# О динамическом и коммуникативном повороте в логическом мышлении

Павлов К.А.

Аннотация: В данной статье речь пойдет, во-первых, о современных перспективах развития философии логики; во-вторых, об онтологических условиях возможности логики как особого рода теоретической деятельности. И в-третьих, о логической топологии, задаваемой формализованным понятием противоречия, и о возможной пользе этого понятия при исследовании вопроса о логике смены контекстов рассуждения. Последний вопрос будет связан с формальным определением понятия «противоречие» и с тем, какую роль оно — в противоположность понятию «истина» — играет для понимания существа логики как таковой.

**Ключевые слова:** логическая топология, коммуникативная онтология, сетевое мышление, логическая непредсказуемость, парадоксы как сингулярные точки.

**Вступительное слово**. Современное философствование, а вместе с ним и разнообразные формы человеческого (само)понимания, вступает в пору т.н. «сетевого», или, иначе говоря, коммуникативного мышления. Сетевой поворот характеризуется рядом важнейших характеристик.

В первую очередь следует назвать тенденцию к отказу от любых абсолютизаций (в частности, от абсолютизации самого же сетевого подхода). Главным образом речь идет о попытках научиться мыслить о чем бы то ни было без абсолютного (неизменного, вневременного) фона. Всё, что происходит, разыгрывается на фоне истории человечества и вселенной, а отнюдь не в пределах некоего, так сказать, абсолютного вместилища. Всё, что мы можем найти в качестве источника любых наших данностей – в виде «материи», нуждающейся в обработке и осмыслении, в виде «средств» для достижения любых человеческих целей – несомо историей и ее (временными) результатами. Лозунгом этой тенденции могло бы стать «Вдумывайся в прошлое, оглядывайся вокруг – и двигайся осмысленно вперед!». Примечательно, что этот подход оказывается реализуемым даже в физике и ее соответствующих математических моделях: теоретико-категорный математический язык позволяет космологической «теории петель» сделать самые первые шаги в направлении «безфонового» (background-independent) синтеза общей теории относительности и квантовой теории; см. например, книгу Л. Смолина The Life of the Cosmos, в частности главу «Мир как сеть отношений».

Сама история человечества в свою очередь конституируется сетью человеческих практик — исследовательских, этических, политических и проч. Эти практики образуют долгосрочные и краткосрочные констелляции, именуемые культурами, субкультурами, проектами, эпохами, историческими периодами и т.п. Эти констелляции многообразно связаны между собой — синхронно и диахронно, логически, динамически, генетически, коммуникативно, исторически, институционально и т.д.

Эти сетевые констелляции и связи между ними становятся ныне основным предметом исследования и осмысления. В эту работу оказываются включенными и те, для кого данная сетевая констелляция является (являлась) актуальным жизненным

миром (или частью его), и те, кто принадлежит различным экспертным сообществам, внешним по отношению к исследуемому феномену.

Уточняя сказанное, можно без особых натяжек утверждать, что *сетевое* мышление фактически складывается из двух основных компонентов: *коммуникативной* составляющей и динамической составляющей.

Время, когда образцовым результатом того или иного исследования считалось создание завершенной, полной и замкнутой Системы отошло в прошлое (что не исключает того, что когда-нибудь этот образ мысли вновь станет доминирующим). Исследовательские акценты повсеместно смещаются на генетические и динамические моменты, а также на идею открытости в будущее, которая опосредуется, главным образом, непредсказуемостью сетевых динамик. Такое смещение акцентов влияет не только на способы тематизации предметов исследований, но и на способы понимания того, кто и как ведет исследование. В частности, отсюда следует, что некогда продуктивная идея абсолютного, вне-мирового, всезнающего наблюдателя (аппроксимацией точки зрения которого якобы и должно заниматься научное сообщество) заменяется идеей сети локальных, конечных, внутри-мировых наблюдателей, ни один из которых не может претендовать на единственно правильную точку зрения на вещи.

Одной из самых проблемных точек на этом пути оказывается логика, точнее, ее разнообразные платонистские изводы: в частности, идея понимания логики как некоей «системы всех логических систем»<sup>1</sup>. Такое понимание логики продолжает традицию мышления в духе «методического солипсизма» (в том смысле этого словосочетания, которое придал ему, например, К.-О. Апель в работе *Трансформация философии*). Задача вписать логику — точнее говоря, *погическую практику* — в сетевой образ мира оказывается не решаемой, если мы останемся с подобным пониманием ее «природы». А если эту задачу оставить нерешенной, то логика окажется в положении науки, не соответствующей философским и научным реалиям новейшего времени. В этом смысле осуществление *Динамического поворота* в логике (см. об этом Й. ван Бентем) является одной из самых актуальных философско-логических задач. На мой взгляд, наравне с переосмыслением сути и объема понятия «логика» следовало бы также принять во внимание идею переноса акцентов с идеи «логики» на идею «логического рассуждения»: последнее понятие гораздо точнее соответствует смыслу динамического и коммуникативного поворота в логике.

В данной работе хотелось бы эскизно отобразить некоторые важные повороты современного мышления, связанные с необходимостью ревизии таких базовых понятий как «логика», «непротиворечивость» и «истина» (в том объеме, в котором они требуются для соответствующей логической ревизии). Фактически будет даже затронут вопрос о том, «что значит быть успешной теорией?», не важно идет ли речь о логической теории или какой-то иной. Существенную коррективу в рассматриваемые вопросы может внести идея логической топологии языка, позволяющая сменить сам угол зрения на «существо теоретичности» теории. В частности, эта идея позволяет надеяться на возможность решения следующих задач: 1) моделирование тех ситуаций, когда в процессе рассуждения смена контекстов рассуждений приводит к необходимости перехода от одной логической системы к другой. 2) Она позволяет заменить громоздкую идею полноты теории на более гибкую идею теоретической полноты с точностью до данной логической топологии (благодаря чему появляется возможность избежать, например, парадокса всеведения и парадокса Фитча). Здесь мы

.

 $<sup>^{1}</sup>$  Критику этого подхода, а также соответствующую библиографию можно найти в *Павлов К.А.* О природе логических рассуждений. ИФ РАН, М.: 2010.

до некоторой степени следуем за сторонниками т.н. проблемно-ориентированного подхода, который предусматривает возможность замены классической теоретической полноты до «полноты» с точностью до определенного фрагмента теории, заданного понятием формальной проблемы<sup>2</sup>. 3) Еще она позволяет заменить (внутренне парадоксальную) идею бесконечной предсказуемости логических следствий идеей предсказания границы логической (не)предсказуемости (логический аналог времени Ляпунова в физике). И, наконец, 4) язык логической топологии позволяет говорить о парадоксах как о сингулярных точках теории, не причиняющих вреда всей теории в целом (о необходимости создания такой теории говорил еще К. Гёдель).

#### § 1. Современные представления о логике и ее задачах

Нынешняя наука переживает довольно любопытную пору. С момента открытия и популяризации идеи «смены парадигм», частота этой самой смены во всех без исключения науках стала подбираться к подозрительно высокой отметке. Судя по отчетам и публикациям, складывается впечатление, что количество мелькающих одна за другой «парадигм» уже превышает число реально содержательных публикаций. Похоже, что множатся, скорее, около-философские точки зрения на науку, нежели подлинно революционные открытия в рамках самой науки. Вопрос о том, что следует считать подлинным парадигмальным сдвигом, а что нет, является не таким уж простым, как это может показаться на первый взгляд.

Нечто похожее происходит и в логике, с той только разницей, что увеличивается список «парадигм» рассуждения — т.е. список формальных систем, отражающих собой структуру «правильного умозаключения» в пределах этой, и только этой исследовательской ситуации. Научное сообщество уже давно обеспокоилось таким положением дел. С целью разрешения этой проблемы уже трижды собирался Всемирный Конгресс по Универсальной логике<sup>3</sup>, задача которого определяется его организаторами следующим образом:

«Универсальная логика — это не новая логика; это способ унификации многообразия логик, нацеленный на разработку общих средств и концепций, могущих быть применимыми ко всем логикам... До сего дня подобные конгрессы вообще не собирались... Идея этого события заключается в том, чтобы собрать вместе различные формы логической деятельности с тем, чтобы поспособствовать взаимодействию между ними, а также обеспечить к ним доступ со стороны неспециалистов. По замыслу это событие должно стать значимым явлением в логике, нацеленным на создание платформы для будущих исследований и могущим представлять интерес для всех, кто так или иначе связан с логикой: чистые логики, математики, программисты, исследователи по искусственному интеллекту, лингвисты, психологи, философы, и т.п.»<sup>4</sup>.

В связи со сложившейся ситуацией вокруг бесчисленного разнообразия логических систем всё чаще начинает звучать еще более фундаментальный вопрос: что же такое t0 Действительно, если мы сумеем более детально и глубоко ответить на вопрос о том, что же такое логика, то это ее определение, возможно, как раз и станет искомым унифицирующим моментом. Различные проекции этого определения

.

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Ершов, самохвалов

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> World Congress and School on Universal Logic, см. подробную информацию на сайте www.uni-log.org.

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup> UniLog 2010, Book of Abstracts, Portugal, April 18-25, 2010, p. 2, или, например, www.unilog.org.

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup> По всей видимости, эта эстафета началась со статьи *Hacking I*. What is Logic? // Journal of Philosophy. – 1979. – Vol. LXXVI, #6.

позволят объяснить как многообразие существующих и пока еще не изобретенных логик (многообразие, по-видимому, ничем не ограниченное), так и причину того, почему именно эти, а не иные, формы теоретизирования носят одно и то же имя – «логика».

На мой (и не только мой) взгляд, возникшая в логике проблема должна решаться в достаточной мере радикальными методами. В данном случае я бы не хотел того, чтобы в слове «радикальный» слышался призыв к радикальным изменениям и очередным новациям. Думается, что речь должна идти лишь о предельно основательном анализе того, что и так уже на сегодняшний день достигнуто. А достигнуто, как мне кажется, то, что результаты логических исследований (в том смысле, который им придавался в XX в.) давно уже переросли границы тех программ, в лоне которых они в свое время они зарождались и оформлялись в конкретные исследовательские проекты. Прибегая к терминологии Витгенштейна, к началу XXI в. логика на деле показала себя как нечто гораздо большее, нежели то, что до сих пор о ней было сказано самими же логиками, воспитанными в рамках философских концепций прошлого столетия. Дело, стало быть, заключается в том, чтобы осмыслить амбициозность изменение масштаба И претензий современных логических исследований. Говоря примитивно, объем понятия «логика» стал шире, чем это было принято считать в прошлом веке; но суть проблемы, разумеется, заключается в том, чтобы понять, за счет чего это расширение объема оказалось возможным. Ясно, что в пределах одной статьи невозможно рассчитывать ни раскрытие этой темы, ни даже на более или менее подробный обзор ее основных моментов. Однако вполне резонно попытаться поставить хотя бы некоторые наиболее важные вопросы, в свете которых можно было бы яснее понять существо образовавшейся ситуации.

Суть дела, на мой взгляд, хорошо выражается словами известного логика Й. ван Бентема (кстати, одного из организаторов Конгресса по Универсальной логике, а также одного из авторов и инициаторов *Динамического поворома* в логике), который характеризует радикальность изменений в современной логике в терминах возвращения:

«Мое видение логики заключается в том, что она находится на грани перехода к новым парадигмам, включающим в себя исследование процессов рассуждения, информации и коммуникации. Это можно воспринимать как возвращение к широте дофрегеанского видения предмета логики, но уже обогащенного математическими инструментами анализа, добытыми в период ее «сжатия» до дисциплины, ориентированной исключительно на фундаментальные исследования», [1].

Думается, что это очень точная оценка сложившейся ситуации. В этой цитате коротко и ясно устанавливается связь между тем, что я чуть выше назвал расширением объема понятия «логика» и возвращением логических исследований к полноте их исходного замысла. К началу XX в. логические усилия ученых сосредоточились лишь на одном - но самом провокативном и бескомпромиссном - исследовательском пятачке: логике (обоснования) математики. Такая расстановка акцентов, разумеется, была отнюдь не случайной: ведь тогда господствовало мнение, что «в любой науке ровно столько науки, сколько в ней есть математики»; поэтому в первую очередь логического осмысления и последовательного обоснования требовала именно математика. В результате на этом пути в первой трети прошлого века были получены грандиозные по виртуозности и концептуальной тонкости результаты. Завороженность результатами и сопутствующим им небывалым уровнем логической изощренности предопределила последующее развитие логики в направлении 1) технического совершенствования дальнейшего И уточнения полученного матлогического инструментария, и 2) применения логических результатов ко всем тем

научным областям, к которым (как кажется) может применяться математика (причем, разумеется, в том смысле этого слова, который ему придавался на данный момент развития математики). Последний момент оказал двойственную услугу логике. С одной стороны, выработанный логический аппарат безусловно прояснил многие трудности и развеял многие мифы в рамках самых различных наук. Но с другой стороны, со временем стала всё острее и острее ощущаться ограниченность такого подхода к логике, проистекающего из особенностей математического знания, служившего ориентиром для логики. Следует отметить, образцовым что универсальность претензий логики, то такое акцентирование вовсе не обязательно следовало бы расценивать как «ограничение» спектра логических исследований. Однако именно универсалистские амбиции логики (как одного из самых древних универсалистских исследовательских проектов, известных человечеству) привели к пониманию что «гуманитарные» аспекты логической (коммуникативные, социологические, логико-смысловые, аргументационные и др.), исконно присущие этой науке, должны ориентироваться не столько на математику и традиционные фундаментальные науки, сколько на теоретизирования. Осознание этого момента, по-видимому, и знаменует собой действительный «парадигмальный сдвиг» в современном логическом мышлении, соизмеримый со сдвигом, произошедшим на грани девятнадцатого и двадцатого столетий.

Итак, раз уж мы обратились к размышлениям ван Бентема, то попробуем продолжить рассуждения о логике на его языке. Ван Бентем отвечает на вопрос «что такое логика?», разъясняя вопрос «кто такие логики?». Он говорит: «Быть может логики по-прежнему суть специалисты, следящие за корректностью рассуждений, легитимностью коммуникации и идеальностью потоков информации?».

Чтобы правильно понять суть этого определения, нужно сразу отбросить самое неверное из возможных, хотя и напрашивающихся, его истолкований. Совершенно неверным было бы такое понимание, что помимо «корректности рассуждений», в логику следовало бы включить еще два раздела — коммуникацию и информацию — отдельное исследование каждого из которых привело бы к более широкому пониманию логики. Трудность как раз и заключается в том, что речь идет не о разных отделах логики, а о взаимосвязанном и взаимообусловленном целом. Разворачивая ответ ван Бентема, нужно указать на следующие основные моменты:

- 1) (Субъектные аспекты). Это определение следует понимать так, что логика не бессубъектная наука о создании (квази-вневременных) формальных систем, а мульти-агентная коммуникативная деятельность, имеющая своей задачей надлежащим образом организовать сам процесс логического рассуждения в каждом конкретном случае, требуемом той или иной конкретной проблемой.
- В частности, на этом пути происходит переосмысление вопроса о соотношении формы и содержания в логических рассуждениях. Во многом искусственный и надуманный вопрос об «эпистемическом доступе» к сущностям, конституирующим науку логики, заменяется здесь вопросом о тех формах коммуникации, обучения и собственных размышлений субъекта, в результате которых субъект оказывается способным осмысленно оперировать «входными данными», используемыми им для постановки и решения той или иной логической задачи.
- 2) (Прагматика и процессуальность). Необходимо учитывать также и то, что контекстом этого определения является т.н. *Динамический повором*, как это настойчиво повторяет ван Бентем. Это значит, что в приведенном определении акценты должны быть расставлены на динамических, процессуальных аспектах логики. Иными словами, в фокусе внимания ван Бентема оказываются *процессы* логического рассуждения (а не

просто формальные аспекты логики), а также сам процесс коммуникации и процесс получения знания; короче говоря — логическая и соответствующая ей эпистемическая прагматика, рассмотренная в контексте человеческих способов коммуникации.

3) (Переосмысление подхода к универсальности логики). Сам вопрос об универсальности ставится ван Бентемом довольно традиционным образом: «Существует ли некая универсальная мета-теория корректных способов рассуждения, позволяющая правильно определять, когда следует применять один, а не другой тип логического рассуждения?». Однако традиционные подходы к разрешению этого вопроса уже давно не годятся. В первую очередь следует признать, что уже явно бессмысленно продолжать искать смысл универсальности, идя по пути создания новых и новых формальных систем — в расчете на обнаружение формальных же принципов их родства. Тут мы упираемся в тупик. Чего же не хватает? Достаточно заметить, что невозможность формализовать те или иные аспекты логической деятельности еще не означает невозможности моделировать эти аспекты как-то иначе. Но что здесь имеется в распоряжении? Вообще-то говоря, в распоряжении имеется довольно много различных средств.

Во-первых, необходимо иметь в виду более широкий контекст теоретикоигровых подходов, в рамках которых можно учитывать источник возникновения логических проблем, и, соответственно, вырабатывать адекватный инструментарий их решения;

Во-вторых, следует иметь в виду также и вероятностные методы, применимость которых отнюдь не ограничена «объектными» аспектами, но включает в себя и мета-теоретическую их применимость;

В-третьих, компьютерное моделирование процессов логического рассуждения, включая теоретико-игровую и вероятностные ситуации, а также теоретическое осмысление и обоснование этого моделирования;

В-четвертых, исследование логических возможностей не-формальных языков и, условно говоря, не формально логических рассуждений.

Последний случай, к примеру, можно обвинить в том, что там теряется неограниченная предсказуемость поведения логических систем и входит в игру непредсказуемость логической семантики. Но так уж ли это плохо? И разве то обстоятельство, что т.н. «парадокс всеведения», «парадокс Фитча» и родственные им парадоксы опознаются в рамках господствующих ныне подходов к логике в качестве осмысленных, хотя и парадоксальных утверждений, не свидетельствует, скорее, о неблагополучии самих этих подходов, нежели о сомнительности альтернативных подходов? Быть может наоборот, сама идея неограниченной предсказуемости в логике и неограниченной экстраполяции понятия «знание» противоречит фундаментальным представлениям об этих феноменах? Не правильнее было бы попытаться заменить неограниченности идеей \_ возможности предсказания (не)предсказуемости? Это было бы аналогично введению в игру «времени Ляпунова» в физике, характеризующей границы предсказуемости поведения сложных физических систем.

## § 2. Об онтологических условиях возможности логики: коммуникативная среда и проблемно-ориентированный подход

Вопрос второй, который меня интересует, можно сформулировать так: какая онтология делает возможной логику? На мой взгляд онтологические условия возможности логики (как особого рода человеческой *деятельности*) обладают как минимум двумя основными онтологическими составляющими — условно говоря «субъектной» и «объектной». Более точно соответствующие вопросы можно было бы

сформулировать так. 1) Посредством кого (чего) осуществляется логическая деятельность? И вопрос второй: 2) благодаря каким своим особенностям сама определенная деятельность «рассуждающего субъекта» идентифицируется в качестве именно логической, а не какой-то иной?

Рассуждения о первом вопросе мы полностью оставим в стороне, и только самым кратким образом обозначим суть ответа на этот вопрос. Субъектный аспект онтологии, делающей возможной логику, представлен двумя моментами: а) определенным образом устроенной коммуникативной средой, с определенными принципами и целями коммуникации, и б) определенным образом устроенными агентами этой коммуникации, их интенциональным, мотивационным и проч. устроением (установкой на интеллектуальную честность, и т.п.). Эти вопросы более подробно рассматриваются в моей монографии [4].

Второй вопрос также весьма многосложен. Здесь значимы и те аспекты логики, которым до сей поры уделялось наибольшее количество внимания, а именно: формально-структурные особенности процесса рассуждения (логические формы, формальные правила вывода, и т.п.) и их онтологический статус. Этого мы касаться не будем, поскольку на эту тему имеется обширная литература. Значительно важнее было бы здесь подчеркнуть совершенно иной аспект, слишком часто упускаемый из виду. в том, что процесс логического рассуждения - это разновидность целенаправленной деятельности. Все рассуждения о том, почему эти, а не те, формальные системы называют логическими, теряют всяческий смысл до тех пор пока не указана та проблема, которая в данном случае решается, и для решения которой пытаются привлечь рассматриваемые формальные средства. Иными словами, часто забываемым моментом, конституирующим «объектную» часть онтологии, делающей возможной логику, является «проблемная» составляющая. Очень может быть, что первой же реакцией на этот тезис (у меня лично именно так и было) будет скептический возглас: ну, это же тривиальность! И наука, и логика только и занимаются тем, что решают всякие разные проблемы. Какую такую философию еще можно выудить из этого банального обстоятельства?! Не будем спешить. Постараемся уяснить онтологический и методологический смыслы понятия «проблема».

Этот аспект логической проблематики во многом навеян исследованиями новосибирских логиков, философов и математиков, т.е. подходом, который получил название проблемно-ориентированного (или задачного) подхода к логике и науке в целом. Как оказалось, формальное определение понятия «проблемы» (точнее, формальной задачи) позволяет ликвидировать ряд давних трудностей, стоявших перед логикой. Коротко говоря, понятие формальной задачи позволяет сузить объем понятия «теории» до такого фрагмента той или иной логической системы Th(Axioms; Problems), которая с одной стороны, позволяет в ее рамках сформулировать и решить данную задачу в классическом, традиционном смысле понятия «решение». А с другой стороны, эта зауженная «теория» оказывается лишенной ряда наиболее нежелательных свойств, которыми обладали «классические» логические системы. Главным образом речь идет о последствиях теоремы Гёделя о неполноте. Совсем кратко резюмируя результаты, отметим два наиболее интересных и важных следствия, которые являются результатом аккуратного введения «формально осмысленной задачи» в логику. Во-первых, это убедительное обоснование тому факту, что (предложенное Гильбертом) различие между «реальными» и «идеальными» (или осмысленными и бессмысленными) высказываниями языка не является абсолютным, как это предполагалось у Гильберта. Ситуация здесь оказывается несколько утонченнее: «Согласно задачному подходу естественно считать, что разбиение высказываний языка любой теории U на осмысленные и бессмысленные высказывания зависит не только от синтаксиса и

словаря рассматриваемой теории, но и от класса задач, с которым предназначается иметь дело этой теории. С этой точки зрения одна и та же теория как математическое исчисление codepжательно будет иметь paзные множества осмысленных высказываний, если она предназначается для обработки paзных задач» [3, C. 22-26]. Вовторых, ситуация такова, что в качестве U всегда можно подобрать такой фрагмент исходной теории, в которой исходно была сформулирована задача, что U будет «слабой теорией», т.е. в частности такой, что в ней не проходит теорема  $\Gamma$ ёделя о неполноте.

Коль скоро современные исследования открывают новые и подчас неожиданные свойства такого неоспоримо важного феномена как «проблема» (как для логики так и для других дисциплин), то возникает естественное желание присмотреться к этому феномену из обще философских соображений и выделить ряд самых важных характеристик, отражающих сущность этого понятия. На мой взгляд они таковы.

1) Проблема – это одна из самых универсальных форм человеческого *опыта*; возможно даже просто-напросто эквивалентная по своей значимости понятию *сознательной* целенаправленной деятельности как таковой. Универсальность опыта имения дела с проблемами, универсальность способности отождествления проблем в качестве проблем – это одна из путеводных ниточек, ведущих к утраченному ныне универсальному определению логики.

Заметим, что говоря о проблемах, важно иметь критерии отличия целых исследовательских программ от конкретных проблем. Это неразличение и привело в свое время к путанице в основаниях математики. Если исследовательскую программу (например, программу Гильберта обоснования всей математики) истолковать как «проблему», то в результате мы получим некую сверх-задачу одним махом формализовать целую исследовательскую программу. Но это не есть обязательный способ понимания самой же программы Гильберта. «Принципиальное обоснование» всей математики не обязательно должно состоять в предъявлении формализма, единого для всех математических задач; здесь достаточно указать единый способ задания подходящих формализмов для каждой конкретной задачи.

- 2) Проблема это базовая онтологическая единица, т.е. то, что связует человеческий мир, пронизанный различными формами произвола и случайностей, с тем, что от этого произвола уже никак само по себе не зависит. Фактически, опыты столкновения человека с проблемами как раз и задают наши представления о том, что значит быть независящим от человеческого произвола. Проблема (настоящая) это то, что невозможно выдумать, ибо это, в частности, точка разрыва между моими ожиданиями и тем, что случилось на самом деле. Можно сказать, что проблема это «объективная» точка соприкосновения мира человеческих конструкций с миром «самих вещей», о котором уже нельзя сказать, что это мир лишь эпифеноменов человеческого сознания.
- 3) Проблема это *базовая теоретическая конституента*. То есть это то, что а) определяет *контекст* всякого анализа, б) это то, без чего невозможно задать смысл, направление, методологию решения и критерии достижения результата. Об этом мы уже говорили выше, когда касались проблемно ориентированного подхода.

Итак, говоря об онтологических условиях возможностях логики – имея в виду исчерпывающую полноту этих условий – необходимо уметь корректно тематизировать два момента: субъектный (определяемый особенностями коммуникации и интенциональными структурами агентов) и объектным (в формировании которого, помимо формальных аспектов, значимую роль играет «проблемный» полюс). Это лишний раз подтверждает весомость позиции ван Бентема, считающего, что современная логика, переживающая эпоху Динамического поворота, определяется триединым набор своих проблематических конституент – процессами рассуждений,

коммуникации и информирования, которые (добавим мы от себя) всякий раз задаются конкретными проблемами, доставшимися на «по наследству» от предшествующих опытов рассуждения, коммуникации и обмена информацией.

#### § 3. Непротиворечивость versus истина: критический анализ

Теперь хотелось бы обсудить еще один аспект логической деятельности, связанный с центральными для нее понятиями – истины и противоречия. Что такое истина с точки зрения логики? Что такое противоречие? В какой мере мы можем допускать противоречие в наши теоретические системы, в наши систематические формы практики, в наши описания локальных и глобальных положений дел? И, возможно, главный для нашей статьи вопрос, - каким именно образом можно подходить к формализации этого понятия, если именно это понятие, а не понятие истины сделать теоретически более фундаментальным понятием? Значимость последнего вопроса раскрывается, по крайней мере, благодаря следующим моментам.

Формализация понятия противоречия, как правило, ограничивается ситуацией 0=1 (или F=T). Это значит, что и прямое определение противоречия в формальных системах, и свойства логического квадрата, да и вообще практически все основные логические понятия (модальность, следование, противоречие, и т.д.) определяются через понятие истины. Такой подход является отражением того обстоятельства, что подавляющее большинство базовых понятий формальной логики оказывается определимым через понятие истины. Тем не менее, начиная с самого Аристотеля, именно понятие противоречия трактовалось как базовое, а истина лишь как производное. Поэтому возникает не простой вопрос: как именно отражается на логике это мета-теоретическое взаимоотношение между истиной и противоречием? На что влияет и как влияет первичность одного понятия по отношению к другому? Эти вопросы становятся особенно насушными в свете того, что понятие «истина» плохо подходит для работы с правдоподобными рассуждениями и, тем более, для тех ситуаций, когда происходит смена контекста рассуждения, обусловленная динамикой самого этого рассуждения. В то же время во всех указанных случаях понятие противоречия отнюдь не теряет своей теоретической значимости. Таким образом вполне оправданной попытка формально оказывается определить противоречия напрямую, минуя апелляцию к истине.

Исторический экскурс: легитимация Аристотеля. Чтобы не быть голословными, отметим, что уже у Аристотеля истина считалась вторичным, контекстуально зависимым понятием. Как Аристотель однозначно констатирует в *Метафизике* (Met 4), самым фундаментальным понятием является понятие противоречия. Именно поэтому Аристотель многократно приводит примеры учений, рассуждений, которые c одной стороны, Аристотель противоречащими друг другу, но с другой стороны находит их в одинаковой степени ложными. Уже одно это дополнительно подтверждает то, что дихотомия истина/ложь была для него менее изначальной, нежели понятие противоречия. О вторичности истины он прямо говорит в следующем фрагменте: «... в ответ на все подобные учения [одинаково ложные, но противоречащие друг другу] необходимо... требовать не признания того, что нечто есть или не есть, а чтобы сказанное что-то означало (σημαίνειν τι), т.к. в споре надлежит исходить из определения, согласившись между собой относительно того, что означает ложное или истинное...» Met 1012b, 5-10. Во фрагменте Met 9, 1051b он также однозначно говорит, что понятия «истина» (и, например, «бытие») могут иметь разный смысл, в зависимости от ситуации. Суммируя сказанное, можно утверждать, что истина и ложь, по Аристотелю, контингентны по отношению к более фундаментальной вещи: осмысленной речи, обладающей свойством связности, самонепротиворечивости (см. также 1005b, 1007b, 1008a и др.). Современный анализ, как феноменологический так и логико-аналитический, убедительно показывает верность аристотелевского направления мысли.

Вернемся теперь к нашей магистральной теме. В самом общем случае имеет место следующий факт: процесс рассуждения в некотором «языке» меняет сам язык, ибо влияет на его концептуальную и логическую конфигурацию! В общем случае, если имеет место процесс рассуждения  $p(1) \rightarrow ... \rightarrow p(n)$ , то ему соответствует и цепочка языков  $L(1) \rightarrow ... \rightarrow L(n)$ , а не какой-то один заранее фиксированный язык. В процессе рассуждения могут меняться интуиции, стоящие за одними и теми же символами, меняться семантические связи, появляться новые различия и сходства и т.п. Традиционные формы логического анализа и обоснования совершенно не годятся в таком случае. Возникает необходимость логического прояснения такого рода динамики. На мой взгляд, прояснению этого вопроса может способствовать введение понятия «логической топологии» на L, позволяющей оценивать меру «концептуальной близости» между высказываниями, а также меру изменения этой близости между ними. Один из способов задания такой топологии – надлежащим образом ввести оператор противоречия на L. Какая польза от этого новшества? До тех пор, пока рассуждение в Lне меняет заданной на нем топологии, применимы традиционные средства анализа и логического обоснования. Но как только происходит изменение «логической топологии», вступает в игру совсем иная логическая техника, на формальном уровне задаваемая топологическими процедурами, а на семантическом - связанная с логическим анализом аналогий, а также с разнообразными вероятностными процедурами.

Однако для того, чтобы показать, какие теоретические подходы можно пытаться реализовать в этом направлении, необходимо проделать определенную предварительную работу.

Шаг 1 (**§4**). Необходимо более детально проанализировать понятие истины в его соотношении с понятием противоречия.

Шаг 2 (§5). Привести пример формализации понятия противоречия (основанное на обобщении формализации истинности по Тарскому) и указать на ряд характеристических черт такой формализации: свойства несимметричности и немонотонности.

Шаг 3 (§6). Показать, как на основе формализации противоречия можно вводить понятие «логической топологии» и какие перспективы имеются у этого понятия.

#### §4. Теоретические функции «истины»

Введение истины в логику как базового, теоретически «далее неопределимого» понятия способствовало огромному прогрессу в этой науке (заметим, что в логических исследованиях Аристотеля, равно как и у многих других исследователей, «истина» рассматривалась как понятие *производное* от более фундаментальных понятий, о чем мы коротко будем говорить ниже). Почему так произошло<sup>6</sup>? Здесь две вещи. Вопервых, чисто технически, «истина» как базовое неопределяемое понятие позволила интуитивно ясным и технически простым способом ввести, например, понятие *пропозициональной функции*. Простейшие истинозначные функции оказалось возможным представлять наглядно устроенными таблицами. Более сложные функции сооружались из простейших с помощью маленького числа интуитивно ясных правил, а

 $<sup>^6</sup>$  Начало этому процессу положил, по-видимому, Б. Больцано, а полная реализация этой идеи принадлежит Г. Фреге, см. об этом, например, [Целищев, 2003, C.330].

итоговая совокупность всех таких функций представляла собой языковую систему, чьи выразительные возможности оказались чрезвычайно богатыми. Сложилось впечатление (в общем-то правильное), что на такого рода языках можно переписать чуть ли не всю (существовавшую на тот момент) науку. Однако именно богатство выразительных возможностей тут же и стало источником сложнейших трудностей, которые сама логика в каком-то смысле себе и сотворила, встав на путь «истины». В рамках подобных языков (в их первоначальных версиях) оказалось возможность выразить чуть ли ни все известные парадоксы и обнаружить массу новых, связанных именно с понятием «истины» (к примеру, парадоксы импликации, всеведения и т.п.). Как ни парадоксально, именно в этом кроется вторая причина необычайной полезности истины для логики: «истина» стала главнейшим «поставщиком» для логики логических же проблем и генератором парадоксов, бегством от которых в огромной степени и определялось направление развития самой же логики. Иными словами, благодаря «истине» оказалось эдакого само-подгоняющегося возможным создание теоретического механизма, который стремительно развивается за счет постоянного воссоздания внутри себя одного и того же типа проблем (парадоксов, проблем с неразрешимостью, неполнотой и прочими типами ограничений, кажущихся нежелательными с точки зрения представлений об «истине» и соответствующих «истинных» способах представления знаний). Эта любопытная «диалектика» темной и светлой стороны понятия «истина» и привела к тому, чем логика является сегодня. неустранимое базовое понятие, способствовала монструозных ситуаций, и тут же сама предлагала заманчивые средства для спасения от этих монстров. В этой игре логика набирала мощь, разверзала новые и новые горизонты исследований, обретала изящность построений, порождала новых изощренных монстров, обещала еще более новые средства их ликвидации, разрастаясь при этом до невероятно богатой разными системами и исчислениями науки.

При этом оказалось, что погоня за точностью выражения (за счет введения новых и новых смысловых различий) и строгостью рассуждения (за счет всё более различий между контекстами рассуждения) проведения противоположному результату: к неограниченной одновременно ровно К И релятивизации логического знания и возрастающей размытости его внутренних и внешних границ.

Всё это вместе стало, на мой взгляд, свидетельством определенной ограниченности того горизонта, в котором логика, как целое, развивалась в XX в<sup>7</sup>. Опять-таки, как ни парадоксально, эта ограниченность оказалась результатом погони за чрезмерной универсальностью, которая приписывалась одному и только одному подходу в рамках логики. Между прочим, я не утверждаю, что это «плохо»: во-первых иначе развивать логику было, видимо, просто невозможно, а во-вторых, это «ограничение» было естественной платой за массу иных и весьма значительных дивидендов, полученных логикой на этом пути. Но как бы то ни было, вполне резонным думается предположить, что именно «истина» (как базовое, неопределяемое теоретическое понятие) предопределила ряд основных черт современной логики, которая могла бы развиваться и несколько иначе, если бы базовым понятием логики стала не истина, а какое либо другое понятие. Поэтому кажется небессмысленным попытаться эксплицировать те методологические, метафизические, онтологические и лингвистические обязательства, которые тянет за собой понятие истины, претендуя

<sup>&</sup>lt;sup>7</sup> В итоге, если не сама логика, то по крайней мере ее социокультурный образ сложился таким образом, что логика стала восприниматься не как универсальная дисциплина, а как одна из бесчисленного количества наук, запросто перечисляемых через запятую: ботаника, алгебра, логика, палентология, и т.д.; см. об этом, к примеру, [Etchemendy, 1998].

на роль одного из фундаментальных, логико-формирующих понятий. Этих вопросов мы коснемся в ряде следующих разделов.

Однако уже заранее напрашивается вопрос. Ну, хорошо, мы проанализируем то, каким образом истина (предположительно) ограничивает существо логических исследований. А что в принципе мог бы дать альтернативный способ формирования логики? Осмысленно ли вообще так ставить вопрос? Отразится ли это на том, что мы понимаем под словом «логика» или же, скорее, на мета-логических соображениях, позволяющих более корректно ставить вопросы, отличать подлинные проблемы от псевдо-проблем, более эффективно структурировать логическое знание, и т.п.? На мой взгляд, отчасти верно и то и другое. Чтобы разобраться с этими трудностями, было бы полезно вспомнить, какие вопросы исторически задавались относительно существа логики и какие чаяния вообще с ней связывались.

1) (Линия, идущая от Топики Аристотеля до Лейбница, Максвелла, Гуссерля и В первую очередь хотелось бы отметить важность статистических и вероятностных аспектов логики, в связи с которыми связывался значительный прогресс этой науки (краткий и концентрированный обзор которых представлен, например, в работе [Огурцов, 2011], на которую мы будем тут частично опираться). Начиная с Аристотеля, введшего в логику понятие диалектического силлогизма, позволяющего работать с вероятным и правдоподобным мнением, теория аргументации и вообще все «гуманитарные» аспекты процесса рассуждения считались неотъемлемой частью собственно логики. Насущность этих исследований остро ощущалась всегда, начиная с античности, и не теряло актуальности практически никогда. К примеру, А.П. Огурцов пишет, цитируя Лейбница: «<Лейбниц> обсуждает вероятность юридической аргументации, подчеркивая, что "вся юридическая процедура есть не что иное, как особая разновидность логики, отнесенной к вопросам права... Я уже не раз говорил, что нужен новый раздел логики, который занимался бы степенями вероятности, так как Аристотель в своей «Топике» ничего не дал по этому вопросу". Сама идея новой логики, выдвинутая Лейбницем, - логики вероятностного знания - отнесена им не только к юридической аргументации. Она гораздо шире и предполагает раскрытие "критериев для взвешивания шансов и для составления на основании их твердого суждения"» (см. [Огурцов, 2011, С. 80]). Заметим также, что в только что цитированной нами работе А.П. Огурцов даже в качестве эпиграфа вводит высказывание Максвелла: «Истинной логикой для мира является исчисление вероятностей», акцентируя читательское внимание на том, сколь значимой находили самые разнообразные мыслители идею той или иной версии «вероятностной логики», фундированной не в идее «истины», а в альтернативных базовых понятиях. В частности, об этом прямо говорит Гуссерль: «сфера чистой закономерности, которая имеет отношение не к идее теории и, более общим образом, к идее истины, а к идее эмпирического единства объяснения или к идее вероятности, образует вторую великую основу логического технического учения и вместе с ним принадлежит к области чистой логики в соответственно более широком смысле» (курсив мой – К.П.; см. [Огурцов, 2011, С. 82-83]). Анализ К. Михальского работ Гуссерля и Хайдеггера приводит к точно такой же констатации и в отношении иных феноменологических направлений мысли: «метафизическое понимание истины ставит тогда нас перед альтернативой: или истина, или новое» [Михальский, 2010, С. 394].

Для контраста с последними высказываниями, имеет смысл вспомнить тезис «раннего» Витгенштейна, весьма популярный и значимый для широкого круга логически образованной публики: «в логике не может быть ничего неожиданного». Заметим между прочим, что именно такое понимание логики, ставшее мэйнстримным в

XX в., с неизбежностью привело к возникновению таких парадоксов как «парадокс всеведения», «парадокс Фитча» и проч.

2) (К. Гёдель, идея «сингулярных точек» в логике). В работе Расселовская математическая логика К. Гёдель высказал одну интересную гипотезу относительно возможного устройства логики в ее соотношении с парадоксами. Он говорит: «Может даже оказаться, что возможно предположить, что каждая концепция значима повсюду, кроме определенных "сингулярных точек", или "предельных точек", так что парадоксы будут аналогичны чему-то вроде деления на нуль (курсив мой –  $K.\Pi$ .). Такая система была бы более удовлетворительной в следующем отношении: наши логические интуиции оставались бы тогда правильными с точностью до определенных маленьких поправок, то есть они могли бы тогда рассматриваться как дающие существенно правильную, но только кое в чем расплывчатую картину действительного состояния дел. К несчастью, эти попытки до сих пор не привели к успеху, с другой стороны, никто не доказал невозможности этой схемы, вопреки теоремам Клини и Россера о строгой противоречивости» [Гёдёль, 2007, С. 258]. Несколькими страницами выше, К. Гёдель очень точно диагностирует возможные причины такого положения дел. Гёдель напрямую это связывает с особенностями «метафизического» устройства понятия «истина». Он говорит: «если мы допустим кажущуюся очевидной аксиому, согласно которой значение сложного выражения, содержащего конституенты, сами имеющие значение, зависит от значения этих конституент, то ... это ведет почти неизбежно к заключению о том, что все истинные предложения имеют одно и то же значение (как, впрочем, и ложные). Фреге действительно вывел такое заключение, и он понимал его почти в метафизическом смысле, напоминающем в чем-то доктрину «Единого» элеатов» [Гёдёль, 2007, С. 240]. Иными словами, подобная идея истины превращает пространство всех истинных (в языке L) предложений в абсолютно униформную структуру, напрочь лишенную каких-либо свойств ассиметрии. Но эта униформность и тотальная симметричность как раз и являются свойствами, совершенно не совместимыми с идеей сингулярности, о которой говорил Гёдель, поскольку сингулярность подразумевает возможности подрыва однородности или, так сказать, возможность «нарушения симметрии».

Ниже мы попытаемся пофантазировать на тему возможности создания асимметричного пространства высказываний (которая будет связана с понятием «противоречие», а не понятием «истина»), и попробуем предложить такой подход, даже обозначение которого, и связанная с ним ассиметричность, могли бы напоминать «деление», аналогию которого использовал К. Гёдель в своих рассуждениях.

3) (Линия Брауэра, Пуанкаре и др., противопоставляющая формальную логистику — процессам рассуждения и интуирования). Третий аспект «истины», порождающий ряд проблем для логики, связан с вопросом соотношения логики и мышления. Дело в том, что если мы исходим из предположения, что «истина» является свойством языка (например, свойством высказываний), то связь логики и мышления оказывается чем-то почти «понятийно неуловимым». Однако чисто формальный подход к логике обязывает именно к такому пониманию, в связи с чем А. Пуанкаре и утверждал, что 1) формальная логистика связана с процессами действительного рассуждения весьма непредсказуемым образом, так как у нас нет никакой гарантии в правильности получаемого аргумента, откуда следует, что 2) процесс логического рассуждения обязательно должен включать в себя нечто вроде «аппеляции к интуиции» [Пуанкаре, Кутюра, 2007], к содержательному созерцанию сущностей, или же апелляцию к «очевидности».

Но тогда возникает тревожный вопрос – если логические рассуждения на каждом шагу следует проверять некоей рационально непрозрачной инстанцией

(например, интуицией, или созерцанием некоей «очевидности»), то как вообще тогда возможно говорить о строгости рассуждений? Не проваливается ли тогда всё в самый дремучие формы психологизма, коль скоро решающей инстанцией оказывается не устойчивая, избавленная от двусмысленностей знаковая форма, а бог весть как устроенные феномены человеческого сознания? Пуанкаре, следуя Канту, говорил о синтетических суждениях априори; но проясняет ли нам на самом деле хоть что-нибудь этот ход? По поводу этого вопроса, на мой взгляд, мы до сих пор располагаем наименее внятными разъяснениями. И уж заведомо можно сказать, что концепция «истины» является наименее полезной для подобных разъяснений.

Итак, на мой взгляд, как минимум три вышеперечисленных момента свидетельствуют о том, что «истина» в каком-то смысле порой мешает логике решать ее собственные проблемы, *навязывая* исследователям определенные лингвистические, методологические и метафизические ходы мысли. Стало быть, не плохо было бы разобраться с конкретными причинами такого положения дел, а также заняться поисками возможных альтернатив как на уровне «логики» так и на уровне «металогических» соображений.

*Истина: регулятивный и конститутивный аспекты*. Первым делом необходимо четко провести различие между двумя, возможно самыми фундаментальными, аспектами понятия «истина». Сформулируем суть этих аспектов в виде двух тезисов, первый из которых касается регулятивной значимости понятия «истина», а второй – ее конститутивных аспектов.

Тезис 1 (регулятивная значимость истины). Истина — в ее регулятивном значении — является неустранимым культурообразующим фактором для той части человечества, которая вслед за греками сочла необходимым поддерживать определенный уровень теоретической рефлексии по поводу любых проявлений своего образа жизни и мысли. В этом смысле истина является абсолютно неустранимым понятием, лежащим в условиях возможности научных, философских и теологических исканий, а также того беспокойства, тех терзаний, которые лежат в основании художественного творчества.

Но такая «истина» — это *не свойство языка*, и не априорное указание на наличие некого «подлинного» мира, а нечто совершенно иное: это *1) особенность коммуникативного пространства*, и *2) особенность устроения конституирующих его агентов коммуникации* (!). Такое понимание является не столько теоретическим, сколько мета-теоретическим регулятивом, определяющим установки исследователей по отношению к самому себе и к научному сообществу (интеллектуальная честность, интеллектуальная ответственность, принципы коммуникации и т.п.). Говоря более общо, оно определяет всю совокупность мотивационной и интенциональной сферы агентов коммуникации, а также правила коммуникации в рамках соответствующих социумов. Этот аспект истины имеет не столько предписательный характер (он не говорит «как надо»), сколько характер установочный, ограничивающий как от произвола, так и от неуместного догматизма.

Тезис 2 (конститутивная роль истины). Конститутивная роль истины проявляется тогда, когда это понятие начинают наполнять каким-либо конкретным, предписательным содержанием. Более того, если содержательные аспекты истины начинают играть роль «образца правильности», или же роль «образца очевидности», то на этом пути возникает фактически новое понятие «истины», лишенное свойств исходной универсальности и нацеленное на то, чтобы структурировать всё доступное на данный момент знание в соответствии с утвержденными образцами истинности. Совершенно ясно, что образцы правильности обязаны иметь так или иначе артикулированный характер, чтобы иметь возможность исполнять свою роль в теории

или на практике. В теории, как правило, артикуляция имеет вербальный характер, а поэтому возникает соблазн считать «истину» свойством языка.

В дальнейшем, приключения с истиной могут происходить по двум направлениям. Либо истина объявляется «атомарным», элементарным понятием, определенным образом участвующим в сооружении сложных теоретических конструкций — по этому пути пошла значительная часть формальной логики. Либо же истина становится сложной функцией от массы обстоятельств, определяющих способ функционирования «истины» в данных условиях. В общем случае «истина» оказывается своего рода «неявно заданной, рекурсивной функцией», зависящей от того, кто, когда, кому, при каких обстоятельствах и почему что-то сказал, а также и от того, что считалось истиной на предшествующем шаге. Первый случай (линия Фреге) характеризуется изящностью и прозрачностью теоретических манипуляций с истиной, но несет явные потери в плане универсальности. Второй случай оказывается более универсальным, но технически «истина» превращается в громоздкую конструкцию, едва ли оправдывающую необходимость ее теоретического привлечения к исследованию ситуации.

*Истина versus непротиворечивость*. Теперь, после некоторой предварительной подготовки, можно попытаться свести воедино все критические замечания по поводу «истины» и соответствующим образом устроенных языков, а также набросать альтернативную картину.

Для краткости далее будем обозначать язык, базированный на понятии истины FT-языком (а соответствующий подход — FT-подходом; из-за оппозиции False/Truth); а альтернативные типы языков NC-языками (и соответствующие подходы — NC-подходами, из-за оппозиции Non/Contradictive, а также из-за совпадения с аббревиатурой NonClassical, используемой в отношении логики). Условимся также обозначать латинским символом C наличие противоречия, а non-C — его отсутствие.

#### Наиболее общие металогические характеристики FT-языков

Лингвистический атомизм: Понятие истины как в русском, так и во европейских многих языках функционирует так, что, как правило, приписывание «истины» оказывается осмысленным В отношении изолированных предложений, в то время как комплексные явления (целые тексты, книги, образы мысли, контексты, события т.п.) «истинными» обычно Истинными называются. иногда называют также отчетливо выраженные единичные поступки, вещи или явления (истинный друг, истинный смысл и т.п.). Поэтому не случайно понятие истины привносит собой логику необходимость разработки отонного инструментария, позволяющего строго работать исключительно совокупностями изолированных пропозиций, т.е. с определенного типа

### Наиболее общие мета-логические характеристики NC-языков

Контекстуальность: Понятие противоречия наоборот, является фактически бессмысленным в отношении изолированных предложений и ситуаций. Это понятие имеет сущностно контекстуальный характер, и имеет смысл только рамках микромакроконтекстов. В простейшем случае микроконтекст можно определить просто как конечную совокупность высказываний, смысл и значимость каждого из которых напрямую зависит того, как именно и с какими именно прочими высказываниями оно в данном случае «соседствует», в каком порядке и т.п.. Понятие противоречия имеет смысл исследовать, в первую очередь, на такого рода простейших микроконтекстах, привлекая для этой цели совершенно иначе определенную операцию присваивания значений:

 $NC: \{p(1), \dots p(i)/p(i+1)\dots, p(k)\} \rightarrow$ 

истинозначными функциями:

 $FT=True: \{ p(i) \} \rightarrow \{ F, T \}$ 

 $\{C, non-C\},\$ 

с помощью которой можно выявлять картину логических отношений (т.е.

противоречивости/непротиворечивости) различных под-структур высказываний  $\{p(i+1),...,p(k)\}$  по отношению ко всей логико-языковой структуре  $\{p(1),...p(k)\}$  в целом.

#### Лингвистический платонизм:

В том случае если «истина» (как нечто «объективное», независящее произвольных и случайных факторов) объявляется фундаментальным свойством языка, то это указывает на то, считается способным язык показывать (не)истинность фактических положений дел, что в свою очередь оказывается возможным только если считать неизменными (как минимум некоторые) значения и интерпретации языковых символов. Тезис, что истина есть базовое свойство языка, фактически эквивалентен наивноплатонистскому термина пониманию «значение». Отсюла немедленно (псевдо?)проблем, вырастает масса связанных с проблемами «тождества», «идентификации», «эпистемического доступа» к «вечным» смыслам, и т.п. С другой стороны возникает соблазн вообще все проблемы решать с помощью «заранее правильно создания устроенных», раз и навсегда готовых языковых систем, которые якобы только и способны порождать настоящее знание, поскольку только так может улавливаться (проявляться) «истина».

#### Лингвистическое

конструирование: Если отправной точкой в понимании языка оказывается не идея (квази-внемеременного) «значения», возможность осуществления (с помошью проблемной языка) анализа некой ситуации, в языке выраженной, то фокус внимания оказывается перенесенным на конструктивные динамические И способности языка. Базовый язык L, в рамках которого формулируется некая конкретная проблема *Prob*, оказывается лишь исходным пунктом, отталкиваясь от которого происходит дальнейшее уточнение (конструирование) грамматики, семантики способов употребления исходных компонентов L. Фактически заставляет каждая новая проблема эффективным пытаться максимально образом использовать конструктивные возможности исходного языка (в котором сформулирована проблема), целью c создания такого языка, в котором проблема прозрачное получает максимально содержательное звучание, а ее решение оказывается максимально обоснованным и убедительным.

### Логико-семантический

абсолютизм: В тех языковых системах, в которых «значение» его базовых компонент считается заданным бесконечность вперед, становится совершенно оправданным считать, что любое высказывание является абсолютно независящим от того, какие высказывания его в данный прочие момент окружают. Поэтому в таких системах можно запросто включать p в любые комбинации с любыми прочими

Логическая «герменевтика»: В данном случае каждое новое высказывание может облалать способностью, минимум, уточнять способ употребления символов, входящих в состав предыдущих высказываний. Иначе говоря. цепочка высказываний (рассуждений)  $p(1) \rightarrow ... \rightarrow$ трансформироваться  $p(\kappa)$ может соответствующую ей цепочку  $p'(1) \rightarrow ... \rightarrow$  $p'(\kappa+1)$  благодаря введению в контекст нового высказывания  $p'(\kappa+1)$ . Между формализация этого процесса прочим,

высказываниями q(1),..., q(n) без потери, так сказать, семантического контроля над его «значением». В любой формуле, в любой последовательности рассуждений утверждение р будет таким, каким оно было «всегда» в рамках данной языковой нечувствительность системы. Эта контекстам порождает массу интуитивных И фактических несоответствий с реальными процессами логического рассуждения, динамические особенности которых практически не улавливаются «статичными» формами моделирования логического следования.

#### Методологический

универсализм: Языки, относительно которых «истина» считается их базовым свойством, тяготеют к необходимости их универсального использования. Это влияет на расстановку исследовательских акцентов на метатеоретическом уровне. К примеру, относительно некого языка Lможно поставить задачу - перевести на язык L и там обосновать всю математику. Многим исследователям девятнадцатогодвадцатого веков такая постановка вопроса казалась совершенно оправданной и единственно приемлемой. скоро стало ясно, подобного универсалистскими рода интуициями стоит масса сомнительных метафизических предпосылок (например, трансценденталистских), заставляющих полагать, что источником постановки всех математических проблем елиное. внутренне служит некое согласованное начало, вследствие чего и математические рассуждения поводу этих проблем онжом униформизировать И превратить законченную, согласованную систему в рамках языка L (типа теории квадратных уравнений). Ясно, тем не менее, что априори нет никаких оснований считать согласованными всевозможные способы постановки математических задач. Грубо говоря, разные варианты хорошей математики можно строить на основе совершенно несовместимых между собой

вполне корректно осуществима на строго математическом языке T.H. «теории объектами категорий», где соответствующей категории являются цепочки рассуждений, а морфизмами допустимые языком Lтрансформации семантики. синтаксиса И грамматики данного языка. Помимо этого, разумеется, computer science изобилует такого рода конструкциями. В рамках программирования можно моделировать процессы, по сути своей гораздо точнее отражающие процедуру «логического следования», нежели многие формалистические «репрезентанты».

#### Проблемно-ориентированный

подход: В противовес универсалистской позиции, явно и неявно предполагающей значительное число сомнительных априорных установок, альтернативный подход к логике, математике и науке в целом должен опираться на более гибкие и аккуратно сформулированные основания. В первую очередь требуют своего пересмотра воззрения на природу функционирования теоретического языка (не говоря уж о языке естественном). Если всерьез принять факт, внимание TOT что процесс построения любой теории является одновременно и проиессом, который использовать для построения можно контр-примеров для данной теории, то станет ясно, что нет никаких оснований источник возникновения проблем (математических, логических И т.п.) априори считать неким «наличным механизмом», поставляющим человечеству заранее согласованные между собой проблемы. Но тогда в центр внимания необходимо поставить т.н. проблемноориентированный подход, чтобы на его концептуальной основе пересмотреть все базовые философские и метатеоретические исследовательские установки. Более ясное представление 0 TOM, как именно возникают проблемы, содержательные каковы (логические, топологические и проч.) формы соотношения между «старыми» проблемами «новыми» поможет прояснить многое и в отношении

задач.	таких «вечных» вопросов как «что такое
	математика» и «что такое логика».

В сравнительной таблице, только что приведенной, мы апеллировали к отображению NC(.../...):  $L \times L \times L \times ....... \times L \rightarrow \{C, non-C\}$ , определенному на конечных совокупностях (взаимосвязанных) высказываний и играющему роль функции, присваивающей значение противоречиво/непротиворечиво на определенных подмножествах исследуемого микро-контекста. Ясно, что определение этого отображения требует более детального рассмотрения. Займемся этим вопросом в заключительной части нашей статьи.

#### § 5. Формализация (не)противоречивости

Перейдем теперь к более строгим определениям, которые мы, однако, вынуждены будем сделать на основе несколько расплывчатых предпосылок и начальных условий. Наша ближайшая задача — сформулировать исходные предпосылки, необходимые для того чтобы осуществить процедуру формализации понятия «противоречие». Одна из главных целей искомой формализации — сохранить максимальную общность понятия «противоречие», которая ускользает от определения противоречия через понятие истины. Необходимо попытаться определить противоречие напрямую, минуя понятие истины, а затем попробовать извлечь из этого определения соответствующую теоретическую пользу.

Предположим, что L – это некоторый «язык», или «языковая игра», с конечным словарем, выразительных средств которого достаточно для того, чтобы

- а) сформулировать некую задачу *Prob*,
- б) определить в нем критерии *Crit* того, что значит «быть решением», а также
- в) критерии того, что значит «быть допустимой процедурой решения».

Обратим внимание на то, что все три пункта могут на исходном этапе оказаться недо-определёнными, как это практически всегда имеет место в действительности. Самая распространенная ситуация: проблема формулируется в одном контексте, критерии решения в другом, а желаемые методы достижения цели – и вовсе из третьего. Наибольшую сложность представляют собой те случаи, когда оказывается невозможным создание такого общего контекста, в который все три исходных контекста можно было бы «изоморфно» вложить. Трудность в том, что зачастую требуется переформулировка исходной задачи (или критериев), приводящая определенной смысловой трансформации. Возникает вопрос: можно ли эти трансформации отслеживать на понятийном уровне? Можно ли их моделировать теоретически, на компьютере?

Иначе говоря, хотелось бы исследовать *процедуры логического уточнения* задачи, критериев и вообще всего концептуального состава языка L на предмет их логического своеобразия. В логической литературе уже не раз отмечалось, что вынесение подобных «процедур уточнения» за рамки предмета логики (в XX-м в.) было лишь временным отклонением от норм логических исследований (см. об этом [Etchemendy, 1998], [Бентем, 2010], и др.). И в самом деле, следующий вопрос является отнюдь не тривиальным: что именно является квинтэссенцией «логического» – эксплицированные *результаты* некоего анализа, допускающие формализацию своих структур, или же тот *процесс*, который привел к данным результатам?

Итак, какие свойства необходимо предполагать у L? Выразительные средства этого языка должны позволять 1) так или иначе «отрицать» определенные языковые выражения, и 2) так или иначе считать одни выражения «следствием» других выражений. Для выражения отрицания будем использовать обозначение non-, а тот

факт, что одни выражения являются «следствием» других выражений будем обозначать знаком  $\|\cdot\|$ , и называть это знаком прото-логического следования. Приставка протоздесь является желательной, поскольку априори нет никаких гарантий, что в конечном итоге наличное в данном языке L «следование» можно будет корректно довести до полноценного логического следования.

На всякий случай еще раз отметим одну принципиальную вещь: вовсе не обязательно заранее предполагать, что понятие отрицания имеет на бесконечность вперед фиксированное значение в языке L (как это предполагается подавляющим большинством формальных языков). Вполне достаточно того, чтоб осмысленность отрицания определялась ситуационно, в зависимости от поставленной в языке L задачи и от того, что мы решили принять в качестве критериев решения. То же самое касается и прото-логического следования. В каком-то смысле можно говорить даже о том, что язык L может допускать неограниченное число способов функционирования в нем различных «отрицаний» и «следований», поскольку априори совершенно не ясно, какое число осмысленных в нем задач и критериев можно сформулировать. В зависимости от поставленных задач и сформулированных критериев мы будем получать разные концептуально-топологические языковые структуры, а также и весьма различные особенности языковой динамики, определяющей «сущность» того, что в конечном итоге мы будем называть логическим следованием при данных обстоятельствах.

**Основные определения**. Итак, независимо от дальнейших конкретных логических потенций рассматриваемого языка, наличия двух вышеуказанных (протологических) свойств у L достаточно для того, чтобы считать понятие противоречия формально определимым в L (по отношению к некоей задаче **Prob** и критериям **Crit**, уже как-то сформулированным в L).

**Определение** 1. Будем говорить, что понятие противоречия является формально определимым в L, если к языку L можно присоединить два новых символа C и **non-C** (первый из которых будем называть «противоречием», а второй – «непротиворечием», причем, разумеется, **non-(non-C)** всегда должно считаться равносильным C) так, что отображение

$$NC(.../...)$$
:  $L \times L \times L \times ... \times L \rightarrow \{C, non-C\}$ , где «декартово произведение»  $L \times ... \times L$  определено для произвольного  $n>1$ , будет обладать следующими свойствами:

- 1) *NC*-отображение должно быть *согласовано* как с операцией отрицания (*non*-...), так и с прото-логическим следованием ( $\parallel$ );
  - 2) *NC*-отображение должно быть *само-согласовано*.

Расшифруем два этих свойства.

1) Согласованность NC-отображения с «отрицанием» и «следованием» для n=2 означает следующее. Будем говорить, что утверждение p2 противоречит множеству утверждений  $\{p1, p2\}$ , если из этого множества утверждений прото-логически следует non-p2:

$$\{p1, p2\} \parallel non-p2.$$

Это означает, что в терминах NC-обозначения мы должны присвоить значение C отображению NC. Т.е. что NC (p1/p2) = C

Теперь если p1 и p2 мы будем трактовать как произвольные конечные совокупности утверждений (т.е. если  $p1=\{q(1),...,q(i)\}$  и  $p2=\{q(i+1),...,q(k)\}$ ), то мы получим способ присваивания значения «противоречие» (т.е. C) в общем случае.

В частности, утверждение s мы будем называть само-противоречивым, если NC(s/s) = C.

Ясно, что (под)множество утверждений p2 является непротиворечащим объемлющему его множеству утверждений  $\{p1, p2\}$ , если неверно, что  $\{p1, p2\}$   $\parallel$  non-p2. В терминах NC-обозначения этот факт будет обозначаться NC (p1/p2) = non-C.

- 2) Самосогласованность NC-отображения является чуть менее очевидным свойством. Фактически это является аналогом (точнее, весьма существенным «аналогическим обобщением») определения истины по Тарскому. Свойство самосогласованности требует от вводимых NC-обозначений наличия определенной корректности в смысле согласованности введенных NC-обозначений с реальным положением дел в перспективе языка L. Формально это определяется двумя частными случаями: отдельно для значения C и отдельно для значения C.
  - а) Если NC(p1/p2) = C для некоторых p1 и p2,

то если рассмотреть NC (p1/p2) = C как вновь образованное утверждение (которое можно обозначить p3), то тогда должно иметь место и

 $NC\ (p1;\ p2\ /p3) = non-C\$ или, что тоже самое:  $NC\ (p1;\ p2/NC\ (p1/p2) = C\ ) = non-C$ 

Неформально говоря, это означает, что если p2 противоречит  $\{p1, p2\}$ , то тогда и наше NC-обозначение этого факта должно n0 противоречить декларируемому положению дел.

б) Аналогичное, но более сильное, утверждение должно иметь место и во втором случае.

Если NC(p1/p2) = non-C для некоторых p1 и p2,

то если рассмотреть NC (p1/p2) = non-C как вновь образованное утверждение (которое можно обозначить p4), то тогда должно иметь место и

 $NC\ (p1;\ p2\ /p4) = non-C\$ или, что тоже самое:  $NC\ (p1;\ p2/NC\ (p1/p2) = non-C\ )$  = non-C.

Опять-таки неформально говоря, это значит, что если уж мы *утверждаем*, что p2 не противоречит  $\{p1, p2\}$ , то тогда и из *всего* множества наших утверждений  $\{p1, p2\}$ ,  $p4\}$  действительно не должно вытекать ни отрицания утверждению p4, ни отрицания утверждению p2.

У нас, к сожалению, нет возможности подробно описать свойства *NC*-отображения, однако ряд важнейших его свойств можно указать. Для начала заметим, что в общем случае понятие противоречия может вести себя довольно «плохо», отражая тем самым «плохое» устройство исследуемого языка. С целью установления меры «хорошести» рассматриваемого языка, необходимо ввести более строгое понятие.

**Определение 2**. Понятие противоречия *строго определимо*, если для каждого высказывания p из L на множестве всех высказываний, не противоречащих p, можно задать *нетривиальную топологию* (т.е. топологию, отличную от дискретной и двухэлементной). Соответствующее семейство топологий Top(L) на L будем называть «логико-топологической структурой» языка L (в контексте проблемы Prob).

Зачем это понятие нужно? Мы говорили, что одной из целей является попытаться осмыслить процессы языковых трансформаций, которые нередко имеют место в практике действительных рассуждений. До тех пор, пока рассуждение в  $\boldsymbol{L}$  не приводит к смене его «логической топологии», применимы традиционные средства логического анализа. Но как только происходит смена топологической конфигурации понятийной структуры языка  $\boldsymbol{L}$  — тут нужна особая техника, точнее целый спектр различных техник — от теоретико-игровых, до вероятностных и процедур построения логически корректных аналогий.

Главным образом понятие топологии нацелено на то, чтобы блокировать следующие ситуации: когда для некоторого высказывания p можно подобрать два такие высказывания p1 и p2, что NC (p/p1) = non-C и NC (p/p2) = non-C, но при этом

выходит что либо NC (p/p1; p2) = C, либо NC (p1/p2) = C или же NC (p2/p1) = C. Наличие подобных ситуаций в L (по сути близких к парадоксальным) говорит о том, что язык L фактически является «неправильно» склеенным из двух (или более) логикотопологических структур, которые и ответственны за возникновение нежелательных двусмысленностей.

Свойство 1. NC-отображение в общем случае не симметрично. Это значит, что если у нас имеется два конечных набора высказываний a и b из L, то NC (b/a) вовсе не обязательно должно совпадать со значениями NC (a/b).

Следствие 1 (парадоксы как сингулярные точки). Отсутствие симметрии позволяет ввести в игру понятие сингулярной точки, идею которой высказал еще К. Гёдель. Напомним, что он предполагал следующее: «Может даже оказаться, что возможно предположить, что каждая концепция значима повсюду, кроме определенных "сингулярных точек", или "предельных точек", так что парадоксы будут аналогичны чему-то вроде деления на нуль (курсив мой – К.П.). Такая система была бы более удовлетворительной в следующем отношении: наши логические интуиции оставались бы тогда правильными с точностью до определенных маленьких поправок, то есть они могли бы тогда рассматриваться как дающие существенно правильную, но только кое в чем расплывчатую картину действительного состояния дел. К несчастью, эти попытки до сих пор не привели к успеху, с другой стороны, никто не доказал невозможности этой схемы, вопреки теоремам Клини и Россера о строгой противоречивости» [Гёдель, 2007, С. 258]».

Отсутствие симметрии позволяет формализовать понятие сингулярной точки двумя – логическим и топологическим – способами:

**Определение** 3 (логическая сингулярность) Высказывание s является сингулярным относительно множества высказываний  $\{s, p1, ..., p(n)\}$ , если NC(s/s) = C, но при этом NC(s/p1,...,p(n)) = non-C.

**Определение 4 (топологическая сингулярность)**. Высказывание s является топологически сингулярным в L, если s не является элементом ни одного множества из Top(s).

Очевидно, что любое самопротиворечивое высказывание будет также и топологически сингулярным, и наоборот. Верно также и то, что любое самонепротиворечивое высказывание p будет принадлежать по крайней мере одному множеству из Top(p). Этот момент позволяет привлекать топологические средства анализа для логического структурирования «нетрадиционно» устроенных языковых игр, обладающих, как сказал бы К. Гёдель, сингулярными высказываниями, или даже целыми «сингулярными» микро-контекстами, ответственными за порождение разнообразных парадоксальных ситуаций. Очевидно также, что указанный подход требует еще более радикального пересмотра понятия «теория»: вместо замкнутости теории относительно scex дедуктивных выводов здесь следует требовать замкнутости «теории» с точностью до определенных топологических структур языка L, определяемых благодаря сформулированной проблеме Prob и имеющимся критериям ее решения Crit.

Свойство 4. Если в качестве p1 в исследуемом контексте закрепить одно и тоже утверждение (например, утверждение 1=1, если контекст позволяет это сделать), то оператор NC-отображения фактически будет эквивалентен процедуре присваивания истины. Например, в подавляющем большинстве формальных языков отображение NC (1=1/p) фактически изоморфно True(p) для любого высказывания p.

Смысл этой записи можно трактовать так: «мерой истинности» всякого утверждения p2 является утверждение 1=1. Фактически NC-запись позволяет постоянно отслеживать тот факт, какой именно набор утверждений в данном случае

рассматривается у нас в качестве «образца». Если «образцовый набор» высказываний постоянно меняется (а общий, немонотонный случай именно это и подразумевает — в частности, если у нас предусмотрена возможность ревизии убеждений, belief revision), то концепт истины оказывается интуитивно плохо подходящим для описания складывающейся ситуации. Но если контекст исследуемых рассуждений позволяет считать один и тот же набор утверждений «парадигмальным», то это вполне хорошо согласуется с интуицией истины, поскольку мера истинности всех прочих утверждений оказывается измеряемой фиксированным утверждением (типа 1=1, или  $A \rightarrow A$ , и т.п.). В каком-то смысле выходит, что «рабочий платонизм», свойственный значительной части современных теорий, есть лишь частный случай мира динамических свойств и отношений, подверженных ревизии, уточнению и новаторскому конструированию.

#### §6. Логическая топология и процессы рассуждения

Действительные процессы (логического) рассуждения, осуществляемые в реальном времени, по своей структуре и организации весьма сильно отличаются от того, каким образом структурируются формально логические системы. И в этом смысле их можно назвать «плохо формализуемыми». Тем не менее, есть серьезные основания считать, что эти процессы могут успешно моделироваться иначе: например, на компьютере или же с помощью принципиально иных теоретических средств. Таким образом, возникает задача создания концептуального инструментария, необходимого для подобного моделирования. Основной трудностью здесь является вопрос о том, как устроена динамика (теоретического) языка, поскольку в общем случае процессы рассуждения приводят к существенным трансформациям того языка, в котором исходно формулируется решаемая проблема. В этом смысле основную трудность можно переформулировать так: необходимо понять, каким образом устроены процессы создания языка, наиболее адекватного той или иной проблеме? Решение этой задачи лежит на пересечении таких областей как компьютерная и теоретическая лингвистика, когнитивистика, динамическая и эпистемическая логика и т.п.

Понятие логической топологии представляется весьма важным с точки зрения поставленной задачи. Аналогичные понятия уже доказали свою эффективность как в лингвистике, так и в области компьютерного моделирования творческих процессов. Смысл такого рода понятий заключается в том, чтобы ввести в игру своего рода меру концептуальной близости между концептами, высказываниями и т.п. Те или иные типы топологий лежат в основании ряда подходов к семантическому анализу, в основании понятия «импликатура», в основании ряда программных архитектур, и т.п.

Поскольку с каждым высказыванием p из L можно связать множество N(p) всех высказываний, непротиворечащих p в L, то Top(p) будем обозначать нетривиальную топологию на N(p). Выбор топологии определяется смыслом поставленной в L задачи Prob и критериями Crit. Объединение всех выбранных нами топологий UTop(p) дает в итоге некую структуру Top(L), которую как раз и имеет

смысл называть «логической топологией» языка L, точнее логической топологией структуры < L, Prob, Crit>, поскольку топология напрямую зависит и от поставленной в L задачи Prob, и от критериев Crit.

Теперь обратим внимание на то, что с каждым процессом рассуждения  $p(1) \rightarrow ... \rightarrow p(k)$ , отталкивающимся от некоего стартового зыка L=L(1), на самом деле следует связывать цепочку

$$p(1) \to \{p'(1), p(2)\} \to \{p''(1), p'(2), p(3)\} \to \dots \to \{p^{(k-1)}(1), p^{(k-2)}(2), \dots p'(k-1), p(k)\},$$

поскольку каждое новое высказывание p(k) (в общем случае) может влиять на смысл и значение предшествующих утверждений. Это значит, что в общем случае мы имеем дело с цепочкой языков

$$L(l\ )\ \rightarrow\ L(2)\ \rightarrow\ \dots\ \rightarrow\ L(k{\text -} l)\ \rightarrow\ L(k),$$

а следовательно и с цепочкой

$$Top(L(1)) \to \ Top(L(2)) \to \ \dots \ \to \ Top(L(k)) \ .$$

Кортеж < p(i), L(i), Top(i)> можно назвать *общей схемой* произвольного логического рассуждения.

На этом этапе следует сфокусироваться на способах реализации перехода от Top(i) к Top(i+1):

$$Top(L(1)) \rightarrow ... \rightarrow Top(L(i)) \rightarrow Top(L(i+1)) \rightarrow ... \rightarrow Top(L(k)).$$

До тех пор пока каждое следующее высказывание p(i+1) не меняет топологической структуры при переходе от L(i) к L(i+1), (а это означает, что переход от L(i) к L(i+1) осуществляется «непрерывно», с точностью до изоморфного вложения) могут применяться классические средства логического анализа и обоснования, с привлечением адекватного формально-логического аппарата. Однако появление «разрыва» сигнализирует о том, что благодаря высказыванию p(i+1) могла случиться семантическая переинтерпретация высказываний p(1),...,p(i) в контексте L(i+1). Изменение «валентностей» у высказываний, трансформация семантической структуры и т.п. требуют привлечения совершенно иных логических процедур, основанных на разнообразных процессах концептуальной оптимизации, вероятностном анализе и др.

Анализ топологического разрыва выходит за рамки настоящей работы. В завершение укажем только те направления, в которых этот анализ будет производиться далее: *микро-анализ* таких разрывов задается компьютерными моделями и их теоретическим осмыслением Д. Хофштадтера, а *макро-перспектива* задается идеей «логики транс-дукции».

#### Список литературы

Аристотель. Собрание соч. М.: «Мысль», 1978.

 $\it Eapahos A.H.$  Против «разложения смысла»: узнавание в семантике идиом. www.dialog-21.ru/dialog2008/materials/html/6.htm

*Бентем Й. ван* Куда должна и должна ли двигаться логика?, VOX, 2010, № 9, http://vox-journal.org

 $\Gamma$ ёдель K. Расселовская математическая логика // Введение в математическую философию, Сибирское университетское издательство, 2007.

Кобозева И.М. К распознаванию интенционального компонента смысла высказывания. www.dialog-21.ru/archive/2003/kobozeva.htm

 $\mathit{Урысон}\ E.B.$  Ситуация сравнения и ее выражение в языке. www.dialog-21.ru/archive/2004/uryson.htm

 $\mathit{Muxanьcкuй}\ \mathit{K}$ . Логика и время. Издательский дом «Территория будущего», 2010.

*Огурцов А.П.* Метафизика и вероятность // Философские акции. – М.: Голос, 2011.

 $\Pi$ уанкаре A., Kутюра  $\Pi$ . Математика и логика. М.: Издательство ЛКИ, 2007.

*Целищев В.В.* Нормативность дедуктивного дискурса, Новосибирск, Нонпарель, 2003.

*Ершов Ю.Л., Самохвалов К.Ф.* Современная философия математики: недомогания и лечение. Новосибирск, Параллель, 2007.

Павлов К.А. О природе логических рассуждений, Москва, ИФ РАН, 2010.

*Etchemendy J.* Tarski on truth and logical consequence. The Journal of Symbolic Logic. v.53, #1, March, 1998.

Hofstadter D. Fluid concepts and creative analogies. Basic books, 1995.