Привет!!

№3

$3xy - x^3 \to \max$ s.t. $2x - y = -5$, $5x + 2y \geq 37$, $x \geq 0$, $y \geq 0$.

! Если можно упростить задачу, то сделайте это обязательно !

$$L = \underbrace{3xy - x^3 + \lambda_1(2x - y + 5) + \lambda_2(5x + 2y - 37)}_{\tilde{L}} + \lambda_3 \cdot x + \lambda_4 \cdot y$$

F.O.C. $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, x, y$.

$$\frac{\partial L}{\partial x} = 0 \quad \frac{\partial L}{\partial y} = 0 \quad \frac{\partial L}{\partial \lambda_1} = 0 \quad \frac{\partial L}{\partial \lambda_2} \geq 0 \quad \frac{\partial L}{\partial \lambda_3} \geq 0$$

$$\lambda_2, \lambda_3, \lambda_4 \geq 0 \qquad \frac{\partial L}{\partial \lambda_4} \geq 0$$

$$\lambda_2 \cdot \frac{\partial L}{\partial \lambda_2} = 0 \quad \lambda_3 \cdot \frac{\partial L}{\partial \lambda_3} = 0 \quad \lambda_4 \cdot \frac{\partial L}{\partial \lambda_4} = 0$$

$$\overset{0}{\frac{\partial L}{\partial x}} = \frac{\partial \tilde{L}}{\partial x} + \lambda_3$$

для теории.

$$\tilde{L} = 3xy - x^3 + \lambda_1(2x - y + 5) + \lambda_2(5x + 2y - 37)$$

$$\frac{\partial \tilde{L}}{\partial \lambda_1} = 0 \quad \frac{\partial \tilde{L}}{\partial \lambda_2} \geq 0 \quad \lambda_2 \cdot \frac{\partial \tilde{L}}{\partial \lambda_2} = 0 \quad \lambda_2 \geq 0$$

$$\frac{\partial \tilde{L}}{\partial x} \leq 0$$

$$\frac{\partial \tilde{L}}{\partial y} \leq 0$$

Шаг!

Бесстрашно упрощайте!

сист A

$$\begin{cases} 2x - y = -5 \\ 5x + 2y \geq 37 \\ x \geq 0 \quad y \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 2x+5 \\ 5x + 2(2x+5) \geq 37 \\ x \geq 0 \quad 2x+5 \geq 0 \end{cases}$$

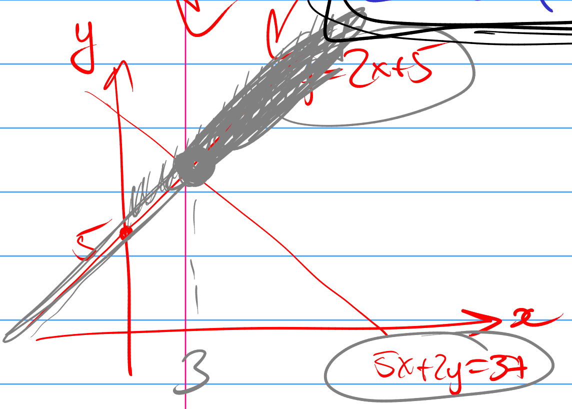
$$\begin{cases} y = 2x+5 \\ x \geq 0 \\ 9x \geq 27 \end{cases}$$

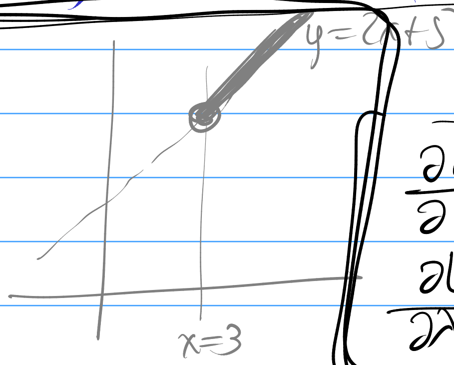
сист B автом-ки!

$$\begin{cases} y = 2x+5 \\ x \geq 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ \cancel{x \geq 7} \\ x \geq 25 \end{cases}$$

$$\boxed{L = 3x(2x+5) - x^3 + \lambda(x-3)}$$





F.O.C. ✓

$$\frac{\partial L}{\partial x} = 0 \qquad \lambda \geq 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} \geq 0 \qquad \lambda \cdot \frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0$$

x, λ?

$$L = 3xy - x^3 + \lambda_1 (x-3) + \lambda_2 \cdot (2x - y + 5)$$

F.O.C. ...

---

1 курс. без ККТ. (A) макс либо на границе $x=3$

(B) либо внутри $x>3$.

$$f(x) = 3x \cdot (2x+5) - x^3 \qquad f'(x) = 0.$$

(B) $x>3$ $f'(x)=0$ $f' = 12x+15-3x^2=0.$

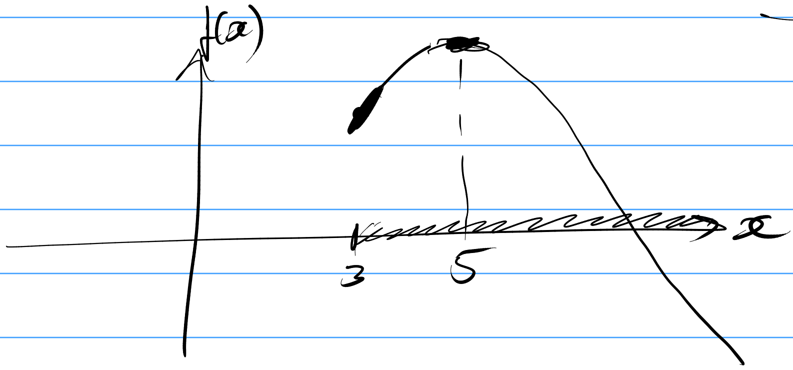
$x_1=$ $x_2=\dots$

(A) $x=3$ $\boxed{f'(3)>0}$

$x^2-4x-5=0.$

$\boxed{x_1=5}$ $x_2=-1$

$f'=0$ $f'=0$



Ответ: $x=5$

$y=2x+5$

Картинки!

автономные ур-ия (autonomous)

входять в ур-ие только y и y'

(x не входит).

Упр.

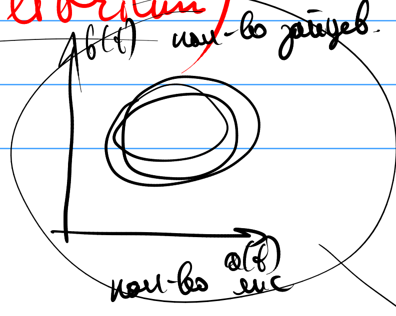
$$y'=y^2-4y-5$$

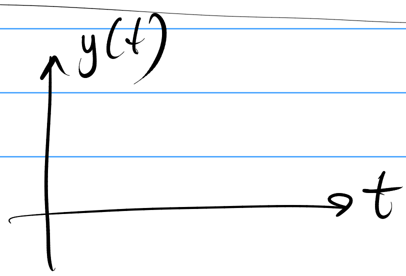
(V) c) нарис-йте фазовый портрет (phase line)

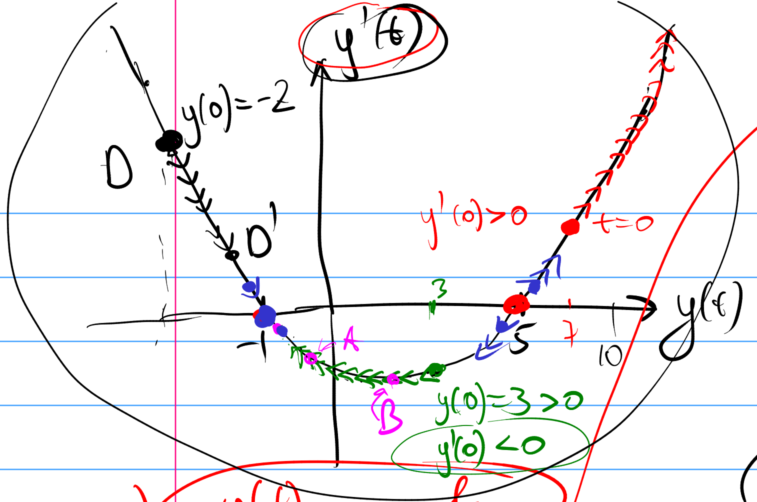
(V) a) найдите решения вида $y(x)=\text{const}$. (equilibrium)

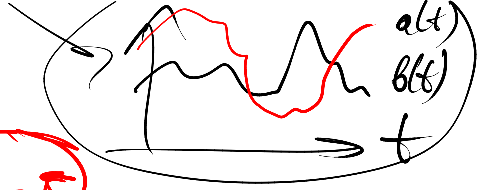
б) качественно распишите как ведут себя решения с разными стартовыми $y(0)=y_0$

в) явля-ся ли равновесия из a) устойчивыми (stable equilibrium)









$$y' = y^2 - 4y - 5$$

Бывают ли такие моменты времени, что $y'(t)=0$ и $y(t)>10$?

по граф-ку: такого не бывает!

а) $y(t) = \text{const}$

$y'(t) = 0$

$\boxed{y(t) = -1}$

$\boxed{y(t) = 5}$ ← это равновесия!

это оч. простые решения нашего ДУ!

б) допустим $y(0)=7$ => $y(t)$ будет расти до ∞

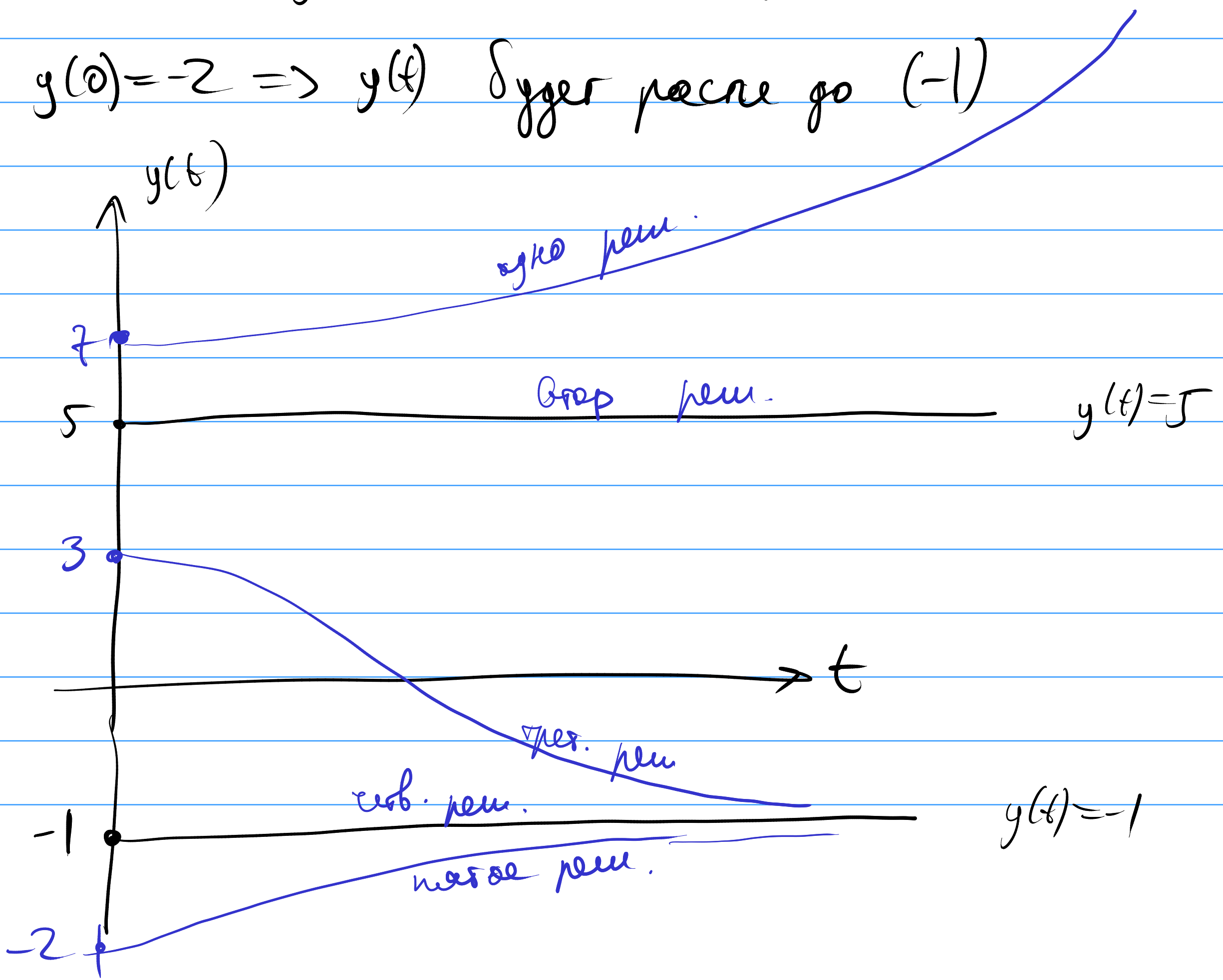
допустим $y(0)=3$

$y'(t)$ – скорость изменения $y(t)$

если $y'(t)<0$, то в этот момент $y(t)$ падает

$y(0)=3$ => $y(t)$ будет падать до (-1)

если $y(0)=-2$ => $y(t)$ будет расти до (-1)



д) если $y(0) > 5$, то $y(t)$ монот-нно растёт и $\lim\limits_{t \to \infty} y(t) = +\infty$

если $y(0) = 5$, то $y(t) = 5$

если $y(0) \in (-1; 5)$, то $y(t)$ монот.-нно падает и $\lim\limits_{t \to \infty} y(t) = -1$

...

в) решение вида $y(t) = c$ наз-ся устойчивым если найдется ε такое, что при $y(0) \in (c - \varepsilon; c + \varepsilon)$ $\lim\limits_{t \to \infty} y(t) = c$

равн $y(t) = -1$ stable
равн $y(t) = 5$ unstable