ШАД 27 мая 2017

Задание 1.

За время обучения в ШАД Михаил 20 раз решал задачи классификации. В каждой задаче он использовал ансамбль из пяти различных классификаторов, причем никакую пару классификаторов он не применял более одного раза. Каково минимально возможное число известных Михаилу классификаторов?

Ответ: 21

Решение

Раз в каждой взятой пятёрке пары различные, то в каждой взятой пятёрке $\frac{5 \cdot 4}{2}$ различных пар, а всего $20 \cdot \frac{5 \cdot 4}{2} = 200$ различных пар.

Пусть ответ равен k. Тогда у нас должно быть не меньше 200 различных пар среди этих k классификаторов. А максимальное количество различных пар среди k классификаторов равно $\frac{k \cdot (k-1)}{2}$.

$$\frac{k \cdot (k-1)}{2} \geq 200$$

$k \geq 21$

Задание 2.

Найдите сумму

$$\sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{(k+1)^2}{k!}$$

Ответ: $-\frac{1}{e}$**.**

Решение

Что-то похоже на формулу Тейлора для e^x:

$$e^x = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{x^k}{k!}$$

$$\sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{(k+1)^2}{k!} = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{k^2}{k!} + \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{2k}{k!} + \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{1}{k!}$$

$$\sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{k^2}{k!} = \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \frac{k}{(k-1)!} = \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \frac{k-1+1}{(k-1)!} = \sum_{k=2}^{\infty} (-1)^k \frac{1}{(k-2)!} + \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \frac{1}{(k-1)!} =$$

$$= (-1)^2 \sum_{m=0}^{\infty} (-1)^m \frac{1}{m!} + (-1) \sum_{m=0}^{\infty} (-1)^m \frac{1}{m!} = 0 \qquad (1)$$

$$\sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{2k}{k!} = 2 \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \frac{1}{(k-1)!} = -2 \sum_{m=0}^{\infty} (-1)^m \frac{1}{m!} = -\frac{2}{e}$$

$$\sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{1}{k!} = \frac{1}{e}$$

Итого

$$\sum_{k=0}^{\infty}(-1)^k \frac{(k+1)^2}{k!} = -\frac{2}{e} + \frac{1}{e} = -\frac{1}{e} \tag{2}$$