

Парамонов Павел.

Лабораторная работа №1

Задание 1.

1) $\lambda xy.xz$

Проведем β -редукцию со значением "at"

$\lambda xy.xz \rightarrow (\lambda x.\lambda y.xz)at \rightarrow [x:=a] \rightarrow (\lambda y.az)t \rightarrow az$

a) $\lambda xz.xz \rightarrow (\lambda x.\lambda z.xz)at \rightarrow [x:=a] \rightarrow (\lambda z.az)t \rightarrow at \Rightarrow$ тк результат β -редукции не совпадает, не альфа эквивалентное

b) $\lambda mn.mz \rightarrow (\lambda m.\lambda n.mz)at \rightarrow [m:=a] \rightarrow (\lambda n.az)t \rightarrow az \Rightarrow$ тк результат β -редукции совпал, данное лямбда-выражение - альфа эквивалентное

c) $\lambda z(\lambda x).xz \rightarrow (\lambda z.\lambda x.xz)at \rightarrow [z:=a] \rightarrow (\lambda x.xa)t \rightarrow [x:=t] \rightarrow ta \Rightarrow \Rightarrow$ тк результат β -редукции не совпадает, не альфа эквивалентное.

2) $\lambda xy.xxy$

Проведем β -редукцию со значением "ft"

$(\lambda x.\lambda y.xxy)ft \rightarrow (\lambda y.ffy)t \rightarrow fft$

a) $\lambda mn.mnp \rightarrow (\lambda m.\lambda n.mnp)ft \rightarrow (\lambda n.fnp)t \rightarrow ftp \Rightarrow$ не альфа эквивалентное

b) $\lambda x(\lambda y).xy \rightarrow (\lambda x.\lambda y.xy)ft \rightarrow (\lambda y.fy)t \rightarrow ft \Rightarrow$ не альфа эквивалентное

c) $\lambda a(\lambda b).aab \rightarrow (\lambda a.\lambda b.aab)ft \rightarrow (\lambda b.ffb)t \rightarrow fft \Rightarrow$ альфа эквивалентное

3) $\lambda xyz.zx$

Проведем β -редукцию со значением "abc"

$(\lambda x.\lambda y.\lambda z.zx)abc \rightarrow (\lambda y.\lambda z.za)bc \rightarrow (\lambda z.za)c \rightarrow ca$

a) $\lambda x.(\lambda y).(\lambda z) \Rightarrow$ не альфа эквивалентное

b) $\lambda tos.st \rightarrow (\lambda t.\lambda o.\lambda s.st)abc \rightarrow (\lambda o.\lambda s.sa)bc \rightarrow (\lambda s.sa)c \rightarrow ca \Rightarrow$ альфа эквивалентное

c) $\lambda mnp.mn \rightarrow (\lambda m.\lambda n.\lambda p.mn)abc \rightarrow (\lambda n.\lambda p.an)bc \rightarrow (\lambda p.ab)c \rightarrow ab \Rightarrow$ не альфа эквивалентное

Ответ: 1 - b; 2 - c; 3 - b.

Задание 2

1) $\lambda x.xxx$ – является комбинаторным выражением, т.к отсутствуют свободные переменные, а есть только связанные;

2) $\lambda xy.zx$ – не комбинаторное, тк z – свободная переменная;

3) $\lambda xyz.xy(zx)$ - является комбинаторным выражением, т.к отсутствуют свободные переменные;

- 4) $\lambda x y z. x y (z x y)$ - является комбинаторным выражением, т.к отсутствуют свободные переменные;
- 5) $\lambda x y. x y (z x y)$ - не комбинаторное, т.к z – свободная переменная;

Задание 3

- 1) $\lambda x. x x x$ – уже в β -НФ, т.к отсутствуют аргументы, к которым можно применить абстракцию;
- 2) $(\lambda z. z z)(\lambda y. y y) \rightarrow [z := \lambda y. y y] \rightarrow (\lambda y. y y)(\lambda y. y y) \rightarrow [y := \lambda y. y y] \rightarrow (\lambda y. y y)(\lambda y. y y) \dots$
выражение расходится, т.к не имеет останова.
- 3) $(\lambda x. x x x) z \rightarrow [x := z] \rightarrow z z z$ – выражение приведено к β -НФ, т.к не осталось головы

Задание 4

- 1) $(\lambda a b c. c b a) z z (\lambda w v. w) \rightarrow (\lambda a. \lambda b. \lambda c. c b a) z z (\lambda w. \lambda v. w) \rightarrow [a := z] \rightarrow$
 $(\lambda b. \lambda c. c b z) z (\lambda w. \lambda v. w) \rightarrow [b := z] \rightarrow (\lambda c. c z z) (\lambda w. \lambda v. w) \rightarrow [c := (\lambda w. \lambda v. w)] \rightarrow$
 $(\lambda w. \lambda v. w) z z \rightarrow [w := z] \rightarrow (\lambda v. z) z \rightarrow [v := z] \rightarrow z;$
- 2) $(\lambda x. \lambda y. x y y) (\lambda a. a) b \rightarrow [x := (\lambda a. a)] \rightarrow (\lambda y. (\lambda a. a) y y) b \rightarrow [y := b] \rightarrow (\lambda a. a) b b \rightarrow [a := b] \rightarrow$
 $b b;$
- 3) $(\lambda y. y) (\lambda x. x x) (\lambda z. z q) \rightarrow [y := (\lambda x. x x)] \rightarrow (\lambda x. x x) (\lambda z. z q) \rightarrow [x := (\lambda z. z q)] \rightarrow$
 $(\lambda z. z q) (\lambda z. z q) \rightarrow [z := (\lambda z. z q)] \rightarrow (\lambda z. z q) q \rightarrow [z := q] \rightarrow q q;$
- 4) $(\lambda z. z) (\lambda z. z z) (\lambda z. z y) \Leftrightarrow (\lambda n. n) (\lambda m. m m) (\lambda z. z y) \rightarrow [n := (\lambda m. m m)] \rightarrow$
 $(\lambda m. m m) (\lambda z. z y) \rightarrow [m := (\lambda z. z y)] \rightarrow (\lambda z. z y) (\lambda z. z y) \rightarrow [z := (\lambda z. z y)] \rightarrow (\lambda z. z y) y \rightarrow$
 $[z := y] \rightarrow y y;$
- 5) $(\lambda x. \lambda y. x y y) (\lambda y. y) y \Leftrightarrow (\lambda x. \lambda y. x y y) (\lambda m. m) t \rightarrow [x := (\lambda m. m)] \rightarrow$
 $(\lambda y. (\lambda m. m) y y) t \rightarrow [y := t] \rightarrow (\lambda m. m) t t \rightarrow [m := t] \rightarrow t t;$
- 6) $(\lambda a. a a) (\lambda b. b a) c \Leftrightarrow (\lambda m. m m) (\lambda b. b a) c \rightarrow [m := (\lambda b. b a)] \rightarrow (\lambda b. b a) (\lambda b. b a) c \rightarrow$
 $[b := (\lambda b. b a)] \rightarrow (\lambda b. b a) a c \rightarrow [b := a] \rightarrow a a c;$
- 7) $(\lambda x y z. x z (y z)) (\lambda x. z) (\lambda x. a) \rightarrow (\lambda x. \lambda y. \lambda z. x z (y z)) (\lambda x. z) (\lambda x. a) \rightarrow [x := (\lambda x. z)] \rightarrow$
 $(\lambda y. \lambda z. (\lambda x. z) z (y z)) (\lambda x. a) \rightarrow [y := (\lambda x. a)] \rightarrow \lambda z. (\lambda x. z) z ((\lambda x. a) z) \Leftrightarrow$
 $\lambda z. (\lambda x. m) z ((\lambda x. a) z) \rightarrow [x := z] \rightarrow \lambda z. (\lambda x. m) z a \rightarrow [x := z] \rightarrow \lambda z. m a;$