Дз №1

1) $\frac{\sin x}{x} = 0 \quad$ ОДЗ: $x \neq 0$

$\sin x = 0 \Rightarrow x = \pi n$, где $n \in Z$

2) Для того чтобы 3 прямые пересекались в одной точке необходимо чтобы СУ имела 1 решение

$$\begin{cases} y = kx_1 + b_1 \\ y = kx_2 + b_2 \\ y = kx_3 + b_3 \end{cases}$$

$k_1 x + b_1 = k_2 x + b_2 \qquad k_1 x + b_1 = k_3 x + b_3$

$x(k_1 - k_2) = b_2 - b_1 \qquad x(k_1 - k_3) = b_3 - b_1$

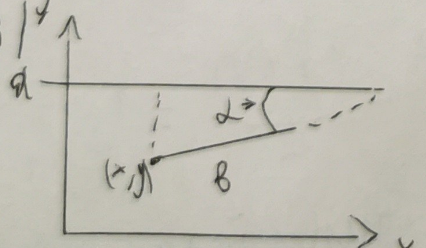
$x = \frac{b_2 - b_1}{k_1 - k_2} \qquad x = \frac{b_3 - b_1}{k_1 - k_3}$

$y = k_1 \frac{b_2 - b_1}{k_1 - k_2} + b_1 \qquad y = k_3 \frac{b_3 - b_1}{k_1 - k_3} + b_3$

$$k_1 \frac{b_2 - b_1}{k_1 - k_2} + b_1 = k_3 \frac{b_2 - b_1}{k_1 - k_2} + b_3$$

При таком условии 3 прямые пересекутся в 1 точке

3)




Предположим, что начало координат проходит через линию

Тогда расст. от начала иглы до линии равно

$L = b \cdot \sin\alpha$

При $L \geq a - y$ игла пересекает линию

при $b \cdot \sin\alpha \geq a - y \quad (\sin\alpha \geq 0)$

$|b \sin\alpha| \geq y \quad (\sin\alpha < 0)$

17.6.2

$$y - 3x + 12 = 0$$
$$7y + x - 14 = 0$$
$$\Rightarrow tg\,\alpha = \frac{1\cdot 4 + 3\cdot 7}{-3\cdot 1 + 4\cdot 7} = 1 \Rightarrow \alpha = 45^\circ$$

17.6.4

$$x = \sqrt{2}$$
$$x = -\sqrt{3}$$
$\Rightarrow$ Прямые параллельны оси $x$ и друг другу и не пересекаются

17.6.5

$$y^2 - 2x - 2y - 5 = 0$$
$$y^2 - 2y + 1 - 2x - 5 - 1 = 0$$
$$(y-1)^2 - 2(x+3) = 0$$
$$\frac{(y-1)^2}{2} - \frac{(x+3)}{1} = 0$$

Парабола

17.6.6

$$3x^2 + 5y^2 + 12x - 30y + 42 = 0$$
$$3(x^2 + 4x + 4) + 5(y^2 - 6y + 9) - 15 = 0$$
$$3(x+2)^2 + 5(y-3)^2 = 15$$
$$\frac{(x+2)^2}{5} + \frac{(y-3)^2}{3} = 1$$

Эллипс

17.6.7

$$2x^2 - y^2 + 6y - 7 = 0$$
$$2x^2 - (y^2 - 6y + 9) + 2 = 0$$
$$2x^2 - (y-3)^2 = -2 \,|:-2$$
$$-\frac{x^2}{1} + \frac{(y-3)^2}{2} = 1$$

Гипербола

17.6.8.

$$2x^2 - 3y^2 - 28x - 42y - 55 = 0$$
$$2(x^2 - 14x + 49 - 49) - 3(y^2 + 14y + 49 - 49) - 55 = 0$$
$$2(x-7)^2 - 3(y+7)^2 = 6$$
$$\frac{(x-7)^2}{3} - \frac{(y+7)^2}{2} = 1$$

Гипербола