

**Докажете, че:**

$$e^{\Gamma(q,r)} = \max_{t \in T(q,r)} \widehat{\Pr}[t]$$

**Доказателство:**

Имаме, че:

$$\widehat{\Pr}[t] = \prod_{i=1}^k \widehat{\Pr}[op^i], t \in T(q,r)$$

$$\omega(op) = -\log \widehat{\Pr}[op]$$

$$\omega(t) = -\log \widehat{\Pr}[t] = \sum_{i=1}^k -\log \widehat{\Pr}[op^i] = \sum_{i=1}^k \omega(op^i),$$

$$t = (op^1, \dots, op^k)$$

От дефиницията на функцията  $\Gamma$  лесно се вижда, че тя връща минималното тегло за подравняването на думите  $q$  и  $r$ , тъй като рекурсивно се взима винаги теглото на операцията, която е с най-малка тежест, т.е.:

$$\Gamma(q,r) = \min_{t \in T(q,r)} \omega(t) = - \sum_{i=1}^k \log \widehat{\Pr}[op^i] = -\log \widehat{\Pr}[t]$$

Нека сега да експоненцираме двете страни:

$$\begin{aligned} e^{\Gamma(q,r)} &= e^{\min_{t \in T(q,r)} \omega(t)} \\ &= \min_{t \in T(q,r)} e^{-\log \widehat{\Pr}[t]} \\ &= \min_{t \in T(q,r)} \frac{1}{\widehat{\Pr}[t]} = \max_{t \in T(q,r)} \widehat{\Pr}[t] \end{aligned}$$

с което равенството е доказано.