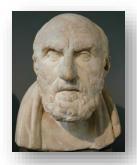
Раздувая огонь разума (персональный взгляд на логику)

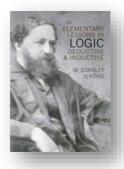
Й. ван Бентем (Amsterdam, Stanford & Tsinghua University) j.vanbenthem@uva.nl

Аннотация: У современной логики имеется достаточно оснований стать разветвленной наукой о рассуждениях и информационно опосредованном поведении. Такое расширение сферы логического могло бы сыграть важную роль в объединении гуманитарных, точных и социальных наук. Статья представляет собой прощальную речь и напутственное слово профессора Чистой и Прикладной Логики Й. ван Бентема, произнесенное им 26 сентября 2014 г. в главной аудитории Университета Амстердама. Прослеживается история современной логики, делается набросок новых направлений исследования логики и взаимодействия, обсуждаются наиболее важные затруднения и вызовы, брошенные логике современностью.

Аргументы и споры. Когда люди слышат, что вы логик, они начинают искать глазами ближайший выход. Тем временем, были и есть существа подобные мне, чьё знакомство с логикой изменило их жизнь. Еще в школе мне нравились правила и формулы, которые переписывались мною в специальную тетрадку. И когда я прибыл в Университет Амстердама в революционные 1960-ые, я любил пускаться в споры о будущем датского общества — определяемое, разумеется, нами, студенческой элитой. Мои аргументативные способности, надо сказать, не были особо успешными, и я хорошо помню это чувство, когда неоспоримый аргумент медленно, но неуклонно загоняет тебя в угол. Один хороший студент посоветовал мне купить книгу по логике, что я и сделал¹.







В.С. Джевонс



Эльза Барт

¹ Я поместил здесь три картинки, изображающие тех логиков, которые оказали на меня влияние в те годы. Третья из них изображает моего первого учителя логики в Амстердаме, Эльзу Барт, вдохновившую меня на последующее изучение предмета.

Образцы рассуждения. А купил я тогда карманное издание классики 19-го века, Вильяма Стэнли Джевонса, доступного ныне в интернете, из которого я узнал о существовании образцов рассуждения, часть которых следует считать правильными, тогда как остальные нет.

Рассмотрим такое утверждение, в котором заглавные буквы заменяют произвольные предложения:

если В, то не-Н

Теперь спросим себя, следует ли из него логически такое утверждение:

если не-В, то Н

Возможно у вас возникнет желание согласиться. Но не спешите; вообразите дежурного врача скорой помощи, ищущего причину острой сосудистой недостаточности. Предположим, что причиной коллапса был ваш мозг, а не сердце. Однако томограмма мозга в порядке. Верно ли утверждать, что у вас проблемы с сердцем? Я так не думаю, и вам не советую. Я бы предпочел иметь дело с врачом, рассуждающим иначе, в соответствии с правильным образцом рассуждения:

из eсли B, mо не-H следует eсли H, mо не-B

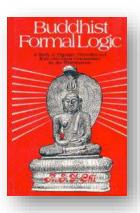
Понятно, что для установления верного диагноза нужно будет знать еще кое-что помимо данного правила — однако ж, по меньшей мере, вы видите теперь, что логическая правильность умозаключения может быть вопросом жизни и смерти.

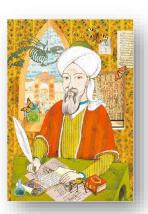
Объяснение и обучение. В общем, образцы логической правильности лежат в основаниях нашего поиска истины, а также объяснения ее как другим, так и самим себе. Я всегда ощущал в себе нужду объяснения тех вещей, которые, как мне казалось, стали мне понятными. Будучи студентом, я бродил вечерами по улице Lairessestraat в Амстердаме, разговаривая с собой и пытаясь объяснить себе то, что я успел услышать днем на занятиях. Конечно же, люди вокруг ускоряли шаг, стараясь отдалиться — несмотря на то, что я им в этот раз даже не говорил, что я логик.

Логика разных культур. Значительная часть моей статьи будет посвящена «западной» традиции изучения логики, поскольку ею ограничен мой собственный опыт. Тем не менее, необходимо подчеркнуть, что внимание к образцам рассуждения и их закономерностям свойственно не только западной культуре: этот талант развился довольно рано у многих культур. В наше время открылось множество новых исторических источников, по-новому освещающих наш предмет. Внимание к логике является всемирным процессом, куда вовлечены и древняя Греция, и Индия с Китаем, и Исламская традиция, что хорошо показано в ряде современных работ.

К галерее портретов я решил добавить изображения великих логиков других культурных традиций. Когда-нибудь имена Мо-цзы, Дигнага и Ибн Сины станут не менее известными образованной публике нежели имя Аристотеля².







Мо-цзы

Дигнага

Ибн Сина

Рассуждения и информация. Логика, однако, не исчерпывается обнаружением закономерностей и совершенствованием практики рассуждений. Изучая вопросы правильности и неправильности, мы входим в гораздо более широкий мир точных научных идей. Одной из таких идей является понятие *информации*. В принципе, возвращаясь к прошлому примеру, существует только 4 возможности:

$$+B+H$$
, $+B-H$, $-B+H$, $-B-H$

Если нам стало известно, что *если В, то не-H*, то мы исключаем возможность +B+H. Иными словами, мы элиминируем 1 вариант из 4, и на основе этой информации у нас остается три следующих варианта:

$$+B-H$$
, $-B+H$, $-B-H$

Если мы теперь узнаём, что he-B, то мы исключаем еще и +B-H, но всё равно остается два:

$$-B+H$$
, $-B-H$

На этом шаге у нас пока не хватает информации для того, чтобы заключить, что остается только H. Вы можете сами проверить, как этот сценарий последовательного обновления информации отличается от сценария, связанного с логически корректным выводом

из eсли B, mо не-H следует eсли H, mо не-B

 $^{^2}$ C группой моих коллег я занимаюсь исследованием китайского образа мысли, и мы собираемся издать «Справочник по истории логики в Китае».

В этом выводе поступающая нам информация может заставить нас прийти к заключению ne-B в результате следующих шагов:

- (i) +B+H, +B-H, -B+H, -B-H
- (ii) +B-H, -B+H, -B-H (после того, как мы узнали, что если В, то не-H)
- (iii) -B+H (после того, как мы узнали, что H)

Итак, процессы рассуждения теснейшим образом связаны с понятием информации, этим смазочным материалом человеческого общества, и в этой перспективе логика предстает перед нами значительно более широким полем исследований, чем это могло показаться вначале.

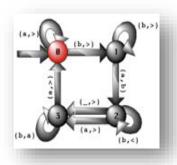
Погические системы. Но и это еще не всё. Помимо образцов рассуждения и лежащих за ними соображений, существуют целые системы, которые можно изучать на предмет их собственного достоинства — подобно тому, как это делал уже Аристотель с системами силлогистического вывода. Логические системы обладают математической структурой, изучение которой открывает новые горизонты.

Рассуждения и вычисления. Критериями правильности или неправильности простых последовательностей рассуждения, вроде тех, которые мы видели в случае импликации и отрицания, являются разнообразные манипуляции с «таблицами истинности». И поэтому рассуждения в рамках этой элементарной логики оказываются тесно связанными с математическими структурами благодаря идее вычисления. И это одна из генеральных линий в истории идей: рассуждения связаны с бинарной арифметикой, или, как сказал Гоббс, «рассуждения это вычисления». И с того момента, как вычислительная перспектива оказывается увиденной в этом общем свете, уже начиная со Средних веков, естественным образом зарождается идея создания машин, способных рассуждать, при условии, конечно, что мы сумеем найти подходящий логический язык для реализации этой идеи.

Первая картинка внизу изображает «логическое пианино» Стэнли Джевонса, одно из пионерских устройств по механическому вычислению 3 .

³ Здесь я и не думаю повторять старую мантру исследователей по искусственному разуму, верящих в возможность проведения любых рассуждений с помощью машин. Конечной целью логики представляется мне отнюдь не эта возможность делегирования всего мира рассуждений и суждений технологиям; скорее, речь должна идти о правильном понимании «действенности» логики, в том смысле, о котором мы будем говорить ниже.







Логическое пианино

Машина Тьюринга

Макбук Air

Вторая картинка изображает фундаментальную вычислительную модель Тьюринга, а на третьей изображен объект, за последние годы перевернувший весь мир. Просматривается прямая историческая дорога от логики к компьютерной науке и информационным технологиям, наводнившим нашу жизнь.

Эта смесь рассуждений, информации и вычислений представляет собой буйно разрастающийся конгломерат, состоящий из логики, философии, математики, лингвистики и компьютерных наук. Благодаря этому логика заняла прочное место на пересечении современных университетских дорог, а также расположилась в эпицентре нашего современного информационного общества. И это, воистину, является тем миром, в котором живет Амстердамский Институт Логики, Языка и Вычислений, где я провел значительную часть своего академического времени.

Математический аспект: логические системы и их теории. Как мы уже видели, логические образцы и системы несут в себе значимые идеи, представляющие собой самостоятельный предмет исследования. Мощным инструментом их анализа и развития оказался математический поворот в логике, благодаря которому начиная с 19-го века логика стала превращаться в точную дисциплину, позволившую высвободить силу математической точности и применить ее к изучению систем рассуждения. Так работает современная логика, и ничто из того, о чем я буду говорить дальше, рассуждая о расширении масштабов этой дисциплины, не будет противоречить этой методологической установке.

Парадоксы, само-отображение и фундаментальные теоремы. В частности, сила математического мышления позволила великим логикам 30-х годов сделать определенные выводы о природе рассуждения как такового, о его границах и возможностях. Выдающимся результатом «столкновения разума с самим собой» является теорема Гёделя о неполноте, схватывающая важнейшие свойства (по преимуществу) математического доказательства, а точнее говоря, дедуктивного доказательства вообще.

Рассмотрим одну из древнейших логических головоломок, дошедшую до нас в разных интерпретациях из самых разных культур, от древней Греции до древнего Китая, связанных с автореферентными суждениями, т.е. суждениями, говорящими сами о себе. Известным вариантом такого суждения является Парадокс Лжеца, в котором

утверждается, что само это утверждение является ложным. Можно рассмотреть и несколько иной вариант подобного утверждения (утверждения L), которое утверждает о самом себе, что оно не доказуемо:

L тогда и только тогда, когда L недоказуемо.

Или в амстердамском стиле⁴:

$$L \leftrightarrow \neg \Box L$$

Существует несколько способов получения автореферентных ситуаций. Хорошо известен драматический исторический эпизод, когда Б-г иудеев сказал людям, ищущих понимания его сущности:

«Я не познаваем» 5 .

Тем не менее, наш логический разум не останавливается перед такого рода утверждениями. Например, можно показать, что утверждение лжеца L допускает наличие определенного математического доказательства, имеющего весьма впечатляющие последствия.

Вот небольшой фрагмент этого рассуждения, которое в общем и целом находится на грани разумности, однако в упрощенном виде оно вполне поддается пониманию и у совсем неподготовленного читателя (здесь я следую знаменитому девизу Джона Перри и Кена Тэйлора, ведущих радио шоу Философский Разговор: «единственная вещь, которую мы не ставим под вопрос, это уровень разумности нашего слушателя»).

Итак, Гёдель-лайт:

Истинно или ложно L? Если предположить, что L ложно, то L доказуемо⁶.

Но если L доказуемо, то оно истинно – противоречие.

Значит L не может быть ложным и тогда мы заключаем: L истинно.

C учетом смысла утверждения L получается, что L является истинным, но не доказуемым утверждением.

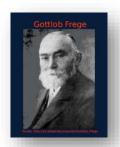
На следующем рисунке вы увидите некоторых выдающихся исследователей в области логики.

⁴ В данном случае символ □ означает «доказуемость».

 $^{^{5}}$ Разумеется, в этой фразе Бог говорил не только о формально логической непознаваемости.

 $^{^6}$ Здесь мы используем следующие правила: ¬ \square $L \to L$ просто по смыслу L, а поэтому верно и ¬ $L \to \square L$









Элементы Эвклида

Г. Фреге

К. Гёдель

М. Лёб

Жизнь на грани разума. Это простое рассуждение лежит в центре доказательства Первой теоремы Гёделя о неполноте. Но это, очевидно, лишь самый первый шаг, требующий дальнейшего вопрошания и уточнения. И в самом деле, искусство «рискованной жизни» является еще одним притягательным моментом логического искусства, бросающим вызов умам абсолютистского толка, поскольку оно не позволяет успокаивается на достигнутом и требует постоянной ревизии и шлифования стиля нашего мышления.

Если продолжить настройку винтиков точности еще дальше, то напрашивается задать такой вопрос: а насколько обоснованным был тот шаг доказательства, который опирался на предположение истинности доказуемых утверждений? Разве не демонстрирует он явную необеспеченность нашей веры в надежность доказательных методов? Великие логики, работавшие в области оснований математики, такие как Гёдель, Гильберт и Генцен думали именно так, и поэтому смело отбросили это допущение, анализируя проблему силы доказательств. Набросаем более сложный пример:

Пусть у нас есть \Box ($L \leftrightarrow \neg \Box L$) (*)

Пусть далее имеет место $\Box L$.

Используя (*), мы можем доказать, что $\Box \neg \Box L$

Но в то же время, анализируя доказательство для L , которое существует в силу того, что $\Box L$, мы можем доказать, что $\Box L$.

Объединяя оба утверждения, получаем доказуемость противоречия $\neg \Box L \& \Box L$. Поэтому выходит, что наша система доказательства является противоречивой и ненадежной.

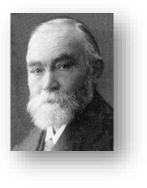
В этот раз наши выводы оказались более утонченными. Если наши математические методы доказательства надежны, то истинные недоказуемые утверждения окажутся вне пределов их достижимости. Процесс уточнения нашего понимания истины, доказательства и надежности пока продолжается. Список мастеров этого искусства включает в себя такие имена как Martin Löb, Сергей Артемов, Dick de Jongh, Albert Vissser, и вот в прошлом году я неожиданно открыл для себя удивительно новый подход к пониманию механики гёделевских рассуждений, опубликованный Львом Беклемишевым из московского Института им. Стеклова. Сколько бы мы не

продолжали размышлять над нашими представлениями о природе математического доказательства, открываются всё новые и новые глубины на этом пути.

Наука, религия или здравый смысл? И всё же пока еще не покинули пределов классической математики и логики, самая сердцевина и наиболее глубокие результаты которых вызывают священный трепет у каждого нового поколения студентов по всему миру, сталкивающихся с логикой. Все эти глубины уходят корнями в сравнительно узкую область математического обоснования, т.е. весьма специфическую сферу человеческой деятельности. Здесь и методы, и сам предмет задан математикой.

Но я начал свой рассказ с размышлений о повседневных рассуждениях, и хотелось бы вновь вернуться к этой теме. Будучи студентом, я должен был заучивать список различий между научными и обыденными способами аргументации. За первыми числилась большая глубина и строгость по сравнению со вторыми. Но со временем мне открылась другая сторона этой картины. Логические шаги теоремы Гёделя ничем не отличаются от шагов повседневных рассуждений, и это наблюдение хорошо согласуется с представлением о человеческом развитии: мозг первобытных охотников ничем не отличается от мозга величайших художников и ученых.

Правдивая история современной логики заключается в следующем. Методы остаются математическими, но проблемное поле заметно расширилось: в принципе, каждый аспект человеческого разума попадает сюда. Портретная галерея великих логиков включает в себя не только математиков, но и тех, кто умеет заглядывать за ее границы. Фрагмент этой галереи выглядит следующим образом:









Фреге

Ч.С.Пирс

Брауэр

Бет

Фреге был современников Пирса, этого независимого изобретателя первопорядковой логики, в круг интересов которого входили исследования по философии, семиотике и психологии, значимость результатов которых начинает высвечиваться только сейчас. Брауэр — эта наша национальная икона математики — был современником Бета, философа и логика в широком смысле слова. Усилиями этих исследователей была создана Датская Школа логики, хорошо известная во всем мире. Примеры такого рода творческих «пар» легко обнаружить во всей истории логики.

Продолжим наш экскурс в современную логику, какой она есть и какой она может стать. В конце концов мне бы хотелось осмыслить законы взаимодействия *агентов* рассуждения, того, что они могут и что должны делать; и описать эти законы в

терминах знания, действия, обучения, ошибочных действий и прочих актов социального действия. И при этом убедить вас в том, что подобное расширение границ исследования оставляет нас на территории логики.

Но прежде чем войти в это Царство Взаимодействия, позвольте рассказать о моих личных путях, однажды приведших меня туда. Я буду продвигаться неспешно, поочередно рассматривая новые идеи.

Доказательство как видение и как действие. Начнем с двух существенных аспектов математического доказательства, которые оказались переплетенными еще со времен Элементов Эвклида. С одной стороны, доказательство – это очевидность того, что некая теорема истинна. С другой стороны, это есть метод построения решения и создания условий, при которых теорема действительно имеет место. Та же дуальность пронизывает собой такие вещи как обучение и знание, где различие между «знанием как» и «знанием чего» оказываются тесно переплетенными. Или, к примеру, подлинное овладение языком означает не только умение распознавать правильные предложения чужого языка, но и умение самому производить осмысленные предложения. То же самое верно и в отношении логических систем. Поэтому, можно заключить, что умение извлекать информацию одновременно является умением совершать некие действия, и наоборот. Это две стороны одной медали. Какой вклад в эту двойственность может внести логика?

Рассуждения об информации и действия. Логики уже давно занимались изучением как информации, так и действия — тем не менее, они двигались в этом направлении, исходя из разных академических областей исследования. Логические системы анализа информации обычно разрабатываются в рамках философских исследований знаний и убеждений, но последнее время они стали развиваться и в области компьютерных наук и экономики. Динамическая логика, изучающая действия, пришла из компьютерных наук, анализирующих программы и вычислительные процессы, но расширила свою применимость в области философии и лингвистики. Эти контакты расцвели пышным цветом — приверженцы новых направлений Нобелевских Премий, Премий Тьюринга и других высоких наград в области философских и прочих исследований. Следующие четыре картинки познакомят вас с именами некоторых исследователей, начиная от философов специалистов по программированию и теории игр:









Хинтикка

Динамическая Логика

Милнер

Ауман

Модальная логика. Типичные структуры информации и действия, лежащие в основании многих философских концептов, компьютерных наук и теории игр, изучаются такой технической областью исследования как *модальная логика*. Модальные понятия имеют отношение к тому, как могут обстоять дела, до тех пор пока не поступила информация, вычеркивающая ту или иную возможность; или о том, что может произойти, с учетом тех действий, которые имеются у нас в распоряжении. Аналогичные законы упорядочивают связи между модальными понятиями. Вот один пример:

Дистрибутивный (распределительный) закон: $\Box(A \to B) \to (\Box A \to \Box B)$

В терминах информации, этот принцип гласит: если у нас есть основания считать, что $A \rightarrow B$, а также, что A то тогда должно иметь место и B.

В терминах действий, тот же самый принцип утверждает: если итог действия удовлетворяет $A \rightarrow B$, а также и A, то все следствия этого действия удовлетворяют также и B.

Существует и множество других, значительно более изощренных законов модальной логики, но мы не будем их рассматривать 8 .

Образцы модальных рассуждений всегда были в фокусе моего внимания. Это позволило мне не только систематизировать модальные законы, но и навести мосты между модальными образцами рассуждений и другими логическими системами, о которых можно говорить в терминах семантических инвариантов таких как «бисимуляция». Вот некоторые книжки на эту тему:



 $^{^7}$ Использование модального символа \Box естественным образом связывает данные рассуждения с предыдущими.

 $^{^8}$ В частности, если рассматриваются следствия не одного, а многих действий, то этот закон должен быть модифицирован — необходимо проиндексировать нашу формулу: [x](A \rightarrow B) \rightarrow ([y]A \rightarrow [x \pm y]B), где переменные x, y обозначают действия, а знак # указывает на подходящую операцию комбинирования действий.

Сведения по этой теме вы найдете в любом хорошем учебнике, однако, позвольте

мне обратить внимание на один момент. С одной стороны модальную логику можно рассматривать как «прикладную» в плане ее применимости к теориям информации и действия, с другой же стороны она является и «чистой» логикой, изучающей такие аспекты рассуждений, которые ранее не опадали в фокус нашего внимания. По этой причине она оказывается лежащей области математической методологии, значимость которой я уже подчеркивал выше⁹.

Информационное опосредствование: агенты действия и знания. Двинемся дальше. Теперь рассмотрим такой вопрос: а как устроены агенты, опосредующие получение информации и вовлеченные в процессы взаимодействия? Что они делают и почему? Следующим шагом, приближающим нас к Царству Взаимодействия, будет рассмотрение вопроса о природе актов информирования, являющихся тем местом, где естественным образом встречаются действия и знания.

Основные акты информирования. В то время как логиков обычно интересуют только те акты информирования, которые связаны с рассуждением, в действительности шаги умозаключений сопровождаются множеством иных, не менее фундаментальных актов, без которых не существует информационных потоков. Например, следующие сценки ежедневно имеют место в закусочных Амстердама.

Ресторан. Три человека заказывают три типа напитков: воду, пиво и вино. Подходит официант с тремя кружками (как правило не тот, который принимал заказ). Всего существует 6 способов распределить заказ между посетителями, и вот как обычно происходит выбор правильного решения.

Официант спрашивает, кто заказывал пиво, и после получения ответа ставит кружку перед соответствующим посетителем. Этот шаг уменьшает число оставшихся возможных вариантов с 6 до 2. Затем официант задет второй вопрос и ставит стакан с водой перед вторым соответствующим посетителем. Теперь у официанта остается лишь 1 вариант действия — и он более не задаем вопросов, поскольку он теперь не задавая новых вопросов в состоянии правильно умозаключить о том, кому поставить бокал с вином.

Итак акты информирования включают в себя, по меньшей мере, задавание вопросов и процедуры умозаключения. Но это не всё. Более широкий взгляд на информационную активность имел место уже в древнем Китае, в логической школе Мо-Цзи, существовавшей около 500 г. до н.э. Они выделяют три основных источника, участвующих в формировании актов информирования:

⁹ Модальная логика не является единственной областью, отдающей должное дуальностью между информированием и действиями. Существует еще алгебра процессов, а также и теоретико-категорные подходы.

知闻说亲

(zhi wen shuo qin)

Это элегантное утверждение, грубо говоря, гласит, что «знание имеет своим источником три вещи: доказательства, опыт и речи других».

«Опыт» является третьей категорией, формирующей акты информирования, как в науке так и в повседневности — то есть, например, тогда, когда мы «просто наблюдаем вещи» 10. Наблюдения — это то, в чем безусловно нуждался такой логический детектив как Шерлок Холмс, помимо своей способности к чистой дедукции. И это также является неиссякаемым источником наук эмпирических, наравне с математическими доказательствами. Картинки ниже иллюстрируют ситуацию в ресторане, беседы моистов, Шерлока Холмса за работой и, наконец, карточную головоломку, использующую элементы социальных взаимодействий, и эпизодически оказывающуюся в фокусе внимания моих коллег.









Погика информационных изменений. Мои собственные представления о логике имеют много общего с представлениями древних. Мы должны одновременно изучать все основные виды актов информирования: умозаключения, наблюдения и коммуникацию, а также формы их взаимосвязи, проявляющиеся при планировании, обсуждении и принятие решений. Основной задачей здесь является поиск формальных законов, управляющих этими дополнительными актами информирования, которые бы могли позволить добиться соответствующего уровня точности. Вот один из них:

$$\lceil !\varphi \rceil K_i \psi \leftrightarrow (\varphi \rightarrow K_i (\varphi \rightarrow \lceil !\varphi \rceil \psi))$$

Этот закон описывает процедуру получения нового знания «агентом» i после того, как обнаружится, что некое φ имеет место¹¹. Это можно описать в терминах «условного

¹⁰ Моистский пример - Темная Комната, с неким предметом внутри нее, цвет которой вам неизвестен. Но если перед вами находится белый предмет вне комнаты, и некто сообщает вам, что предмет внутри комнаты имеет тот же цвет, то в результате соответствующего умозаключения, вы теперь сможете знать, какого цвета предмет и в темной комнате.

¹¹ Эти формулы служат лишь иллюстрации, я буду опускать технические детали. Данный закон описывает знание, имеющее место после обновления информации, – формой этого

знания», которым обладал наш агент до как произошло появление $!\phi$ новой информации. Обычно же здесь имеют место некие рекурсивные равенства, подобные вышеприведенному, позволяющие изучать информационные события, опосредованные агентами знания и действия.

Обратите внимание, между прочим, как тут обнаруживается взаимосвязь между идеями из самых разных областей. Модальность $K_i\psi$ имеет своим источником философскую логику, в то время как модальность $[!\phi]$, обозначающая действие, исходит из логики вычислений.

Но это только самое начало логики взаимодействий. Действующими лицами (агентами, акторами) могут быть и бессознательные устройства, считывающие информацию с окружающей среды такие как пчелы, собирающие нектар с цветов. Поэтому имеет смысл еще дальше расширить спектр рациональных действий, в которые вовлечены рациональные агенты.

Непротиворечивость? Первым новым аспектом логики взаимодействия является вопрос о надежности наших заключений, с которым мы уже сталкивались. Основателей современной логики весьма беспокоил вопрос о доказательной силе и надежности выводов. Является ли *непротиворечивость* конечной целью наших устремлений? Готлоб Фреге думал именно так, уверяя, что «математика рассыплется как карточный домик» в том случае, если в ней будут иметься противоречия¹². Однако в этой хрупкости можно усмотреть и своеобразное великолепие, влекущее за собой и радикальную смену точки зрения.

Обучение как исправление. Как я уже говорил, доказательства дают основания, а рациональные агенты тогда могут быть описаны как те, кто действует, исходя из определенных оснований¹³. На этом этапе я буду придерживаться исходного понимания оснований. Движущей силой наших рассуждений будут хорошие основания — это, однако, не гарантирует того, что они являются правильными. Мы часто ошибаемся и формируем неверные убеждения, поэтому, думается, логику нельзя представлять себе как инстанцию, раз и навсегда избавляющую нас от ошибочных ходов мысли. И в самом деле, наши ожидания и убеждения, даже будучи неверными, представляют собой тот творческий дар, который позволяет нам ориентироваться в мире, в котором знания являются редко доступной «валютой».

Но это неискоренимая и, возможно даже, весьма желательная возможность совершения ошибки существует рука об руку с такой творческой способностью как само-исправление, включаемой тогда, когда наши убеждения оказываются

описания оказывается рекурсия условного знания, позволяющая успешно использовать соответствующий модальный язык.

 $^{^{12}}$ В повседневной жизни мы также ценим «непротиворечивость» и «согласованность», следим за тем, чтобы похожие стандарты применялись к похожим ситуациям, и чтобы не было своекорыстных отклонений от общепринятых норм, в пользу своего рода *гармонии в суждениях*.

¹³ Расхожее представление о рациональности как об «обеспечении собственных интересов» является заблуждением. Идея «хороших оснований» содержит в себе гораздо большее: например, способность ставить себя на место другого.

противоречащими нашим наблюдениям, или же когда теория разваливается в результате обнаружения глубокого противоречия. Поэтому подлинная логика рационального взаимодействия должна быть терпимой к ошибкам и использовать подходящие методы ревизии наших убеждений. Всё это указывает на необходимость изучения тесной взаимосвязи между обучением и рассуждением.

Даже если все наши размышления и являются верными, то какое отношение они имеют к логике? Как мы теперь знаем благодаря пионерским работам Питера Гарденфорса и других, эти более деликатные и терпимые в отношении ошибок процессы приспособления к новой информации удовлетворяют определенным логическим законам, которые выражаются на формальном языке с помощью операторов «убеждения» и «ревизии убеждений». Я сейчас приведу в качестве примера пару таких законов, показывающих, что нет никакой необходимости жертвовать математической точностью:

$$[!\phi]B_i\psi \leftrightarrow (\phi \to B_i\phi[!\phi]\psi)$$

$$[\Uparrow \phi]B_\psi \chi \leftrightarrow (E(\phi \land [\Uparrow \phi]\psi) \land B \land (\Uparrow \phi)\psi [\Uparrow \phi]\chi) \lor (\neg E(\phi \land [\Uparrow \phi]\psi) \land B \land (\Uparrow \phi)\psi [\Uparrow \phi]\chi)$$

Подобные законы показывают, какого рода новые убеждения возникают по мере поступления новой информации. Это можно формализовать двумя способами – о чем и говорят синтаксические различия двух вышеприведенных формул. Изменения могут оказаться запущенными «жестким», надежным событием !ф, устраняющим все не-фситуации. Но существует и более «мягкий» вариант, запускаемый событием !ф, сохраняющим весь спектр ситуаций, однако переупорядывающий его так, что не-фситуации перемещаются «вверх». Я не буду уточнять смысл этих формул. Самый вид их уже кажется устрашающим.

Законы обучения, которые мы сейчас обсуждали, очевидно, более сложны чем те простые правила рассуждения, с которых мы начали. Но никто и не говорит, что более широкий круг логических правил должен быть простым.

Итак, правильность рассуждений идет бок о бок с возможностью исправления, следовательно логика — как заметили философы уже много времени назад — является, помимо прочего, наукой обучения на ошибках 14 .

Мне нравится одна аналогия из области медицины. Идея создания Мира, в котором никогда не было бы никаких проблем со здоровьем, представляется мне тусклой и малопривлекательной: гораздо более впечатляющей является динамика развития человеческих *иммунных систем*, умеющих иметь дело с неожиданными трудностями. С моей точки зрения, логика — это не страж, следящий за непротиворечивостью доказательств; скорее

логика — это иммунная система разума 15 .

¹⁴ Этот тандем «правильности и исправления» вновь иллюстрирует дуальность информации и действия.

¹⁵ Студенты часто спрашивают меня, почему же я до сих пор ставлю оценки за правильные ответы, а не за их попытки исправить собственные ошибки. За не имением хорошего ответа,

В терминах нашего первого примера можно было бы сказать, что сами логики являются целителями ума.

Я не буду заострять внимания на отличии от классических подходов. Существуют интересные расширения классических теорем Гёделя и Тьюринга, которые утверждают, что помимо того, что нам известно абсолютной точностью, существуют убеждения, которые могут казаться обоснованными различным агентам рассуждения, но всё же не являющимися непогрешимыми в плане их доказуемости и истинности 16.

Множество разумов и социальные интеракции. Наши убеждения могут нуждаться в уточнении и пересмотре ввиду всех трех причин: неожиданного наблюдения, парадоксального вывода или противоречивого столкновения с чужой точкой зрения. Это ведет нас к очередной фундаментальной теме логического анализа принципов взаимодействия:

разумность не терпит одиночества.

Мои примеры нередко были связаны с социально обусловленными ситуациями. И это существенно. Рациональное поведение является *много-субъектной* способностью, а не умением изолированного разума — совсем как в современной науке, в которой ключевым моментом является множественность взаимодействующих вещей, а не стремление единичных тел на свои естественные места, как это было в аристотелевской физике. Тема связи социальных мотивов и аргументации проходит красной нитью через историю логики, как в греческой традиции, так и восточной. Логика, помимо прочего, является наукой о способах убеждения, приведении контр-аргументов и прочих формах взаимного влияния. И, как и всегда, это социальное измерение обладает двумя дуальными аспектами: информацией и действием.

Теория разума. Социальные аспекты информации включают в себя ключевую человеческую способность (изучаемую т.н. «теорией разума») рассуждать не только о фактах, но и об информации, которой обладают другие люди, т.е. рассуждать о *чужом знании о фактах* и о том, что одни люди знают о других людях, и т.д. Теория разума исследует множество информационных актов. Например, когда я задаю вам вопрос, то это подразумевает (как правило) и то, что я не знаю ответа, и то, что я надеюсь на то, что, возможно, вы знаете ответ¹⁷.

Социальное поведение имеет характер сети сложных итераций актов взаимного информирования. Было обнаружено, что важнейшие свойства рационального

позвольте мне уйти от ответа и лишь заметить, что экзамены – суть изобретение древних китайцев, наравне с бумагой, порохом и шелком.

¹⁶ Например, могут существовать доказуемо противоречивые ситуации *знания* истинности и познаваемости некоего утверждения, и в то же время может непротиворечиво иметь место *убежденность* некоего агента в наличии истинности и познаваемости этого же самого утверждения. Существуют и технические примеры вероятностных версий теорем Гёделя.

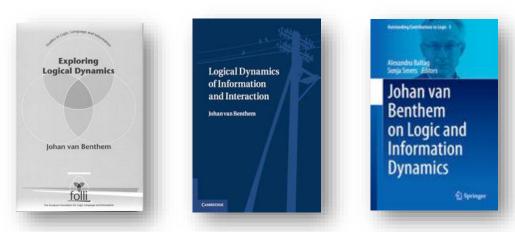
 $^{^{17}}$ Разумеется, эти предпосылки не работают, например, тогда, когда учитель задает вопросы ученикам.

социального равновесия могут быть описаны на логическом языке. Рассмотрим такой пример. Утверждение ϕ является *общим знанием* (common knowledge) группы агентов G о том, что имеет место некое ψ (т.е. утверждение, остающееся истинным для любого количества итераций «знания о нем» и обычно обозначаемое $C_G\phi$). Так вот, ϕ является общим знанием тогда и только тогда, когда имеет место следующая эквивалентность:

$$C_G \phi \leftrightarrow (\phi \land E_G C_G \phi)$$

где оператор E_G ψ говорит, что все в группе G знают, что имеет место ψ . Может показаться, что это «порочный круг», поскольку мы здесь пытаемся определить понятие C_G ϕ через само себя. На самом же деле наша эквивалентность имеет характер «плодотворного круга», корректно определяющим исследуемое понятие самым строгим образом. ¹⁸ 19

Программа исследования логической динамики. Предыдущие примеры говорят о необходимости более систематического исследования феноменов информационно обусловленных социальных взаимодействий. За последние годы стало ясно, что методы логического анализа хорошо здесь работают и приводят к появлению систем с красивыми законами, применимыми не только к понятию вывода, но также и к понятиям наблюдения, вопрошания и исправления. И движение в этом направлении вовсе не уменьшает блеска того стиля исследования, который был задан его основателями. Его критическая сила, направленная на изучение границ и внутренних потенций, вполне применима к тому разнообразию источников информирования, в котором нуждаются агенты рационального взаимодействия.



На данном этапе мы с вами обсуждаем некоторые аспекты программы исследования логической динамики, результаты которых излагались мною в вышеперечисленных книгах за 1996, 2011 и 2014 года соответственно.

 $^{^{18}}$ Говоря математическим языком, логические законы являются «равенствами с неподвижной точкой».

¹⁹ Тема «общего знания» является предметом горячих дискуссий: быть может оно представляет собой полезную фикцию.

Игры. Социальные действия активно исследуются в такой быстро развивающейся области теоретизирования как теория игр, лежащей на пересечении логики и стратегического планирования. За человеческими взаимодействиями просматривается тенденция формирования *долгосрочных стратегий*, отражающих необходимость учитывать зависимость каждого моего следующего шага от шагов моих оппонентов. Примером может служить планирование стратегий в карточных играх или же выстраивание тезисов при чтении таких вот лекций. Логические законы планирования естественным образом продолжают тему «логики действий», и обычно касаются ситуаций рационального равновесия между существующими стратегиями (т.е. тех ситуаций, когда у действующих лиц отсутствуют стимулы к изменению избранных стратегий).

Здесь мы приведем только один пример из этой области. Он очень похож по своей форме на тот, что мы видели выше, рассуждая о понятии «общего знания». Речь идет об описании стратегии планирования игры G, всегда гарантированно позволяющей достигнуть эффекта ϕ (что записывается так: $\{G^*\}\phi$) и реализуемой соответствующим игроком последовательностью допустимых ходов (что записывается так: $\{G\}$):

$$\{G^*\} \Leftrightarrow (\varphi \land \{G\}\{G^*\} \Leftrightarrow)$$

Аналогия формальных записей этого и предыдущего примеров опять-таки свидетельствует о наличии фундаментальной дуальности между действиями и информацией, характерной для логики взаимодействия. Они являются двумя сторонами одной медали, и математические параллели нередко отражают это принципиальное сходство между ними.

Гармония информации и желания. Тем не менее, ключевое для теории игр понятие равновесия между различными агентами действия, требует принятия во внимание еще одного понятия, которое на первый взгляд может показаться очень далеким от логики — я говорю о группе таких понятий как предпочтения, намерения и желания. Мы не являемся информационными агентами в чистом виде, настроенными исключительно на то, чтобы говорить о мире в терминах знаний и убеждений: всё, что мы делаем, окрашено нашими желаниями, надеждами, страхами или сожалениями. И если с точки зрения некоторых людей подобные феномены следует относить к миру слепых импульсов и голой иррациональности, то с точки зрения других эта точка зрения представляет очень далекой от истины.

То, что мы хотим знать, объясняет и то, как именно мы будем добывать нужную информацию, а всё, что мы желаем достичь, предопределяет выбор наших действий. Вместо возведения барьеров между миром информации и миром действия, логическая перспектива исследования рациональности предлагает идею утонченного баланса. 20 21

²⁰ Иногда мне возражают, что не логика, а эмоции управляют миром. Мой ответ: обнаружение губной помады на воротнике вашего супруга одномоментно запускает все три человеческих способности – наблюдение, извлечение выводов и эмоции.

Рассудительным людям свойственно сбалансированное сочетание своих знаний о мире со своими целями и желаниями, а также с целями и желаниями других людей. Это качество проявляет себя в процессах *принятия решений* — деятельность, которая стала привлекать всё большее внимание со стороны логиков. Между прочим, эту более широкую перспективу на возможность гармоничного сочетания информированности, желаний и решений следовало бы активнее внедрять в академическое образование.

Логика в играх. Всё это, конечно, благородные задачи, однако возникает вопрос, может ли логика как-то содействовать их решению? Этому вопросу посвящена моя новая книга «Логика в играх». Там отражены две линии исследования, активно развивающиеся за последнее время.

Первая линия связана с логикой игр, изучающей не только игровые структуры, но и всё то, что связано с игровой деятельностью рациональных агентов до начала игры, во время и после нее. Здесь много весьма замысловатых рассуждений, связанных с проектированием хода игры, требующих принимать во внимание такие вещи как ответные реакции, убеждения, предпочтения и оценка игровых способностей оппонентов. Эти рассуждения нацелены на изучение логических образцов игровых ситуаций, включая, скажем, законы «неподвижных точек», описывающие примеры социального равновесия, которое достигается тогда, когда все игроки максимально используют свои рациональные способности. Эту линию исследования можно понимать как один из отпрысков, возникших в результате взаимодействия логики, теории игр и современных компьютерных исследований по интерактивным системам. Логика игр постепенно врастает в совместный исследовательский проект, который можно было бы назвать «Теорией Игры» (Theory of Play), анализирующей формы рассуждения участников игры и соответствующие социальные сценарии. Более отдаленной и амбициозной задачей этого направления является даже создание новых игровых форм, могущих способствовать улучшению существующих форм социального взаимодействия.

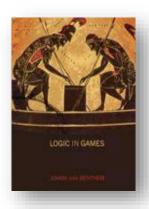
Но есть и еще один поворот мысли, позволяющий понять саму *погику как игру*. В самом начале нашей лекции мы уже говорили о том, что парадигмальные логические феномены (такие как аргументация) сами имеют игровой характер. И мы можем придать этой метафоре строгий смысл. К примеру, математические доказательства можно понять как «выигрышные стратегии» в рамках подходящим образом определенных диалогических игр. Этот теоретико-игровой взгляд на логику вполне созвучен современному взгляду на вычисления вообще; изолированные машины Тьюринга более не являются образцом осуществления математической практики; таким образцом теперь являются сети процессоров, сотрудничающие или же конкурирующие между собой за доступные ресурсы, и существенно отличающиеся друг от друга по своему устройству и намерениям.

²¹ Периодически я задаюсь вопросом, не объясняет ли этот баланс также и то, что математики до сих пор продолжают использовать естественный язык в своих публикациях. Этот вопрос периодически обсуждается в литературе. Вариантом ответа может быть то, что даже чистая математика нуждается в неявных сигналах, взывающих к кооперации, конкуренции, обнаружении целей и желаний.

И опять мы видим ту же самую дуальность, присутствующую в логических законах. В информационной перспективе они сообщают нам о том, чем является мир. Но с динамической, процессуальной точки зрения они изображают фундаментальные факты, касающиеся природы равновесия и стратегий основных сценариев интерактивных вычислений и социального поведения.

С моей точки зрения, эта дуальность является не досадной двусмысленностью, а подлинным отражением природы логики.







На первой картинке вы видите сборник моих лекций, а на второй – монографию по теме взаимосвязи логики и игр. На третей картинке изображена обложка книги, находящейся в печати, которая будет посвящена логике стратегических рассуждений, связующей различные направления исследования; я являюсь редактором этого издания совместно с моими коллегами (Sujata Ghosh, Rineke Verbrugge).

Что дальше? Дамы и господа, мы мельком пробежались по основным проблемным узлам моей динамической программы изучения логики как части проекта по исследованию информационно обусловленных социальных взаимодействий. Один из моих читателей высказал суть моей программы так: «классическая логика чертила прямые линии, вы же хотите от логики умения чертить изогнутые». Свойства многих кривых линий уже изучались в соответствующих работах не только мною, но и моими коллегами и учениками. Какого рода задачи я ставлю перед собой?

Эмпирические факты. В мои преклонные года я порой ощущаю необходимость свернуть с прославленных теоретических дорог и обратиться к суровым фактам. То, что я рассказывал вам об информации и посреднической роли агентов взаимодействия, является нормативным и ограниченным рамками теорий: если «эта» информация о мире действительно доступна, то взаимодействующие агенты должны делать «эти» выводы, они должны достигнуть теоретико-игрового равновесия. С классической точки зрения логическая динамика не имеет описательного содержания, и то, как люди действуют на самом деле, т.е. далеко не всегда разумно и благообразно, должно быть оставлено специалистам по поведению или когнитивистике.

Боюсь, что это уютное и привычное аналитическое разделение нормативного и описательного отражает, скорее, интеллектуальную скудость, а не надежность. Логическая теория, игнорирующая действительное поведение, тревожит меня своей пустотой, отсутствием фокуса. При этом не хотелось бы утратить полезные аспекты нормативного мышления, поскольку именно они позволяют нам улучшать наше поведение, или, скажем, выстраивать более эффективные способы обращения с миром и друг с другом. К примеру, мой акцент на *исправлении*, а не на гарантированной правильности разумного поведения, как раз и нацелен на синтез этих мотивов. Это, с

одной стороны, приближает нас к описанию действительного человеческого поведения.

существующих норм. Короче говоря, в этой перспективе ситуация усложняется и

делается хитрее, и я не вижу четких границ, отделяющих одно от другого 22 .

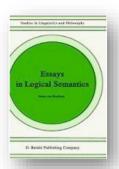
очевидно, успешность исправления по-прежнему остается зависящей от

Позвольте мне пояснить, в каких ситуациях эти две тенденции прорисовываются особенно отчетливо. У вас могло сложиться впечатление, что для реализации моей программы расширенного изучения логики требуется огромный и сложный математический аппарат. На самом деле на сегодняшний день уже разработан более или менее единый математический язык, позволяющий достаточно просто описывать эти сложные феномены. И всё же хотелось бы, чтобы всякий человек мог уверенно себя чувствовать «специалистом» в обсуждавшихся выше проблемах. И такая область человеческих взаимодействий существует: разговор является тем феноменом, с которым мы сталкиваемся ежедневно и в котором переплетаются потоки информации, извлечения следствий, исправления, желания и стратегические планирование. Таким образом можно сказать, что естественный язык является тем эмпирическим фокусом внимания, в свете которого я бы хотел рассматривать логику.

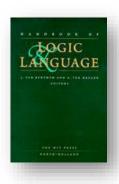
Естественные языки и человеческий мозг. В 80-х года я был очень увлечен логическим анализом естественного языка, и порой меня спрашивают, чем же завершились эти мои исследования. В то время я был сосредоточен на изучении статических аспектов языка, и там вы не найдете и следа от ныне интересующей меня темы. Но именно естественный язык является той основной стихией, где логические интуиции сталкиваются с эмпирическими фактами. Одним из направлений исследования является изучение языка взаимодействия, примерно в том же стиле, в котором изучается вопрос соотношения логики и игр. С одной стороны, тут рассматриваются образцы взаимодействия, конституирующие языковую практику, а с другой стороны, сам «язык взаимодействия», со всеми его хитроумными средствами описания того, что и как мы делаем, а также законами той естественной логики, которая движет естественным языком.²³

²² Это не помешало мне опубликовать ряд статей о взаимосвязи логики и психологии, этой вдохновляющей области исследования, активно разрабатываемой, в частности, и в Университете Амстердама.

²³ Говоря точнее, я ныне изучаю простейшие образцы рассуждений, связанные с такими ключевыми детерминантами наших действий как страх и надежда; приходится также обращать внимание на такие когнитивные способности как переключение позиции первого лица к









В то же время я являюсь участником эмпирического исследования взаимодействия языка и человеческого мозга, проводимого нашим национальным Проектом «Язык Интеракций» (Gravity Project), нацеленного на исследование логико-игровыми средствами того, что же происходит в реальности, когда мы общаемся, и каким образом происходит возникновение новых языков общения. Четыре картинки вверху изображают две мои первые монографии по логике и естественному языку, вышедшие в 80-х и 90-х, Справочник по этой же теме, и еще логотип моей будущей книги, в которой найдут свое отражение результаты исследований эмпирических когнитивных наук.

Большие числа и вероятность. Еще один проект, который мне интересен, касается того существенного обстоятельства, что различных фактов очень много. Логические рассуждения и рациональное взаимодействие представляют собой тонкую прослойку в толще социальных процессов, значимость которой определяется тем, что мы думаем и какие решения принимаем. Эта прослойка чем-то схожа с крохотным регионом наших непосредственных физических возможностей, окруженным массой объектов, превосходящих эти возможности или в силу их огромности, или непомерной малости. «Над» нами простирается статистический мир социальных процессов и общественных мнений, среди которых наши собственные представления и действия теряются просто как капля в море. «Под» нами кишит статистическая нейронная машинерия, энергично гудящая подобно аудитории, внимающей лектору, однако, неподконтрольная ни одному чьему-либо конкретному сознанию. В этом месте пересекаются две математических дисциплины – логика и теория вероятности, существенно отличающиеся друг от друга взглядом на те закономерности, которые релевантны для этих областей знания. Мой собственный интерес к этой сфере связан с взаимно продуктивным влиянием теории логических систем и теории динамических систем. Имеется масса и других точек соприкосновения логики и теории вероятности, но мы не будем обсуждать это здесь.

Взаимодействие логики и теории вероятности имеет долгую историю: уже Стенли Джевонс рассматривал этот вопрос в своей книге. В нашем институте это является

позиции третьего лица, и обратно. Как и везде, дает о себе знать дуальность информации и действия.

горячей темой исследования, и я уверен, что на данном пути будет сделано множество фундаментальных открытий, далеко выходящих за рамки современного знания.

Принципиально важные результаты. Тематизация фактичности безусловно не вписывается в традиционный образ понимания логики. Некоторые направления в нейронауках опираются в своих исследованиях на идеалы, заимствованные из классических оснований математики. Примером здесь может служить идея «Универсального Сканнера», который мог бы в точности сообщать нам то, что думает «субъект эксперимента», эдакая зловещая тень времен Инквизиции. К счастью, можно показать, надлежащим образом модифицируя некоторые логические аргументы, что такие сканнеры невозможны (практически по той же причине, по какой не существует универсальных методов рассуждения или вычисления).

Распространение этих идей в образовании. Лучшим методом апробации предложенных здесь идей было бы не столько одобрение коллег-профессионалов, сколько обучаемость этим идеям: нужна аудитория со свежими умами — студенты и даже более широкая публика.

Я бы с радостью мог заняться научением прямо сейчас, однако для этой цели существуют и другие источники информации – например, наш он-лайновый курс *Логика в действии*:

www.logicinaction.org

Я советую вам совершить экскурсию по нашим сайтам, которые мы разрабатываем и тестируем в самых разных местах, включая Амстердам, Стэнфорд, Пекин и Севилью. Картинки внизу иллюстрируют некоторые стороны этого мира, в частности, формы его присутствия в проекте Открытого Университета, а также в он-лайновых преуниверситетских образовательных курсах.









Помимо прочего это иллюстрирует ранее обсуждавшуюся связь логики и образования. Люди могут учиться рассуждать более аргументировано, и многие моменты моей лекции нацелены были на экспликацию тех навыков и техник, которым можно было бы обучать.

Что такое логика? Позвольте мне вернуться к началу лекции. Итак, чему же я решил обучаться, будучи студентом, и был ли это правильный выбор? Мой общий

взгляд на проблему выбора существенно отличается от распространенной теории принятия решений, которая сосредоточена на задаче выбора оптимального решения, совершающегося в рамках наличных на данный момент ожиданий. Это слишком пассивное представление. В моей собственной жизни решения оказывались хорошими не потому, что им предшествовали идеальные, априорно верные рассуждения, а потому, что в конечном итоге я делал их хорошими, встраивая их в круг своей деятельности. Так же было и с выбором логики как профессии.

Возможно, в 60-х годах это была не самая подходящая область исследований для таких как я.²⁴ Но я обрисовал вам то, какой логика *может* стать, если она попытается извлечь максимум из своих возможностей, став наукой о действенной информации, создаваемой и передаваемой агентами, вовлеченной в осмысленные интеракции. Тем самым будет воздано по справедливости и классическим идеалам научности, и грядущим перспективам в этой области. Точку зрения, лежащую в основании моей программы, можно сформулировать так:

становление столь же существенно, сколько и бытие.

Глубокие соображения и благородные чувства... Однако мы близимся к концу, и вам, возможно, хотелось бы уйти домой с легкой ношей. На протяжении всего рассказа я восхвалял добродетели разума — как того света, который иногда рассеивает скуку и мрак окружающий нас. Но это свет должен приходить вовремя, и подобающим образом.

Пятнадцать лет назад у меня случился откровенный разговор с моей 85-летней матерью, и я ей задал вопрос, который никогда не осмеливался задать ранее: почему и как она решилась выйти замуж за моего отца. Она ответила так:

«потому что рядом не было тебя, чтобы отговорить меня от этого».

В этом ответе таится логический парадокс, схожий с теми, что обсуждались выше. Но помимо парадокса, в ответе моей матери я готов распознать заключительное на сегодняшний день определение логики:

логика – это наука острого ума.

Люди и институции. Продолжая тему связи логики и вероятности, хочу сказать, что моя собственная творческая биография, мои взгляды и решения формировались в статистическом море взаимодействия со многими другими людьми. Взаимовлияния коллег и студентов столь велико, что я не в состоянии точно указать, где кончается моя собственная профессиональная индивидуальность и начинается чужая. Моя работа и творческие замыслы не раз приводили меня к участию в создании новых

²⁴ Мой сын эпизодически спрашивает меня, не принес бы я больше пользы Датскому обществу, избрав физику предметом своей деятельности; наука, с которой я начинал свое обучение в Университете Амстердама.

исследовательских организаций, продолжительность жизни которых также может значительно превышать мою собственную.









Четыре последних картинки отображают четыре моих местопребывания за последние годы: Институт Логики, Языка и Вычислений в Амстердаме; Европейская Ассоциация Логики, Языка и Информации; Центр Изучения Языка и Информации в Стэнфорде, а также нашу новейшую инициативу — Совместный Исследовательский Центр Логики (Университет Амстердама и Университет Цинхуа в Пекине)²⁵. В этих краях процветает тот стиль исследования современной логики, который я старательно отстаиваю; а также многое другое.

Но владения логики значительно шире обрисованной мною сферы. С радостью приглашаю вас открыть дверь в этот подлинно международный мир логиков; по примеру Алисы, сделайте шаг внутрь зеркала, загляните в интернет и вы непременно обнаружите в этом мире массу невероятно интересных вещей.

.

 $^{^{25}}$ Возможно, не случайно вышло так, что часовые пояса, охваченные нашим проектом, в сумме дают мир, в котором никогда не заходит солнце.