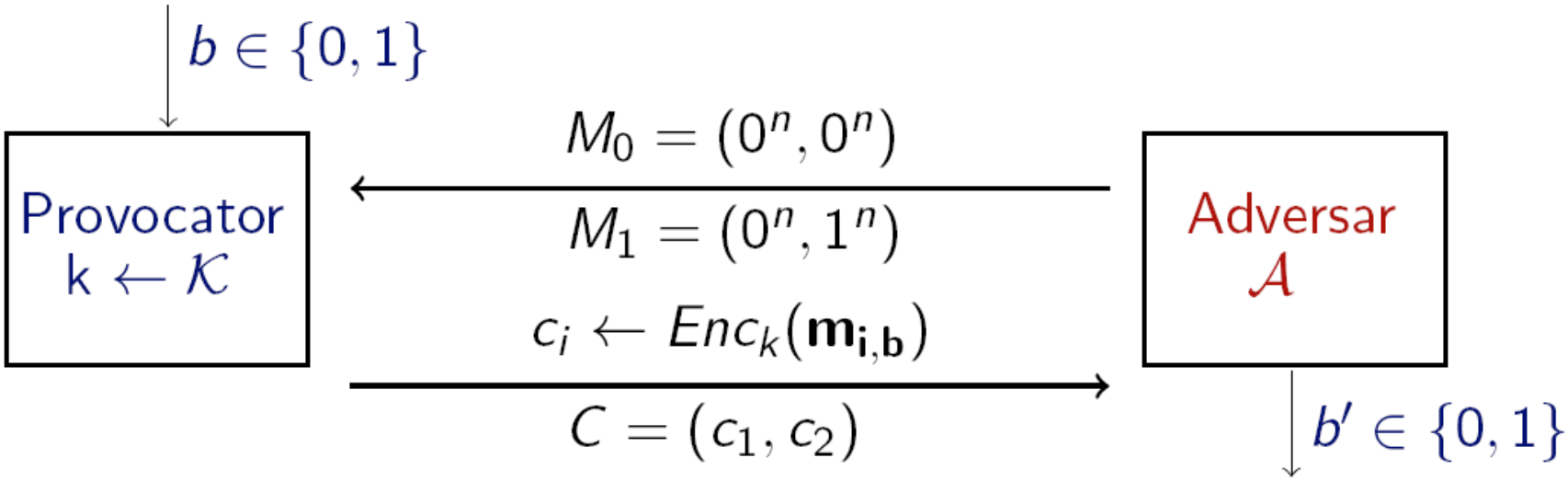
Demonstrație



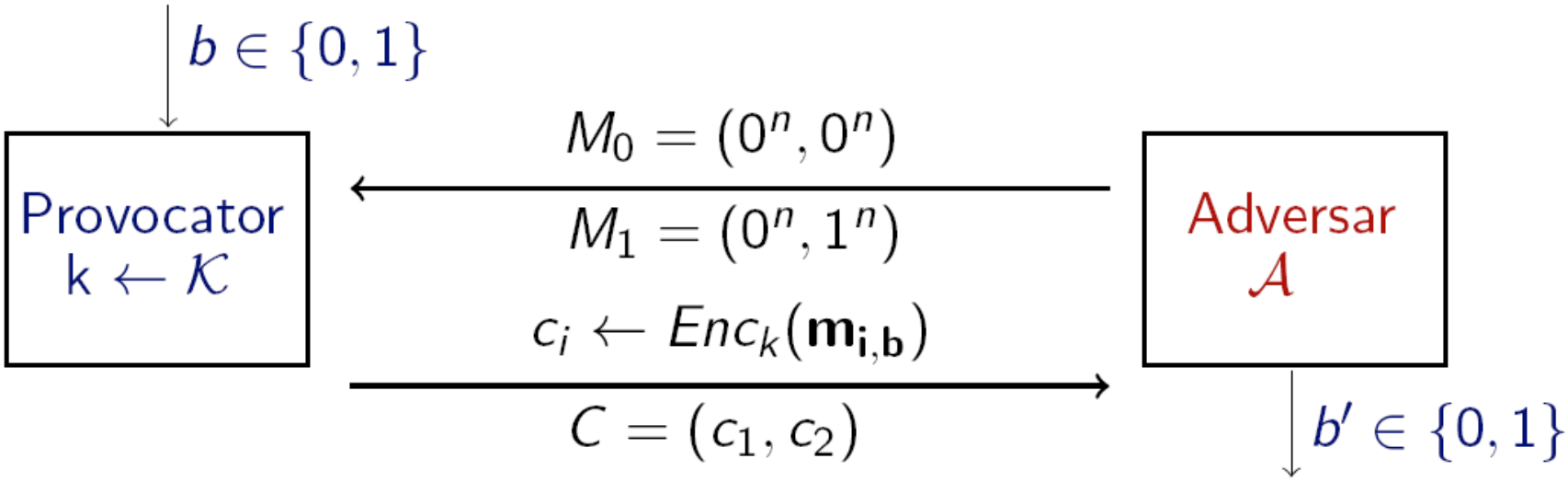
Demonstrație



Demonstrație

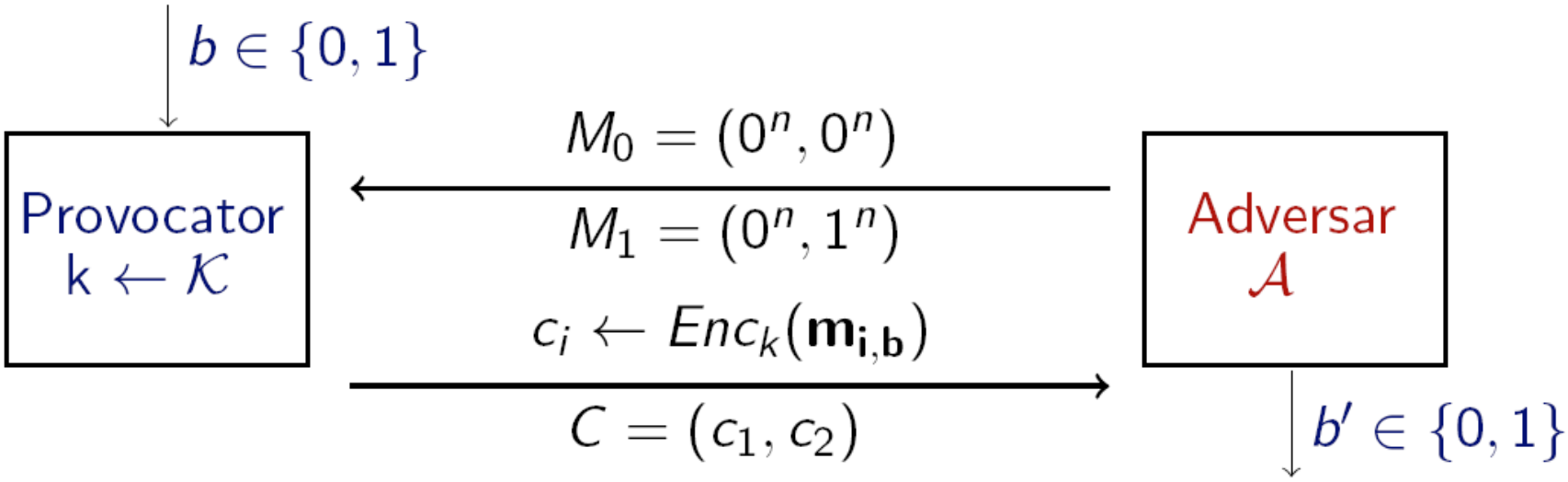


Demonstrație



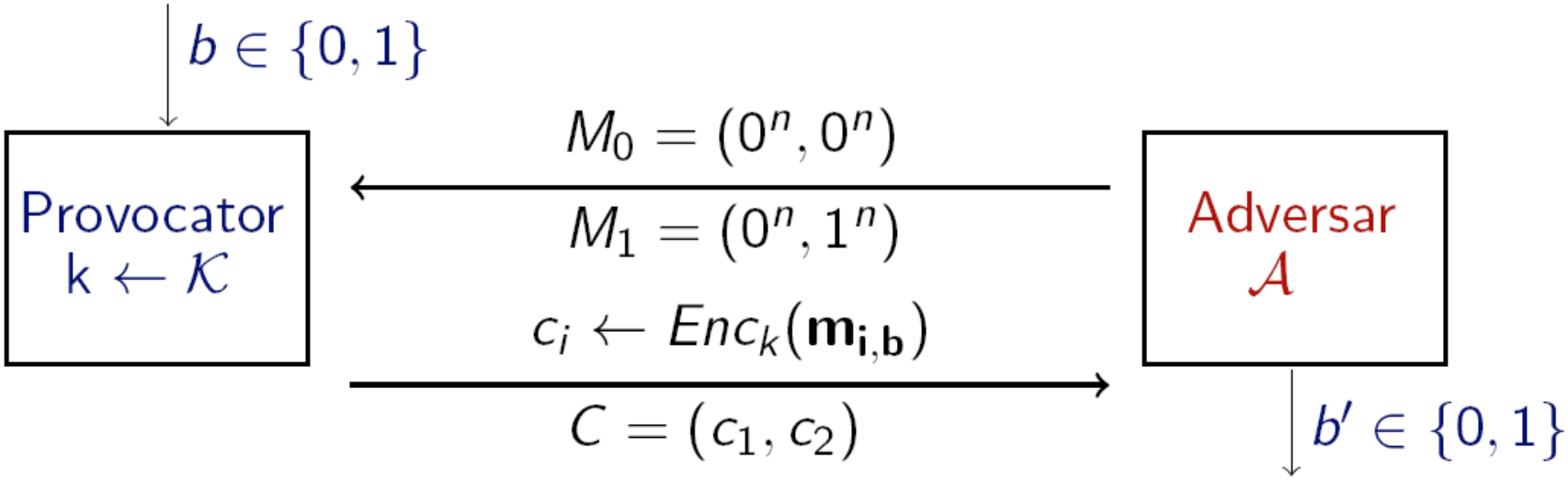
- Dacă $c_1 = c_2$, atunci $\mathcal{A}$ întoarce 0, altfel $\mathcal{A}$ întoarce 1.

Demonstrație



- Dacă $c_1 = c_2$, atunci $\mathcal{A}$ întoarce 0, altfel $\mathcal{A}$ întoarce 1.
- Analizăm probabilitatea ca $\mathcal{A}$ să ghicească b: dacă $b = 0$, același mesaj este criptat mereu ($m_0^1 = m_0^2$) iar $c_1 = c_2$ și deci $\mathcal{A}$ întoarce mereu 0;

Demonstrație



- Dacă $c_1 = c_2$, atunci $\mathcal{A}$ întoarce 0, altfel $\mathcal{A}$ întoarce 1.
- Analizăm probabilitatea ca $\mathcal{A}$ să ghicească b: dacă $b = 0$, același mesaj este criptat mereu ($m_0^1 = m_0^2$) iar $c_1 = c_2$ și deci $\mathcal{A}$ întoarce mereu 0;
- Dacă $b = 1$, atunci ($m_1^1 \neq m_1^2$) iar $c_1 \neq c_2$ și deci $\mathcal{A}$ întoarce mereu 1.

Important de reținut!

- Securitate - interceptare simplă $\not\Rightarrow$ securitate - interceptare multiplă
- Schemele deterministe nu sunt sigure la interceptare multiplă