Домашна работа №1

по „Статистика и емпирични методи“

Факултет по математика и информатика

специалност „Софтуерно инженерство“

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Име и фамилия | Факултетен номер | Група |
| Павел Сарлов | 62393 | 5 |

СЪДЪРЖАНИЕ

[Задача 1. 2](#_Toc92615300)

[Задача 2. 2](#_Toc92615301)

[Задача 3. 3](#_Toc92615302)

[Задача 4. 4](#_Toc92615303)

[Задача 5. 4](#_Toc92615304)

[Задача 6. 5](#_Toc92615305)

[Задача 7. 5](#_Toc92615306)

[Задача 8. 6](#_Toc92615307)

[Задача 9. 7](#_Toc92615308)

Задача 1. От 10 стандартни тестета от 52 карти се тегли по една карта. Намерете вероятността в получената ръка от 10 карти

1. да няма повтарящи се;
2. има поне три аса;
3. да има четири спатии, три кари, две купи и една пика;
4. броят на черните карти да е с точно 4 повече от броя на червените, ако е известно, че черните карти са повече от червените

**Решение:**

1. Интуитивно си фиксираме първата и за останалите 9 имаме или трябва да си изберем 10 от 52, да ги пермутираме и да разделим на всички възможни, т.е.:

т.е. имаме биномно разпределение където .

т.е за 4-те спатии имаме 10 позиции, за 3-те кари ни остават 6, за 2-те купи – 3, за пиката – 1, като за всяка имаме вероятност , цялото това го делим на всички възможни.

1. Единственият случай, в който имаме точно 4 повече черни, е когато черните са 7, а червените са 3. Знаем, че черните са повече, т.е. . Нека . Имаме , където , тъй като броят на черните и червените е равен. Тогава:

Задача 2. Всички изделия в дадена партида са изправни, а в друга, 1/4 от изделията са за брак. Изделие, взето от случайно избрана партида, се оказва изправно. Да се пресметне вероятността второ случайно избрано изделие от същата партида да се окаже за брак, ако след проверката на първото изделие, то е било върнато обратно в своята партида.

**Решение:**

Имаме

Тъй като знаем, че първото е изправно, пропускаме . Тогава:

Задача 3. Дете има в левия си джоб четири монети от 1 лв. и три монети от 2 лв., а в десния си джоб две монети от 1 лв. и една монета от 2 лв. Детето прехвърля две монети от левия си в десния си джоб, след това връща обратно две монети от десния в левия. Накрая, детето вади монета от десния си джоб. Каква е вероятността тя да е от 1 лв.?

**Решение:**

Нека:

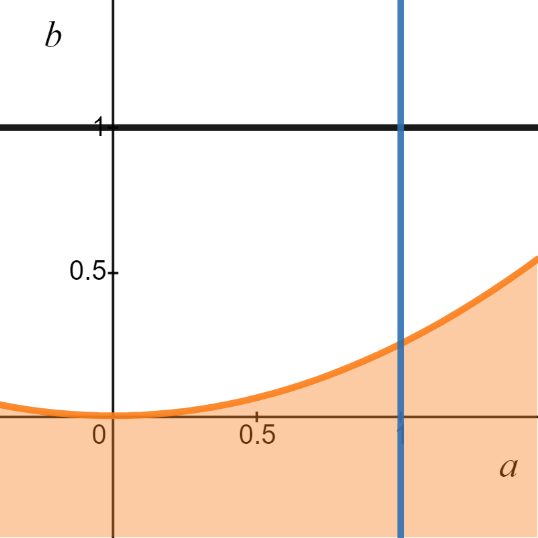
Тогава имаме, че:

След което трябва да прилагаме формулата за пълната вероятност:

Накрая от верижното правило получаваме:

Задача 4. Каква е вероятността корените на квадратното уравнение да бъдат реални числа?

**Решение:**

**За да имаме реални корени, трябва:

т.е. намираме лицето на оцветената част в квадрата:

Задача 5. Два различими зара се хвърлят един след друг последователно десет пъти. Каква е вероятността броят на хвърлянията, при които на първия зар се падат повече точки, отколкото на втория да бъде:

1. точно 4;
2. не повече от 5?

**Решение:**

Нека , тогава:

Имаме биномно разпр.

1. Искаме точно 4 пъти това да се е случило, т.е.:
2. За да се е случило не повече от 5 пъти трябва да се е случило 1 или 2 или ... или 5 пъти, т.е.:

Задача 6. Изразете чрез сума вероятността от 100 хвърляния на два зара да има поне поне 80 опита, при които сумата им е била над 10. Направете приближения на тази вероятност чрез Поасоново и чрез нормално разпределение. Използвайте компютър, за да сравните получените стойности.

**Решение:**

Нека . Тогава

За приближение с Поасоново фиксираме . Тогава

За приближение с нормално разпределение имаме:

което е всъщност

Задача 7. По две от страните на правилен зар са оцветени в съответно бяло, зелено и червено. Хвърляме този зар два пъти. Нека X е броят на падналите се бели, а Y - на падналите се червени страни. Да се намерят съвместното разпределение на X и Y, независими ли са, ковариацията им, .

**Решение:**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Y X | 0 | 1 | 2 |
| 0 |  |  |  |
| 1 |  |  | 0 |
| 2 |  | 0 | 0 |

Не са независими, тъй като .

Задача 8. Нека сл. вел. X приема стойности в и

е пораждащата ѝ функция.

1. Нека и , където са независими. Изразете чрез пораждащите фунцкии и .
2. Нека , т.е. за . Пресметнете и чрез нейна помощ намерете .

**Решение:**

Задача 9. Нека X и Y са независими сл. вел. и

Нека . Намерете очакванията и дисперсиите им.

**Решение:**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Y | 1 | 3 | 5 |
|  |  |  |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| X | -1 | 1 |
|  |  |  |