

# Лабораторная работа № 8 по курсу Дискретный Анализ. Жадные Алгоритмы

Выполнил студент группы 08-307 МАИ *Павлов Иван*.

## Условие

Кратко описывается задача:

Вариант 4. Откорм бычков.

Бычкам дают пищевые добавки, чтобы ускорить их рост. Каждая добавка содержит некоторые из  $N$  действующих веществ. Соотношения количеств веществ в добавках могут отличаться.

Воздействие добавки определяется как  $c_1a_1 + c_2a_2 + \dots + c_Na_N$ , где  $a_i$  — количество  $i$ -го вещества в добавке,  $c_i$  — неизвестный коэффициент, связанный с веществом и не зависящий от добавки. Чтобы найти неизвестные коэффициенты  $c_i$ , Биолог может измерить воздействие любой добавки, используя один её мешок. Известна цена мешка каждой из  $M$  ( $M \leq N$ ) различных добавок. Нужно помочь Биологу подобрать самый дешевый набор добавок, позволяющий найти коэффициенты  $c_i$ . Возможно, соотношения веществ в добавках таковы, что определить коэффициенты нельзя.

## Описание алгоритма

Алгоритмы, предназначенные для решения задач оптимизации, обычно представляют собой последовательность шагов, на каждом из которых предоставляется некоторое множество выборов. В жадном алгоритме на каждом шаге всегда делается выбор, который кажется самым лучшим на данный момент (локально оптимальный выбор).

Данную задачу можно формализовать следующим образом: Дана система линейных уравнений, в которой количество уравнений не превышает количество переменных. Кроме того, у каждого уравнения есть своя стоимость. Требуется найти все уравнения, которые бы позволили определить значения переменных и при этом минимизировать общую стоимость.

Один из способов решения системы - метод Гаусса (приведение матрицы к ступенчатому виду). При этом на каждом шаге алгоритма мы выбираем строку матрицы с минимальной стоимостью. Если в какой-то момент на диагонали матрицы возник 0, то однозначно определить коэффициенты не представляется возможным - выводим -1. Иначе выводим индексы всех строк матрицы в возрастающем порядке.

## Описание программы

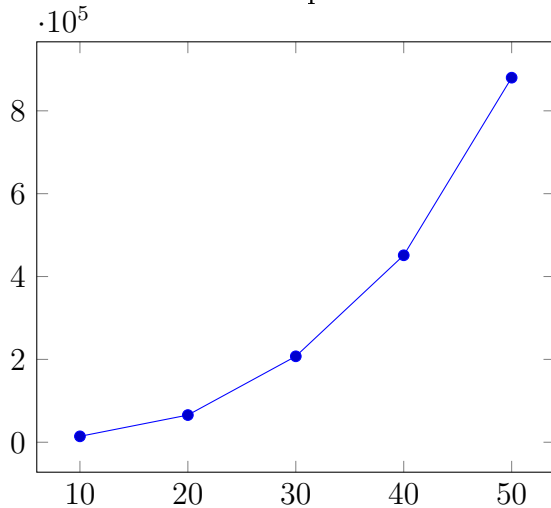
Программа реализует описанный выше алгоритм. Данные хранятся в матрице, для

удобства каждая строка дополнена стоимостью и индексом добавки. Основная часть программы - реализация алгоритма Гаусса. Состоит из прохода по всем столбцам, внутри каждого шага:

1. Ищем минимальную строку по стоимости, такую, чтобы элемент в рассматриваемом столбце не был нулевым. Если такой строки нет, то решения нет.
2. Меняем местами рассматриваемую и найденную строки.
3. По правилам приведения к ступенчатому виду преобразуем все оставшиеся строки матрицы.

## Тест производительности

Оценим сложность данного алгоритма, проведя тест на производительность. Предоставляю график зависимости времени работы алгоритма от значения  $n$  (в тестах  $m = n$ ) Для большей точности время взято в наносекундах.



Сложность алгоритма равна  $O(n^2 * m)$ , так как всего  $n$  шагов и на каждом шаге выполняется преобразование (приведение строк матрицы) сложностью  $O(m * n)$ .

## Выводы

В ходе выполнения лабораторной работы я ознакомился с подходом к решению задач оптимизации, названным Жадными Алгоритмами. Данный подход зачастую работает быстрее и реализуется проще, чем методы Динамического Программирования, однако он применим к более узкому классу задач и не всегда дает оптимальный результат.