



# ΧΡΩΜΑΤΙΣΜΟΣ ΓΡΑΦΩΝ

## Εργασία στο μάθημα Αλγόριθμοι και Πολυπλοκότητα

Τμήμα Πληροφορικής και Τηλεπικοινωνιών, Πανεπιστημίου Ιωαννίνων

Καθηγητής: Χρήστος Γκόγκος

Φοιτητής: Παύλος Πουσκούλογλου

### Περιεχόμενα:

Περίληψη εργασίας.....σελ. 1
Δεδομένα προβλήματος.....σελ. 2
Πίνακας στατιστικών στοιχείων.....σελ. 3

### Περίληψη εργασίας:

Το πρόβλημα του χρωματισμού γραφήματος είναι ένα NP-hard πρόβλημα συνδυαστικής βελτιστοποίησης. Αφορά την ανάθεση ενός χρώματος σε κάθε κορυφή ενός γραφήματος έτσι ώστε γειτονικές κορυφές να χρωματίζονται με διαφορετικό χρώμα (όπως στο ακόλουθο σχήμα), ενώ παράλληλα χρησιμοποιείται ο ελάχιστος αριθμός διαφορετικών χρωμάτων. Στην παρούσα εργασία ζητείται η υλοποίηση τεσσάρων αλγορίθμων χρωματισμού γραφημάτων και η εφαρμογή τους σε γνωστά προβλήματα από τη βιβλιογραφία. Η αποδοτική δημιουργία προγραμμάτων εξετάσεων είναι ένα σημαντικό και επαναλαμβανόμενο πρόβλημα το οποίο καλούνται να αντιμετωπίσουν τα εκπαιδευτικά ιδρύματα σε όλο τον κόσμο. Μια απλοποιημένη μορφή του προβλήματος έχει προταθεί το 1996 από τους Carter κ.ά. οι οποίοι διέθεσαν δημόσια 13 στιγμιότυπα προβλημάτων που εν συνεχεία χρησιμοποιήθηκαν σε πληθώρα επιστημονικών εργασιών χρονοπρογραμματισμού. Στα πλαίσια της παρούσας εργασίας ζητείται να κατασκευάσετε μια εφαρμογή που θα είναι σε θέση να παράγει λύσεις για τα προβλήματα αυτά.[1][2][3]

## Δεδομένα προβλήματος:

Το πρόβλημα χρονοπρογραμματισμού εξετάσεων αφορά φοιτητές που έχουν πραγματοποιήσει εγγραφές σε εξετάσεις μαθημάτων. Για κάθε εξέταση διατίθεται μια λίστα από φοιτητές και κάθε φοιτητής μπορεί να είναι εγγεγραμμένος σε μια ή περισσότερες εξετάσεις. Κάθε εξέταση θα πρέπει να τοποθετηθεί σε μια περίοδο εξέτασης και η λύση του προβλήματος συνίσταται στην ανάθεση όλων των εξετάσεων στο μικρότερο δυνατό αριθμό περιόδων έτσι ώστε να μην υπάρχουν συγκρούσεις, δηλαδή να μην υπάρχουν φοιτητές που θα έπρεπε να συμμετάσχουν σε εξετάσεις σε περισσότερα του ενός μαθήματα στην ίδια περίοδο. Ως δεδομένα του προβλήματος θα χρησιμοποιηθούν τα δεδομένα του προβλήματος χρονοπρογραμματισμού εξετάσεων Toronto τα οποία είναι διαθέσιμα προς μεταφόρτωση στη διεύθυνση <https://github.com/chgogos/datasets/blob/main/UETT/toronto.zip>. Τα δεδομένα Toronto αποτελούνται από 13 προβλήματα και πληροφορίες για κάθε πρόβλημα παρουσιάζονται στον Πίνακα 1. Τα αρχεία δεδομένων (κατάληξη .stu) διαθέτουν για κάθε σπουδαστή μια γραμμή που περιέχει τους αριθμούς των μαθημάτων στα οποία είναι εγγεγραμμένος χωρισμένους μεταξύ τους με κενά. Η πρώτη γραμμή του αρχείου αντιστοιχεί στον πρώτο σπουδαστή, η δεύτερη γραμμή στο δεύτερο σπουδαστή κ.ο.κ. Για παράδειγμα το αρχείο car-f-92.stu περιέχει 18419 σειρές δεδομένων και ξεκινά με τις ακόλουθες σειρές: 01700156028100060154 015603830534 0535 053602750091 0160 0164... που σημαίνουν ότι ο φοιτητής 1 έχει εγγραφεί στο μάθημα 0170, ο φοιτητής 2 έχει εγγραφεί στο μάθημα 0156, ο φοιτητής 3 έχει εγγραφεί στο μάθημα 0281, ο φοιτητής 4 έχει εγγραφεί στο μάθημα 0006, ο φοιτητής 5 στα μαθήματα 0154 0156 κ.ο.κ

Δεδομένα προβλημάτων

Πρόβλημα	Αρχείο Δεδομένων	Εξετάσεις	Φοιτητές	Εγγραφές
car-f-92	car-f-92.stu	543	18419	55522
car-s-91	car-s-91.stu	682	16925	56877
ear-f-83	ear-f-83.stu	190	1125	8109
hec-s-92	hec-s-92.stu	81	2823	10632
kfu-s-93	kfu-s-93.stu	461	5349	25113
lse-f-91	lse-f-91.stu	381	2726	10918
pur-s-93	pur-s-93.stu	2419	30029	120681
rye-s-93	rye-s-93.stu	486	11483	45051
sta-f-83	sta-f-83.stu	139	611	5751
tre-s-92	tre-s-92.stu	261	4360	14901
uta-s-92	uta-s-92.stu	622	21266	58979
ute-s-92	ute-s-92.stu	184	2749	11793
yor-f-83	yor-f-83.stu	181	941	6034

Θεωρώντας κάθε εξέταση ως κόμβο ενός γραφήματος και κάθε ακμή ανάμεσα σε δύο κόμβους να υποδηλώνει την ύπαρξη κοινών φοιτητών ανάμεσα στις δύο εξετάσεις που βρίσκονται στα άκρα της ακμής, το πρόβλημα μπορεί να θεωρηθεί ως πρόβλημα χρωματισμού γραφήματος όπου κάθε χρώμα είναι και μια περίοδος εξέτασης.

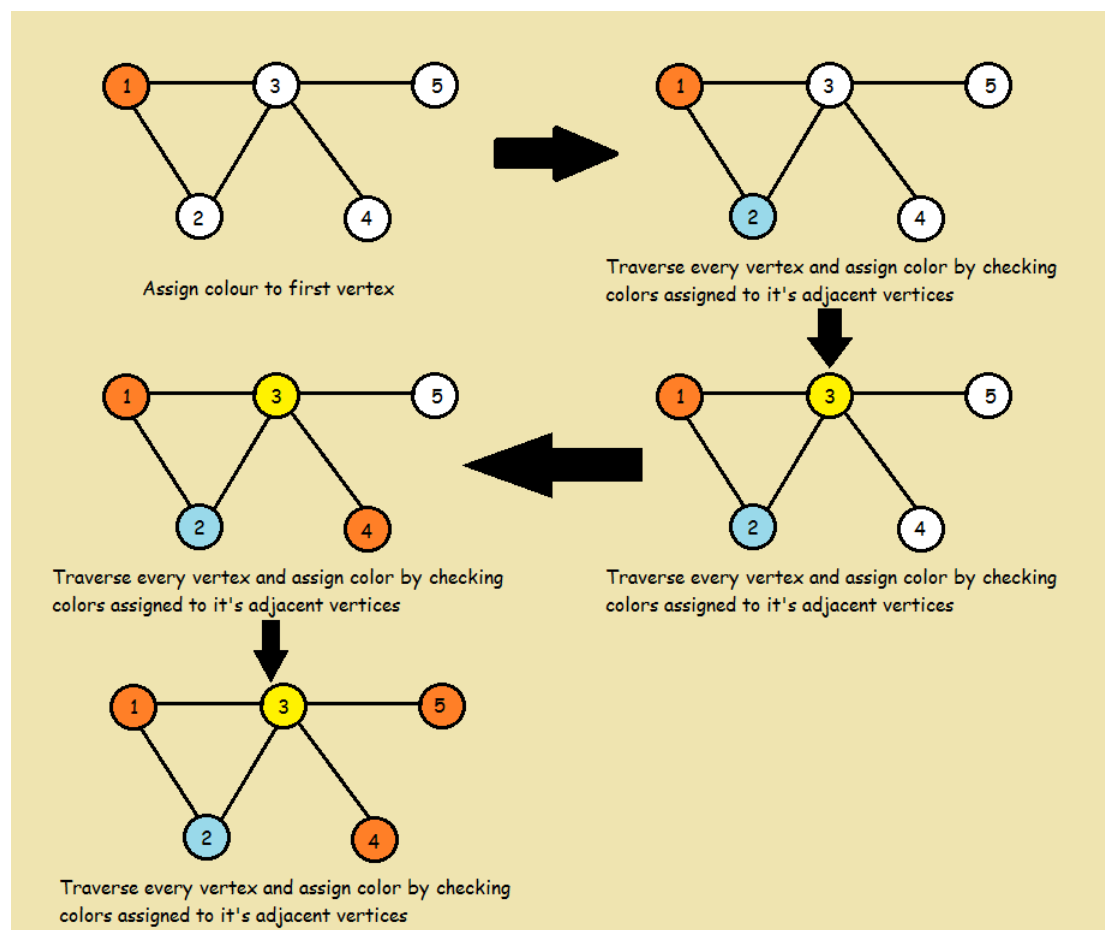
## Πίνακας Στατιστικών Στοιχείων Προβλήματος:

Στο κώδικα *read\_data.cpp* βρίσκονται οι κατάλληλοι κώδικες για την επιβεβαίωση των αποτελεσμάτων. [4][5]

Name	V	Density	Vertex degree		
			Min;Med;Max	Mean	CV
hec-s-92	81	0.415	9; 33; 62	33.7	36.3%
sta-f-83	139	0.143	7; 16; 61	19.9	67.4%
yor-f-83	181	0.287	7; 51; 117	52	35.2%
ute-s-92	184	0.084	2; 13; 58	15.5	69.1%
ear-f-83	190	0.266	4; 45; 134	50.5	56.1%
tre-s-92	261	0.18	0; 45; 145	47	59.6%
lse-f-91	381	0.062	0; 16; 134	23.8	93.2%
kfu-s-93	461	0.055	0; 18; 247	25.6	120.0%
rye-s-93	486	0.075	0; 24; 274	36.5	111.8%
car-f-92	543	0.138	0; 64; 381	74.8	75.3%
uta-s-92	622	0.125	1; 65; 303	78	73.7%
car-s-91	682	0.128	0; 77; 472	87.4	70.9%
pur-s-93	2419	0.029	0; 47; 857	71.3	129.5%

## Επίλυση προβλήματος με first fit.

Ο αλγόριθμος first fit είναι ένας άπληστος (greedy) αλγόριθμος που λαμβάνει κάθε κορυφή και την αναθέτει στο μικρότερο αριθμό χρώματος που δεν προκαλεί σύγκρουση, δημιουργώντας νέα χρώματα όταν χρειάζεται. Οι κορυφές μπορούν αρχικά να ταξινομηθούν σε φθίνουσα σειρά βαθμού, ο χρωματισμός των κορυφών να γίνει από την κορυφή με τον υψηλότερο βαθμό προς την κορυφή με το χαμηλότερο βαθμό.[2][6]



Στο αρχείο greedyAlgorithm.cpp, στο github, βρίσκεται η υλοποίηση του Greedy Algorithm. [5]

## ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1. [https://en.wikipedia.org/wiki/Graph\\_coloring](https://en.wikipedia.org/wiki/Graph_coloring)
2. <https://iq.opengenus.org/graph-colouring-greedy-algorithm/>
3. <http://www.asap.cs.nott.ac.uk/external/resources/>
4. <https://mathworld.wolfram.com/DegreeSequence.html>
5. <https://pavlospousk.github.io/alco/>