

Путин Павел Александрович, группа 7-1

Лабораторная работа № 1

**Вариант № 3-б**

## Моделирование случайных величин

### Цель работы

Исследовать алгоритмы генерации случайных величин в среде Matlab. Научиться вычислять значения выборочных характеристик случайной величины.

### Задание

Постройте график зависимости значения выборочной дисперсии от числа реализаций СВ. Так же отобразите на графике значение дисперсии, вычисленное на основе соотношения для гауссовского распределения.

Гауссовское случайное распределение:

$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right],$$

$$m = \mu, \quad D = \sigma^2$$

**Код программы (внесённые изменения в шаблон кода выделены)**

%% Вычисление выборочных характеристик гауссовской случайной величины (ГСВ)

clear all

close all

%% Условие варианта 3b

% 3 - Гауссовское распределение b - Построить график зависимости значения выборочной

% дисперсии от числа реализаций СВ. Так же отобразить на графике значение дисперсии,

% вычисленное на основе соотношения  $D = \sigma^2$

%% 1. Задание исходных данных

% Параметры распределения

mu = 1;

sig = 0.5;

% Параметры генерации

n = 12; % размерность равномерной случайной величины (РСВ)

N = 1000; % число реализаций

%% 2. Вычисление значений статистических характеристик ГСВ

m = mu; % мат. ожидание

d = sig^2; % дисперсия

% Функция для вычисления значений плотности распределения

```
p = @(x) 1 / (sig * sqrt(2*pi)) * exp(-(x - mu).^2 / (2 * sig^2));
```

```
%% 3. Генерация реализаций случайной величины
```

```
% Генерация реализаций стандартной РСВ
```

```
alf = rand(n, N); % матрица из N столбцов по n элементов  
% Генерация реализаций ГСВ (суммирование выполняется по  
% столбцам матрицы alf)
```

```
x = sig * (sum(alf) - 6) + mu;
```

```
%% 4. Вычисление выборочных характеристик
```

```
M = mean(x); % выборочное среднее
```

```
D = var(x); % выборочная дисперсия
```

```
% Вывод значений теоретических и выборочных характеристик
```

```
disp('Среднее значение (теоретическое)');
```

```
disp(m);
```

```
disp('Среднее значение (выборочное)');
```

```
disp(M);
```

```
disp('Дисперсия (теоретическая)');
```

```
disp(d);
```

```
disp('Дисперсия (выборочная)');
```

```
disp(D);
```

```
%% 5. Вычисление зависимости выборочной дисперсии и  
% выборочного среднего от числа реализаций ГСВ
```

```
Ds = zeros(1, N); % создаём массив для хранения значений  
% выборочной дисперсии
```

```
Ms = zeros(1, N); % создаём массив для хранения значений  
% выборочного среднего
```

```
for N_i = 1 : N
```

```
    % Запись нового значения выборочной дисперсии
```

```
    D_i = var(x(1:N_i));
```

```
    Ds(N_i) = D_i;
```

```
    % Запись нового значения выборочного среднего
```

```
    M_i = mean(x(1:N_i));
```

```
    Ms(N_i) = M_i;
```

```
end
```

```
sizes = 1:N;
```

```
% Отрисовка зависимостей выборочной дисперсии от числа  
% реализаций СВ
```

```
disp('Зависимость выборочной дисперсии от числа реализации  
СВ');
```

```
figure;
```

```
plot(Ds);
```

```
hold on;  
plot(d * ones(N));  
legend("Значение выборочной дисперсии", "Дисперсия,  
рассчитанная теоретически");
```

```
% Отрисовка зависимостей выборочного среднего от числа  
реализаций СВ
```

```
disp("Зависимость выборочного среднего от числа реализации  
СВ");
```

```
figure;
```

```
plot(Ms);
```

```
hold on;
```

```
plot(m * ones(N));
```

```
legend("Значение выборочного среденего", "Математическое  
ожидание, рассчитанное теоретически");
```

```
%% 6. Расчёт изменения ошибки между величинами выборочного  
среднего и математического ожидания
```

```
% Массив разностей между выборочным средним для числа  
реализаций от 1 до N
```

```
M_diff = Ms - m;
```

```
% Визуализация ошибки
```

```
disp("Ошибка между величинами выборочного среднего и  
математического ожидания");
```

```
figure;
```

```
plot(M_diff);
```

## Результаты выполнения задания

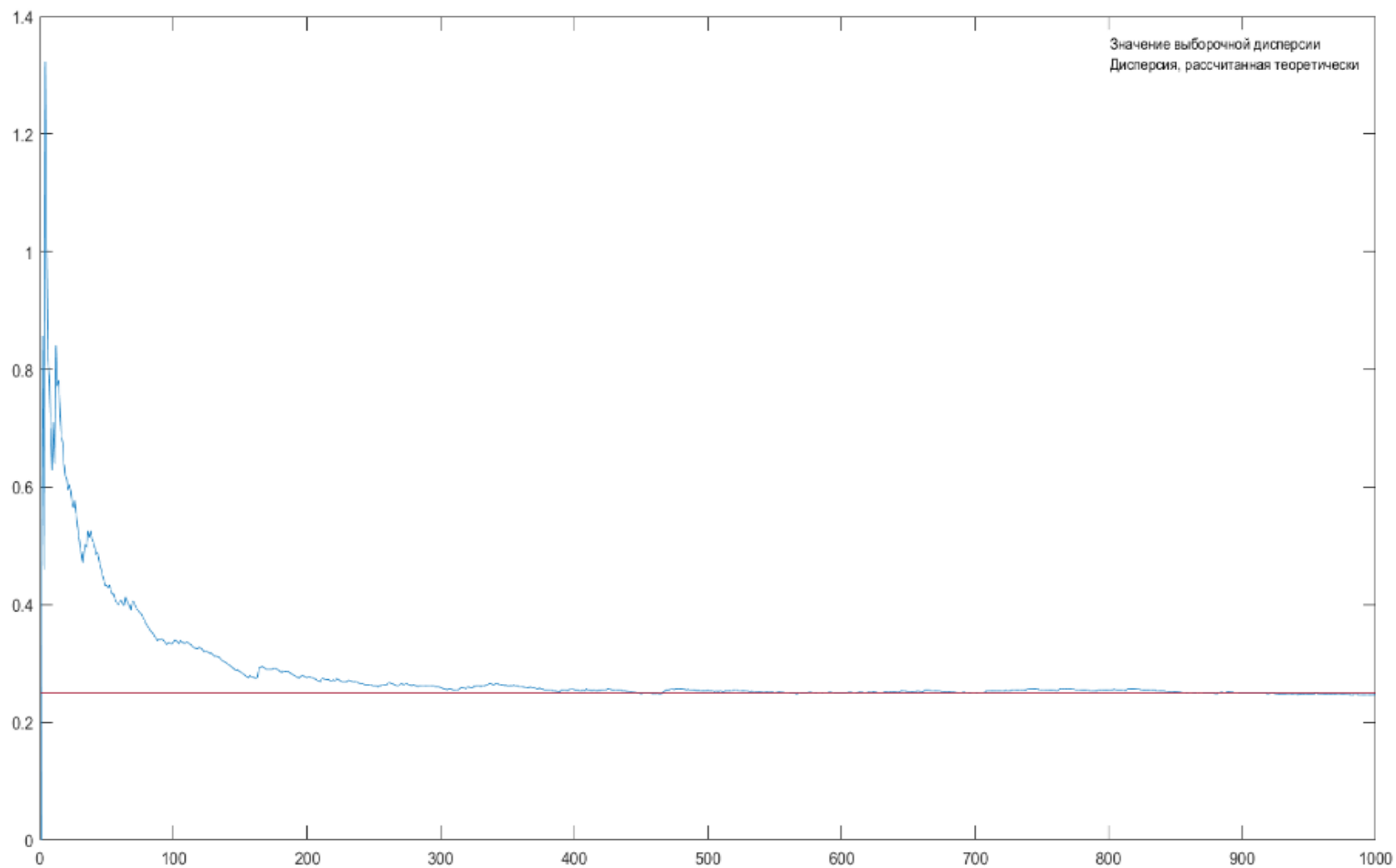


Рисунок 1 - Зависимость выборочной дисперсии от числа реализаций СВ

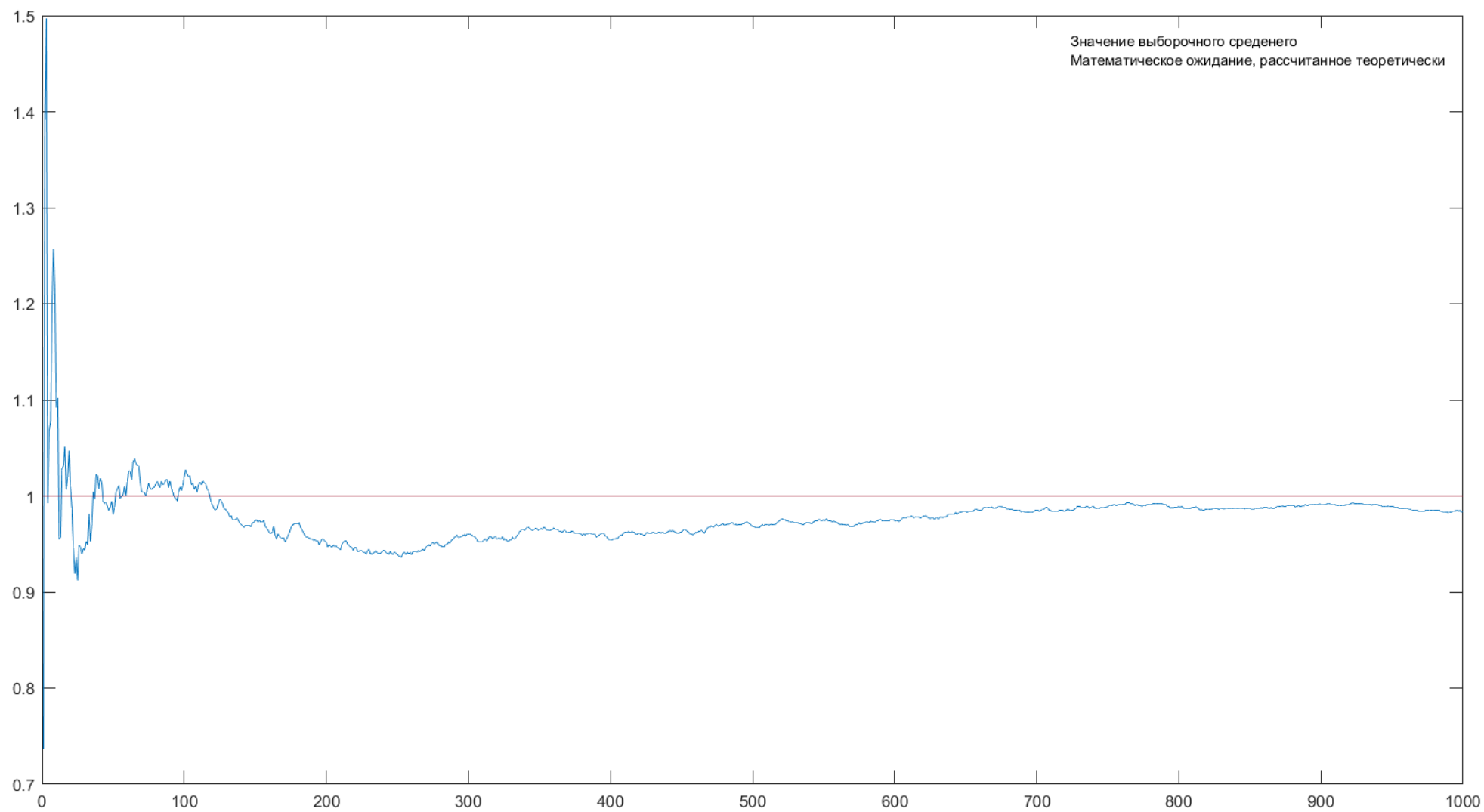


Рисунок 2 - Зависимость выборочного среднего от числа реализаций СВ

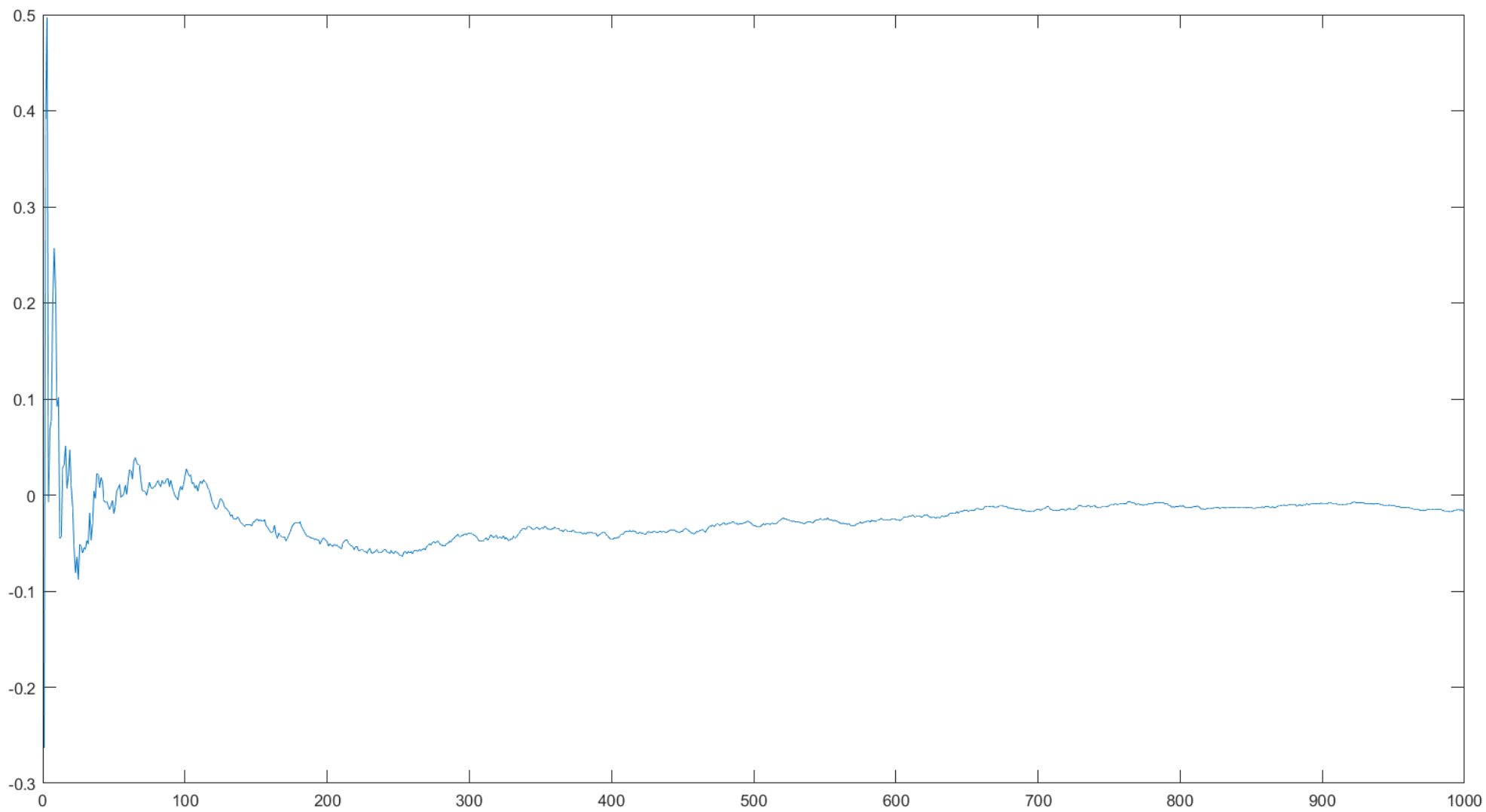


Рисунок 3 - Ошибка между величинами выборочного среднего и математического ожидания

## **Выводы**

1. По мере увеличения числа реализаций СВ в выборке ошибка между выборочным средним и математическим ожиданием стремится к 0, что следует из графика на рисунке 3.
2. На основе графиков на рисунках 1 и 2 можно сделать вывод, что для оптимальной оценки выборочного среднего достаточно 700 значений, а для оценки выборочной дисперсии достаточно 400 значений.