

Министерство образования Республики Беларусь
Учреждение образования
“Белорусский государственный университет информатики
и радиоэлектроники”
Факультет информационных технологий и управления
Кафедра интеллектуальных информационных технологий

Отчёт по лабораторной работе №1 по курсу «МРЗВИС»
на тему «Реализация модели решения задачи на
конвейерной архитектуре»

Выполнила
студент группы
821701

Козловский П.А.

Проверили

Крачковский Д.Я.

Минск 2020

Тема: "Реализация модели решения задачи на конвейерной архитектуре"

Цель: Реализовать и исследовать модель решения на конвейерной архитектуре задачи вычисления попарного произведения (деления (обращения)) компонентов двух векторов чисел.

Описание модели: краткое описание особенностей

Модель арифметического (сбалансированного) конвейера, реализующего операцию произведения пары 8-разрядных чисел умножением со старших разрядов со сдвигом множимого (частичного произведения) вправо.

Данный конвейер содержит 3 этапа, представленных тремя видами операций: вычисление множимого суммы, сдвиг множимого суммы вправо (он выполняется в любом случае даже если значение разряда равно 0, так как на последующих этапах используется сдвинутая сумма, поэтому мы всегда сдвигаем на 1 разряд) и вычисление промежуточного результата.

Алгоритм:

Умножение со старших разрядов 0110.0110*1001.1001= 0011.1100.1111.0110 (0) (1) (2) (3) (4) (5) (6) (7)		
Обозначим множимое 0110 за М; номер разряда за i, а его значение за X		
№ (номер разряда в числе)	Арифметические действия	Пояснение
8	1- 0110.0110.0000.0000 2- 0011.0011.0000.0000 3- 0011.0011.0000.0000	1 - Вычисление множимого-1 (i=0): Xi*M=1*0110.0110 2 - Сдвиг множимого-1 вправо на 1 разряд 3 - Прибавление множимого-1 к промежуточному результату
7	1- 0000.0000.0000.0000 2- 0000.0000.0000.0000 3- 0011.0011.0000.0000	1 - Вычисление множимого-2 (i=1): Xi*M=0000.0000 2 - Сдвиг множимого-2 вправо на 1 разряд 3 - Прибавление множимого-2 к промежуточному результату
6	1- 0000.0000.0000.0000 2- 0000.0000.0000.0000 3- 0011.0011.0000.0000	1 - Вычисление множимого-3 (i=2): Xi*M=0000.0000 2 - Сдвиг множимого-3 вправо на 1 разрядов 3 - Прибавление множимого-3 к промежуточному результату

5	1- 0110.0110.0000.0000 2- 0000.0110.0110.0000 3- 0011.1001.0110.0000	1 - Вычисление множимого-4 (i=3): $X_i * M = 0110.0110$ 2 – Сдвиг множимого-4 вправо на 1 разряд 3 – Прибавление множимого4 к промежуточному результату
4	1-0110.0110.0000.0000 2-0000.0011.0011.0000 3-0011.1100.1001.0000	1- Вычисление множимого-5 (i=4): $X_i * M = 0110.0110$ 2– Сдвиг множимого-5 вправо на 1 разряд 3– Прибавление множимого5 к промежуточному результату
3	1-0000.0000.0000.0000 2-0000.0000.0000.0000 3-0011.1100.1001.0000	1- Вычисление множимого-6 (i=5): $X_i * M = 0000.0000$ 2– Сдвиг множимого-6 вправо на 1 разряд 3– Прибавление множимого-6 к промежуточному результату
2	1-0000.0000.0000.0000 2-0000.0000.0000.0000 3-0011.1100.1001.0000	1- Вычисление множимого-7 (i=6): $X_i * M = 0000.000$ 2– Сдвиг множимого-7 вправо на 1 разряд 3– Прибавление множимого7 к промежуточному результату
1	1-0110.0110.0000.0000 2-0000.0000.0110.0110 3-0011.1100.1111.0110	1- Вычисление множимого-8 (i=7): $X_i * M = 0110.0110$ 2– Сдвиг множимого-8 вправо на 1 разряд 3– Прибавление множимого8 к промежуточному результату

Исходные данные:

$p = 8$ - разрядность умножаемых чисел

$2 * p = 16$ – разрядность частичного произведения и суммы частичных произведений

Количество этапов конвейера – 26 ($= n$)

Количество пар - 3

Работа конвейера. Результаты счёта и времена их получения:

Количества пар равно 3, числа генерируются случайно, однако не составит труда добавить возможность вводить их самому пользователю при необходимости.

```

par 0 :41 107
0010.1001 0110.1011
par 1 :214 235
1101.0110 1110.1011
par 2 :44 169
0010.1100 1010.1001

```

Числа, введенные в десятичной системе, переводятся в двоичную систему. Далее взаимодействие происходит именно с ними. В конце ответы отображаются как в двоичной, так и в десятичной системах счисления.

Ниже изображено то, что видит пользователь в качестве ответа- результат в двоичной системе

```
rez0: 0001.0100.0101.0111
rez1: 1101.0101.0010.1010
rez2: 0010.1011.1101.0100
```

Выводится таблица, в которой выделены «множимое», «сдвиг» и «промежуточный результат».

```
1: par 1: par 2: par 3: opred mnozetela 0010.1100
2: par 1: par 2: opred mnozetela 1101.0110 par 3: sdvig mnozetela 0001.0110.0
3: par 1: opred mnozetela 0000.0000 par 2: sdvig mnozetela 0110.1011.0 par 3: pribavlenie k rezultatu 0001.0110.0000.0000
4: par 1: sdvig mnozetela 0000.0000 par 2: pribavlenie k rezultatu 0110.1011.0000.0000 par 3: opred mnozetela 0000.0000
5: par 1: pribavlenie k rezultatu 0000.0000.0000.0000 par 2: opred mnozetela 1101.0110 par 3: sdvig mnozetela 0000.1011.00
6: par 1: opred mnozetela 0010.1001 par 2: sdvig mnozetela 0011.0101.10 par 3: pribavlenie k rezultatu 0010.0001.0000.0000
7: par 1: sdvig mnozetela 0000.1010.01 par 2: pribavlenie k rezultatu 1010.0000.1000.0000 par 3: opred mnozetela 0010.1100
8: par 1: pribavlenie k rezultatu 0000.1010.0100.0000 par 2: opred mnozetela 1101.0110 par 3: sdvig mnozetela 0000.0101.100
9: par 1: opred mnozetela 0010.1001 par 2: sdvig mnozetela 0001.1010.110 par 3: pribavlenie k rezultatu 0010.0110.1000.0000
10: par 1: sdvig mnozetela 0000.0101.001 par 2: pribavlenie k rezultatu 1011.1011.0100.0000 par 3: opred mnozetela 0000.0000
11: par 1: pribavlenie k rezultatu 0000.1111.0110.0000 par 2: opred mnozetela 0000.0000 par 3: sdvig mnozetela 0000.0010.1100
12: par 1: opred mnozetela 0000.0000 par 2: sdvig mnozetela 0000.1101.0110 par 3: pribavlenie k rezultatu 0010.1001.0100.0000
13: par 1: sdvig mnozetela 0000.0010.1001 par 2: pribavlenie k rezultatu 1100.1000.1010.0000 par 3: opred mnozetela 0010.1100
14: par 1: pribavlenie k rezultatu 0001.0001.1111.0000 par 2: opred mnozetela 1101.0110 par 3: sdvig mnozetela 0000.0001.0110.0
15: par 1: opred mnozetela 0010.1001 par 2: sdvig mnozetela 0000.0110.1011.0 par 3: pribavlenie k rezultatu 0010.1010.1010.0000
16: par 1: sdvig mnozetela 0000.0001.0100.1 par 2: pribavlenie k rezultatu 1100.1111.0101.0000 par 3: opred mnozetela 0000.0000
17: par 1: pribavlenie k rezultatu 0001.0011.0011.1000 par 2: opred mnozetela 0000.0000 par 3: sdvig mnozetela 0000.0000.1011.00
18: par 1: opred mnozetela 0000.0000 par 2: sdvig mnozetela 0000.0011.0101.10 par 3: pribavlenie k rezultatu 0010.1011.0101.0000
19: par 1: sdvig mnozetela 0000.0000.1010.01 par 2: pribavlenie k rezultatu 1101.0010.1010.1000 par 3: opred mnozetela 0000.0000
20: par 1: pribavlenie k rezultatu 0001.0011.1101.1100 par 2: opred mnozetela 1101.0110 par 3: sdvig mnozetela 0000.0000.0101.100
21: par 1: opred mnozetela 0010.1001 par 2: sdvig mnozetela 0000.0001.1010.110 par 3: pribavlenie k rezultatu 0010.1011.1010.1000
22: par 1: sdvig mnozetela 0000.0000.0101.001 par 2: pribavlenie k rezultatu 1101.0100.0101.0100 par 3: opred mnozetela 0010.1100
23: par 1: pribavlenie k rezultatu 0001.0100.0010.1110 par 2: opred mnozetela 1101.0110 par 3: sdvig mnozetela 0000.0000.0010.1100
24: par 1: opred mnozetela 0010.1001 par 2: sdvig mnozetela 0000.0000.1101.0110 par 3: pribavlenie k rezultatu 0010.1011.1101.0100
25: par 1: sdvig mnozetela 0000.0000.0010.1001 par 2: pribavlenie k rezultatu 1101.0101.0010.1010 par 3:
26: par 1: pribavlenie k rezultatu 0001.0100.0101.0111 par 2: par 3:
```

Графики (всего четыре семейства):

Обозначения:

$$K_y(n,r) = T_1/T_n;$$

$$\epsilon(n,r) = K_y(n,r)/n;$$

где $K_u(n,r)$ – коэффициент ускорения;
 $e(n,r)$ – эффективность;
 n – количество процессорных элементов в системе;
 k – количество пар, поступающих на вход;
 r – ранг;

График 1. График зависимости коэффициента ускорения K_u от ранга задачи r

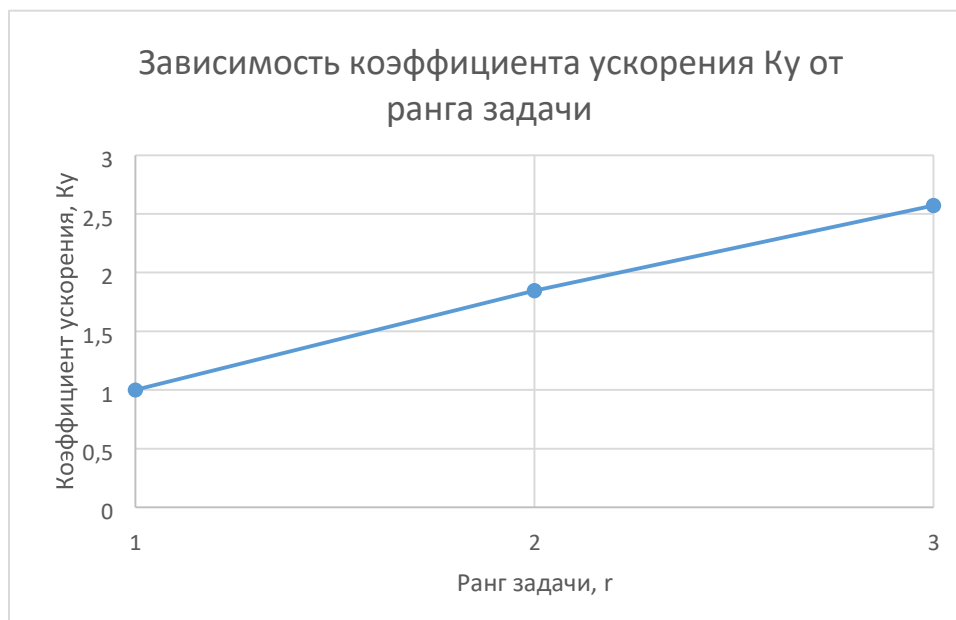


График 2. График зависимости эффективности e от ранга задачи r

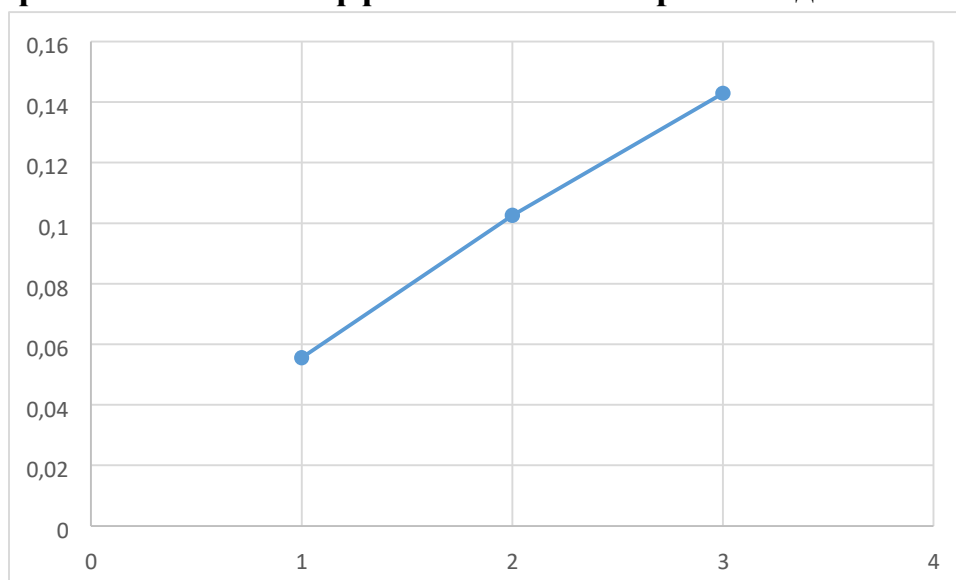


График 3. График зависимости коэффициента ускорения K_u от количества этапов n

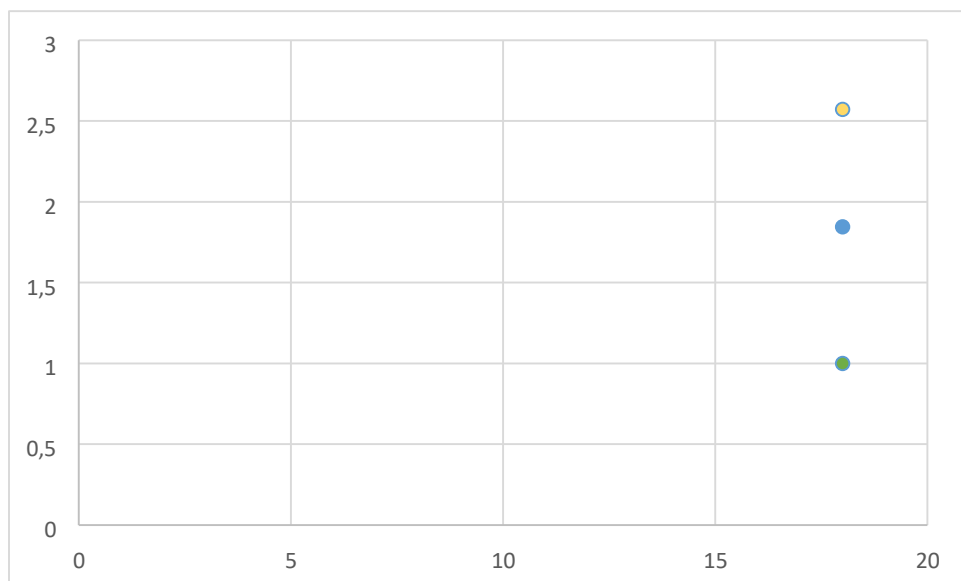
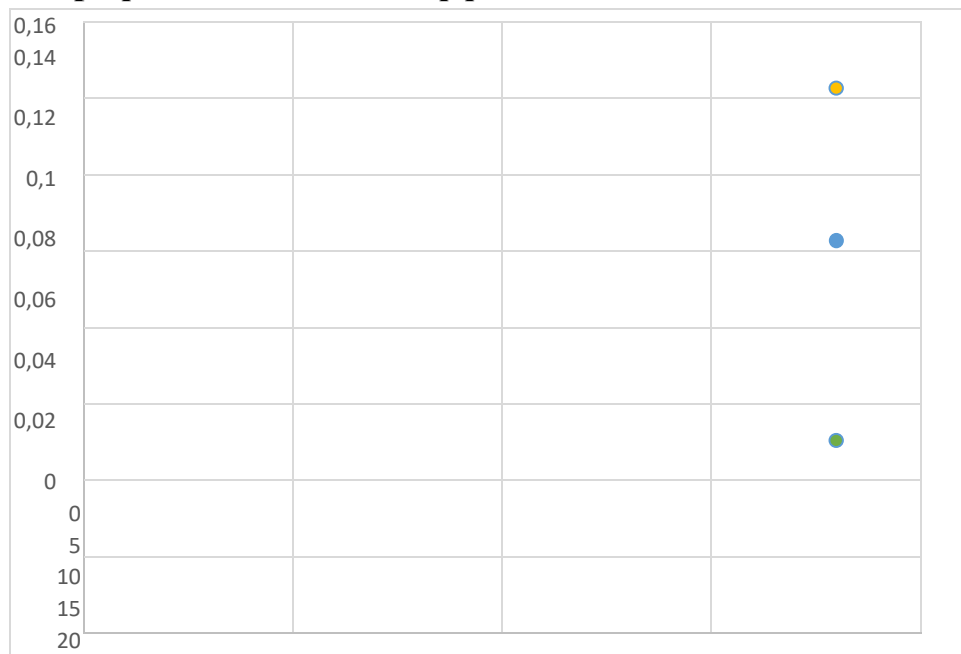


График 4. График зависимости эффективности ϵ от количества этапов n



Вопросы и ответы на них:

1. проверить, что модель создана верно: программа работает правильно (на всех этапах конвейера)

Имеются исходные векторы четырехразрядных чисел:

$$A = \langle 11, 13, 11 \rangle$$

$$B = \langle 9, 15, 13 \rangle$$

Входные пары:

Первая умножаемая пара - $\langle 11, 9 \rangle$

Вторая умножаемая пара - $\langle 13, 15 \rangle$ Третья

умножаемая пара - $\langle 11, 13 \rangle$ Проверка

результатов:

$$\circ 11 * 9 = 99 \circ$$

$$13 * 15 = 195 \circ$$

$$11 * 13 = 143$$

Результаты верны. Скриншоты, подтверждающие корректную работу программы, приведены выше.

2. объяснить на графиках точки перегиба и асимптоты

Для объяснения точек перегиба и асимптот обратимся к формулам:

$$Ky = \frac{T_1}{T_n}; Ky = \frac{r * n * t_i}{n * t_i + (r - 1) * t_i} = \frac{r * n}{n + r - 1}$$

$n \rightarrow \infty$ и $r \rightarrow \infty$:

Возьмём предел при $r * n$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} Ky = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{r * n}{n + r - 1} = r; \lim_{r \rightarrow \infty} Ky = \lim_{r \rightarrow \infty} \frac{r * n}{n + r - 1} = n$$

Значит асимптотой для Ky будет являться прямая $Ky = r$ при $n = const$, и прямая $Ky = n$ при $r = const$.

Для эффективности сделаем аналогичную работу:

$$e = \frac{Ky}{n} = \frac{r}{n + r - 1}; \lim_{n \rightarrow \infty} e = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{r}{n + r - 1} = 0; \lim_{r \rightarrow \infty} Ky = \lim_{r \rightarrow \infty} \frac{r}{n + r - 1} = 1$$

Значит асимптотой для e будет являться прямая $e = 1$ при $n = const$, и прямая $e = 0$ при $r = const$.

3. спрогнозировать как измениться вид графиков при изменении параметров модели

\circ параметр r \square график Ky :

при увеличении растет значение коэффициента ускорения остается неизменным

\square график e :

при увеличении растет значение ускорения остается неизменным

\circ параметр k \square

график Ky :

при увеличении уменьшается значение коэффициента ускорения □
 график e:
 при увеличении падает значение ускорения

4. каково соотношение между параметрами n, r, m, p модели сбалансированного конвейера m = 3

$$r = 3$$

$$p = 4$$

$$n = 18$$

5. допустим: имеется некоторая характеристика h (эффективность e или ускорение Ky) и для нее выполняется: $h(n_1, r_1) = h(n_2, r_2) \circ n_1 > n_2$

$$e(n_1, r_1) = e(n_1, r_1);$$

$$e = \frac{Ky}{n} = \frac{r}{n + r - 1};$$

$$\frac{r_1}{n_1 + r_1 - 1} = \frac{r_2}{n_2 + r_2 - 1};$$

$$r_1 * n_2 + r_1 * r_2 - r_1 = r_2 * n_1 + r_2 * r_1 - r_2;$$

$$r_1 * (n_2 - 1) = r_2 * (n_1 - 1)$$

$$\frac{r_2}{r_1} = \frac{n_2 - 1}{n_1 - 1};$$

Т.к. $n_1 > n_2 > 1$, то $r_1 > r_2$

6. дано:

- несбалансированный конвейер (заданы конкретные значения: $n, \{t_i\}$ – времена выполнения обработки на этапах конвейера);
- e_0 – некоторое фиксированное значение эффективности.
 - Определить значение r_0 , при котором выполняется $e(n, r_0) > e_0$? (Получить формулу, затем подставить в неё значения параметров.)

$$e = \frac{Ky}{n} = \frac{T_1}{T_n * n}; \quad n \in N$$

$$T_n = \sum_{i=1}^n t_i + (r-1)t_{\max}$$

$$T_1 = r \sum_{i=1}^n t_i$$

$$e(n, r) = \frac{r \sum_{i=1}^n t_i}{n(\sum_{i=1}^n t_i + (r-1)t_{\max})} \Rightarrow \frac{r_0 \sum_{i=1}^n t_i}{n(\sum_{i=1}^n t_i + (r_0-1)t_{\max})} > e_0$$

$$r_0 \sum_{i=1}^n t_i > e_0 n \left(\sum_{i=1}^n t_i + (r_0-1)t_{\max} \right)$$

$$r_0 \sum_{i=1}^n t_i > e_0 n \sum_{i=1}^n t_i + e_0 n r_0 t_{\max} - e_0 n t_{\max}$$

$$r_0 \sum_{i=1}^n t_i - e_0 n r_0 t_{\max} > e_0 n \sum_{i=1}^n t_i - e_0 n t_{\max}$$

$$r_0 \left(\sum_{i=1}^n t_i - e_0 n t_{\max} \right) > e_0 n \left(\sum_{i=1}^n t_i - t_{\max} \right)$$

Необходимо определить знаки выражений:

$$\sum_{i=1}^n t_i - t_{\max} \geq 0$$

$$\text{Если } \sum_{i=1}^n t_i - e_0 n t_{\max} > 0, \text{ то } r_0 > \frac{e_0 n (\sum_{i=1}^n t_i - t_{\max})}{\sum_{i=1}^n t_i - e_0 n t_{\max}}$$

$$\text{если } \sum_{i=1}^n t_i - e_0 n t_{\max} < 0, \text{ то } r_0 < \frac{e_0 n (\sum_{i=1}^n t_i - t_{\max})}{\sum_{i=1}^n t_i - e_0 n t_{\max}}$$

7. для несбалансированного конвейера (использовать исходные данные предыдущего вопроса) определить: $\lim(e(n, r))$ при $r \rightarrow \infty$.

Так как $e(n, r) = \frac{r \sum_{i=1}^n t_i}{n(\sum_{i=1}^n t_i + (r-1)t_{\max})}$, то
предел находим по правилу Лопиталья

$$\lim_{r \rightarrow \infty} e(n, r) = \lim_{r \rightarrow \infty} \frac{r \sum_{i=1}^n t_i}{n(\sum_{i=1}^n t_i + (r-1)t_{\max})} = \lim_{r \rightarrow \infty} \frac{\sum_{i=1}^n t_i}{n(\sum_{i=1}^n t_i / r + (r-1)t_{\max} / r)} =$$

$$\frac{\sum_{i=1}^n t_i}{n t_{\max}}.$$

8. дан несбалансированный конвейер (использовать исходные данные предыдущего вопроса).

каким образом можно перестроить данный конвейер, чтобы для заданного r_0 выполнялось $e(n, r_0) > e_0$?

Т.к. e функция от двух переменных, и r_0 задано, то необходимо найти при каком n будет выполняться заданное условие.

$$e(n, r) = \frac{r_0 \sum_{i=1}^n t_i}{n(\sum_{i=1}^n t_i + (r_0 - 1)t_{\max})} > e_0;$$

$$n < \frac{r_0 \sum_{i=1}^n t_i}{e_0(\sum_{i=1}^n t_i + (r_0 - 1)t_{\max})}.$$

Необходимо объединять этапы конвейера таким образом, чтобы выполнялось неравенство $1 \leq n < \frac{r_0 \sum_{i=1}^n t_i}{e_0(\sum_{i=1}^n t_i + (r_0 - 1)t_{\max})}$

Таким образом, конвейер необходимо перестроить с целью уменьшения n если оно выходит за указанный выше предел. Это можно сделать объединив некоторые этапы конвейера.

9. дан несбалансированный конвейер (использовать исходные данные предыдущего вопроса) и значение минимального кванта времени t_0 (условной временной единицы).

каким образом нужно перестроить данный конвейер, чтобы получить максимально быстрый конвейер? Получить для него формулы $K_y(n, r)$, $e(n, r)$?

Для того, чтобы получить максимально быстрый конвейер, нужно перестроить так, чтобы он стал сбалансированным, и каждый этап выполнялся за минимальное время t_0 . Необходимо разделить его на столько этапов, чтобы время каждого этапа было равно t_0 .

Следовательно: $t_0 = t_i = t_{\max}$

$$K_y(n, r) = \frac{r \sum_{i=1}^n t_0}{\sum_{i=1}^n t_0 + (r-1)t_0} = \frac{rn}{n+(r-1)}.$$

Аналогично с эффективностью:

$$e(n, r) = \frac{r \sum_{i=1}^n t_0}{n(\sum_{i=1}^n t_0 + (r-1)t_0)} = \frac{r}{n+(r-1)}.$$

То есть необходимо разделить этапы конвейера, которые длятся дольше, чем t_0 , на более мелкие этапы.

Вывод:

В результате выполнения лабораторной работы была реализована модель сбалансированного конвейера для вычисления произведения пар чисел умножением с младших разрядов со сдвигом частичной суммы вправо.

Реализованная модель была проверена на работоспособность и правильность получаемых результатов. Данная модель позволяет ускорить процесс вычисления результата для векторов значений (нескольких пар).

Были исследованы числовые характеристики конвейерной архитектуры: коэффициент ускорения и эффективность при решении поставленной задачи.