Московский авиационный институт

(Государственный технический университет)

Кафедра 604

Т.А. Морозова

Расчет межпланетных траекторий перелёта.

Методические указания для выполнения курсовой работы по дисциплинам

«Динамика полета», «Теория полета»

Утверждено на заседании кафедры 604

2019 года.

Москва 2019

Оглавление

Основные обозначения.

Введение.

1. Цель и содержание курсовой работы.

2. Расчет гелиоцентрического участка межпланетной траектории перелёта (внешняя задача).

2.1 Расчет параметров орбит Земли и планеты назначения в конкретные даты старта.

2.2 Определение параметров орбиты гелиоцентрического участка перелёта.

2.2.1 Определение параметров плоскости гелиоцентрического участка траектории перелёта.

2.2.2 Решение уравнения Ламберта.

2.3 Определение скорости КА в момент ухода с орбиты Земли и прилёта на орбиту планеты назначения.

3. Расчет планетоцентрических участков траектории (внутренняя задача).

4. Исходные данные для расчета.

Литература.

Приложение 1. Варианты заданий.

Приложение 2. Вариант для отладки программы (контрольный вариант).

Основные обозначения.

большая полуось орбиты

эксцентриситет орбиты

параметр орбиты

радиус

орбитальная скорость

радиальная составляющая скорости

тангенциальная составляющая скорости

эксцентрическая аномалия

истинная аномалия

наклонение орбиты

долгота восходящего угла

аргумент перицентра

аргумент широты

гравитационная константа

долгота перицентра

угловая дальность перелёта

дата старта

Ка космический аппарат

Ис искусственный спутник

Нижние индексы

з Земля

пл планета

сф сфера действия

кр круговая

суммарный

т.п. траектория перелёта

1 точка старта

2 точка прилёта

Введение

Точные методы решения задачи межпланетных перелётов, при которых необходимо учитывать притяжение нескольких небесных тел и использовать численные методы решения задачи, часто оказываются неприемлемыми из-за своей громоздкости и трудоемкости при проведении большого числа расчетов, связанных с выбором оптимальных траекторий перелёта (даты старта и прибытия), необходимых энергетических затрат.

При проведении проектно-баллистических расчетов обычно пользуются приближенными методами, которые основаны на разбиении всей межпланетной траектории на участки преимущественно гравитационного воздействия одного из небесных тел, что позволяет на каждом из них учитывать притяжение только одного небесного тела. Обычно выделяют три участка межпланетной траектории: геоцентрический, гелиоцентрический и планетоцентрический. Границы этих участков определяются сферами действия Земли и планеты назначения, причем сферы действия, а, следовательно, и их границы перемещаются в соответствии с орбитальным движением планет. Принято расчет планетоцентрических участков называть внутренней задачей (движение внутри сферы действия), а гелиоцентрический участок, соответственно, внешней задачей (движение вне сферы действия). При расчете гелиоцентрического участка размерами сфер действия можно пренебречь, т.е. принять, что сферы действия планет стянуты в точки, которые совпадают с центром масс планет.

1. Цель и содержание курсовой работы

Целью данной курсовой работы является усвоение лекционного материала и приобретение практических навыков расчета межпланетных траекторий перелёта с учетом реальных параметров орбит, их эллиптичности и компланарности для заданных даты старта и продолжительности перелёта.

В процессе выполнения курсовой работы должны быть определены:

* фазовые координаты ( координаты и составляющие скорости ) точки отлёта на орбите Земли и точки прилёта на орбите планеты назначения в заданные даты старта и прилёта;
* параметры гелиоцентрического участка траектории ( );
* фазовые координаты точки старта и прилёта КА на гелиоцентрической траектории;
* скорости КА относительно Земли и планеты назначения ( скорости на границах соответствующих сфер действия ) в моменты старта и прилёта;
* импульсы скорости для ухода с орбиты ИСЗ и перехода на орбиту ИС планеты назначения ( энергетические затраты ) в зависимости от даты старта и продолжительности перелёта.

2. Расчет гелиоцентрического участка

межпланетной траектории перелёта ( Внешняя задача )

2.1 Расчет параметров орбит Земли и планеты назначения

в конкретные даты старта

Введем гелиоцентрическую декартовую систему координат OXYZ. Ось OX направлена в точку весеннего равноденствия, оси OX и OY лежат в плоскости эклиптики, OZ направлена к северному полюсу эклиптики.

Задано: дата старта , время перелёта , высоты круговых орбит ИС планеты старта ( Земли ) и планеты назначения.

Рассмотрим гелиоцентрический участок перелёта Земля – планета назначения. Будем отсчитывать даты старта и прилета от некоторой даты , для которой известны параметры орбит Земли и планеты назначения. Рассматриваются даты старта юлианского календаря.

Заданы нижеследующие параметры орбит в юлианскую дату старта : большая полуось – , эксцентриситет – , наклонение плоскости орбиты к плоскости эклиптики – , долгота восходящего узла – , средняя долгота перицентра – , орбитальный период – , среднесуточное движение , средняя долгота – .

Даты и должны отстоять от даты настолько, чтобы можно было пренебречь возмущениями элементов орбит.

Располагая параметрами орбит Земли и планеты назначения в момент , определим положение Земли и планеты назначения на их орбитах в моменты и ( углы истинной аномалии и , а также координаты точек отлёта и прилёта в гелиоцентрической системе координат ,, и ,, ).

Для определения значения и определим вначале углы эксцентрической аномалии, решая уравнение Кеплера:

, где (1)

,

,

Уравнение Кеплера решается методом итераций.

Угол истинной аномалии , гелиоцентрический радиус точек старта и прилёта – , радиальная и трансверсальная составляющие орбитальной скорости Земли и планеты назначения и в моменты и , соответственно определяются по формулам 2, 3, 4.

, (2)

(4)

,

i = 1, 2 , где «1» - соответсвует точке старта с орбиты Земли

«2» - соответвует точке прилёта на орбиту планеты назначения.

Определим координаты радиуса вектора и орбитальной скорости в орбитальной системе координат, а зайдем перейдем к принятой гелиоцентрической системе координат.

Орбитальная система координат: плоскость совпадает с плоскостью орбиты соответствующей планеты. Ось направлена в перицентр соответствующей планеты, ось ей перпендикулярна, ось перпендикулярна плоскости и составляет правую систему координат.

(5)

(6)

Переход от системы координат к гелиоцентрической системе OXYZ осуществляется с помощью с помощью матрицы перехода:

= A = A (7)

(8)

, где

(9)

,

Расчеты проводятся для точки 1 ( старта ) и точки 2 (прилёта ). Параметры соответствующих орбит приведены в исходных данных, см. таблицу 1.

2.2 Определение параметров орбиты гелиоцентрического участка перелёта

2.2.1 Определение параметров плоскости гелиоцентрического участка траектории перелёта.

Вектора и определяют плоскость гелиоцентрического участка траектории. Угол наклона траектории перелёта определяется по формуле:

(10)

,

Долгота восходящего узла определяется из соотношений :

(11)

,

Параметры и гелиоцентрического участка траектории КА полностью определяют положение плоскости перелёта в эклиптической системе координат.

2.2.2 Решение уравнения Ламберта

Угловая дальность перелёта определяется из соотношений (12) :

(12)

Вычисление элементов орбиты перелёта сводится к решению задачи Ламберта, которая позволяет по известным значениям радиусов и , угловому расстоянию между ними , времени перелёта определить величину большой полуоси орбиты перелёта .

Ниже приведена последовательность вычислений по определению величины .

Рассмотрим наиболее характерный случай перелёта по эллиптической орбите ( ).

Как показано в работах [1] в этом случае существует единственное решение уравнения Ламберта.

Предварительно вычисляем время перелёта по граничной эллиптической орбите, для которой

, где

длина хорды, соединяющей начальную и конечную точки траектории.

(13)

где

- гравитационный параметр Солнца,

Знак (+) относится к случаю Pi

Знак (-) относится к случаю 0

Сравниваем время перелёта с . Если < , то перелёт совершается по эллиптической орбите первого рода [1], для которой

и вычисляется из трансцендентного уравнения (14):

, (14)

где

(15)

В случае > перелёт совершается по эллиптической орбите второго рода с большой полуосью

и вычисляется из трансцендентного уравнения (16):

(16)

При этом ограничения (15) сохраняются. Уравнения решаются численно одним из итерационных способов.

Эксцентриситет эллиптической орбиты перелёта определяется из соотношения (17):

(17)

где

;

;

При этом должны учитываться ограничения :

* для орбиты первого рода

при

при (18)

при

* для орбиты второго рода

при

при (19)

при

По известным значениям и определим аргумент перигелия . Первоначально определим значения эксцентрических аномалий и истинной аномалии для точек 1 и 2 траектории перелёта из соотношений (20) и (21):

где .

Аргумент перигелия определим по формуле (22):

(22)

где

- аргумент широты точки 1 или 2 определится из соотношений (23) :

где

2.3 Определение скорости КА в момент старта с орбиты Земли

и прилёта на орбиту планеты назначения

Величины радиальной и трансверсальной составляющих скорости определятся как

Введем орбитальную прямоугольную систему координат , где плоскость совпадает с плоскостью орбиты перелёта, ось направлена в её перицентр, тогда составляющие скорости КА определятся по формулам (25).

(25)

Переход к принятой гелиоцентрической системе координат осуществляется с помощью матрицы перехода А (8). Элементы матрицы А определяются по формулам (9), где значения , и определены по формулам (10, 11, 22), соответственно

= A

Импульс скорости при уходе с орбиты Земли в момент и импульс скорости при прибытие на орбиту планеты назначения в момент + определится по соотношениям (26).

, где

- орбитальная скорость Земли в дату ;

- орбитальная скорость планеты назначения в дату .

Значения и определены по формулам (4, 6, 7).

и - скорости КА в начале и конце траектории перелёта, их значения определяются по формулам (24, 6, 7).

3. Расчет планетоцентрических участков траектории ( Внутренняя задача )

Полученные значения и являются исходными данными для расчета геоцентрического и планетоцентрического участков, соответственно

- скорость КА относительно Земли на границе её сферы действия (гиперболический избыток скорости )

- скорость КА относительно планеты назначения на границе сферы её действия (гиперболический избыток скорости )

Импульс скорости для ухода с круговой орбиты ИСЗ высотой и импульс скорости для перехода на круговую орбиту ИС планеты назначения высотой определяются по соотношениям (29):

В результате работы для заданного варианта расчета должны быть определены параметры межпланетной траектории перелёта :

(, ),

энергетические затраты на её реализацию (); получены зависимости энергетических затрат от даты старта и длительности перелёта, дан анализ этих зависимостей.

Варианты для расчета см. приложение 1.

4. Исходные данные для расчета

В таблице приведены параметры орбит Земли и Марса на дату 1 января 1957г. (юлианская дата 2435839)

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Планета  Параметр | Земля | Марс |
|  | 1 | 1,523691 |
| e | 0,01672 | 0,09336 |
| I [рад] | 0 | 0,032 |
| [рад] | 0 | 0,859 |
| π [рад] | 1,78374 | 5,81 |
| n [рад/сут] | 0,017202 | 0,009146 |
| 𝜆 [рад] | 1,74338 | 0,775 |
| [сут] | 2435839 (ю) | 2435839 (ю) |
| [] | 3,986\* | 4,288\* |
| [млн.км.] | 0,925 | 0,577 |
| = 1,327\* [] | | |

Литература

1. Д.Е.Охоцимский, Ю.Г.Сихарулидзе «Основы механики космического полёта», изд-во «Наука», 1990г..
2. С.А.Горбатенко, Э.М.Макашов «Механика полёта», изд-во «Машиностроение», 1996г..

**Приложение 1**

Варианты заданий

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № | Планета назначения |  | , сут | , км | , км |
| 1 | Марс | 10.01.2020 | 180 | 50 000 | 5 000 |
| 2 | Марс | 21.01.2020 | 190 | 60 000 | 6 000 |
| 3 | Марс | 10.02.2020 | 200 | 70 000 | 7 000 |
| 4 | Марс | 21.02.2020 | 210 | 80 000 | 8 000 |
| 5 | Марс | 10.03.2020 | 220 | 90 000 | 9 000 |
| 6 | Марс | 21.03.2020 | 230 | 100 000 | 10 000 |
| 7 | Марс | 10.04.2020 | 240 | 110 000 | 15 000 |
| 8 | Марс | 21.04.2021 | 180 | 50 000 | 5 000 |
| 9 | Марс | 10.05.2021 | 190 | 60 000 | 6 000 |
| 10 | Марс | 21.05.2021 | 200 | 70 000 | 7 000 |
| 11 | Марс | 10.06.2021 | 210 | 80 000 | 8 000 |
| 12 | Марс | 21.06.2021 | 220 | 90 000 | 9 000 |
| 13 | Марс | 10.07.2021 | 230 | 100 000 | 10 000 |
| 14 | Марс | 21.07.2021 | 240 | 110 000 | 15 000 |
| 15 | Марс | 10.08.2022 | 180 | 50 000 | 5 000 |
| 16 | Марс | 21.08.2022 | 190 | 60 000 | 6 000 |
| 17 | Марс | 10.09.2022 | 200 | 70 000 | 7 000 |
| 18 | Марс | 21.09.2022 | 210 | 80 000 | 8 000 |
| 19 | Марс | 10.10.2022 | 220 | 90 000 | 9 000 |
| 20 | Марс | 21.10.2022 | 230 | 100 000 | 10 000 |
| 21 | Марс | 10.11.2022 | 240 | 110 000 | 15 000 |
| 22 | Марс | 21.11.2023 | 180 | 50 000 | 5 000 |
| 23 | Марс | 10.12.2023 | 190 | 60 000 | 6 000 |
| 24 | Марс | 21.12.2023 | 200 | 70 000 | 7 000 |
| 25 | Марс | 01.01.2023 | 210 | 80 000 | 8 000 |

