

Geometrie pro počítačovou grafiku

Pavel Drábek, DRA0042

February 21, 2017

Průsečík přímky s koulí

Parametrické vyjádření přímky

$$\begin{aligned}x(t) &= A_x + u_x * t \\y(t) &= A_y + u_y * t \\z(t) &= A_z + u_z * t\end{aligned}$$

Parametrické vyjádření koule

$$(x - s_x)^2 + (y - s_y)^2 + (z - s_z)^2 = r^2$$

Dosadíme rovnici přímky do rovnici koule

$$(A_x + u_x * t - s_x)^2 + (A_y + u_y * t - s_y)^2 + (A_z + u_z * t - s_z)^2 = r^2$$

Vyjádříme parametr t pomocí kvadratické rovnice

$$\begin{aligned}at^2 + bt + c &= 0 \\t_{1,2} &= \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2ac} \\D &= b^2 - 4ac\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}a &= t^2(u_x^2 + u_y^2 + u_z^2) \\b &= 2t(u_x(A_x - s_x) + u_y(A_y - s_y) + u_z(A_z - s_z)) \\c &= (A_x - s_x)^2 + (A_y - s_y)^2 + (A_z - s_z)^2 - r^2\end{aligned}$$

Pokud $D \geq 0$ přímka protíná kouli. Parametr t dosadíme do parametrické vyjádření přímky a získáme průsečík, kde přímka protíná kouli. Pokud budeme uvažovat nad vektorem u jako normalizovaným směrovým vektorem přímky a budeme chtít nalézt průsečík pouze ve směru u od bodu A , parametr $t \in \langle 0, \infty \rangle$.