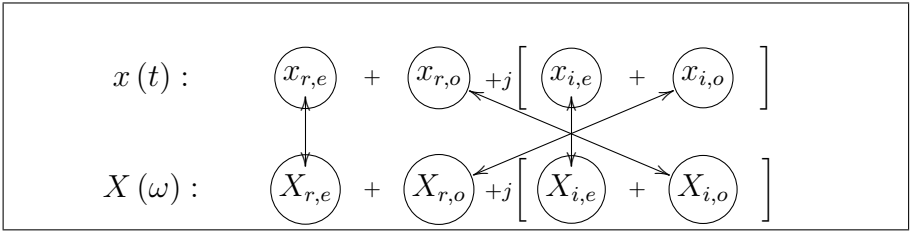


## טבלת התמרת פורייה

התמרת פורייה	אות	
$2\pi \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k \delta(\omega - k\omega_0)$	$\sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k e^{jk\omega_0 t}$	.1
$2\pi\delta(\omega - \omega_0)$	$e^{j\omega_0 t}$	.2
$\pi[\delta(\omega - \omega_0) + \delta(\omega + \omega_0)]$	$\cos \omega_0 t$	.3
$\frac{\pi}{j}[\delta(\omega - \omega_0) - \delta(\omega + \omega_0)]$	$\sin \omega_0 t$	.4
$2\pi\delta(\omega)$	$x(t) = 1$	.5
$\sum_{k=-\infty}^{+\infty} \frac{2 \sin(k\omega_0 T_1)}{k} \delta(\omega - k\omega_0)$  Where: $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}$	Periodic square wave $x(t) = \begin{cases} 1, &  t  < T_1 \\ 0, & T_1 <  t  \leq \frac{T_0}{2} \end{cases}$ and $x(t + T_0) = x(t)$	.6
$\frac{2\pi}{T} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta\left(\omega - \frac{2\pi k}{T}\right)$	$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(t - nT)$	.7
$X(\omega) = \begin{cases} 1, &  \omega  < W \\ 0, &  \omega  > W \end{cases}$	$\frac{W}{\pi} \text{sinc}(Wt) = \frac{\sin Wt}{\pi t}$	.8
1	$\delta(t)$	.9
$\frac{1}{j\omega} + \pi\delta(\omega)$	$u(t)$	.10
$e^{-j\omega t_0}$	$\delta(t - t_0)$	.11
$\frac{1}{a + j\omega}$	$e^{-at} u(t), \text{Re}(a) > 0$	.12
$\frac{1}{(a + j\omega)^2}$	$te^{-at} u(t), \text{Re}(a) > 0$	.13
$\frac{1}{(a + j\omega)^n}$	$\frac{t^{n-1}}{(n-1)!} e^{-at} u(t), \text{Re}(a) > 0$	.14
$\frac{2}{j\omega}$	$\text{sign}(t) = f(t) = \begin{cases} 1 & t > 0 \\ 0 & t = 0 \\ -1 & t < 0 \end{cases}$	.15
$2a \text{sinc}(a\omega)$	$x(t) = \begin{cases} 1 &  t  < a \\ 0 &  t  > a \end{cases}$	.16

**תכונות של התמרת פוריה**

ספרור	סיגנל	התמרת פוריה
	$x(t)$	$X(\omega)$
	$y(t)$	$Y(\omega)$
1. לינאריות	$ax(t) + by(t)$	$aX(\omega) + bY(\omega)$
2. הזזה בזמן	$x(t - t_0)$	$e^{-j\omega t_0} X(\omega)$
3. הזזה בתדר	$e^{j\omega_0 t} x(t)$	$X(\omega - \omega_0)$
4. צמוד	$x^*(t)$	$X^*(-\omega)$
5. שיקוף	$x(-t)$	$X(-\omega)$
6. שינוי קנה מידה	$x(at)$	$\frac{1}{ a } X\left(\frac{\omega}{a}\right)$
7. קונבולוציה	$(x * y)(t)$	$X(\omega) \cdot Y(\omega)$
8. מכפלה	$x(t) \cdot y(t)$	$\frac{1}{2\pi} (X * Y)(\omega)$
9. נגזרת	$\frac{d}{dt} x(t)$	$j\omega X(\omega)$
10. אינטגרל	$\int_{-\infty}^t x(\tau) d\tau$	$\frac{1}{j\omega} X(\omega) + \pi X(0)\delta(\omega)$
11. הכפלה ב-t	$t \cdot x(t)$	$j \frac{d}{d\omega} X(\omega)$
12. ממשיות	$x(t)$ ממשי	$\begin{cases} X(\omega) = X^*(-\omega) \\ \text{Re}\{X(\omega)\} = \text{Re}\{X(-\omega)\} \\ \text{Im}\{X(\omega)\} = -\text{Im}\{X(-\omega)\} \\  X(\omega)  =  X(-\omega)  \\ \angle X(\omega) = -\angle X(-\omega) \end{cases}$
13. החלק הזוגי	$x_e(t) = \text{Even}\{x(t)\}$ [ $x(t)$ real]	$\text{Re}\{X(\omega)\}$
14. החלק האי זוגי	$x_o(t) = \text{Odd}\{x(t)\}$ [ $x(t)$ real]	$j \cdot \text{Im}\{X(\omega)\}$
15. עקרון הדואליות	$X(t)$	$2\pi x(-\omega)$
16. משפט פלנשרל  ומשפט פרסבל (מקרה פרטי)	$\int_{-\infty}^{\infty} x(t) y^*(t) dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(\omega) Y^*(\omega) d\omega$ $\int_{-\infty}^{\infty}  x(t) ^2 dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty}  X(\omega) ^2 d\omega$	



where:

- $x_{r,e}$  is the real and even part of  $x(t)$
- $x_{r,o}$  is the real and odd part of  $x(t)$
- $x_{i,e}$  is the imaginary and even part of  $x(t)$
- and so on.

טבלת התמורות לפלס

תחום התכנסות ROC	התמרת לפלס (Transform)	אות (signal)	ספרור
$All\ s$	1	$\delta(t)$	1
$\operatorname{Re}\{s\} > 0$	$\frac{1}{s}$	$u(t)$	2
$\operatorname{Re}\{s\} < 0$	$\frac{1}{s}$	$-u(-t)$	3
$\operatorname{Re}\{s\} > 0$	$\frac{1}{s^n}$	$\frac{t^{n-1}}{(n-1)!}u(t)$	4
$\operatorname{Re}\{s\} < 0$	$\frac{1}{s^n}$	$-\frac{t^{n-1}}{(n-1)!}u(-t)$	5
$\operatorname{Re}\{s\} > -\alpha$	$\frac{1}{s+\alpha}$	$e^{-\alpha t}u(t)$	6
$\operatorname{Re}\{s\} < -\alpha$	$\frac{1}{s+\alpha}$	$-e^{-\alpha t}u(-t)$	7
$\operatorname{Re}\{s\} > -\alpha$	$\frac{1}{(s+\alpha)^n}$	$\frac{t^{n-1}}{(n-1)!}e^{-\alpha t}u(t)$	8
$\operatorname{Re}\{s\} < -\alpha$	$\frac{1}{(s+\alpha)^n}$	$-\frac{t^{n-1}}{(n-1)!}e^{-\alpha t}u(-t)$	9
$All\ s$	$e^{-sT}$	$\delta(t-T)$	10
$\operatorname{Re}\{s\} > 0$	$\frac{s}{s^2 + \omega_0^2}$	$[\cos \omega_0 t]u(t)$	11
$\operatorname{Re}\{s\} > 0$	$\frac{\omega_0}{s^2 + \omega_0^2}$	$[\sin \omega_0 t]u(t)$	12
$\operatorname{Re}\{s\} > -\alpha$	$\frac{s+\alpha}{(s+\alpha)^2 + \omega_0^2}$	$[e^{-\alpha t} \cos \omega_0 t]u(t)$	13
$\operatorname{Re}\{s\} > -\alpha$	$\frac{\omega_0}{(s+\alpha)^2 + \omega_0^2}$	$[e^{-\alpha t} \sin \omega_0 t]u(t)$	14

### תכונות של התמרת לפלס

תכונה	אות (signal)	התמרת לפלס (Transform)	תחום התכנסות ROC
<b>.1</b>	$x(t)$	$X(s)$	$R$
<b>.2</b>	$x_1(t)$	$X_1(s)$	$R_1$
<b>.3</b>	$x_2(t)$	$X_2(s)$	$R_2$
<b>.4</b>	$\alpha x_1(t) + \beta x_2(t)$	$\alpha X_1(s) + \beta X_2(s)$	At least $R_1 \cap R_2$
<b>.5</b>	$x(t - t_0)$	$e^{-st_0} X(s)$	$R$
<b>.6</b>	$e^{s_0 t} x(t)$	$X(s - s_0)$	$s$ is in the ROC if $(s - s_0)$ is in $R$
<b>.7</b>	$x(\alpha t)$	$\frac{1}{ \alpha } X\left(\frac{s}{\alpha}\right)$	$s$ is in the ROC if $(s/\alpha)$ is in $R$
<b>.8</b>	$(x_1 * x_2)(t)$	$X_1(s) \cdot X_2(s)$	At least $R_1 \cap R_2$
<b>.9</b>	$\frac{d}{dt} x(t)$	$sX(s)$	At least $R$
<b>.10</b>	$-tx(t)$	$\frac{d}{ds} X(s)$	$R$ (if $X(s)$ is rational)
<b>.11</b>	$\int_{-\infty}^t x(\tau) d\tau$	$\frac{1}{s} X(s)$	At least $R \cap \{\text{Re}(s) > 0\}$

## תכונות של מקדמי פורייה

Property	Section	Periodic Signal	Fourier Series Coefficients
		$\left. \begin{array}{l} x(t) \\ y(t) \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Periodic with period } T \text{ and} \\ \text{fundamental frequency } \omega_0 = 2\pi/T \end{array}$	$\begin{array}{l} a_k \\ b_k \end{array}$
<hr style="border-top: 1px dashed black;"/>			
Linearity	3.5.1	$Ax(t) + By(t)$	$Aa_k + Bb_k$
Time Shifting	3.5.2	$x(t - t_0)$	$a_k e^{-jk\omega_0 t_0} = a_k e^{-jk(2\pi/T)t_0}$
Frequency Shifting		$e^{jM\omega_0 t} = e^{jM(2\pi/T)t} x(t)$	$a_{k-M}$
Conjugation	3.5.6	$x^*(t)$	$a_{-k}^*$
Time Reversal	3.5.3	$x(-t)$	$a_{-k}$
Time Scaling	3.5.4	$x(\alpha t), \alpha > 0$ (periodic with period $T/\alpha$ )	$a_k$
Periodic Convolution		$\int_T x(\tau)y(t - \tau)d\tau$	$Ta_k b_k$
Multiplication	3.5.5	$x(t)y(t)$	$\sum_{l=-\infty}^{+\infty} a_l b_{k-l}$
Differentiation		$\frac{dx(t)}{dt}$	$jk\omega_0 a_k = jk \frac{2\pi}{T} a_k$
Integration		$\int_{-\infty}^t x(t) dt$ (finite valued and periodic only if $a_0 = 0$ )	$\left(\frac{1}{jk\omega_0}\right)a_k = \left(\frac{1}{jk(2\pi/T)}\right)a_k$
Conjugate Symmetry for Real Signals	3.5.6	$x(t)$ real	$\begin{cases} a_k = a_{-k}^* \\ \Re\{a_k\} = \Re\{a_{-k}\} \\ \Im\{a_k\} = -\Im\{a_{-k}\} \\  a_k  =  a_{-k}  \\ \angle a_k = -\angle a_{-k} \end{cases}$
Real and Even Signals	3.5.6	$x(t)$ real and even	$a_k$ real and even
Real and Odd Signals	3.5.6	$x(t)$ real and odd	$a_k$ purely imaginary and odd
Even-Odd Decomposition of Real Signals		$\begin{cases} x_e(t) = \mathcal{E}\{x(t)\} & [x(t) \text{ real}] \\ x_o(t) = \mathcal{O}\{x(t)\} & [x(t) \text{ real}] \end{cases}$	$\begin{cases} \Re\{a_k\} \\ j\Im\{a_k\} \end{cases}$

### Parseval's Relation for Periodic Signals

$$\frac{1}{T} \int_T |x(t)|^2 dt = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} |a_k|^2$$

(עמ' 206 בספר הקורס, טבלה 3.1)

## טבלת התמרות Z

ספרור	אות	התמרת Z	ROC
.1	$\delta(n)$	1	All z
.2	$u(n)$	$\frac{1}{1-z^{-1}}$	$ z  > 1$
.3	$-u(-n-1)$	$\frac{1}{1-z^{-1}}$	$ z  < 1$
.4	$\delta(n-m)$	$z^{-m}$	All z except 0 (if m>0) or $\infty$ (if m<0)
.5	$a^n u(n)$	$\frac{1}{1-az^{-1}}$	$ z  >  a $
.6	$-a^n u(-n-1)$	$\frac{1}{1-az^{-1}}$	$ z  <  a $
.7	$na^n u(n)$	$\frac{az^{-1}}{(1-az^{-1})^2}$	$ z  >  a $
.8	$-na^n u(-n-1)$	$\frac{az^{-1}}{(1-az^{-1})^2}$	$ z  <  a $
.9	$[\cos \Omega_0 n] u(n)$	$\frac{1 - [\cos \Omega_0] z^{-1}}{1 - [2 \cos \Omega_0] z^{-1} + z^{-2}}$	$ z  > 1$
.10	$[\sin \Omega_0 n] u(n)$	$\frac{[\sin \Omega_0] z^{-1}}{1 - [2 \cos \Omega_0] z^{-1} + z^{-2}}$	$ z  > 1$
.11	$[r^n \cos \Omega_0 n] u(n)$	$\frac{1 - [r \cos \Omega_0] z^{-1}}{1 - [2r \cos \Omega_0] z^{-1} + r^2 z^{-2}}$	$ z  > r$
.12	$[r^n \sin \Omega_0 n] u(n)$	$\frac{[r \sin \Omega_0] z^{-1}}{1 - [2r \cos \Omega_0] z^{-1} + r^2 z^{-2}}$	$ z  > r$

## תכונות של התמרת Z

ספרור	אות	התמרת Z	ROC
.1	$x(n)$	$X(z)$	$R_x$
.2	$x_1(n)$	$X_1(z)$	$R_1$
.3	$x_2(n)$	$X_2(z)$	$R_2$
.4	$ax_1(n) + bx_2(n)$	$aX_1(z) + bX_2(z)$	At least $R_1 \cap R_2$
.5	$x(n - n_0)$	$z^{-n_0} X(z)$	$R_x \cup \{z = 0\}$ or $R_x \setminus \{z = 0\}$
.6	$e^{j\Omega_0 n} x(n)$	$X(e^{-j\Omega_0} z)$	$R_x$
.7	$a^n x(n)$	$X(a^{-1} z)$	$ a  \cdot R_x$
.8	$x(-n)$	$X(z^{-1})$	$R_x^{-1}$
.9	$w(n) = \begin{cases} x(r), & n = rk \\ 0, & n \neq rk \end{cases}$	$X(z^k)$	$R_x^{1/k}$
.10	$x_1(n) * x_2(n)$	$X_1(z) \cdot X_2(z)$	At least $R_1 \cap R_2$
.11	$nx(n)$	$-z \frac{dX(z)}{dz}$	$R_x$
.12	$\sum_{k=-\infty}^n x(k)$	$\frac{1}{1 - z^{-1}} X(z)$	At least $R_1 \cap \{z,  z  > 1\}$

### להתמרה החז-צדדית:

$$Z_+(\sigma^{-1}x)(z) = z^{-1}Z_+(x)(z) + x(-1)$$

\* כאשר  $\sigma$  היא הזזה.

$$Z_+((x \cdot u) * (y \cdot u)) = Z_+(x \cdot u)Z_+(y \cdot u)$$



**טבלת התמרת פורייה בזמן בדיד**

התמרת פורייה	אות	ספרור
$2\pi \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k \delta(\Omega - \frac{2\pi k}{N})$	$\sum_{k=0}^{N-1} a_k e^{jk(2\pi/N)n}$	<b>.1</b>
$2\pi \sum_{l=-\infty}^{\infty} \delta(\Omega - \Omega_0 - 2\pi l)$	$e^{j\Omega_0 n}$	<b>.2</b>
$\pi \sum_{l=-\infty}^{\infty} \{[\delta(\Omega - \Omega_0 - 2\pi l) + \delta(\Omega + \Omega_0 - 2\pi l)]\}$	$\cos(\Omega_0 n)$	<b>.3</b>
$\frac{\pi}{j} \sum_{l=-\infty}^{\infty} \{[\delta(\Omega - \Omega_0 - 2\pi l) - \delta(\Omega + \Omega_0 - 2\pi l)]\}$	$\sin(\Omega_0 n)$	<b>.4</b>
$2\pi \sum_{l=-\infty}^{\infty} \delta(\Omega - 2\pi l)$	$x(n) = 1$	<b>.5</b>
$\frac{2\pi}{N} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta\left(\Omega - \frac{2\pi k}{N}\right)$	$\sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(n - kN)$	<b>.6</b>
$X(\Omega) = \begin{cases} \frac{\pi}{W}, & 0 \leq  \Omega  \leq W \\ 0, & W <  \Omega  \leq \pi \end{cases}$	$\text{sinc}(Wn) = \begin{cases} \frac{\sin Wn}{Wn}, & n \neq 0 \\ 1, & n = 0 \end{cases}$ $0 < W < \pi$	<b>.7</b>
1	$\delta(n)$	<b>.8</b>
$\frac{1}{1 - \exp(-j\Omega)} + \sum_{k=-\infty}^{\infty} \pi \delta(\Omega - 2\pi k)$	$u(n)$	<b>.9</b>
$e^{-j\Omega n_0}$	$\delta(n - n_0)$	<b>.10</b>

תכונות של התמרת פורייה בזמן בדיד

ספרור	סיגנל	התמרת פורייה
.1	$x(n)$	$X(\Omega)$
.2	$y(n)$	$Y(\Omega)$
.3	$ax(n) + by(n)$	$aX(\Omega) + bY(\Omega)$
.4	$x(n - n_0)$	$e^{-j\Omega n_0} X(\Omega)$
.7	$e^{j\Omega_0 n} x(n)$	$X(\Omega - \Omega_0)$
.8	$x^*(n)$	$X^*(-\Omega)$
.9	$x(n) * y(n)$	$X(\Omega) \cdot Y(\Omega)$
.10	$x(n) \cdot y(n)$	$\frac{1}{2\pi} \int_{2\pi} X(\tilde{\Omega}) Y(\Omega - \tilde{\Omega}) d\tilde{\Omega}$
.11	$x(n) - x(n-1)$	$(1 - e^{-j\Omega}) X(\Omega)$
.12	$\sum_{k=-\infty}^n x(k)$	$\frac{1}{1 - e^{-j\Omega}} X(\Omega) + \pi X(\Omega) \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(\Omega - 2\pi k)$
.11	$n \cdot x(n)$	$j \frac{d}{d\Omega} X(\Omega)$
.12	$x(n)$ ממושי	$\begin{cases} X(\Omega) = X^*(-\Omega) \\ \text{Re}\{X(\Omega)\} = \text{Re}\{X(-\Omega)\} \\ \text{Im}\{X(\Omega)\} = -\text{Im}\{X(-\Omega)\} \\  X(\Omega)  =  X(-\Omega)  \\ \angle X(\Omega) = -\angle X(-\Omega) \end{cases}$
.13	פרסבל	$\sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] y^*[n] = \frac{1}{2\pi} \int_{2\pi} X(\Omega) Y^*(\Omega) d\Omega$ $\sum_{n=-\infty}^{\infty}  x[n] ^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{2\pi}  X(\Omega) ^2 d\Omega$