Задача 1. Човек хвърля монета и при прави крачка напред, а иначе - назад. Каква е вероятността след 10 хвърляния да се намира:

1. на мястото, откъдето е тръгнал;
2. на разстояние 2 крачки от началната си позиция;
3. на 5 крачки пред началната си позиция?

Задача 2. Играч залага 5 лева и има право да хвърли два зара. Ако хвърли две шестици печели 100 лева, а ако хвърли точно една шестица - 5 лева. Да се пресметне математическото очакване на печалбата на играча. Справедлива ли е играта?

Задача 3.
- Казино предлага следната игра: играч плаща A лева. След това хвърля монета, докато хвърли ези. Ако това се случи на n-тия ход, печели 2^n лева. При какви стойности на A бихте участвали?
- (Martingale strategy) Да разгледаме по-стандартна игра - казино предлага коефициент 2 при игра на ези/тура, т.е. при залог А, бихме спечелили чисто А. Играч залага само на ези, докато спечели, като удвоява залога си всеки път, когато не спечели. Каква е очакваната му печалба? Бихте ли пробвали?

Задача 4. Два зара се хвърлят последователно пет пъти. Каква е вероятността броят на хвърлянията, при които сумата от резултатите е шест, да бъде точно 2? Да се намери средната стойност на този брой.

Задача 5. А хвърля 3 монети, а В - 2. Печели този, който хвърли повече езита и взима всичките 5 монети. В случай на равен брой печели Б. Каква е вероятността А да спечели? Ако е спечелил А, каква е вероятността В да е хвърлил точно едно ези? Каква е средната печалба на играчите?

Задача 6. Извършва се серия от независими бернулиеви опити с вероятност за успех на p. Да се пресметне вероятността r-тия успех да настъпи точно на $(k+r)$-тия опит. Алтернативна формулировка: Нека $X_1, X_2, \dots \sim Ber(p)$ са независими еднакво разпределени случайни величини (н.е.р.с.в. / iid). Как бихте формулирали въпроса на задачата чрез X_i?

Задача 7. (Banach's matchbox problem) Пушач носи в джоба си две кутии кибрит с по n клечки. Всеки път, когато иска да запали, той избира произволна кутия и вади една клечка. След известно време той забелязва, че едната кутия е празна. Каква е вероятността в този момент в другата да са останали точно $k \leq n$ клечки?

Задача 8. Подводница стреля n пъти последователно по кораб. Всяко торпедо улучва с вероятност p. Корабът има m отсека и ако торпедо улучи кораба, вероятността да наводни кой да е от тях е една и съща. Каква е вероятността корабът да бъде потопен, ако за това е необходимо да се наводнят поне два отсека?

Задача 9. Нека съществуват две равно вероятни и единствено възможни хипотези относно вероятността за успех при един опит: $H_0 : p_0 = 1/2$ и $H_1 : p_1 = 2/3$. Коя от двете хипотези има по-голяма апостериорна вероятност, ако при провеждането на 200 опита са настъпили 120 успеха?

Задача 10. Хвърлят се два зара. Нека случайната величина X е сумата от падналите се точки. Да се намери разпределението, очакването и дисперсията на X, ако заровете са

1. правилни;
2. $\mathbb{P}(1) = \mathbb{P}(6) = 1/4, \mathbb{P}(2) = \mathbb{P}(3) = \mathbb{P}(4) = \mathbb{P}(5) = 1/8$.

Ще бъде ли необичайно, ако при хвърлянето на 1000 зара сумата е била повече от 3700?

Задача 11. От урна съдържаща 5 бели и 3 черни топки се избират последователно, една по една топки докато се появи бяла. Да се намери разпределението, очакването и дисперсията на случайната величина $X =$ "брой на изтеглените черни топки"при извадка

1. без връщане;
2. с връщане.

Опитът се повтаря 1000 пъти. Да се оцени вероятността да са извадени повече от 900 черни топки.

Задача 12. Вероятността за улучване на цел при един изстрел е равна на 0.001. За поразяване са необходими поне две попадения. Каква е вероятността за поразяване на целта, ако за това са нужни две попадения и са направени 5000 изстрела?

Задача 13. В кутия има 7 лампи, от които 3 са дефектни. По случаен начин се избират за проверка 4 лампи. Да се намери разпределението на случайната величина $X =$ "брой на изпробваните дефектни лампи"и да се пресметне нейното очакване.

Задача 14. В Патагония на месец се регистрират средно две слаби земетресения. Каква е вероятността за три месеца да има по-малко от четири слаби земетресения?

Задача 15. 80% от принтерите за домашна употреба работят добре при инсталирането им, а останалите имат нужда от допълнителни настройки. Фирма продава 10 принтера за една седмица. Намерете вероятността поне 9 от тях да работят без нужда от допълнителни настройки. Каква е съответната вероятност това да се случи за пет поредни месеца? Каква е вероятността, първата седмица, за която това не се случва да е точно 21-та?

Задача 16. A и B стрелят по мишена, като стрелят едновременно, а ако никой не улучи - стрелят отново. A улучва с вероятност 0.2, а B - с 0.3. Каква е вероятността A да улучи, а B - не. Какъв е средният брой изстрели, необходими за уцелване на мишената?

Задача 17. A и B играят последователно партии, като A печели една партия с вероятност 2/3, а B - с 1/3. Равни партии не са възможни. Играта продължава докато някой спечели две последователни партии. Нека X е случайната величина "брой на изиграните партии". Да се определи разпределението и математическото очакване на X.

Задача 18. Нека ξ, η са независими случайни величини с разпределение $P(\xi = k) = P(\eta = k) = q^k p, k = 0, 1, \ldots, p > 0, p + q = 1$. Нека $\zeta = \max(\xi, \eta)$.

1. Да се намери разпределението на ζ.

2. Да се намери разпределението на $\tau = (\zeta, \xi)$.

Задача 19. В урна има 3 бели и 2 черни топки. От урната теглим последователно без връщане топки. Нека ξ е номерът на тегленето на първата бяла топка. След това продължаваме да теглим, докато се появи черна топка. Нека η е номерът на опита на тегленето на първата черна топка след първата бяла. Дефинираме $\eta = 6$, ако няма такава. Да се определи

- съвместното разпределение на η и ξ;

- $\mathbb{P}(\eta > 2|\xi = 1)$ и $\mathbb{P}(\eta = 3|\xi < 3)$.

Задача 20. Хвърляме два червени и един син зар. Нека ξ е броят на шестиците върху червените зарове, а η е броя на двойките върху трите зара. Да се определи

- съвместното разпределение на η и ξ;

- $\mathbb{P}(\xi > 0|\eta = 1)$.

Задача 21. От числата $1, 2, 3, 4$ и 5 се избират по случаен начин три. Нека случайната величина $X =$ "средното по големина от избраните три", а $Y =$ "най-малкото от избраните числа". Да се намери

1. съвместното разпределение на X и Y;

2. маргиналните разпределения на X и Y;

3. да се провери дали X и Y са независими;

4. ковариацията и коефициента на корелация на X и Y;

5. разпределението, очакването и дисперсията на случайната величина $Z = X - 2Y$.

Задача 22. Четири пъти последователно се хвърля монета. Нека X е броят езита, паднали се при първите три хвърляния, а Y - броят езита от последните две. Да се намери

1. съвместното разпределение на X и Y;

2. условните разпределения на X и Y, т.е. $\mathbb{P}(X = k|Y = l)$ и $\mathbb{P}(Y = k|X = l)$ за подходящи k и l;

3. $\mathbb{P}(X = Y), \mathbb{P}(X > 1|Y = 1)$ и $P(X + Y > 2|X = 2)$;

4. разпределенията на $E(X|Y)$ и $E(Y|X)$.

Задача 23. Билетите в лотария имат номера от 0 до 999999. Да се определи вероятността случайно избран билет

1. да има сума от цифрите, равна на 21;

2. да има равна сума от първите три и последните три цифри;

3. сумата от първите три цифри да е с 2 по-голяма от сумата на последните три.