Elipsa

excentricitate: $\varepsilon = \frac{c}{a} = \sqrt{1-\frac{b^2}{a^2}}$

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, $b = \sqrt{a^2 - c^2}$ ← semiaxa mare, b - semiaxa mică

- razele focale ale unui punct $M(x,y)$: $\begin{cases} r_1 = a + \varepsilon x \\ r_2 = a - \varepsilon x \end{cases}$ | ec tangentei în M_0: $\frac{xx_0}{a^2} + \frac{yy_0}{b^2} = 1$

$a^2 y_0 x - b^2 x_0 y - (a^2 - b^2) x_0 y_0 = 0$ (ec norm)

- ec tangentei paralele cu o direcție dată: $y = kx \pm \sqrt{a^2k^2 + b^2}$ | ecuațiile tangentei verticale: $x = \pm a$

- ec tangentelor care trec printr-un punct exterior elipsei
  a) $x_1 \neq \pm a \Rightarrow$ tangentele au pantele: $k_{1,2} = \frac{-x_1y_1 \pm \sqrt{b^2x_1^2 + a^2y_1^2 - a^2b^2}}{x_1^2 - a^2}$
  b) $x_1 = \pm a$ tangenta verticală cu panta $k = \pm \frac{y_1^2 - b^2}{2ay_1}$

Hiperbola

$tg = \left|\frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 \cdot m_2}\right|$

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$; $b = \sqrt{c^2 - a^2}$; a, b semiaxele hiperbolei, 2c - distanța focală

- Excentricitate: $\varepsilon = \frac{c}{a} = \sqrt{1 + \frac{b^2}{a^2}} > 1$; $\begin{cases} r_1 = a + \varepsilon x \\ r_2 = a - \varepsilon x \end{cases}$ | Asimptotele hiperbolei $y = \pm \frac{b}{a} x$
- tangenta și normala într-un punct: $\frac{xx_0}{a^2} - \frac{yy_0}{b^2} = 1$; $a^2y_0x + b^2 \cdot x_0y - (a^2+b^2)x_0y_0 = 0$
- tangentele la hiperbolă paralele cu o direcție dată: $y = kx \pm \sqrt{a^2k^2 - b^2}$ (neverticale)
- tangentele la o hiperbolă care trec printr-un punct exterior $y = \pm a$ (verticale) $\exists\, k^2 > \frac{b^2}{a^2}$
  a) $x_1 \neq \pm a \Rightarrow k_{1,2} = \frac{x_1y_1 \pm \sqrt{a^2y_1 - b^2x_1 + ab^2}}{x_1^2 - a^2}$ | b) $x_1 = \pm a \Rightarrow k = \pm \frac{y_1^2 + b}{2ay_1}$

Parabolă

ec canonică: $y^2 = 2px$ ← parametrul parabolei

- tangenta într-un punct al parabolei: $y \cdot y_0 = p(x + x_0)$
- tangenta la parabolă det de panta dată: $y = kx + \frac{p}{2k}$
- tangentele la parabolă printr-un punct exterior ei:

a) $x_1 = 0 \Rightarrow$ una din tangente este Oy, iar cealaltă are ec: $y - y_1 = \frac{p}{2y_1}$

b) $x_1 \neq 0 \Rightarrow y - y_1 = k(x - x_1)$ unde k este soluția

Cuadrice pe ecuații reduse

Elipsoidul: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$; a,b,c semiaxele, > 0 (elips. de rotație semiaxe =) | plan tangent la elipsoid în $M(x_0, y_0, z_0)$ $\frac{xx_0}{a^2} + \frac{yy_0}{b^2} + \frac{zz_0}{c^2} = 1$

- planele de coord. sunt plane simetrice, axele de coord. sunt axele de simetrie
- vf elips (pct în care inters axele de simetrie): $(\pm a, 0, 0)$, $(0, \pm b, 0)$, $(0, 0, \pm c)$

Conul de gradul al doilea $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 0$ (con de rotație $a = b$)

- intersecția cu planele de coordonate:

I xOy: $h = 0 \Rightarrow$ intersect cu originea; $h \neq 0$, $z = h \Rightarrow \frac{x^2}{a^2h^2/c^2} + \frac{y^2}{b^2h^2/c^2} = 1$

II xOz: $h = 0 \Rightarrow$ dreptele $\begin{cases} \frac{x}{b} \pm \frac{z}{c} = 0 \\ y = 0 \end{cases}$; $h \neq 0$: hiperbola $\frac{z^2}{c^2h^2/b^2} - \frac{x^2}{a^2h^2/b^2} = 1$

III yOz: $h = 0 \Rightarrow$ dreptele: $\begin{cases} \frac{y}{b} \pm \frac{z}{c} = 0 \\ x = 0 \end{cases}$; $h \neq 0$ hiperbola $\frac{y^2}{b^2 \cdot \frac{h^2}{a^2}} - \frac{z^2}{c^2 \cdot \frac{h^2}{a^2}} = 1$

→ plan tangent la con într-un pct $M(x_0, y_0, z_0)$: $\frac{xx_0}{a^2} + \frac{yy_0}{b^2} - \frac{zz_0}{c^2} = 0$

Hiperboloidul cu o pânză $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$ (> 0 semiaxele)

vf: $(\pm a, 0, 0)$, $(0, \pm b, 0)$

- planele de coordonate sunt plane simetrice
- originea este centrul de simetrie
- intersecția cu plane paralele cu planele de coord

I xOy: $h = 0 \Rightarrow$ elipsa de strictiune

$z = h$: $h \neq 0$ $\frac{x^2}{\left(a\sqrt{\frac{h^2}{c^2}+1}\right)^2} + \frac{y^2}{\left(b\sqrt{\frac{h^2}{c^2}+1}\right)^2} = 1$

II yOz, $x = h$: $\frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1 - \frac{b^2}{a^2}$

plan tg: $\frac{xx_0}{a^2} + \frac{yy_0}{b^2} - \frac{zz_0}{c^2} = 1$

Hiperboloidul cu 2 pânze $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = -1$ (> 0 semiaxele)

vf: $x = y = 0$

- planele, axele, coord de sim identice hiperb. 1 pânză
- intersecția hiperboloidului cu plane paralele cu planul de coordonate:

I xOy: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = \frac{h^2}{c^2} - 1$

II yOz: $\frac{z^2}{c^2} - \frac{y^2}{b^2} = \frac{h^2}{a^2} + 1$ (hiperbolă)

plan tg. $\frac{xx_0}{a^2} + \frac{yy_0}{b^2} - \frac{zz_0}{c^2} = -1$

hiperboloid de rotație $a = b$ $\frac{x^2 + y^2}{a^2} - \frac{z^2}{c^2} = -1$