РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ДРУЖБЫ НАРОДОВ

Факультет/Институт: Инженерная академия

Кафедра: Институт космических технологий

КУРСОВАЯ РАБОТА

на тему:

«Расчет межпланетных траекторий перелёта»

01.03.02 «Прикладная математика и информатика»

Выполнил:

Студент группы ИПМбд-01-16 Студенческий билет №: 1032160153 Яблоновский Павел Алексеевич

Оглавление

Основные обозначения	3
Начальные данные	4
Введение	5
2. Расчет гелиоцентрического участка	6
межпланетной траектории перелёта (Внешняя задача)	6
2.1 Расчет параметров орбит Земли и планеты назначения	6
в конкретные даты старта	6
2.2 Определение параметров орбиты гелиоцентрического участка переле	ёта 9
2.2.1 Определение параметров плоскости гелиоцентрического участка траектории перелёта	9
2.2.2 Решение уравнения Ламберта	9
3. Расчет планетоцентрических участков траектории (Внутренняя задача	a) 14
4. Программный код, реализованный на С++	15
5. Результаты и их анализ	27
6. Список литературы	31

Основные обозначения.

а - большая полуось орбиты

е - эксцентриситет орбиты

р – параметр орбиты

r – радиус

V — орбитальная скорость

V_r — радиальная составляющая скорости

 V_{τ} — тангенциальная составляющая скорости

Е - эксцентрическая аномалия

9 — истинная аномалия

і – наклонение орбиты

 Ω — долгота восходящего угла

ω – аргумент перицентра

и – аргумент широты

μ – гравитационная константа

 π — долгота перицентра

ф — угловая дальность перелёта

D – дата старта

Ка – космический аппарат

Ис — искусственный спутник

Нижние индексы

з - Земля

пл – планета

сф - сфера действия

кр - круговая

∑ – суммарный

т.п. – траектория перелёта

1 - точка старта

2 – точка прилёта

Начальные данные

	Земля	Mapc		
Планета				
Параметр				
a, [a, e]	1	1,523691		
е	0,01672	0,09336		
I [рад]	0	0,032		
Ω [рад]	0	0,859		
π [рад]	1,78374	5,81		
п [рад/сут]	0,017202	0,009146		
λ [рад]	1,74338	0,775		
D ₀ [сут]	2435839 (ю)	2435839 (ю)		
$\mu \left[\frac{\kappa^3}{c^2} \right]$	3,986*10 ⁵	4,288*10 ⁴		
r _{cф} [млн.км.]	0,925	0,577		
$\mu_{c} = 1,327*10^{11} \left[\frac{\text{KM}^{3}}{c^{2}} \right]$				

$N_{\underline{0}}$	Планета	D_{cr}	t ₁₋₂ , сут	$H_{\kappa pOИC3}$, км	$H_{\kappa pOUCn\pi}$,
	назначения				KM
23	Mapc	10.12.2023	190	60 000	6 000

Введение

Точные методы решения задачи межпланетных перелётов, при которых необходимо учитывать притяжение нескольких небесных тел и использовать численные методы решения задачи, часто оказываются неприемлемыми из-за своей громоздкости и трудоемкости при проведении большого числа расчетов, связанных с выбором оптимальных траекторий перелёта (даты старта и прибытия), необходимых энергетических затрат.

При проведении проектно-баллистических расчетов обычно пользуются приближенными методами, которые основаны на разбиении межпланетной траектории на участки преимущественно гравитационного воздействия одного из небесных тел, что позволяет на каждом из них учитывать притяжение только одного небесного тела. Обычно выделяют три участка межпланетной траектории: геоцентрический, гелиоцентрический и планетоцентрический. Границы этих участков определяются сферами действия Земли и планеты назначения, причем сферы действия, а, следовательно, и их границы перемещаются в соответствии с орбитальным движением планет. Принято расчет планетоцентрических участков называть внутренней задачей (движение внутри сферы действия), а гелиоцентрический участок, соответственно, внешней задачей (движение вне сферы действия). При расчете гелиоцентрического участка размерами сфер действия можно пренебречь, т.е. принять, что сферы действия планет стянуты в точки, которые совпадают с центром масс планет.

1. Цель и содержание курсовой работы

Целью данной курсовой работы является усвоение лекционного материала и приобретение практических навыков расчета межпланетных траекторий перелёта с учетом реальных параметров орбит, их эллиптичности и компланарности для заданных даты старта и продолжительности перелёта.

В процессе выполнения курсовой работы должны быть определены:

- фазовые координаты (координаты и составляющие скорости) точки отлёта на орбите Земли и точки прилёта на орбите планеты назначения в заданные даты старта и прилёта;
- параметры гелиоцентрического участка траектории (i , Ω , ω , a , e);
- фазовые координаты точки старта и прилёта КА на гелиоцентрической траектории;

- скорости КА относительно Земли и планеты назначения (скорости на границах соответствующих сфер действия) в моменты старта и прилёта;
- импульсы скорости для ухода с орбиты ИСЗ и перехода на орбиту ИС планеты назначения (энергетические затраты) в зависимости от даты старта и продолжительности перелёта.

2. Расчет гелиоцентрического участка

межпланетной траектории перелёта (Внешняя задача)

2.1 Расчет параметров орбит Земли и планеты назначения

в конкретные даты старта

Введем гелиоцентрическую декартовую систему координат ОХҮZ. Ось ОХ направлена в точку весеннего равноденствия, оси ОХ и ОҮ лежат в плоскости эклиптики, ОZ направлена к северному полюсу эклиптики.

Задано: дата старта D_1 , время перелёта t_{12} , высоты круговых орбит ИС планеты старта (Земли) и планеты назначения.

Рассмотрим гелиоцентрический участок перелёта Земля — планета назначения. Будем отсчитывать даты старта D_1 и прилета $D_2 = D_1 + t_{12}$ от некоторой даты D_0 , для которой известны параметры орбит Земли и планеты назначения. Рассматриваются даты старта юлианского календаря.

Заданы нижеследующие параметры орбит в юлианскую дату старта D_0 : большая полуось — а, эксцентриситет — е, наклонение плоскости орбиты к плоскости эклиптики — і, долгота восходящего узла — Ω , средняя долгота перицентра — π , орбитальный период — T, среднесуточное движение $n=\frac{2pi}{T}$, средняя долгота — λ .

Даты D_1 и D_2 должны отличаться от даты D_0 настолько, чтобы можно было пренебречь возмущениями элементов орбит.

Располагая параметрами орбит Земли и планеты назначения в момент D_0 , определим положение Земли и планеты назначения на их орбитах в моменты D_1 и $D_2 = D_1 + t_{12}$ (углы истинной аномалии ϑ_1 и ϑ_2 , а также координаты точек отлёта и прилёта в гелиоцентрической системе координат X_1, Y_1, Z_1 и X_2, Y_2, Z_2).

Для определения значения θ_1 и θ_2 определим вначале углы эксцентрической аномалии, решая уравнение Кеплера:

$$\begin{split} E-e\sin E &= M \quad \text{, где} \\ M &= M_0 + n(t-t_0) \quad \text{,} \\ M_0 &= \lambda_0 - \pi_0, \\ n &= \frac{\sqrt{\mu_c}}{a^{3/2}} \end{split}$$

Уравнение Кеплера решается методом итераций.

Угол истинной аномалии θ_i , гелиоцентрический радиус точек старта и прилёта — r_i , радиальная и трансверсальная составляющие орбитальной скорости Земли и планеты назначения V_{r_i} и V_{τ_i} в моменты D_1 и D_2 , соответственно определяются по формулам 2, 3, 4.

$$\begin{split} \vartheta_{i} &= 2 \arctan \sqrt{\frac{1+e_{i}}{1-e_{i}}} \ tg \frac{E_{i}}{2} \quad , \ \\ r_{i} &= \frac{a_{i} \ (1-e_{i}^{2})}{1+e_{i} \cos \vartheta_{i}} \qquad (3) \\ V_{r_{i}} &= \sqrt{\frac{\mu_{c}}{a_{i} \ (1-e_{i}^{2})}} \ e_{i} \sin \vartheta_{i} \\ V_{\tau_{i}} &= \sqrt{\frac{\mu_{c}}{a_{i} \ (1-e_{i}^{2})}} \ (1+e_{i} \cos \vartheta_{i}) \end{split}$$

 $V_{i} = \sqrt{{V_{r_{i}}}^{2} + {V_{\tau_{i}}}^{2}}$,

$$i=1,2$$
 , где «1» - соответсвует точке старта с орбиты Земли «2» - соответвует точке прилёта на орбиту планеты назначения.

Определим координаты радиуса вектора r_i и орбитальной скорости V_i в орбитальной системе координат, а зайдем перейдем к принятой гелиоцентрической системе координат.

Орбитальная система координат: плоскость $\widetilde{O}\widetilde{X}\widetilde{Y}$ совпадает с плоскостью орбиты соответствующей планеты. Ось $\widetilde{O}\widetilde{X}$ направлена в перицентр соответствующей планеты, ось $\widetilde{O}\widetilde{Y}$ ей перпендикулярна, ось $\widetilde{O}\widetilde{Z}$ перпендикулярна плоскости $\widetilde{O}\widetilde{X}\widetilde{Y}$ и составляет правую систему координат.

$$\begin{split} \widetilde{y_i} &= r_i \sin \vartheta_i \\ \widetilde{z_i} &= 0 \end{split} \tag{5}$$

$$V_{\widetilde{x_i}} &= V_{r_i} \cos \vartheta_i - V_{\tau_i} \sin \vartheta_i \\ V_{\widetilde{y_i}} &= V_{r_i} \sin \vartheta_i + V_{\tau_i} \cos \vartheta_i \\ V_{\widetilde{z_i}} &= 0 \end{split} \tag{6}$$

Переход от системы координат $\widetilde{O}\widetilde{X}\widetilde{Y}\widetilde{Z}$ к гелиоцентрической системе OXYZ осуществляется с помощью с помощью матрицы перехода:

$$A = \begin{matrix} l_1 & m_1 & n_1 \\ l_2 & m_2 & n_2 \\ l_3 & m_3 & n_3 \end{matrix} ; \quad (8)$$

 $\widetilde{x_i} = r_i \cos \theta_i$

$$X = l_1 \tilde{x} + m_1 \tilde{y} + n_1 \tilde{z}$$

 $Y = l_2 \tilde{x} + m_2 \tilde{y} + n_2 \tilde{z}$
 $Z = l_3 \tilde{x} + m_3 \tilde{y} + n_3 \tilde{z}$, где

$$\begin{split} &l_1 = \cos \omega \cos \Omega - \sin \omega \sin \Omega \cos i \\ &m_1 = -\sin \omega \cos \Omega - \cos \omega \sin \Omega \cos i \\ &n_1 = \sin \Omega \sin i \end{split}$$

$$\begin{split} &l_2 = -\cos\omega\sin\Omega + \sin\omega\cos\Omega\cos i\\ &m_2 = -\sin\omega\sin\Omega + \cos\omega\cos\Omega\cos i\\ &n_2 = -\cos\omega\sin i \end{split} \tag{9}$$

$$l_3 = \sin \omega \sin i$$

$$m_3 = \cos \omega \sin i$$

$$n_3 = \cos i$$

$$\omega = \pi - \Omega ,$$

Расчеты проводятся для точки 1 (старта) и точки 2 (прилёта). Параметры соответствующих орбит приведены в исходных данных, см. таблицу 1.

- 2.2 Определение параметров орбиты гелиоцентрического участка перелёта
 - 2.2.1 Определение параметров плоскости гелиоцентрического участка траектории перелёта.

Векторы $\overline{r_1}$ и $\overline{r_2}$ определяют плоскость гелиоцентрического участка траектории. Угол наклона траектории перелёта определяется по формуле:

$$\cos i_{\text{\tiny T.II.}} = \frac{|x_1 y_2 - x_2 y_1|}{\sqrt{(y_1 z_2 - y_2 z_1)^2 + (x_2 z_1 - x_1 z_2)^2 + (x_1 y_2 - x_2 y_1)^2}}$$
 (10)

$$0 < i_{\scriptscriptstyle \mathrm{T.II.}} < \frac{Pi}{2}$$
,

Долгота восходящего узла $\Omega_{\scriptscriptstyle {
m T.H.}}$ определяется из соотношений :

$$\sin\Omega_{\rm T.II.} = \frac{(y_1\,z_2 - y_2z_1)sign(x_1\,y_2 - x_2\,y_1)}{\sin i\,\sqrt{(y_1\,z_2 - y_2z_1\,)^2 + (x_2\,z_1 - x_1\,z_2)^2 + (x_1\,y_2 - x_2\,y_1)^2}}$$

$$\cos \Omega_{\text{\tiny T.II.}} = \frac{(x_1 \, z_2 - x_2 \, z_1) sign(x_1 \, y_2 - x_2 \, y_1)}{\sin i \, \sqrt{(y_1 \, z_2 - y_2 z_1)^2 + (x_2 \, z_1 - x_1 \, z_2)^2 + (x_1 \, y_2 - x_2 \, y_1)^2}}$$
(11)

$$0 < \Omega_{\scriptscriptstyle \mathrm{T.II.}} < 2Pi$$
,

Параметры $\Omega_{\text{т.п.}}$ и $i_{\text{т.п.}}$ гелиоцентрического участка траектории КА полностью определяют положение плоскости перелёта в эклиптической системе координат.

2.2.2 Решение уравнения Ламберта

Угловая дальность перелёта φ определяется из соотношений (12) :

$$\cos \varphi = \frac{x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}}$$

$$\sin \varphi = \frac{\sqrt{(y_1 z_2 - y_2 z_1)^2 + (x_2 z_1 - x_1 z_2)^2 + (x_1 y_2 - x_2 y_1)^2}}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}} \operatorname{sign}(x_1 y_2 - x_2 y_1)$$
(12)

Вычисление элементов орбиты перелёта сводится к решению задачи Ламберта, которая позволяет по известным значениям радиусов r_1 и r_2 , угловому расстоянию между ними φ , времени перелёта t_{12} определить величину большой полуоси орбиты перелёта a.

Ниже приведена последовательность вычислений по определению величины a.

Рассмотрим наиболее характерный случай перелёта по эллиптической орбите ($0 < \varphi < 2Pi$).

Как показано в работах [1] в этом случае существует единственное решение уравнения Ламберта.

Предварительно вычисляем время $t_{\rm rp}$ перелёта по граничной эллиптической орбите, для которой

$$a=rac{r_1+r_2+s}{4}$$
, где

$$s = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

длина хорды, соединяющей начальную и конечную точки траектории.

$$t_{\rm rp} = \frac{(r_1 + r_2 + s)^{3/2}}{8\sqrt{\mu_{\rm c}}} \left\{ Pi \pm \left[2 \arcsin \sqrt{\frac{r_1 + r_2 - s}{r_1 + r_2 + s}} - \sin(2 \arcsin \sqrt{\frac{r_1 + r_2 - s}{r_1 + r_2 + s}}) \right] \right\}$$
(13)

где
$$0 < arcsin \sqrt{\frac{r_1 + r_2 - s}{r_1 + r_2 + s}} < \frac{Pi}{2}$$

 $\mu_{\rm c}$ - гравитационный параметр Солнца,

Знак (+) относится к случаю $Pi < \varphi < 2Pi$

Знак (-) относится к случаю $0 < \varphi < Pi$

Сравниваем время перелёта t_{12} с $t_{\rm rp}$. Если $t_{12} < t_{\rm rp}$, то перелёт совершается по эллиптической орбите первого рода [1], для которой

$$a > \frac{r_1 + r_2 + s}{4}$$

и вычисляется из трансцендентного уравнения (14):

$$\begin{split} t_{12} &= \frac{a^{3/2}}{\sqrt{\mu_{\rm c}}} \bigg\{ 2 \arcsin \sqrt{\frac{r_1 + r_2 + s}{4a}} - \sin \bigg(2 \arcsin \sqrt{\frac{r_1 + r_2 + s}{4a}} \bigg) \mp \\ & \bigg[2 \arcsin \sqrt{\frac{r_1 + r_2 - s}{4a}} - \sin \bigg(2 \arcsin \sqrt{\frac{r_1 + r_2 - s}{4a}} \bigg) \bigg] \bigg\}, \ (14) \end{split}$$
 где $0 < \arcsin \sqrt{\frac{r_1 + r_2 + s}{4a}} < \frac{Pi}{2}$

$$0 < arcsin \sqrt{\frac{r_1 + r_2 - s}{4a}} < \frac{Pi}{2} \qquad (15)$$

В случае $t_{12} > t_{\rm rp}$ перелёт совершается по эллиптической орбите второго рода с большой полуосью

$$a > \frac{r_1 + r_2 + s}{4}$$

и вычисляется из трансцендентного уравнения (16):

$$\begin{split} t_{12} &= \frac{a^{3/2}}{\sqrt{\mu_{\rm c}}} \bigg\{ 2Pi - \left[2 \arcsin \sqrt{\frac{r_1 + r_2 + s}{4a}} - \sin 2 \arcsin \sqrt{\frac{r_1 + r_2 + s}{4a}} \right] \mp \\ &\left[2 \arcsin \sqrt{\frac{r_1 + r_2 - s}{4a}} - \sin \left(2 \arcsin \sqrt{\frac{r_1 + r_2 - s}{4a}} \right) \right] \bigg\} (16) \end{split}$$

При этом ограничения (15) сохраняются. Уравнения решаются численно одним из итерационных способов.

Эксцентриситет эллиптической орбиты перелёта определяется из соотношения (17):

$$e = \sqrt{\left(\frac{2a - r_1 - r_2}{2a\cos\frac{\varepsilon - \delta}{2}}\right)^2 + \left(\frac{r_2 - r_1}{2a\sin\frac{\varepsilon - \delta}{2}}\right)^2} \tag{17}$$

гле

$$\sin\frac{\varepsilon}{2} = \sqrt{\frac{r_1 + r_2 + s}{4a}};$$

$$\sin\frac{\delta}{2} = \sqrt{\frac{r_1 + r_2 - s}{4a}};$$

При этом должны учитываться ограничения :

- для орбиты первого рода

$$0 < \frac{\varepsilon}{2} < \frac{Pi}{2}$$
 при $0 < \varphi < 2Pi$

$$0 < \frac{\delta}{2} < \frac{Pi}{2}$$
 при $0 < \varphi < Pi$

$$\frac{3Pi}{2} < \frac{\delta}{2} < 2Pi$$
 при $Pi < \varphi < 2Pi$

- для орбиты второго рода

$$\frac{Pi}{2} < \frac{\varepsilon}{2} < Pi \quad \text{при} \quad 0 < \varphi < 2Pi$$

$$0 < \frac{\delta}{2} < \frac{Pi}{2} \quad \text{при} \quad 0 < \varphi < Pi$$

$$\frac{3Pi}{2} < \frac{\delta}{2} < 2Pi \quad \text{при} \quad Pi < \varphi < 2Pi$$
(19)

По известным значениям a и е определим аргумент перигелия ω . Первоначально определим значения эксцентрических аномалий E и истинной аномалии ϑ для точек 1 и 2 траектории перелёта из соотношений (20) и (21):

$$E_2 - E_1 = \varepsilon - \delta$$

$$\sin\frac{E_1 + E_2}{2} = \frac{r_2 - r_1}{2ae\sin\frac{\varepsilon - \delta}{2}}$$

$$\cos\frac{E_1 + E_2}{2} = \frac{2a - r_1 - r_2}{2ae\cos\frac{\varepsilon - \delta}{2}}$$

$$tg\frac{\vartheta}{2} = \sqrt{\frac{1+e}{1-e}}tg\frac{E_i}{2}$$
 (21)

где i = 1,2.

Аргумент перигелия ω определим по формуле (22):

$$\omega = u_i - \vartheta_i \tag{22}$$

где

 $u_i\,$ - аргумент широты точки 1 или 2 определится из соотношений (23) :

$$\cos u_{i} = \frac{x_{i} \cos \Omega_{\text{\tiny T.II.}} + y_{i} \sin \Omega_{\text{\tiny T.II.}}}{\sqrt{x_{i}^{2} + y_{i}^{2} + z_{i}^{2}}}$$
(23)

$$\begin{aligned} \sin u_i &= \frac{\sqrt{(y_i \cos \Omega_{\text{\tiny T.II.}} - x_i \sin \Omega_{\text{\tiny T.II.}})^2 + z_i^2}}{\sqrt{{x_i}^2 + {y_i}^2 + z_i^2}} & sign(y_i \cos \Omega_{\text{\tiny T.II.}}) \\ &- x_i \sin \Omega_{\text{\tiny T.II.}}) \end{aligned}$$

где $0 < u_i < 2Pi$

2.3 Определение скорости КА в момент старта с орбиты Земли и прилёта на орбиту планеты назначения

Величины радиальной и трансверсальной составляющих скорости определятся как

$$V_{r_i \text{ KA}} = \sqrt{\frac{\mu_c}{p}} e \sin \theta_i$$

$$V_{\tau_i \text{ KA}} = \sqrt{\frac{\mu_c}{3}} (1 + e \cos \theta_i)$$

$$p = a(1 - e^2)$$
(24)

Введем орбитальную прямоугольную систему координат $\bar{O}\bar{X}\bar{Y}\bar{Z}$, где плоскость $\bar{O}\bar{X}\bar{Y}$ совпадает с плоскостью орбиты перелёта, ось $\bar{O}\bar{X}$ направлена в её перицентр, тогда составляющие скорости КА определятся по формулам (25).

$$\begin{aligned} V_{\bar{x}_{\text{KA}i}} &= V_{r_{i\text{KA}}} \cos \vartheta_{i\text{KA}} - V_{\tau_{i\text{KA}}} \sin \vartheta_{i\text{KA}} \\ V_{\bar{y}_{\text{KA}i}} &= V_{r_{i\text{KA}}} \sin \vartheta_{i\text{KA}} + V_{\tau_{i\text{KA}}} \cos \vartheta_{i\text{KA}} \\ V_{\bar{z}_{\text{KA}i}} &= 0 \end{aligned} \tag{25}$$

Переход к принятой гелиоцентрической системе координат OXYZ осуществляется с помощью матрицы перехода A (8). Элементы матрицы A определяются по формулам (9), где значения i, Ω и ω определены по формулам (10, 11, 22), соответственно

$$\begin{vmatrix} V_{xKA} \\ V_{yKA} \\ V_{zKA} \end{vmatrix} = A \begin{vmatrix} V_{\bar{x}_{KA}} \\ V_{\bar{y}_{KA}} \\ V_{\bar{z}_{KA}} \end{vmatrix}$$

Импульс скорости при уходе с орбиты Земли $\Delta \bar{V}_1$ в момент D_1 и импульс скорости $\Delta \bar{V}_2$ при прибытие на орбиту планеты назначения в момент $D_2 = D_1 + t_{12}$ определится по соотношениям (26).

$$\Delta \bar{V}_{1} = \bar{V}_{\text{KA1}} - \bar{V}_{1}$$
 $\Delta \bar{V}_{2} = \bar{V}_{\text{KA2}} - \bar{V}_{2}$
, где (26)

 $\bar{V}_1(V_{x1},V_{y1},V_{z1})$ - орбитальная скорость Земли в дату D_1 ; $\bar{V}_2(V_{x2},V_{y2},V_{z2})$ - орбитальная скорость планеты назначения в дату D_2 .

Значения V_{x1} , V_{y1} , V_{z1} и V_{x2} , V_{y2} , V_{z2} определены по формулам (4, 6, 7). $\bar{V}_{KA1}(V_{xKA1}, V_{yKA1}, V_{zKA1})$ и $\bar{V}_{KA2}(V_{xKA2}, V_{yKA2}, V_{zKA2})$ - скорости КА в начале и конце траектории перелёта, их значения определяются по формулам (24, 6, 7).

$$\Delta V_{1x} = V_{xKA1} - V_{x1};$$

$$\Delta V_{1y} = V_{yKA1} - V_{y1};$$

$$\Delta V_{1z} = V_{zKA1} - V_{z1};$$

$$\Delta V_{2x} = V_{xKA2} - V_{x2};$$

$$\Delta V_{2y} = V_{yKA2} - V_{y2};$$

$$\Delta V_{2z} = V_{zKA2} - V_{z2};$$
(27)

$$\Delta V_{1} = \sqrt{\Delta V_{1x}^{2} + \Delta V_{1y}^{2} + \Delta V_{1z}^{2}} ;$$

$$\Delta V_{2} = \sqrt{\Delta V_{2x}^{2} + \Delta V_{2y}^{2} + \Delta V_{2z}^{2}} ;$$
(28)

3. Расчет планетоцентрических участков траектории (Внутренняя задача)

Полученные значения ΔV_1 и ΔV_2 являются исходными данными для расчета геоцентрического и планетоцентрического участков, соответственно

 $\Delta V_1 = V_{c \varphi_3}$ - скорость КА относительно Земли на границе её сферы действия (гиперболический избыток скорости)

 $\Delta V_2 = V_{c \varphi \, \pi} \,$ - скорость КА относительно планеты назначения на границе сферы её действия (гиперболический избыток скорости)

Импульс скорости ΔV_{uc3} для ухода с круговой орбиты ИСЗ высотой H_{ouc3} и импульс скорости ΔV_{ucn} для перехода на круговую орбиту ИС планеты назначения высотой H_{oucn} определяются по соотношениям (29):

$$\Delta V_{\text{исз}} = \sqrt{V_{c\phi 3}^2 - \frac{2\mu_3}{r_{c\phi 3}} + \frac{2\mu_3}{r_{o\text{ис3}}}} - \sqrt{\frac{\mu_3}{r_{o\text{ис3}}}}$$

$$\Delta V_{\text{исп}} = \sqrt{V_{c\phi \pi}^2 - \frac{2\mu_{\pi\pi}}{r_{c\phi \pi}} + \frac{2\mu_{\pi\pi}}{r_{o\text{исn}}}} - \sqrt{\frac{\mu_{\pi\pi}}{r_{o\text{исn}}}}$$
(29)

$$\begin{split} r_{\text{oиc3}} &= r_{\text{3емли}} + H_{\text{ouc3}} \\ r_{\text{oucn}} &= r_{\text{пл}} + H_{\text{oucn}} \\ \\ \Delta V_{\Sigma} &= \Delta V_{\text{uc3}} + \Delta V_{\text{ucn}} \quad ; \end{split}$$

4. Программный код, реализованный на С++

#include <iostream>
#include <fstream>
#include <math.h>
#include <fstream>
#define pi 3.1415926535
#define eps 0.0001
#define Rz 6371
#define Rpl 3389.5

using namespace std;

```
template <class Value>
int Sign(Value Val) {
 if (Val == 0.) return 0;
 if (Val > 0.) return 1;
 else return -1;
}
int main()
{
  setlocale(LC_ALL,"Rus");
  double a1=1;
  double a2=1.523691;
  double e1=0.01672;
  double e2=0.09336;
  double i1=0;
  double i2=0.032;
  double omega1=0;
  double omega2=0.859;
  double prad1=1.78374;
  double prad2=5.81;
  double n1=0.017202;
  double n2=0.009146;
  double lamda1=1.74338;
  double lamda2=0.775;
```

```
double d01=2435839;
  double d02=2435839;
  double mu1=3.986*pow (10,5);
  double mu2=4.288*pow(10,4);
  double rsf1=0.925;
  double rsf2=0.577;
  double muc=1.327*pow(10,11);
  double D1=2460288.5;
  double D2=2460478.5;
  double t12=190;
  double HkrOISz=60000;
  double HkrOISpl=6000;
  double k=132712000000;
  double t;
  double
T1,M1,Th1,E1,T2,M2,Th2,E2,r1,r2,Vr1,Vr2,Vt1,Vt2,V1,V2,x1v,y1v,z1v,x2v,y2v,
z2v,Vx1,Vx2,Vy1,Vy2,Vz1,Vz2,w1,w2;
  double
111,m11,n11,112,m12,rez,n12,113,m13,n13,l21,m21,n21,l22,m22,n22,l23,m23,n23,
X1,Y1,Z1,X2,Y2,Z2,cositp,omtpsin,omtpcos;
  double
cosfi, sinfi, a, s, tgr, eper, cf, sf, exbe, cosi, fiitog, omcos, omsin, omegaitog, ist_an1, ist_an2
,tg_ist1,tg_ist2;
  double
sinE1E2,cosE1E2,sE1E2,cE1E2,cosu1,sinu2,uitog1,uitog2,cosu2,sinu1,sigu1,sigu
2,witog1,witog2;
  double
Vr1Ka,Vr2Ka,Vt1Ka,Vt2Ka,pitog,VxvKa1,VxvKa2,VyvKa1,VyvKa2,VzvKa1,Vz
vKa2,VxKa1,VxKa2,VyKa1,VyKa2,VzKa1,VzKa2;
```

```
double
111new,m11new,n11new,112new,m12new,n12new,113new,m13new,n13new,121ne
w,m21new,n21new,l22new,m22new,n22new,l23new,m23new,n23new;
  double
w1new,w2new,dV1x,dV1y,dV1z,dV2x,dV2y,dV2z,DV1,DV2,Vka1,Vka2,DVisz,
DVisp,roisz,roisp,witog12,DVsum;
  double Vr1n,Vt1n,V1n;
  for (t=0;t<=T1;t=t+T1/D1)
 {
    T1=(2*pi*sqrt(a1*a1*a1))/sqrt(k);// период
    M1=2*pi*t/T1;//средняя аномалия
    Th1=2*atan(sqrt((1+e1)/(1-e1))*tan(E1)/2);//истиная аномалия
    Е1=2*рі*t/Т1;//Эксцентрическая аномалия
    r1=(a1*(1-e1*e1))/(1+e1*cos(Th1));
    Vr1 = sqrt(muc/(a1*(1-e1*e1)))*e1*sin(Th1);
    Vt1 = sqrt(muc/(a1*(1-e1*e1)))*(1+e1*cos(Th1));
    V1 = sqrt(pow(Vr1,2) + pow(Vt1,2));
 }
x1v=r1*cos(Th1);
v1v=r1*sin(Th1);
z1v=0;
Vx1=Vr1*cos(Th1)-Vt1*sin(Th1);
Vy1=Vr1*sin(Th1)+Vt1*cos(Th1);
Vz1=0;
```

```
w1=prad1-omega1;
111=cos(w1)*cos(omega1)-sin(w1)*sin(omega1)*cos(i1);
m11=-\sin(w1)*\cos(omega1)-\cos(w1)*\sin(omega1)*\cos(i1);
n11=sin(omega1)*sin(i1);
112 = -\cos(w1) \cdot \sin(\omega mega1) + \sin(w1) \cdot \cos(\omega mega1) \cdot \cos(i1);
m12 = -\sin(w1) \cdot \sin(\omega a1) + \cos(w1) \cdot \cos(\omega a1) \cdot \cos(i1);
n12 = -\cos(w1) * \sin(i1);
113=sin(w1)*sin(i1);
m13 = \cos(w1) * \sin(i1);
n13 = \cos(i1);
X1=111*x1v+m11*y1v;+n11*z1v;
Y1=112*x1v+m12*y1v;+n12*z1v;
Z1=113*x1v+m13*y1v;+n13*z1v;
  for (t=0;t<=T2;t=t+T2/D2)
  {
     T2=(2*pi*sqrt(a2*a2*a2))/sqrt(k);// период
     M2=2*pi*t/T2;//средняя аномалия
     Th2=2*atan(sqrt((1+e2)/(1-e2))*tan(E2)/2);//истиная аномалия
     E2=2*pi*t/T2;//Эксцентрическая аномалия
     r2=(a2*(1-e2*e2))/(1+e2*cos(Th2));
```

```
Vr2=sqrt(muc/(a2*(1-e2*e2)))*e2*sin(Th2);
                                 Vt2=sqrt(muc/(a2*(1-e2*e2)))*(1+e2*cos(Th2));
                                V2=sqrt(pow(Vr2,2)+pow(Vt2,2));
              }
 x2v=r2*cos(Th2);
 y2v=r2*sin(Th2);
 z2v=0;
  Vx2=Vr2*cos(Th2)-Vt2*sin(Th2);
 Vy2=Vr2*sin(Th2)+Vt2*cos(Th2);
  Vz2=0;
 w2=prad2-omega2;
121 = \cos(w2) \cdot \cos(\omega 2) \cdot \sin(w2) \cdot \sin(\omega 2) \cdot \cos(i2);
m21 = -\sin(w2) \cdot \cos(\omega 2) \cdot \sin(\omega 2) \cdot \cos(i2);
 n21=sin(omega2)*sin(i2);
122 = -\cos(w2) \cdot \sin(\omega 2) + \sin(w2) \cdot \cos(\omega 2) \cdot \cos(i2);
 m22 = -\sin(w2) \cdot \sin(\omega + \cos(w2) \cdot \cos(\omega + ))))))))))))))))))
n22 = -\cos(w2) * \sin(i2);
123=sin(w2)*sin(i2);
m23=cos(w2)*sin(i2);
 n23 = \cos(i2);
```

```
X2=121*x2v+m21*y2v;+n21*z2v;
 Y2=122*x2v+m22*y2v;+n22*z2v;
Z2=123*x2v+m23*y2v;+n23*z2v;
rez = Sign(X1*Y2-X2*Y1);
cositp = (fabs(X1*Y2-X2*Y1)/sqrt(((Y1*Z2-Y2*Z1)*(Y1*Z2-Y2*Z1))+(X2*Z1-Y2*Z1))
X1*Z2)*(X2*Z1-X1*Z2)+(X1*Y2-X2*Y1)*(X1*Y2-X2*Y1));
cosi=cos(cositp);
cout << "Наклонение орбиты траектории полета i = "<math>< cosi << \n' << \n';
omtpsin=((Y1*Z2-Y2*Z2)*rez)/(sin(cositp)*sqrt(((Y1*Z2-Y2*Z1)*(Y1*Z2-
Y2*Z1))+(X2*Z1-X1*Z2)*(X2*Z1-X1*Z2)+(X1*Y2-X2*Y1)*(X1*Y2-
X2*Y1)));
Y2*Z1))+(X2*Z1-X1*Z2)*(X2*Z1-X1*Z2)+(X1*Y2-X2*Y1)*(X1*Y2-
X2*Y1)));
omcos=cos(omtpcos);
omsin=sin(omtpsin);
omegaitog=sqrt(omsin*omsin+omcos*omcos);
cout<<"Долгота восходящего узла траектории полета omega =
 "<<omegaitog<<'\n'<<'\n';
cosfi = (X1*X2+Y1*Y2+Z1*Z2)/(sqrt(X1*X1+Y1*Y1+Z1*Z1)*sqrt(X2*X2+Y2*Z1*Z1))
 Y2+Z2*Z2));
sinfi=((sqrt(((Y1*Z2-Y2*Z1)*(Y1*Z2-Y2*Z1))+(X2*Z1-X1*Z2)*(X2*Z1-X1*Z2)*(X2*Z1-X1*Z2)*(X2*Z1-X1*Z2)*(X2*Z1-X1*Z2)*(X2*Z1-X1*Z2)*(X2*Z1-X1*Z2)*(X2*Z1-X1*Z2)*(X2*Z1-X1*Z2)*(X2*Z1-X1*Z2)*(X2*Z1-X1*Z2)*(X2*Z1-X1*Z2)*(X2*Z1-X1*Z2)*(X2*Z1-X1*Z2)*(X2*Z1-X1*Z2)*(X2*Z1-X1*Z2)*(X2*Z1-X1*Z2)*(X2*Z1-X1*Z2)*(X2*Z1-X1*Z2)*(X2*Z1-X1*Z2)*(X2*Z1-X1*Z2)*(X2*Z1-X1*Z2)*(X2*Z1-X1*Z2)*(X2*Z1-X1*Z2)*(X2*Z1-X1*Z2)*(X2*Z1-X1*Z2)*(X2*Z1-X1*Z2)*(X2*Z1-X1*Z2)*(X2*Z1-X1*Z2)*(X2*Z1-X1*Z2)*(X2*Z1-X1*Z2)*(X2*Z1-X1*Z2)*(X2*Z1-X1*Z2)*(X2*Z1-X1*Z2)*(X2*Z1-X1*Z2)*(X2*Z1-X1*Z2)*(X2*Z1-X1*Z2)*(X2*Z1-X1*Z2)*(X2*Z1-X1*Z2)*(X2*Z1-X1*Z2)*(X2*Z1-X1*Z2)*(X2*Z1-X1*Z2)*(X2*Z1-X1*Z2)*(X2*Z1-X1*Z2)*(X2*Z1-X1*Z2)*(X2*Z1-X1*Z1)*(X2*Z1-X1*Z1)*(X2*Z1-X1*Z1)*(X2*Z1-X1*Z1)*(X2*Z1-X1*Z1)*(X2*Z1-X1*Z1)*(X2*Z1-X1*Z1)*(X2*Z1-X1*Z1)*(X2*Z1-X1*Z1)*(X2*Z1-X1*Z1)*(X2*Z1-X1*Z1)*(X2*Z1-X1*Z1)*(X2*Z1-X1*Z1)*(X2*Z1-X1*Z1)*(X2*Z1-X1*Z1)*(X2*Z1-X1*Z1)*(X2*Z1-X1*Z1)*(X2*Z1-X1*Z1)*(X2*Z1-X1*Z1)*(X2*Z1-X1*Z1)*(X2*Z1-X1*Z1)*(X2*Z1-X1*Z1)*(X2*Z1-X1*Z1)*(X2*Z1-X1*Z1)*(X2*Z1-X1*Z1)*(X2*Z1-X1*Z1)*(X2*Z1-X1*Z1)*(X2*Z1-X1*Z1)*(X2*Z1-X1*Z1)*(X2*Z1-X1*Z1)*(X2*Z1-X1*Z1)*(X2*Z1-X1*Z1)*(X2*Z1-X1*Z1)*(X2*Z1-X1*Z1)*(X2*Z1-X1*Z1)*(X2*Z1-X1*Z1)*(X2*Z1-X1*Z1)*(X2*Z1-X1*Z1)*(X2*Z1-X1*Z1)*(X2*Z1-X1*Z1)*(X2*Z1-X1*Z1)*(X2*Z1-X1*Z1)*(X2*Z1-X1*Z1)*(X2*Z1-X1*Z1)*(X2*Z1-X1*Z1)*(X2*Z1-X1*Z1)*(X2*Z1-X1*Z1)*(X2*Z1-X1*Z1)*(X2*Z1-X1*Z1)*(X2*Z1-X1*Z1)*(X2*Z1-X1*Z1)*(X2*Z1-X1*Z1)*(X2*Z1-X1*Z1)*(X2*Z1-X1*Z1)*(X2*Z1-X1*Z1)*(X2*Z1-X1*Z1)*(X2*Z1-X1*Z1)*(X2*Z1-X1*Z1)*(X2*Z1-X1*Z1)*(X2*Z1-X1*Z1)*(X2*Z1-X1*Z1)*(X2*Z1-X1*Z1)*(X2*Z1-X1*Z1)*(X2*Z1-X1*Z1)*(X2*Z1-X1*Z1)*(X2*Z1-X1*Z1)*(X2*Z1-X1*Z1)*(X2*Z1-X1*Z1)*(X2*Z1-X1*Z1)*(X2*Z1-X1*Z1)*(X2*Z1-X1*Z1)*(X2*Z1-X1*Z1)*(X2*Z1-X1*Z1)*(X2*Z1-X1*Z1)*(X2*Z1-X1*Z1)*(X2*Z1-X1*Z1)*(X2*Z1-X1*Z1)*(X2*Z1-X1*Z1)*(X2*Z1-X1*Z1)*(X2*Z1-X1*Z1)*(X2*Z1-X1*Z1)*(X2*Z1-X1*Z1)*(X2*Z1-X1*Z1)*(X2*Z1-X1*Z1)*(X2*Z1-X1*Z1)*(X2*Z1-X1*Z1)*(X2*Z1-X1*Z1)*(X2*Z1-X1*Z1)*(X2*Z1-X1*Z1)*(X2*Z1-X1*Z1)*(X2*Z1-X1*Z1)*(X2*Z1-X1*Z1)*(X2*Z1-X1*Z1)*(X2*Z1-X1*Z1)*(X2*Z1-X1*Z1)*(X2*Z1-X1*Z1)*(X2*Z1-X1*Z1)*(X2*Z1-X1*Z1)*(
X1*Z2)+(X1*Y2-X2*Y1)*(X1*Y2-X2*Y1)*(X1*Y2-X2*Y1)*(X1*Y2-X2*Y1)*(X1*Y2-X2*Y1)*(X1*Y2-X2*Y1)*(X1*Y2-X2*Y1)*(X1*Y2-X2*Y1)*(X1*Y2-X2*Y1)*(X1*Y2-X2*Y1)*(X1*Y2-X2*Y1)*(X1*Y2-X2*Y1)*(X1*Y2-X2*Y1)*(X1*Y2-X2*Y1)*(X1*Y2-X2*Y1)*(X1*Y2-X2*Y1)*(X1*Y2-X2*Y1)*(X1*Y2-X2*Y1)*(X1*Y2-X2*Y1)*(X1*Y2-X2*Y1)*(X1*Y2-X2*Y1)*(X1*Y2-X2*Y1)*(X1*Y2-X2*Y1)*(X1*Y2-X2*Y1)*(X1*Y2-X2*Y1)*(X1*Y2-X2*Y1)*(X1*Y2-X2*Y1)*(X1*Y2-X2*Y1)*(X1*Y2-X2*Y1)*(X1*Y2-X2*Y1)*(X1*Y2-X2*Y1)*(X1*Y2-X2*Y1)*(X1*Y2-X2*Y1)*(X1*Y2-X2*Y1)*(X1*Y2-X2*Y1)*(X1*Y2-X2*Y1)*(X1*Y2-X2*Y1)*(X1*Y2-X2*Y1)*(X1*Y2-X2*Y1)*(X1*Y2-X2*Y1)*(X1*Y2-X2*Y1)*(X1*Y2-X2*Y1)*(X1*Y2-X2*Y1)*(X1*Y2-X2*Y1)*(X1*Y2-X2*Y1)*(X1*Y2-X2*Y1)*(X1*Y2-X2*Y1)*(X1*Y2-X2*Y1)*(X1*Y2-X2*Y1)*(X1*Y2-X2*Y1)*(X1*Y2-X2*Y1)*(X1*Y2-X2*Y1)*(X1*Y2-X2*Y1)*(X1*Y2-X2*Y1)*(X1*Y2-X2*Y1)*(X1*Y2-X2*Y1)*(X1*Y2-X2*Y1)*(X1*Y2-X2*Y1)*(X1*Y2-X2*Y1)*(X1*Y2-X2*Y1)*(X1*Y2-X2*Y1)*(X1*Y2-X2*Y1)*(X1*Y2-X2*Y1)*(X1*Y2-X2*Y1)*(X1*Y2-X2*Y1)*(X1*Y2-X2*Y1)*(X1*Y2-X2*Y1)*(X1*Y2-X2*Y1)*(X1*Y2-X2*Y1)*(X1*Y2-X2*Y1)*(X1*Y2-X2*Y1)*(X1*Y2-X2*Y1)*(X1*Y2-X2*Y1)*(X1*Y2-X2*Y1)*(X1*Y2-X2*Y1)*(X1*Y2-X2*Y1)*(X1*Y2-X2*Y1)*(X1*Y2-X2*Y1)*(X1*Y2-X2*Y1)*(X1*Y2-X2*Y1)*(X1*Y2-X2*Y1)*(X1*Y2-X2*Y1)*(X1*Y2-X2*Y1)*(X1*Y2-X2*Y1)*(X1*Y2-X2*Y1)*(X1*Y2-X2*Y1)*(X1*Y2-X2*Y1)*(X1*Y2-X2*Y1)*(X1*Y2-X2*Y1)*(X1*Y2-X2*Y1)*(X1*Y2-X2*Y1)*(X1*Y2-X2*Y1)*(X1*Y2-X2*Y1)*(X1*Y2-X2*Y1)*(X1*Y2-X2*Y1)*(X1*Y2-X2*Y1)*(X1*Y2-X2*Y1)*(X1*Y2-X2*Y1)*(X1*Y2-X2*Y1)*(X1*Y2-X2*Y1)*(X1*Y2-X2*Y1)*(X1*Y2-X2*Y1)*(X1*Y2-X2*Y1)*(X1*Y2-X2*Y1)*(X1*Y2-X2*Y1)*(X1*Y2-X2*Y1)*(X1*Y2-X2*Y1)*(X1*Y2-X2*Y1)*(X1*Y2-X2*Y1)*(X1*Y2-X2*Y1)*(X1*Y2-X2*Y1)*(X1*Y2-X2*Y1)*(X1*Y2-X2*Y1)*(X1*Y2-X2*Y1)*(X1*Y2-X2*Y1)*(X1*Y2-X2*Y1)*(X1*Y2-X2*Y1)*(X1*Y2-X2*Y1)*(X1*Y2-X2*Y1)*(X1*Y2-X2*Y1)*(X1*Y2-X2*Y1)*(X1*Y2-X2*Y1)*(X1*Y2-X2*Y1)*(X1*Y2-X2*Y1)*(X1*Y2-X2*Y1)*(X1*Y2-X2*Y1)*(X1*Y2-X2*Y1)*(X1*Y2-X2*Y1)*(X1*Y2-X2*Y1)*(X1*Y2-X2*Y1)*(X1*Y2-X2*Y1)*(X1*Y2-X2*Y1)*(X1*Y1-X2*Y1)*(X1*Y1-X2*Y1)*(X1*Y1-X2*Y1)*(X1*Y1-X2*Y1)*(X1*Y1-X2*Y1)*(X1*Y1-X1*Y1-X1*Y1-X1*Y1-X1*Y1-X1*Y1-X1*Y1-X1*Y1-X1*Y1-X1*Y1-X1*Y1-X1*Y1-X1*Y1-X1*Y1-X1*Y1-X1*Y1-X1*Y1-X1*Y1-X1*Y1-X1*Y
X2*Y1)))/(sqrt(X1*X1+Y1*Y1+Z1*Z1)*sqrt(X2*X2+Y2*Y2+Z2*Z2))*rez;
```

```
cf=cos(cosfi);
sf=sin(sinfi);
fiitog=sqrt(cf*cf+sf*sf);
cout<<"Угловая дальности полета fi = "<<fiitog<<'\n'<<'\n';
s=sqrt((X2-X1)*(X2-X1)+(Y2-Y1)*(Y2-Y1)+(Y2-Y1)*(Y2-Y1));
a=(r1+r2+s)/4;
cout << "Большая полуось траектории полета a = "<< a << '\n' << '\n';
s/(r1+r2+s)))-sin(2*asin(sqrt(fabs((r1+r2-s)/(r1+r2+s)))));
exbe=E1-E2;
eper=sqrt(((2*a-r1-r2)/(2*a*cos((exbe)/2)))*((2*a-r1-r2)/(2*a*cos((exbe)/2)))*((2*a-r1-r2)/(2*a*cos((exbe)/2)))*((2*a-r1-r2)/(2*a*cos((exbe)/2)))*((2*a-r1-r2)/(2*a*cos((exbe)/2)))*((2*a-r1-r2)/(2*a*cos((exbe)/2)))*((2*a-r1-r2)/(2*a*cos((exbe)/2)))*((2*a-r1-r2)/(2*a*cos((exbe)/2)))*((2*a-r1-r2)/(2*a*cos((exbe)/2)))*((2*a-r1-r2)/(2*a*cos((exbe)/2)))*((2*a-r1-r2)/(2*a*cos((exbe)/2)))*((2*a-r1-r2)/(2*a*cos((exbe)/2)))*((2*a-r1-r2)/(2*a*cos((exbe)/2)))*((2*a-r1-r2)/(2*a*cos((exbe)/2)))*((2*a-r1-r2)/(2*a*cos((exbe)/2)))*((2*a-r1-r2)/(2*a*cos((exbe)/2)))*((2*a-r1-r2)/(2*a*cos((exbe)/2)))*((2*a-r1-r2)/(2*a*cos((exbe)/2)))*((2*a-r1-r2)/(2*a*cos((exbe)/2)))*((2*a-r1-r2)/(2*a*cos((exbe)/2)))*((2*a-r1-r2)/(2*a*cos((exbe)/2)))*((2*a-r1-r2)/(2*a*cos((exbe)/2)))*((2*a-r1-r2)/(2*a*cos((exbe)/2)))*((2*a-r1-r2)/(2*a*cos((exbe)/2)))*((2*a-r1-r2)/(2*a*cos((exbe)/2)))*((2*a-r1-r2)/(2*a*cos((exbe)/2)))*((2*a-r1-r2)/(2*a*cos((exbe)/2)))*((2*a-r1-r2)/(2*a*cos((exbe)/2)))*((2*a-r1-r2)/(2*a*cos((exbe)/2)))*((2*a-r1-r2)/(2*a*cos((exbe)/2)))*((2*a-r1-r2)/(2*a*cos((exbe)/2)))*((2*a-r1-r2)/(2*a*cos((exbe)/2)))*((2*a-r1-r2)/(2*a*cos((exbe)/2)))*((2*a-r1-r2)/(2*a*cos((exbe)/2)))*((2*a-r1-r2)/(2*a*cos((exbe)/2)))*((2*a-r1-r2)/(2*a*cos((exbe)/2)))*((2*a-r1-r2)/(2*a*cos((exbe)/2)))*((2*a-r1-r2)/(2*a*cos((exbe)/2)))*((2*a-r1-r2)/(2*a*cos((exbe)/2)))*((2*a-r1-r2)/(2*a*cos((exbe)/2)))*((2*a-r1-r2)/(2*a*cos((exbe)/2)))*((2*a-r1-r2)/(2*a*cos((exbe)/2)))*((2*a-r1-r2)/(2*a*cos((exbe)/2)))*((2*a-r1-r2)/(2*a*cos((exbe)/2)))*((2*a-r1-r2)/(2*a*cos((exbe)/2)))*((2*a-r1-r2)/(2*a*cos((exbe)/2)))*((2*a-r1-r2)/(2*a*cos((exbe)/2)))*((2*a-r1-r2)/(2*a*cos((exbe)/2)))*((2*a*cos((exbe)/2)))*((2*a*cos((exbe)/2)))*((2*a*cos((exbe)/2)))*((2*a*cos((exbe)/2)))*((2*a*cos((exbe)/2)))*((2*a*cos((exbe)/2)))*((2*a*cos((exbe)/2)))*((2*a*cos((exbe)/2)))*((2*a*cos((exbe)/2)))*((2*a*cos((exbe)/2)))*((2*a*cos((exbe)/2)))*((2*a*cos((exbe)/2)))*((2*a*cos((exbe)/2)))*((2*a*cos((exbe)/2)))*((2*a*cos((exbe)/2)))*((2*a*cos((exbe)/2)))*((2*a*cos((exbe)/2)))*((2*a*cos((exbe)/2)))*((2*a*
r^{2}/(2*a*\cos((exbe)/2)))+((r^{2}-r^{1})/2*a*\sin((exbe)/2))*((r^{2}-r^{1})/2*a*\sin((exbe)/2)));
cout << "Эксцентриситет траектории полета e = "<<eper << '\n'<< '\n';
\sin E1E2 = (r2-r1)/(2*a*eper*sin(exbe)/2);
\cos E1E2 = \frac{(2*a-r2-r1)}{(2*a*eper*cos(exbe)/2)};
cE1E2=cos(cosE1E2)*2;
sE1E2=sin(sinE1E2)*2;
tg_ist1 = sqrt((1+eper)/(1-eper))*tan(cE1E2/2)*2;
tg_ist2 = sqrt((1+eper)/(1-eper))*tan(sE1E2/2)*2;
ist_an1=tan(tg_ist1);
ist_an2=tan(tg_ist2);
```

```
sigu1=Sign(Y1*cos(omegaitog)-X1*sin(omegaitog));
sigu2=Sign(Y2*cos(omegaitog)-X2*sin(omegaitog));
cosu1=(X1*cos(omegaitog)+Y1*sin(omegaitog))/sqrt(X1*X1+Y1*Y1+Z1*Z1);
\cos u2 = (X2 \cos(omegaitog) + Y2 \sin(omegaitog)) / sqrt(X2 \times X2 + Y2 \times Y2 + Z2 \times Z2);
sinu1=(sqrt((Y1*cos(omegaitog)-
X1*sin(omegaitog))+Z1*Z1))/(sqrt(X1*X1+Y1*Y1+Z1*Z1))*sigu1;
sinu2=(sqrt(fabs((Y2*cos(omegaitog)-
X2*sin(omegaitog)+Z2*Z2))/(sqrt(X2*X2+Y2*Y2+Z2*Z2))*sigu2;
uitog1=sqrt(cos(cosu1)*cos(cosu1)+sin(sinu1)*sin(sinu1));
uitog2=sqrt(cos(cosu2)*cos(cosu2)+sin(sinu2)*sin(sinu2));
witog1=uitog1-Th1;
witog2=uitog2-Th2;
witog12=sqrt(witog1*witog1+witog2*witog2);
cout << "Аргумент перигелия траектории полета w = "<< witog 12 << '\n' << '\n';
cout << "Истиная аномалия для орбиты Земли Tetta1 = "<math><< Th1 << '\n';
cout << "Истиная аномалия для орбиты Mapca Tetta2 = "<< Th2 << '\n';
pitog=a*(1-eper*eper);
Vr1Ka=sqrt(muc/pitog)*eper*sin(Th1);
Vr2Ka=sqrt(muc/pitog)*eper*sin(Th2);
Vt1Ka = sqrt(muc/3)*(1+eper*cos(Th1));
Vt2Ka = sqrt(muc/3)*(1 + eper*cos(Th2));
```

```
VxvKa1=Vr1Ka*cos(Th1)-Vt1Ka*sin(Th1);
VxvKa2=Vr2Ka*cos(Th2)-Vt2Ka*sin(Th2);
VyvKa1=Vr1Ka*sin(Th1)+Vt1Ka*cos(Th1);
VyvKa2=Vr2Ka*sin(Th2)+Vt2Ka*cos(Th2);
VzvKa1=0:
VzvKa2=0:
w1new=prad1-omegaitog;
111new=cos(w1new)*cos(omegaitog)-sin(w1new)*sin(omegaitog)*cos(cosi);
m11new=-sin(w1new)*cos(omegaitog)-cos(w1new)*sin(omegaitog)*cos(cosi);
n11new=sin(omegaitog)*sin(cosi);
112new=-cos(w1new)*sin(omegaitog)+sin(w1new)*cos(omegaitog)*cos(cosi);
m12new=-sin(w1new)*sin(omegaitog)+cos(w1new)*cos(omegaitog)*cos(cosi);
n12new=-cos(w1new)*sin(cosi);
113new=sin(w1new)*sin(cosi);
m13new=cos(w1new)*sin(cosi);
n13new=cos(cosi);
w2new=prad2-omegaitog;
121new=cos(w2new)*cos(omegaitog)-sin(w2new)*sin(omegaitog)*cos(cosi);
m21new=-sin(w2new)*cos(omegaitog)-cos(w2new)*sin(omegaitog)*cos(cosi);
n11new=sin(omegaitog)*sin(cosi);
122new=-cos(w2new)*sin(omegaitog)+sin(w2new)*cos(omegaitog)*cos(cosi);
m22new=-sin(w2new)*sin(omegaitog)+cos(w2new)*cos(omegaitog)*cos(cosi);
```

```
n22new=-cos(w2new)*sin(cosi);
123new=sin(w2new)*sin(cosi);
m23new=cos(w2new)*sin(cosi);
n23new=cos(cosi);
VxKa1=l11new*VxvKa1+m11new*VyvKa1+n11new*VzvKa1;
VxKa2=l21new*VxvKa2+m21new*VyvKa2+n21new*VzvKa2;
VyKa1=l12new*VxvKa1+m12new*VyvKa1+n12new*VzvKa1;
VyKa2=122new*VxvKa2+m22new*VyvKa2+n22new*VzvKa2;
VzKa1=l13new*VxvKa1+m13new*VyvKa1+n13new*VzvKa1;
VzKa2=l23new*VxvKa2+m23new*VyvKa2+n23new*VzvKa2;
Vka1=sqrt(VxKa1*VxKa1+VyKa1*VyKa1+VzKa1*VzKa1);
Vka2=sqrt(VxKa2*VxKa2+VyKa2*VyKa2+VzKa2*VzKa2);
dV1x=VxKa1-Vx1;
dV1y=VyKa1-Vy1;
dV1z=VzKa1-Vz1;
dV2x=VxKa2-Vx2;
dV2y=VyKa2-Vy2;
dV2z=VzKa2-Vz2;
DV1=sqrt(dV1x*dV1x+dV1y*dV1y+dV1z*dV1z);
DV2=sqrt(dV2x*dV2x+dV2y*dV2y+dV2z*dV2z);
```

```
cout << "Vx1 = " << fabs(dV1x/1000) << '\t';
cout << "Vx2 = "<< dV2x/10000 << "\n' << "\n';
cout << "Vy1 = " << fabs(dV1y/10000) << '\t';
cout << "Vy2 = "<< dV2y/10000 << "\n' << "\n';
cout << "Vz1 = " << fabs(dV1z/10000) << "\t';
cout << "Vz2 = "<< dV2z/10000 << '\n' << '\n';
roisz=Rz+HkrOISz;
roisp=Rpl+HkrOISpl;
DVisz = sqrt(V1*V1-((2*mu1)/(rsf1))+((2*mu1)/(roisz)))-sqrt(mu1/roisz);
DVisp=sqrt(V2*V2-((2*mu2)/(rsf2))+((2*mu2)/(roisp)))-sqrt(mu2/roisp);
DVsum=DVisz+DVisp;
cout<<"Импульс скорости для ухода с круговой орбиты ИСЗ delta Vисз =
"<<DVisz/10000<<'\n'<<'\n';
cout << "импульс скорости для перехода на орбиту планеты назначения delta
V_{\text{HC}\Pi} = "<<DVisp/10000<<'\n'<<'\n';
cout<<"Суммарный импульс скорости Vsum = "<<DVsum/10000<<'\n';
  return 0;
}
```

5. Результаты и их анализ

```
Наклонение орбиты траектории полета і = 0.541136
Долгота восходящего узла траектории полета отеда = 1.00619
Угловая дальности полета fi = 0.877409
Большая полуось траектории полета а = 1.4111
Эксцентриситет траектории полета е = 0.162099
Аргумент перигелия траектории полета w = 2.86828
Истиная аномалия для орбиты Земли Tetta1 = -1.70739
Истиная аномалия для орбиты Марса Tetta2 = 0.465211
U \times 1 = 45.7768
                  0x2 = 3.75557
Uy1 = 43.5135
                  Vy2 = -7.81928
Uz1 = 8.3956
                  Vz2 = 5.56461
Импульс скорости для ухода с круговой орбиты ИСЗ delta Vисз = 37.0419
импульс скорости для перехода на орбиту планеты назначения delta Vисп = 32.4077
Суммарный импульс скорости Usum = 69.4496
Process returned O (0x0)
Press any key to continue.
                              execution time : 6.642 s
```

После выполнения работы программы имеем следующие значения:

Наклонение орбиты составляет 31,004808943°

Долгота восходящего узла составляет 57,65044039°

Угловая дальность перелета составляет 50,271832607°

Большая полуось орбиты составляет 1,4111

Эксцентриситет траектории полета составляет 0,162099

Аргумент перицентра орбиты составляет 2,86828

Истинная аномалия орбиты Земли составляет -97,82624098 $^{\rm o}$

Истинная аномалия орбиты Марса составляет 26,654626883°

Далее рассмотрим составляющие скоростей:

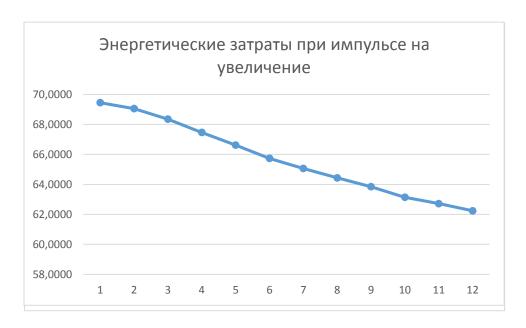
Для Земли	Для Марса	
$V_x = 45,7768 \text{ m/c}$	$V_x = 3,75557 \text{ m/c}$	
$V_y = 43,5435 \text{ m/c}$	$V_y = -7.81928 \text{ m/c}$	
$V_z = 8.3956 \text{ m/c}$	$V_z = 5,56461 \text{ m/c}$	

В завершении рассмотрим энергетические затраты на её реализацию: Импульс скорости ΔV_{ucs} для ухода с круговой орбиты = 37,0419 кг·м/с Импульс скорости ΔV_{ucn} для перехода на круговую орбиту ИС планеты назначения= 32,4077 кг·м/с

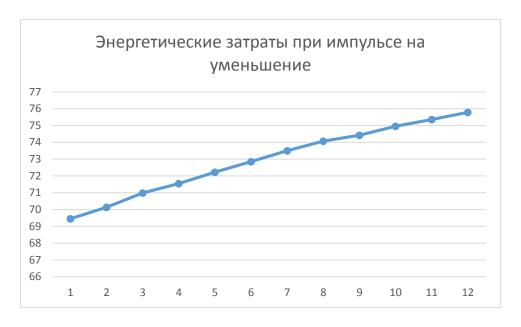
И их суммарный параметр $\Delta V_{\Sigma} = 69,4496 \text{ кг} \cdot \text{м/c}$

Проведем анализ зависимости энергетических затрат от даты старта и длительности перелёта при дате старта 10.12.2023:

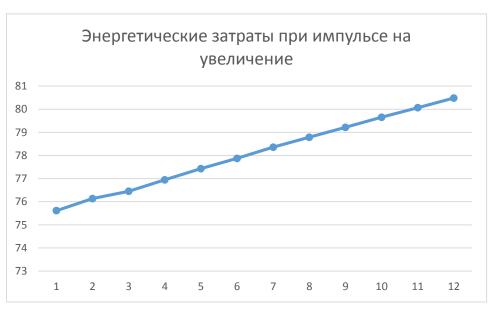
В данном случае будем увеличить время прилета на 5 дней, рассмотрим случай, когда увеличиваем на 5 дней 12 раз. Можно сделать вывод, что чем больше имеем времени на перелет, тем меньше нужно совершать импульс, тем самым экономим больше топлива.

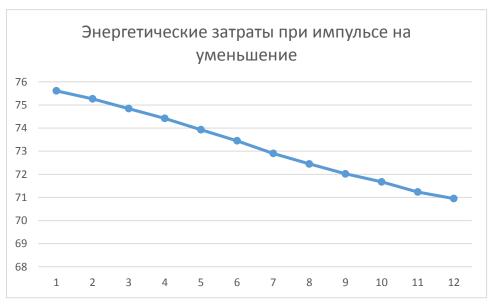


В следующем случае будем уменьшать время полета также на 5 дней и также рассмотрим 12 итераций. Можно сделать вывод о том, что чем меньше времени требуется на полет, тем больше требуется энергии на данный переход и, следовательно, требуется больше топлива.



Проведем анализ зависимости энергетических затрат от даты старта и длительности перелёта при дате старта 10.06.2024:





В ходе выполнения курсовой работы были определены:

- фазовые координаты (координаты и составляющие скорости) точки отлёта на орбите Земли и точки прилёта на орбите планеты назначения в заданные даты старта и прилёта;
- параметры гелиоцентрического участка траектории (i , Ω , ω , a , e);
- фазовые координаты точки старта и прилёта КА на гелиоцентрической траектории;
- скорости КА относительно Земли и планеты назначения (скорости на границах соответствующих сфер действия) в моменты старта и прилёта;
- импульсы скорости для ухода с орбиты ИСЗ и перехода на орбиту ИС планеты назначения (энергетические затраты) в зависимости от даты старта и продолжительности перелёта.

Анализ энергетических затрат дает наглядное наблюдение за тем, каким должен быть импульс и как она меняется в зависимости от даты старта и продолжительности полета.

Так же можно сделать вывод, что чем больше имеем времени на перелет, тем меньше нужно совершать импульс, тем самым экономим больше топлива. В обратном случае исходя из графиков делаем заключение, что чем меньше времени требуется на полет, тем больше требуется энергии на данный переход и, следовательно, требуется больше топлива.

Изменение даты старта влияет на продолжительность полета и на энергетические затраты, которые требуется прикладывать, тем самым имея фиксированную дату старта можем сэкономить на топливе и тем самым сделать полет более дешевым.

6. Список литературы

- 1. Иванов Н.М., Лысенко Л.Н. Баллистика и навигация космических аппаратов.
- 2. ЛЕКЦИИ ПО НЕБЕСНОЙ МЕХАНИКЕ ЛУКЬЯНОВ Л.Г., ШИРМИН Г.И.
- 3. Practical Astrodynamics. Alessandro de Iaco Veris.
- 4. Лекции с курса "Теория космического полета".
- 5. Теория движения искусственных спутников Земли. Аксенов Е.П.
- 6. Маневрирование космических аппаратом в окрестности круговой орбиты. Баранов А.А.