

INTERPOLAÇÃO LINEAR E BILINEAR: APLICAÇÃO EM TRANSFORMAÇÕES GEOMÉTRICAS DE IMAGEM¹

VIEIRA, Giulia Denise Kujat²; GUBETTI, Milene Karine³; PENHARBEL, Éder Augusto⁴

RESUMO: Interpolação linear é um método matemático para estimar os valores desconhecidos de uma função em que não tenhamos uma expressão analítica, o valor da função será estimado utilizando dois pontos conhecidos da função que estamos interpolando. Para ligar os dois valores já conhecidos da função é utilizada uma reta, assim faremos uma estimativa que respeite a equação da reta. Para o caso bidimensional, utilizamos a interpolação bilinear que utilizará os pontos nos vértices do quadrado ao redor do ponto, realizando a estimativa em duas retas paralelas ao eixo das abscissas e uma reta paralela ao eixo das ordenadas. O respectivo trabalho realiza a ampliação de uma imagem, ou seja, faz uma transformação geométrica gerando coordenadas das quais não temos valores e, para determiná-los utilizamos a interpolação bilinear.

Palavras-chave: Interpolação linear. Interpolação bilinear. Ampliação de imagens.

INTRODUÇÃO

No contexto de processamento de imagens, consideramos uma imagem como uma matriz de linhas e colunas, cada intersecção de linha com coluna recebe o nome de pixel e para cada pixel é atribuído um valor de intensidade luminosa (grayscale) que pode variar de 0 (preto) até 255 (branco). É comum a necessidade de ampliar uma imagem, gerando novos pontos para os quais não temos o valor real. Exemplificando, uma imagem de 100x100 possui 10000 pixels, ao dobrar o tamanho da imagem, teremos 200x200, resultando em 40000 pixels, dos quais 10000 possuímos os valores reais e o restante serão determinados por meio de uma estimativa, a qual pode ser replica dos pontos dos quais possuímos valores ou utilização de um dos métodos de interpolação.

Existem diversos métodos de interpolação disponíveis, estudaremos a precisão de três métodos de interpolação, a saber: bilinear, cúbica e Lanczos. Também será investigado o impacto da aplicação do método mais simples de interpolação, bilinear.

A interpolação bilinear foi implantada em um software utilizando a linguagem de programação Python, permitindo o controle do tempo de execução e, portanto, passível de comparação. Comparamos, em termos de tempo a ampliação da imagem utilizando o método mais simples, a replicação de pixels para determinar o impacto da utilização deste método.

MATERIAL E MÉTODOS

O objeto de estudo é um conjunto contendo imagens digitais de cenários reais e métodos de interpolação de imagens. Os métodos de interpolação disponíveis no software GNU Gimp são: nenhuma, bilinear, cubica e Lanczos.

¹Categoria: Ensino Médio; Modalidade: Matemática Aplicada e/ou Inter-relação com Outras Disciplinas; Instituição: IFC Campus Blumenau

²Estudante do Curso Técnico em Informática Integrado ao Ensino Médio, giuliakj@hotmail.com

³Estudante do Curso Técnico em Informática Integrado ao Ensino Médio, milene.gubetti@outlook.com

⁴Professor Orientador, Instituto Federal Catarinense, Campus Blumenau, eder.augusto@blumenau.ifc.edu.br

A fim de determinar a qualidade dos métodos, as imagens de nosso conjunto foram rotuladas como imagens de referência. Cada imagem de referência deu origem a uma versão reduzida (metade do tamanho) utilizando um método específico. A imagem reduzida foi ampliada (dobro do tamanho) utilizando cada um dos métodos acima citados, gerando um conjunto de imagens interpoladas com o mesmo tamanho da imagem de referência.

Para determinar o método específico para gerar a imagem de referência foi escolhida uma imagem de uma cena real contendo texturas, foram criadas versões reduzidas com cada método disponível, para cada imagem reduzida foram feitas ampliações com todos os métodos, voltando ao tamanho original da tabela de referência. Foi calculado o erro entre cada uma das imagens de referência e suas respectivas versões ampliadas, dando origem a uma tabela para comparação dos resultados.

Como métrica de erro, adotamos o cálculo do erro quadrático médio (EQM), um número que é a soma acumulada do quadrado das distâncias entre o pixel da imagem ampliada e da imagem de referência. Portanto, quanto menor o EQM menor o erro entre a imagem referência e a imagem ampliada, e comparando os valores é possível estimar a qualidade. Na equação que descreve o EQM, R é a imagem de referência e A é a imagem ampliada.

$$\frac{1}{N} \sum_{i=0}^N (R_i - A_i)^2$$

Com o intuito de comparar o custo computacional da aplicação da interpolação, foram implementados dois programas de ampliação de imagens empregando a linguagem Python, o primeiro programa amplia a imagem e faz a réplica dos pixels para coordenadas da qual não temos os reais valores, já o segundo programa aplica interpolação bilinear. A fim de se evitar a influência do sistema operacional, são obtidas 120 medições das execuções de cada programa e são calculadas médias e desvios padrões.

Interpolação é um método matemático para estimar novos pontos entre pontos já conhecidos, quando utilizamos a interpolação linear fazemos a suposição que os pontos desconhecidos entre os conhecidos pertencem a uma reta. A Figura 1 ilustra o problema em questão, nela fica clara a interligação dos pontos conhecidos por meio de uma reta e mostra o ponto intermediário desconhecido.

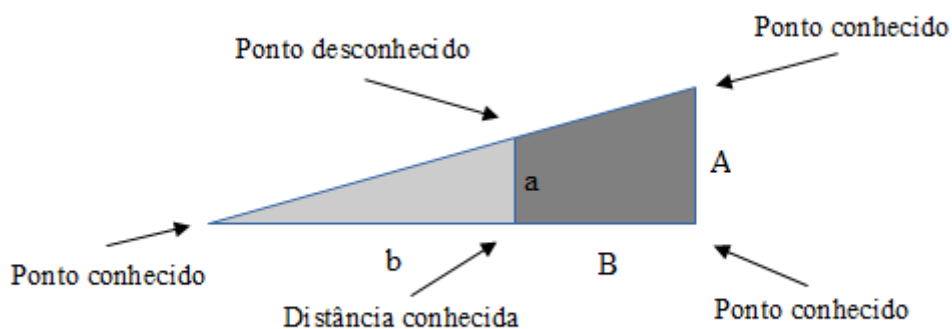


Figura 1 - Representação da interpolação linear

Na Figura 2 também é possível verificar a presença de dois triângulos semelhantes que podem ser utilizados para determinar o valor do ponto desconhecido, a razão do triângulo maior é igual a razão do triângulo menor, ou seja,

$$\frac{A}{B} = \frac{a}{b}$$

e fazendo manipulações algébricas sobre esta equação é possível determinar o valor de a .

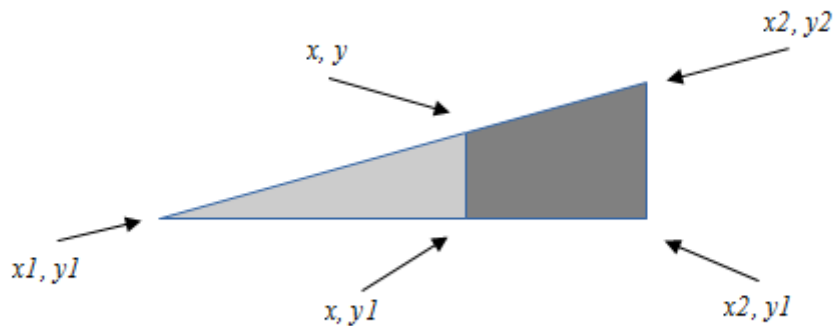


Figura 2 - Representação da interpolação linear com as coordenadas

O mesmo raciocínio pode ser aplicado considerando A como a diferença em y da altura y_2 e y_1 , B a diferença em x da distância x_2 e x_1 , a a diferença em y da altura y e y_1 e b a diferença em x da distância x e x_1 .

$$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{x - x_1}$$

$$y = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot (x - x_1) + y_1$$

Dado que uma imagem pode ser interpretada como uma função de duas variáveis é aplicada a interpolação bilinear, na qual utiliza-se quatro pontos ao redor do ponto a ser estimado, tais pontos descrevem um quadrado. Primeiro é feita a estimativa utilizando duas retas para duas linhas ao redor do ponto e finalmente uma terceira reta interligando as duas retas anteriores. A Figura 3 ilustra o posicionamento dos valores a serem interpolados e as retas que ligam tais pontos.

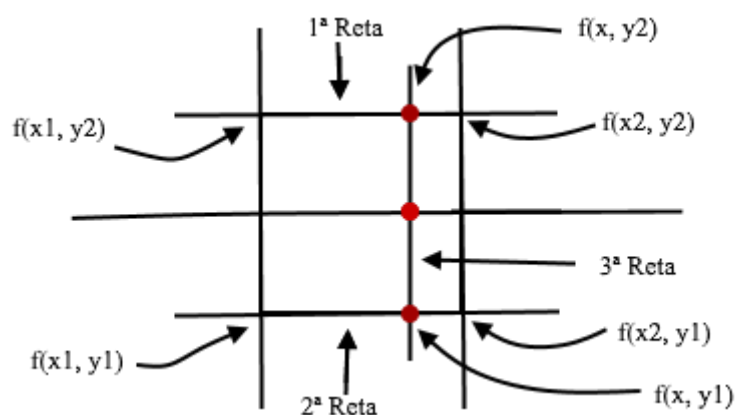


Figura 3 - Representação da interpolação bilinear

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Nosso trabalho visa comparar os métodos de interpolação para ampliação de imagens, para isso, é preciso determinar uma métrica para o erro, optamos pelo EQM. Com esta métrica em mãos, foi possível reduzir a imagem de referência utilizando todos os métodos de interpolação, bem como trazê-la novamente para seu tamanho original por meio de todos métodos. Com isto, foi possível determinar o melhor método para redução e ampliação.

A Tabela 1 descreve os resultados obtidos na análise dos métodos de interpolação, nesta tabela as linhas representam as versões reduzidas obtidas pelo nome do método na primeira coluna, as colunas representam o valor EQM entre a referência e a ampliação da imagem reduzida. Podemos verificar que o menor erro obtido é quando reduzimos a imagem com a interpolação Lanczos e ampliamos a mesma com a cúbica, e que a interpolação bilinear não está tão distante, em termos de EQM, do melhor método de interpolação.

Tabela 1 - Cálculo do EQM para determinação do melhor método de interpolação

	Nenhum	Bilinear	Cúbica	Lanczos
Nenhum	84,63	52,11	51,77	54,63
Bilinear	41,52	30,6	19,4	26,25
Cúbica	43,2	25,27	16,38	24,28
Lanczos	46,79	21,44	15,21	23,9

O próximo experimento descreve os tempos obtidos para realizar 120 interpolações bilineares contra o mesmo número de ampliações com réplica de pixels. Tal estudo visa compreender o impacto em termos do tempo de acréscimo das operações aritméticas empregadas para se interpolar bilinearmente a imagem. São executadas várias medições dado que o nosso processo não executa exclusivamente, sofrendo influências externas. É utilizado a média do total de execuções.

O tempo de execução da réplica dos pixels para ampliação em 4 vezes de uma imagem de 64x64 pixels foi em média de 30 milissegundos. Já o tempo de execução da interpolação

bilinear foi em média 186 milissegundos, ou seja, seis vezes maior que com a utilização da réplica dos pixels.

CONCLUSÕES

O impacto computacional da utilização de interpolação bilinear é significativo e demanda-se novos estudos sobre este fato, um deles é a utilização de linguagem C para verificar o tempo execução, suspeita-se que a utilização de listas de maneira ingênua impacte negativamente a implementação do método. Após tal estudo será possível dizer se é viável ou não a implementação de interpolação para ampliação de imagens em aplicações com restrições de tempo.

A respeito da qualidade da interpolação para ampliação, esperava-se que o melhor método seria o Lanczos, porém ficamos surpresos com a performance da interpolação cúbica. Para responder melhor aos resultados é necessário compreender outras influências como amostragem e aliasing.

REFERÊNCIAS

GONZALEZ, Rafael C.; WOODS, Richard E.. **Digital Image Processing**. 3. ed. New Jersey: Pearson Prentice Hall, 2008. 976 p.

IEZZI, Gelson et al. **Matemática: Ciência e Aplicações**. Vol. 1. 8. ed. São Paulo: Atual, 2014. 448 p.

IEZZI, Gelson et al. **Matemática: Ciência e Aplicações**. Vol. 3. 8. ed. São Paulo: Atual, 2014. 336 p.

PRESS, William H. et al. **Numerical Recipes: The Art of Scientific Computing**. 3. ed. New York: Cambridge University Press, 2007. 1256 p. Disponível em: <<http://apps.nrbook.com/empanel/index.html#>>. Acesso em: 20 set. 2016.