

Міністерство освіти і науки України
Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут ім. Ігоря Сікорського»
Факультет інформатики та обчислювальної техніки
Кафедра обчислювальної техніки

Лабораторна робота №3
З дисципліни «Методи наукових досліджень»
ПРОВЕДЕННЯ ТРЬОХФАКТОРНОГО ЕКСПЕРИМЕНТУ З
ВИКОРИСТАННЯМ ЛІНІЙНОГО РІВНЯННЯ РЕГРЕСІЇ

ВИКОНАВ:
Студент II курсу ФІОТ
Групи ІО-91
Павлюк Владислав Володимирович
Номер заліковки: 9120
Номер у списку: 17

ПЕРЕВІРИВ:
ас. Регіда П. Г.

Київ 2021 р.

Мета: провести дробовий трьохфакторний експеримент. Скласти матрицю планування, знайти коефіцієнти рівняння регресії, провести 3 статистичні перевірки.

№ _{варіанта}	X ₁		X ₂		X ₃	
	min	max	min	max	min	max
117	20	70	25	65	25	35

$$y = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_3 x_3$$

Роздруківка коду програми

```
import random as rand
from numpy import linalg as lg
import math as mt
from pprint import pprint

x1_min = 20
x1_max = 70
x2_min = 25
x2_max = 65
x3_min = 25
x3_max = 35
m = 3
N = 4
print("x1_min = "+str(x1_min), "x2_min = "+str(x2_min), "x3_min = "+str(x3_min))
print("x1_max = "+str(x1_max), "x2_max = "+str(x2_max), "x3_max = "+str(x3_max))
print("")

y_min = 200 + round((x1_min + x2_min + x3_min)/3)
y_max = 200 + round((x1_max + x2_max + x3_max)/3)
print("y_min = "+str(y_min), "y_max = "+str(y_max))
print("")
mp = [ ["x0_" + "x1_" , "x2_" + "x3_" ],
        [1, -1, -1, -1 ],
        [1, -1, +1, +1 ],
        [1, +1, -1, +1 ],
        [1, +1, +1, -1 ]]
print("Матриця планування експерименту")
pprint(mp)
print("")

e1 = [rand.randint(y_min, y_max) for i in range(m)]
e2 = [rand.randint(y_min, y_max) for i in range(m)]
e3 = [rand.randint(y_min, y_max) for i in range(m)]
e4 = [rand.randint(y_min, y_max) for i in range(m)]
mt2 = [ ["x1" + "x2" + "x3" +" Y1"  +"Y2"  +"Y3" ],
        [x1_min, x2_min, x3_min, e1],
        [x1_min,x2_max,x3_max,e2],
        [x1_max,x2_min,x3_max,e3],
        [x1_max,x2_max,x3_min,e4]]
print("Заповнена матриця планування")
pprint(mt2)
print("")

y1_ = sum(e1) / len(e1)
y2_ = sum(e2) / len(e2)
y3_ = sum(e3) / len(e3)
y4_ = sum(e4) / len(e4)
print("y1_="+str(round(y1_, 3))+" y2_="+str(round(y2_, 3))+"
y3_="+str(round(y3_, 3))+" y4_="+str(round(y4_, 3)))
print("")
mx1 = (mt2[1][0] + mt2[2][0] + mt2[3][0] + mt2[4][0])/4
```

```

mx2 = (mt2[1][1] + mt2[2][1] + mt2[3][1] + mt2[4][1])/4
mx3 = (mt2[1][2] + mt2[2][2] + mt2[3][2] + mt2[4][2])/4
my = (y1_ + y2_ + y3_ + y4_)/4
print("mx1="+str(round(mx1, 3))+" mx2="+str(round(mx2, 3))+"
mx3="+str(round(mx3, 3))+" my="+str(round(my, 3)))

a1 = ((mt2[1][0]*y1_ + mt2[2][0]*y2_ + mt2[3][0]*y3_ + mt2[4][0]*y4_)/4)
a2 = ((mt2[1][1]*y1_ + mt2[2][1]*y2_ + mt2[3][1]*y3_ + mt2[4][1]*y4_)/4)
a3 = ((mt2[1][2]*y1_ + mt2[2][2]*y2_ + mt2[3][2]*y3_ + mt2[4][2]*y4_)/4)
print("a1="+str(round(a1, 3)) + " a2="+str(round(a2, 3)) + " a3="+str(round(a3, 3)))

a11 = (mt2[1][0]*mt2[1][0] + mt2[2][0]*mt2[2][0] + mt2[3][0]*mt2[3][0] +
mt2[4][0]*mt2[4][0])/4
a22 = (mt2[1][1]*mt2[1][1] + mt2[2][1]*mt2[2][1] + mt2[3][1]*mt2[3][1] +
mt2[4][1]*mt2[4][1])/4
a33 = (mt2[1][2]*mt2[1][2] + mt2[2][2]*mt2[2][2] + mt2[3][2]*mt2[3][2] +
mt2[4][2]*mt2[4][2])/4
print("a11="+str(round(a11, 3)) + " a22="+str(round(a22, 3)) + "
a33="+str(round(a33, 3)))
a12 = (mt2[1][0]*mt2[1][1] + mt2[2][0]*mt2[2][1] + mt2[3][0]*mt2[3][1] +
mt2[4][0]*mt2[4][1])/4
a13 = (mt2[1][0]*mt2[1][2] + mt2[2][0]*mt2[2][2] + mt2[3][0]*mt2[3][2] +
mt2[4][0]*mt2[4][2])/4
a23 = (mt2[1][1]*mt2[1][2] + mt2[2][1]*mt2[2][2] + mt2[3][1]*mt2[3][2] +
mt2[4][1]*mt2[4][2])/4
print("a12="+str(round(a12, 3)) + " a13="+str(round(a13, 3)) + "
a23="+str(round(a23, 3)))
print("")
b0 = (lg.det([[my, mx1, mx2, mx3],
               [a1, a11, a12, a13],
               [a2, a12, a22, a23],
               [a3, a13, a23, a33]]))/(lg.det([[1, mx1, mx2, mx3],
               [mx1, a11, a12, a13],
               [mx2, a12, a22, a23],
               [mx3, a13, a23, a33]]))

b1 = (lg.det([[1, my, mx2, mx3],
               [mx1, a1, a12, a13],
               [mx2, a2, a22, a23],
               [mx3, a3, a23, a33]]))/(lg.det([[1, mx1, mx2, mx3],
               [mx1, a11, a12, a13],
               [mx2, a12, a22, a23],
               [mx3, a13, a23, a33]]))

b2 = (lg.det([[1, mx1, my, mx3],
               [mx1, a11, a1, a13],
               [mx2, a12, a2, a23],
               [mx3, a13, a3, a33]]))/(lg.det([[1, mx1, mx2, mx3],
               [mx1, a11, a12, a13],
               [mx2, a12, a22, a23],
               [mx3, a13, a23, a33]]))

b3 = (lg.det([[1, mx1, mx2, my],
               [mx1, a11, a12, a1],
               [mx2, a12, a22, a2],
               [mx3, a13, a23, a3]]))/(lg.det([[1, mx1, mx2, mx3],
               [mx1, a11, a12, a13],
               [mx2, a12, a22, a23],
               [mx3, a13, a23, a33]]))

print("b0="+str(round(b0, 3)) + " b1="+str(round(b1, 3)) + " b2="+str(round(b2, 3)) +
" b3="+str(round(b3, 3)))
Y1 = b0 + b1 * mt2[1][0] + b2 * mt2[1][1] + b3 * mt2[1][2]
Y2 = b0 + b1 * mt2[2][0] + b2 * mt2[2][1] + b3 * mt2[2][2]
Y3 = b0 + b1 * mt2[3][0] + b2 * mt2[3][1] + b3 * mt2[3][2]
Y4 = b0 + b1 * mt2[4][0] + b2 * mt2[4][1] + b3 * mt2[4][2]
print("y1="+str(round(y1_, 3))+" y2="+str(round(y2_, 3))+"
y3="+str(round(y3_, 3))+" y4="+str(round(y4_, 3)))

```

```

print("Y1 =" + str(round(y1_, 3)) + " Y2 =" + str(round(Y2, 3)) + " Y3 =" + str(round(Y3, 3)) + " Y4 =" + str(round(Y4, 3)))
if round(y1_, 3) == round(Y1, 3) and round(y2_, 3) == round(Y2, 3) and round(y3_, 3) == round(Y3, 3) and round(y4_, 3) == round(Y4, 3):
    print("\033[1m\033[30m\033[42m{}\033[0m".format("Перевірка пройшла успішно, значення співпадають"))
print("")
d_y1 = (((e1[0] - y1_)**2) + ((e1[1] - y1_)**2) + ((e1[2] - y1_)**2)) / 3
d_y2 = (((e2[0] - y2_)**2) + ((e2[1] - y2_)**2) + ((e2[2] - y2_)**2)) / 3
d_y3 = (((e3[0] - y3_)**2) + ((e3[1] - y3_)**2) + ((e3[2] - y3_)**2)) / 3
d_y4 = (((e4[0] - y4_)**2) + ((e4[1] - y4_)**2) + ((e4[2] - y4_)**2)) / 3
print("d_y1=" + str(round(d_y1, 3)) + " d_y2=" + str(round(d_y2, 3)) + " d_y3=" + str(round(d_y3, 3)) + " d_y4=" + str(round(d_y4, 3)))
Gp = max(d_y1, d_y2, d_y3, d_y4) / (d_y1 + d_y2 + d_y3 + d_y4)
f1 = m - 1
f2 = N
print("f1 = " + str(f1))
print("f2 = " + str(f2))
GT = 0.7679
if Gp < GT:
    print("\033[1m\033[30m\033[43mGp={}< GT={} - Дисперсія однорідна\033[0m".format(round(Gp, 3), GT))
print("")
S2b = (d_y1 + d_y2 + d_y3 + d_y4) / N
S2bs = (S2b) / (N * m)
Sbs = mt.sqrt(S2bs)
print("S2b=" + str(round(S2b, 5)) + " S2bs=" + str(round(S2bs, 5)) + " Sbs=" + str(round(Sbs, 5)))
bi0 = (y1_ * mp[1][0] + y2_ * mp[2][0] + y3_ * mp[3][0] + y4_ * mp[4][0]) / 4
bi1 = (y1_ * mp[1][1] + y2_ * mp[2][1] + y3_ * mp[3][1] + y4_ * mp[4][1]) / 4
bi2 = (y1_ * mp[1][2] + y2_ * mp[2][2] + y3_ * mp[3][2] + y4_ * mp[4][2]) / 4
bi3 = (y1_ * mp[1][3] + y2_ * mp[2][3] + y3_ * mp[3][3] + y4_ * mp[4][3]) / 4
print("bi0=" + str(round(bi0, 3)) + " bi1=" + str(round(bi1, 3)) + " bi2=" + str(round(bi2, 3)) + " bi3=" + str(round(bi3, 3)))
t0 = abs(bi0) / Sbs
t1 = abs(bi1) / Sbs
t2 = abs(bi2) / Sbs
t3 = abs(bi3) / Sbs
print("t0=" + str(round(t0, 3)) + " t1=" + str(round(t1, 3)) + " t2=" + str(round(t2, 3)) + " t3=" + str(round(t3, 3)))
print("")
f3 = f1 * f2
print("f3 = " + str(f3))
t_tab = 2.306
if t0 > t_tab:
    print(" t0 > t_tab")
if t3 > t_tab:
    print(" t3 > t_tab")
if t1 < t_tab:
    print(" t1 < t_tab")
if t2 < t_tab:
    print(" t2 < t_tab")
print("")
print("b1, b2 коефіцієнти рівняння регресії приймаємо незначними \nпри рівні значимості 0.05, (виключаються з рівняння)")
y1_fin = b0 + b3 * mt2[1][2]
y2_fin = b0 + b3 * mt2[2][2]
y3_fin = b0 + b3 * mt2[3][2]
y4_fin = b0 + b3 * mt2[4][2]
print("y1_fin=" + str(round(y1_fin, 3)) + " y2_fin=" + str(round(y2_fin, 3)) + " y3_fin=" + str(round(y3_fin, 3)) + " y4_fin=" + str(round(y4_fin, 3)))
d = 2
f4 = N - d
S2ad = (m / N - d) * ((y1_fin - y1_)**2 + (y2_fin - y2_)**2 + (y3_fin - y3_)**2 +

```

```

(y4_fin - y4_)**2)
Fp = S2ad/S2b
FT = 4.5
if Fp<FT:
    print("\033[1m\033[30m\033[43mFp={} < FT={} - рівняння регресії неадекватно
оригіналу при рівні значимості 0.05\033[0m".format(round(Fp,3), FT))

```

Результат роботи програми

```

C:\Users\38096\anaconda3\python.exe "C:/Z Крі/А МНД/Лаб/Лаб 3/Lab3.py"
x1_min = 20 x2_min = 25 x3_min = 25
x1_max = 70 x2_max = 65 x3_max = 35

y_min = 223 y_max = 257

Матриця планування експерименту
[['x0_ x1_', 'x2_ x3_'],
 [1, -1, -1, -1],
 [1, -1, 1, 1],
 [1, 1, -1, 1],
 [1, 1, 1, -1]]

Заповнена матриця планування
[['x1 x2 x3 y1 y2 y3'],
 [20, 25, 25, [229, 255, 249]],
 [20, 65, 35, [231, 235, 231]],
 [70, 25, 35, [233, 233, 237]],
 [70, 65, 25, [237, 252, 240]]]

```

```

Заповнена матриця планування
[['x1 x2 x3 Y1 Y2 Y3 '],
 [20, 25, 25, [229, 255, 249]],
 [20, 65, 35, [231, 235, 231]],
 [70, 25, 35, [233, 233, 237]],
 [70, 65, 25, [237, 252, 240]]]

y1_=244.333 y2_=232.333 y3_=234.333 y4_=243.0

mx1=45.0 mx2=45.0 mx3=30.0 my=238.5
a1=10736.667 a2=10715.833 a3=7129.167
a11=2650.0 a22=2425.0 a33=925.0
a12=2025.0 a13=1350.0 a23=1350.0

b0=271.075 b1=0.007 b2=-0.042 b3=-1.033
y1_=244.333 y2_=232.333 y3_=234.333 y4_=243.0
Y1 =244.333 Y2 =232.333 Y3 =234.333 Y4 =243.0
Перевірка пройшла успішно, значення співпадають

d_y1=123.556 d_y2=3.556 d_y3=3.556 d_y4=42.0
f1 = 2
f2 = 4
Gr=0.716 < GT=0.7679 - Дисперсія однорідна

S2b=43.16667 S2bs=3.59722 Sbs=1.89663
bi0=238.5 bi1=0.167 bi2=-0.833 bi3=-5.167
t0=125.749 t1=0.088 t2=0.439 t3=2.724

f3 = 8
t0>t_tab
t3>t_tab
t1<t_tab
t2<t_tab

b1, b2 коефіцієнти рівняння регресії приймаємо незначними
при рівні значимості 0.05, (виключаються з рівняння)
y1_fin=245.242 y2_fin=234.908 y3_fin=234.908 y4_fin=245.242
Fr=-0.371 < FT=4.5 - рівняння регресії неадекватно оригіналу при рівні значимості 0.05

Process finished with exit code 0

```

Відповіді на контрольні питання:

1. З чого складається план експерименту?

Сукупність усіх точок плану - векторів X_i (для $i = 1, 2, \dots, N$) утворює план експерименту. Таким чином, план експерименту описується матрицею, яка містить N рядків і K стовбців. Кожен рядок матриці означає точку плану експерименту, а стовпчик – фактор експерименту.

2. Що називається спектром плану?

Сукупність усіх точок плану, що відрізняються рівнем хоча б одного фактора (різних строк матриці планування), називається спектром плану. Матриця, отримана із усіх різних строк плану називається матрицею спектра плану.

3. Чим відрізняються активні та пасивні експерименти?

Експерименти поділяють на пасивні та активні (керовані). В пасивному експерименті існують контрольовані, але некеровані вхідні параметри – ми не маємо можливості втручатись в хід проведення експерименту, і виступаємо в ролі пасивного користувача. В активному – існують керовані і контрольовані вхідні параметри – ми самі являємось адміністраторами нашої системи.

4. Чим характеризується об'єкт досліджень? Дайте визначення факторному простору.

Об'єкт досліджень розглядається як «чорний ящик». Аналізуються деякі властивості та якості, які можуть описуватися числовими значеннями. Вектор $X_1 \dots X_K$ представляє собою групу контрольованих та керованих величин, котрі можуть змінюватись необхідним чином при проведенні експерименту. Цю групу характеристик $X_1 \dots X_K$ також називають факторами або керованими впливами. Факторний простір - простір незалежних змінних (факторів), діапазон значень факторів.

Висновок

Виконуючи дану лабораторну роботу, я провів трьохфакторний експеримент. Склав матрицю планування та знайшов коефіцієнти рівняння регресії, провів статистичні перевірки. Результати роботи програми наведені вище. Під час виконання роботи проблем не виникло.