СЕМ, СИ 3-ти курс, групи 4 и 5, 2021/2022 3. Дискретни вероятности, формула за пълната вероятност, формула на Бейс

**Задача 1.** Дадени са две партиди от съответно 12 и 10 изделия. Във всяка има по едно дефектно. По случаен начин се избира изделие от първата партида и се прехвърля във втората, след което избираме случайно изделие от втората партида. Каква е вероятността то да е дефектно?

Задача 2. Разполагаме с три стандартни зара и един, чийто страни са само шестици. По случаен начин избираме три от заровете и ги хвърляме. Да се определи вероятността да се паднат

- 1. три шестици;
- 2. различни цифри;
- 3. последователни цифри?

**Задача 3.** Дадени са n урни, всяка от тях има с m бели и k черни топки. От първата урна се тегли топка и се прехвърля във втората, след това от втората една топка се прехвърля в третата и т.н. Каква е вероятността от последната урна да бъде изтеглена бяла топка?

**Задача 4.** В кутия има 7 топки за тенис, от които 4 са нови. За първата игра по случаен начин се избират три топки, които след играта се връщат обратно в кутията. За втората игра също случайно се избират три топки. Каква е вероятността те да са нови?

Задача 5. Петнадесет изпитни билета съдържат по два въпроса и покриват целия конспект от 30 въпроса. Студент може да отговори на 25 въпроса. Каква е вероятността той да вземе изпита, ако за това е нужно той да отговори на двата въпроса в един билет или на един от двата въпроса, а след това и на посочен въпрос от друг билет?

**Задача 6** (Kahneman, Thinking Fast and Slow). В град с две фирми за таксита, синя и зелена, през нощта се случва катастрофа с участието на такси, от която шофьорът на таксито бяга. Разполагате със следните данни:

- 85% от всички таксита са зелени и 15% са сини;
- свидетел дава показания, че таксито е било синьо;
- $\bullet$  експертиза установява, че свидетелят определя правилно синьо/зелено в 80% от случаите и греши в останалите 20%.

Каква е вероятността колата наистина да е била синя?

Задача 7. Разполагаме с тест за рядко заболяване, който е точен в 99% от случаите и при заразените (когато трябва да е положителен), и при незаразените (когато трябва да е отрицателен). Ако знаете, че 0.5% от населението има това заболяване, каква е вероятността случайно избран човек с положителен тест да е болен?

Задача 8. В компютърен център има три принтера A, Б и В. Заявките за печат се изпращат към първия свободен принтер. Вероятностите заявка да бъде изпратена към A, Б или В са съответно 0.6, 0.3 и 0.1. Вероятността за всеки от принтерите да провали печатането е съответно 0.01, 0.05 и 0.04. Ако печатането на даден документ е било прекратено, каква е вероятността причината да е грешка в принтера A?

**Задача 9.** Дадени са три жетона. Първият има две бели страни, вторият две черни, а третият една бяла и една черна страна. По случаен начин се избира жетон и се хвърля върху маса. Ако горната страна на жетона е бяла, каква е вероятността другата му страна която не се вижда също да е бяла?

Задача 10. Изпит се провежда по следния начин: във всеки билет има написан един въпрос с четири отговора, от които само един е верен. Предполагаме, че студент знае 90% от въпросите, а ако не знае верния отговор, налучква. Каква е вероятността студент, който е отговорил правилно, да не е знаел верният отговор, а да е налучкал?

**Задача 11.** Трима ловци едновременно стрелят по заек. Заекът е убит от един куршум. Каква е вероятността той да е изстрелян от първия ловец, ако те уцелват с вероятност, съответно 0.2, 0.4 и 0.6?

Задача 12. Раздаваме последователно картите от стандартно тесте карти. Ако за първи път видим червено асо на 6-та позиция, каква е вероятността след това да видим първо червено преди черно асо?

**Задача 13.** На изпит се явяват 100 студенти, 55 момчета и 45 момичета. Момичетата взимат изпита с вероятност 0.7, а момчетата - с 0.4. След изпита се избират три резултата. Два от тях се оказали успешни, а един неуспешен. Каква е вероятността и трите резултата да са на момичета?

**Задача 14.** По време на поход достигате до разклонение и не сте сигурни коя посока е правилната към определената цел. Средно 2/3 от посетителите са добронамерени туристи и отговарят вярно в 1/6 от случаите, а останалата 1/3 са опитни местни, които не грешат.

Отговорите на различните въпроси са независими, дори и да питате същия човек същия въпрос!

- 1. Питате случаен минувач коя от двете посоки е правилната ляво или дясно. Ако отговорът е "ляво", каква е вероятността той да е верен?
- 2. Повтаряте същия въпрос към същия минувач и получавате същия отговор. Каква е вероятността той да е верен? (Тъй като отговорите са случайни и независими, не знаете а priori дали ще получите същия отговор или пък дали първият отговор е бил верен.)