Машинное обучение
Домашняя работа №2

Студент:
Хоменко П.

Задание 1

a) $f(x) = x^2 - 30x + 1$ $\quad f'(x) = 2x - 30$

$f'(x) = 0 : \quad 2x - 30 = 0$

$x_0 = 15$

$f(15) = -224$ $\quad (15, -224)$ – критическая точка

$f''(x) = 2 > 0 \Rightarrow (15, -224)$ – точка минимума

b) $f(x) = -x^3 + 5x - 7x^2 + 17$

$f'(x) = -3x^2 + 5 - 14x$

$f'(x) = 0 : \quad -3x^2 + 5 - 14x = 0$

$3x^2 + 14x - 5 = 0$

$D = 14^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-5) = 256 \quad \sqrt{D} = \pm 16$

$x_1 = \frac{-14 + 16}{2 \cdot 3} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ $\quad x_2 = \frac{-14 - 16}{2 \cdot 3} = -\frac{30}{6} = -5$

$f(x_1) = -\frac{1}{27} + \frac{5}{3} - \frac{7}{9} + 17 = \frac{-1 + 45 - 21}{27} + 17 = 17\frac{23}{27}$

$$f(x_2) = 125 + 25 - 175 + 17 = -58$$

$\left(\frac{1}{3}, 17\frac{23}{27}\right)$, $(-5, -58)$ критические точки

$$f''(x) = -6x - 14$$

$$f''\left(\frac{1}{3}\right) = -2 - 14 = -16 < 0 \Rightarrow$$

$\Rightarrow \left(\frac{1}{3}, 17\frac{23}{27}\right)$ - точка максимума

$$f''(-5) = (-6) \cdot (-5) - 14 = 30 - 14 = 16 > 0 \Rightarrow$$

$\Rightarrow (-5, -8)$ - точка минимума

c) $h(x) = x^2 - \frac{1}{x}$ $\qquad h'(x) = 2x + \frac{1}{x^2}$

$$2x + \frac{1}{x^2} = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{x^2} = -2x \Leftrightarrow -2x^3 = 1 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$$

$h\left(-\frac{1}{\sqrt[3]{2}}\right) = \frac{1}{\sqrt[3]{4}} - \sqrt[3]{2} = \frac{1 - \sqrt[3]{8}}{\sqrt[3]{4}}$ $\quad \left(-\frac{1}{\sqrt[3]{2}}, \frac{1 - \sqrt[3]{8}}{\sqrt[3]{4}}\right)$ -

Критическая точка

$$h''(x) = 2 - \frac{2}{x^3} \qquad h''\left(-\frac{1}{\sqrt[3]{2}}\right) = 2 + \frac{2}{\frac{1}{2}} = 6 > 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(-\frac{1}{\sqrt[3]{2}}, \frac{1-\sqrt[3]{8}}{\sqrt[3]{4}}\right)$$ – точка минимума

d) $$y(x) = \frac{1}{x^5} + x^{17} + 8$$

$$y'(x) = -\frac{5}{x^6} + 17x^{16} \qquad -\frac{5}{x^6} = -17x^{16}$$

$$x^{22} = \frac{5}{17} \Leftrightarrow x = \pm\sqrt[22]{\frac{5}{17}}$$

$$\left(\sqrt[22]{\frac{5}{17}}, \sqrt[17]{\frac{17}{5}} + \sqrt[5]{\frac{5}{17}} + 8\right)$$ – критическая точка

$$y''(x) = \frac{30}{x^7} + 272x^{16}$$

(вычислять мы это конечно не будем)

$$y''\left(\sqrt[22]{\frac{5}{17}}\right) > 0 \Rightarrow$$ точка минимума

$$\left(-\sqrt[22]{\frac{5}{17}}, -\sqrt[17]{\frac{15}{5}} - \sqrt[5]{\frac{5}{17}} + 8\right)$$ – критическая точка

$$y''\left(-\sqrt[22]{\frac{5}{17}}\right) = -162{,}4 < 0 \Rightarrow \text{точка максимума}$$

Задание 3

a) $f''(x) = 2$, $\quad f'''(x) = 0 \Rightarrow \varnothing$

b) $g''(x) = -6x - 14$; $\quad -6x - 14 = 0$

$$x = -\frac{14}{6} = -2\frac{1}{3}$$

$$g\left(-2\frac{1}{3}\right) \approx 20$$

$g'''(x) = -6 \neq 0 \Rightarrow \left(-2\frac{1}{3}, 20\right)$ – точка перегиба

c) $h''(x) = 2 - \dfrac{2}{x^3}$; $\quad 2 - \dfrac{2}{x^3} = 0$

$$2x^3 = 2$$

$$x = 1$$

$$h(1) = 0$$

$h'''(x) = -\dfrac{6}{x^4}$

$h'''(1) = -6 < 0 \Rightarrow (1, 0)$ – точка перегиба

d) $y''(x) = \dfrac{30}{x^7} + 272x^{16}$

$$y''(x)=0: \quad \frac{30}{x^7}+272x^{16}=0$$

$$272x^{16}=-\frac{30}{x^7}$$

$$272x^{23}=-30$$

$$x^{23}\approx-0{,}11$$

$$x\approx\sqrt[23]{-0{,}11}\approx 0{,}91$$

$$y(0{,}91)=9{,}81$$

$$y'''(x)=-\frac{210}{x^8}+4352x^{15}$$

$y'''(0{,}91)\approx 611>0 \Rightarrow (0{,}91,\ 9{,}81)$ - точка перегиба