ДЗ №2

№1 Уравнение параболы: $y(x) = ax^2 + bx + c$

Чтобы найти коэффициенты, надо решить систему

$$\begin{cases} 2 = a \cdot (1)^2 + b \cdot 1 + c \\ 10 = a(3)^2 + b \cdot 3 + c \\ 1 = a \cdot (5)^2 + b \cdot 5 + c \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2 = a + b + c \\ 10 = 9a + 3b + c \\ 1 = 25a + 5b + c \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 2 - b - c \\ 10 = 9(2 - b - c) + 3b + c \\ 1 = 25(2 - b - c) + 5b + c \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 2 - b - c \\ 10 = 18 - 9b - 9c + 3b + c \\ 1 = 50 - 25b - 25c + 5b + c \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 2 - b - c \\ 0 = 8 - 6b - 8c \\ 0 = 49 - 20b - 24c \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 2 - b - c \\ 6b = 8 - 8c \\ 0 = 49 - 20b - 24c \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 2 - b - c \\ b = \frac{4}{3} - \frac{4}{3}c \\ 0 = 49 - 20\left(\frac{4}{3} - \frac{4}{3}c\right) - 24c \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 2 - b - c \\ b = \frac{4}{3} - \frac{4}{3}c \\ 0 = 49 - \frac{80}{3} + \frac{80}{3}c - \frac{24}{c} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 2 - b - c \\ b = \frac{4}{3} - \frac{4}{3}c \\ 0 = \frac{147}{3} - \frac{80}{3} + \frac{80}{3}c - \frac{72}{3}c \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 2 - b - c \\ b = \frac{4}{3} - \frac{4}{3}c \\ 0 = \frac{67}{3} + \frac{8}{3}c \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 2 - b - c \\ b = \frac{4}{3} - \frac{4}{3}c \\ \frac{67}{3} + \frac{8}{3}c = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 2 - b - c \\ b = \frac{4}{3} - \frac{4}{3}c \\ c = -\frac{67}{8} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 2 - \frac{75}{6} + \frac{67}{8} \\ b = \frac{75}{6} \\ c = -\frac{67}{8} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -\frac{51}{24} \\ b = \frac{75}{6} \\ c = -\frac{67}{8} \end{cases}$$

$$y = -\frac{51}{24}x^2 + \frac{75}{6}x - \frac{67}{8} \longrightarrow \text{ответ}$$

№2 Пусть x кг — "сухое" вещество огурцов; y кг — вес огурцов при втором взвешивании

1взв. $\dfrac{x}{100 \text{ кг}} \cdot 100\% = (100 - 99)\%$ (99% — дали воду)

$x = 1$ кг

2взв. $\dfrac{x}{y} \cdot 100\% = (100 - 98)\%$ (98% — дали воду) $\Rightarrow y = \dfrac{1 \text{ кг}}{0,02} = 50$ кг

Ответ: 50 кг.

№3

1) $2^x = 256; x = 8$

2) $2^x = 300; \log_2 300 = x; \log_2(4 \cdot 75) = x; 2 + \log_2 75 = x; x \approx 8,24$

3) $\log_8 2^{8x-4} = 4$

$\log_{2^3} 2^{8x-4} = 4$

$\dfrac{8x-4}{3} = 4$

$8x - 4 = 12$

$8x = 16$

$x = 2$

4) $3^{\log_9(5x-5)} = 5$ ОДЗ: $5x - 5 > 0; x > 1$

$(5x-5)^{\log_9 3} = 5$

$(5x-5)^{\frac{1}{2}\log_3 3} = 5$

$(5x-5)^{\frac{1}{2}} = 5$

$5x - 5 - 25$

$x = 6$

5) $x^{\log_3 x + 1} = 9$; ОДЗ: $x > 0$

$\log_3 x^{\log_3 x + 1} = \log_3 9$

$(\log_3 x + 1)\log_3 x = 2$

Пусть $\log_3 x = y$

Тогда $(y+1)y = 2$

$y^2 + y - 2 = 0$

$D = 9$

$y_{1,2} = \dfrac{-1 \pm \sqrt{9}}{2 \cdot 1} = -2; 1$

$\log_3 x = -2$ $\log_3 x = 1$

$x = \dfrac{1}{9}$ $x = 3$

Ответ: $\dfrac{1}{9}$ и 3

6) $\log_4 16 = 2$

7) $\log_5 \frac{1}{25} = \log_5 5^{-2} = \log_5 \frac{1}{5^2} = -2\log_5 5 = -2$

8) $\log_{25} 5 = \log_{5^2} 5 = \frac{1}{2}$

9) $\log_3 \sqrt{27} = \log_3 (3^3)^{\frac{1}{2}} = \log_3 3^{\frac{3}{2}} = \frac{3}{2}$

10) $\log_2 12 - \log_2 3 = \log_2 \frac{12}{3} = \log_2 4 = 2$

11) $\log_6 12 + \log_6 3 = \log_6 36 = 2$

12) $e^{\ln 5} = 5$

13) $\dfrac{\log_2 225}{\log_2 15} = \dfrac{\log_2 225 - \log_2 15}{} = \log_2 15^2 - \log_2 15 = 2$

14) $\log_4 32 + \log_{0.1} 10 = \log_{2^2} 2^5 + \log_{10^{-1}} 16 = \frac{5}{2} - 1 = \frac{3}{2}$

15) $\log_3 \sqrt{5} = 2^{\log_3 5^{\frac{1}{2}}} = 3^{\log_3 5^{\frac{3}{2}}} = 5$